Úkol 1: Testování hypotézy o střední hodnotě μ
Systematická chyba měřicího přístroje se eliminuje nastavením přístroje a měřením etalonu, jehož správná hodnota je $\mu = 10{,}00$. Nezávislými měřeními za stejných podmínek byly získány hodnoty: 10,24 10,12 9,91 10,19 9,78 10,14 9,86 10,17 10,05, které považujeme za realizace náhodného výběru rozsahu 9 z rozložení $N(\mu, \sigma^2)$. Je možné při riziku 0,05 vysvětlit odchylky od hodnoty 10,00 působením náhodných vlivů?

Návod:
Na hladině významnosti 0,05 testujeme hypotézu H_0: $\mu = 10$ proti oboustranné alternativě H_1: $\mu \neq 10$. Jde o úlohu na jednovýběrový t-test. Ten je ve STATISTICE implementován. Vytvoříme datový soubor o jedné proměnné a devíti případech, kam zapíšeme naměřené hodnoty.
1. způsob: V Základních statistikách a tabulkách vybereme t-test, samostatný vzorek. Do Referenční hodnoty zapíšeme 10. Ve výstupu se podíváme na hodnotu testového kritéria a na p-hodnotu. Pokud p-hodnota bude menší nebo rovna 0,05, zamítneme hypotézu H_0: $\mu = 10$ ve prospěch oboustranné alternativní hypotézy H_1: $\mu \neq 10$ na hladině významnosti 0,05.
V opačném případě H_0 nezamítáme. V našem případě je

	Test průměrů vůči referenční konstantě (hodnotě)							
Proměnná	Průměr	Sm.odch.	N	Sm.chyba	Referenční konstanta	t	SV	p
Prom1	10,05111	0,162669	9	0,054223	10,00000	0,942611	8	0,373470

Protože p-hodnota 0,373470 > 0,05 nulovou hypotézu nezamítáme na hladině významnosti 0,05. S rizikem omylu nejvýše 5% lze tedy odchylky od hodnoty 10 vysvětlit působením náhodných vlivů.
Všimněme si ještě hodnoty testového kriteria: $t_0 = 0{,}942611$. Kritický obor

$$W = \left(-\infty, -t_{1-\alpha/2}(n-1)\right\rangle \cup \left\langle t_{1-\alpha/2}(n-1), \infty\right) = \left(-\infty, -t_{0,975}(8)\right\rangle \cup \left\langle t_{0,975}(8), \infty\right) =$$
$$= \left(-\infty, -2{,}306\right\rangle \cup \left\langle 2{,}306, \infty\right)$$

Protože $t_0 \notin W$, nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu H_0.
2. způsob: V Základních statistikách a tabulkách vypočteme průměr a směrodatnou odchylku. Pak použijeme Testy rozdílů: r, %, průměry – OK – vybereme Rozdíl mezi dvěma průměry (normální rozdělení) – zaškrtneme Výběrový průměr vs. Střední hodnota – do políčka Pr1 napíšeme 10,05111, do políčka SmOd1 napíšeme 0,162669, do políčka N1 napíšeme 9, do políčka Pr2 napíšeme 10 - Výpočet. Dostaneme p-hodnotu 0,3735, tedy nezamítáme nulovou hypotézu na hladině významnosti 0,05.

Úkol k samostatnému řešení 1: Při kontrole balicího automatu, který má plnit cukrem balíčky o hmotnosti 1000 g, byly při přesném převážení 5 balíčků zjištěny tyto odchylky (v gramech) od požadované hodnoty: 3, -2, 2, 0, 1. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že automat nemá systematickou odchylku od požadované hodnoty.

Úkol 2: Testování hypotézy o směrodatné odchylce σ
U 25 náhodně vybraných dvoulitrových lahví s nealkoholickým nápojem byl zjištěn přesný objem nápoje. Výběrový průměr činil m = 1,99 l a výběrová směrodatná odchylka s = 0,1 l. Předpokládejme, že objem nápoje v láhvi je náhodná veličina s normálním rozložením.
Na hladině významnosti 0,05 ověřte tvrzení výrobce, že směrodatná odchylka je 0,08 l.

