

Pomocný matematický aparát

Množina je souhrn prvků, přičemž každá množina je určena pouze svými prvky a žádný prvek se nemůže opakovat.

Skutečnost, že prvek x patří do množiny A , zapíšeme $x \in A$, opačný případ $x \notin A$.

Množina, která neobsahuje žádný prvek, se nazývá **prázdná množina** a značí se \emptyset .

Řekneme, že A je **podmnožina** B , právě když každý prvek A patří zároveň do B . Píšeme $A \subseteq B$.

Řekneme, že množiny A, B **se rovnají**, právě když obsahují tytéž prvky. Píšeme $A = B$.

Řekneme, že množiny A, B, C, \dots jsou **po dvou disjunktí**, právě když žádné dvě z nich neobsahují společné prvky.

Označme Ω neprázdnou množinu, kterou nazveme **základní prostor**. Necht' A, B, C, \dots jsou její libovolné podmnožiny.

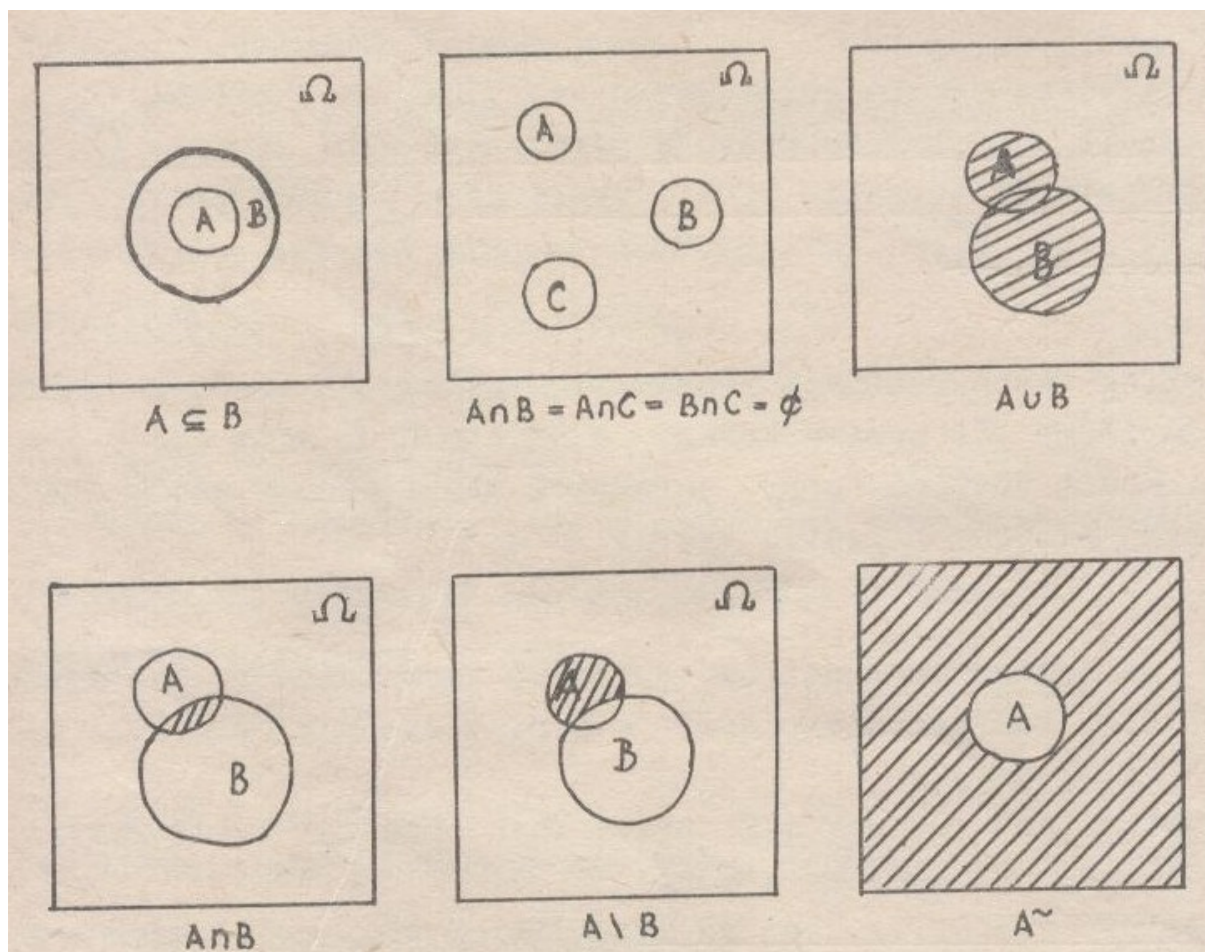
Množina právě těch prvků základního prostoru Ω , které náležejí aspoň do jedné z množin A, B, C, \dots , se nazývá **sjednocení** těchto množin. Píšeme $A \cup B \cup C \cup \dots$.

Množina právě těch prvků základního prostoru Ω , které náležejí zároveň do každé množin A, B, C, \dots , se nazývá **průnik** těchto množin. Píšeme $A \cap B \cap C \cap \dots$.

Množina právě těch prvků základního prostoru Ω , které náležejí do množiny A , nikoli však do množiny B , se nazývá **rozdíl** množin A, B . Píšeme $A \setminus B$.

Množina právě těch prvků základního prostoru Ω , které nenáležejí do množiny A , se nazývá **doplňek** (komplement) množiny A . Píšeme \bar{A} .

Základní množinové pojmy a jejich vztahy ilustrují tzv. **Vennovy diagramy**:



Uvedme některé vlastnosti, které mají operace s množinami:

a) Pro sjednocení a průnik množin platí **komutativní zákon**, který pro dva jevy A, B má tvar:

$$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A.$$

b) Pro sjednocení a průnik tří množin A, B, C platí **zákon asociativní**:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

$$\text{distributivní: } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

c) Pro sjednocení a průnik doplňků množin platí **de Morganovy zákony**, které pro dva jevy A, B zapíšeme takto: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Sumační symbol

Součet n čísel x_1, x_2, \dots, x_n označujeme symbolem $\sum_{i=1}^n x_i$, tj. $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$.

Vlastnosti sumy:

Necht' c je konstanta nezávislá na sčítacím indexu a $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ jsou čísla.

Pak platí:

$$a) \sum_{i=1}^n cx_i = c \sum_{i=1}^n x_i$$

$$b) \sum_{i=1}^n c = nc$$

$$c) \sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$$

$$d) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i y_j = \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{j=1}^n y_j \right)$$