Návod:
Na hladině významnosti 0,05 testujeme hypotézu H_0: $\sigma = 0{,}08$ proti oboustranné alternativě H_1: $\sigma \neq 0{,}08$ neboli H_0: $\sigma^2 = 0{,}0064$ proti oboustranné alternativě H_1: $\sigma^2 \neq 0{,}0064$. Jde o úlohu na test o rozptylu. Vypočteme realizaci testového kritéria $t_0 = \frac{(n-1)s^2}{c} = \frac{24 \cdot 0{,}1^2}{0{,}08^2} = 37{,}5$.
Jelikož hodnota testového kritéria 37,5 neleží v kritickém oboru
$W = \langle 0;\chi^2_{0,025}(24)\rangle \cup \langle \chi^2_{0,975}(24);\infty) = \langle 0;12{,}4\rangle \cup \langle 39{,}4;\infty)$, nejsme oprávněni na hladině významnosti 0,05 zamítnout tvrzení výrobce.
V systému STATISTICA otevřeme datový soubor o třech proměnných a jednom případu. Do Dlouhého jména první proměnné napíšeme vzorec pro výpočet testového kritéria:
=24*0,1^2/0,08^2
Další dvě proměnné nám poslouží k výpočtu kvantilů Pearsonova χ^2 – rozložení.
Do Dlouhého jména druhé proměnné napíšeme
=VChi2(0,025;24)
a do Dlouhého jména třetí proměnné napíšeme
=VChi2(0,975;24)

Úkol 3: Testování hypotézy o rozdílu parametrů $\mu_1 - \mu_2$ dvourozměrného normálního rozložení
Bylo vybráno šest nových vozů téže značky a po určité době bylo zjištěno, o kolik mm se sjely jejich levé a pravé přední pneumatiky. Výsledky: (1,8; 1,5), (1,0; 1,1), (2,2; 2,0), (0,9; 1,1), (1,5; 1,4), (1,6; 1,4). Za předpokladu, že uvedené dvojice tvoří náhodný výběr z dvourozměrného normálního rozložení s vektorem středních hodnot (μ_1, μ_2), testujte na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že obě pneumatiky se sjíždějí stejně rychle.

Návod:
Označme $\mu = \mu_1 - \mu_2$. Na hladině významnosti 0,05 testujeme hypotézu H_0: $\mu = 0$ proti oboustranné alternativě H_1: $\mu \neq 0$. Jde o úlohu na párový t-test.Ten je ve STATISTICE implementován.Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných a šesti případech. Do proměnných v1 a v2 zapíšeme naměřené přírůstky. V Základních statistikách vybereme t-test, závislé vzorky. Zadáme názvy obou proměnných a ve výstupu se podíváme na hodnotu testového kritéria a na p-hodnotu.

	t-test pro závislé vzorky (Tabulka7) Označ. rozdíly jsou významné na hlad. p < ,05000							
Proměnná	Průměr	Sm.odch.	N	Rozdíl	Sm.odch. rozdílu	t	sv	p
Prom1	1,483333	0,491596						
Prom2	1,433333	0,332666	6	0,050000	0,207364	0,590624	5	0,580456

Protože p-hodnota 0,580456 > 0,05, nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že obě přední pneumatiky se sjíždějí stejně rychle.
Všimněme si ještě hodnoty testového kriteria: $t_0 = 0{,}590624$. Kritický obor

$$W = \left(-\infty, -t_{1-\alpha/2}(n-1)\right\rangle \cup \left\langle t_{1-\alpha/2}(n-1), \infty\right) = \left(-\infty, -t_{0,975}\right\rangle \cup \left\langle t_{0,975}, \infty\right) =$$

$$= \left(-\infty, -2{,}5706\right\rangle \cup \left\langle 2{,}5706, \infty\right)$$

Protože $t_0 \notin W$, nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu H_0.

Úkol k samostatnému řešení 2: Zkouška ze statistiky se skládá z písemné části, v níž je možno získat maximálně 20 bodů a z ústní části, kde je možno získat maximálně 10 bodů. Výsledky 20 náhodně vybraných studentů (X – počet bodů z písemné části, Y – počet bodů z ústní části):

č. st.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	6	11	8	18	6	11	6	3	14	7
Y	4	7	6	8	3	5	6	4	9	8

č. st.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X	17	12	8	4	15	20	13	5	10	0
Y	10	9	6	5	7	10	8	6	7	3

Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že rozdíl středních hodnot počtu bodů v písemné a ústní části se liší o 3 body proti oboustranné alternativě.