



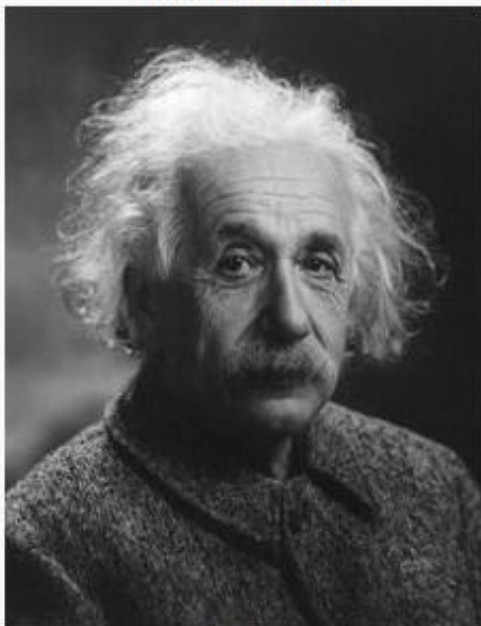
GEOMETRICKÁ OPTIKA II

Přednáška 1

Obsah

- Informace o kurzu
Cíl, osnova a hodnocení kurzu.
Podmínky k získání zápočtu a ke zkoušce.

Albert Einstein



Albert Einstein

Narození	14. března Ulm, Württemberg, Německo
Úmrtí	18. dubna Princeton, New Jersey, USA
Obor	Fyzika
Známý díky	Obecná a speciální teorie relativity Objev zákonitostí fotoelektrického jevu $E = mc^2$
Získaná ocenění	Nobelova cena za fyziku 1921

Není to tím, že jsem chytřejší, ale tím, že se problémy zabývám déle.

Látce rozumíte bezpečně teprve tehdy, když jste schopný ji vysvětlit vlastní babičce.

Kdybych měl k dispozici hodinu na zvládnutí problému, na kterém by závisel můj život, strávil bych 40 minut jeho studiem, 15 minut jeho analýzou a 5 minut jeho řešením.

Vyučující

- Přednášky

Doc. Ing. Jozef Kaiser, Ph.D.

Ústav fyzikálního inženýrství

A2-2.NP, kancelář 204

Tel.: 5 4114 2846

E-mail: kaiser@fme.vutbr.cz

Konzultační hodiny: středa 15.00 – 16.00 (po předchozí domluvě)

- Cvičení

Ing. Radomír Malina, Ph.D.

Ústav fyzikálního inženýrství

A2-2.NP, kancelář 219

Tel.: 5 4114 2766

E-mail: malina@fme.vutbr.cz

Konzultační hodiny: středa 10.00 – 11.00 (po předchozí domluvě)

Osnova kurzu

- Geometrická optika – 1. semestr, 1/2

1. Zákony geometrické optiky, index lomu prostředí, index lomu vzduchu, vzájemné vztahy. Fermatův princip, odvození zákona lomu a odrazu z tohoto principu.
2. Disperze, Abbéovo číslo, katalogy optických materiálů.
3. Planparalelní destička, hranol pro lom.
4. Minimální deviace, použití, optický klín.
5. Zobrazení kulovou plochou obecně a v paraxiálním prostoru.
6. Základní body jedné kulové plochy.
7. Zobrazení soustavou kulových ploch, polohy základních bodů soustavy, ohniskové vzdálenosti.
8. Zobrazovací rovnice (pro paraxiální prostor).
9. Zobrazení čočkou tenkou, reálné zobrazení čočkou tlustou.
10. Zobrazení soustavou čoček.
11. Omezení paprskových svazků v optické soustavě.
12. Maticová optika
13. Stručné zopakování probrané látky.
14. Písemný test.

Osnova kurzu

- Geometrická optika – 2. semestr, 2/2

1. Zobrazení soustavou čoček.

2. Omezení paprskových svazků v optické soustavě.

3. Zobrazení zrcadly. Soustava sférických zrcadel.

4. Telecentrický chod hlavních paprsků, paralaxa. Zobrazení bodů prostoru v jedné rovině s tolerovanou neostrostí.

5. Optické vady optických soustav, rozdělení, definice.

6. Podélná otvorová vada.

7. Způsoby korekce podélné otvorové vady.

8. Zkreslení, lom paprsku blízkého paprsku hlavnímu.

9. Sklenuť, astigmatismus.

10. Koma.

11. Abbeovy podmínky, aplanasie, isoplanasie.

12. Vady barevné, obecně, rozdělení.

13. Maticová optika

Hodnocení kurzu

- Podmínky k udělení zápočtu

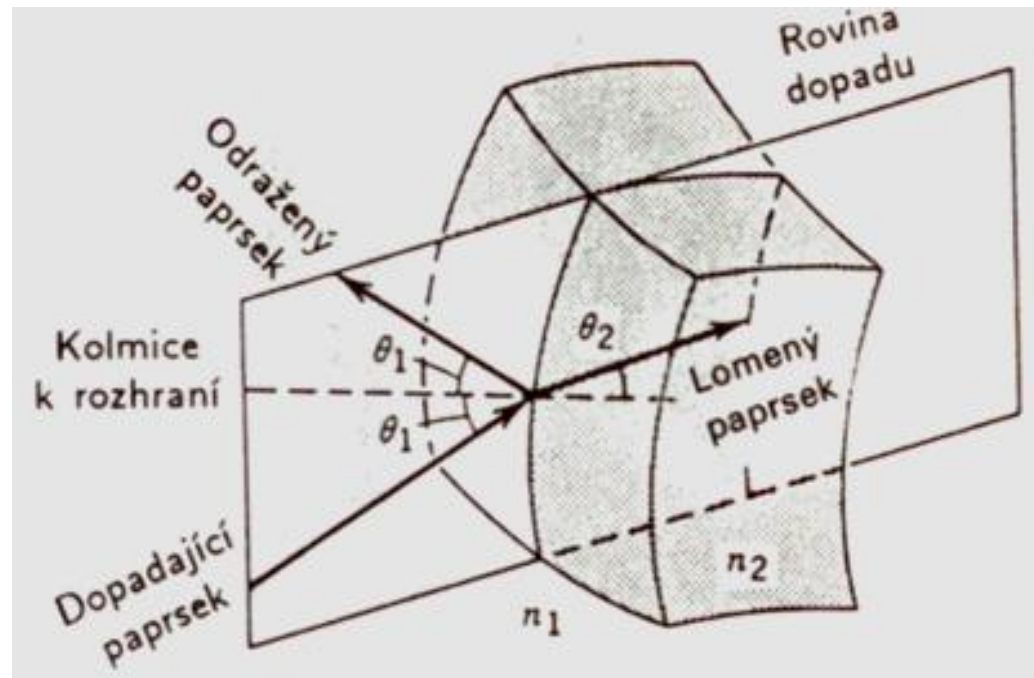
1. Aktivní účast na cvičeních. Tolerují se maximálně **2** absence (ve výjimečných případech náhrada možná při domluvě se cvičícím).
2. Získání **60%** bodů ze dvou povinných písmenek (v odůvodněných případech možnost získat chybějící body na zápočet vypracováním speciálních úkolů po domluvě se cvičícím).

- Podmínky pro získání zkoušky

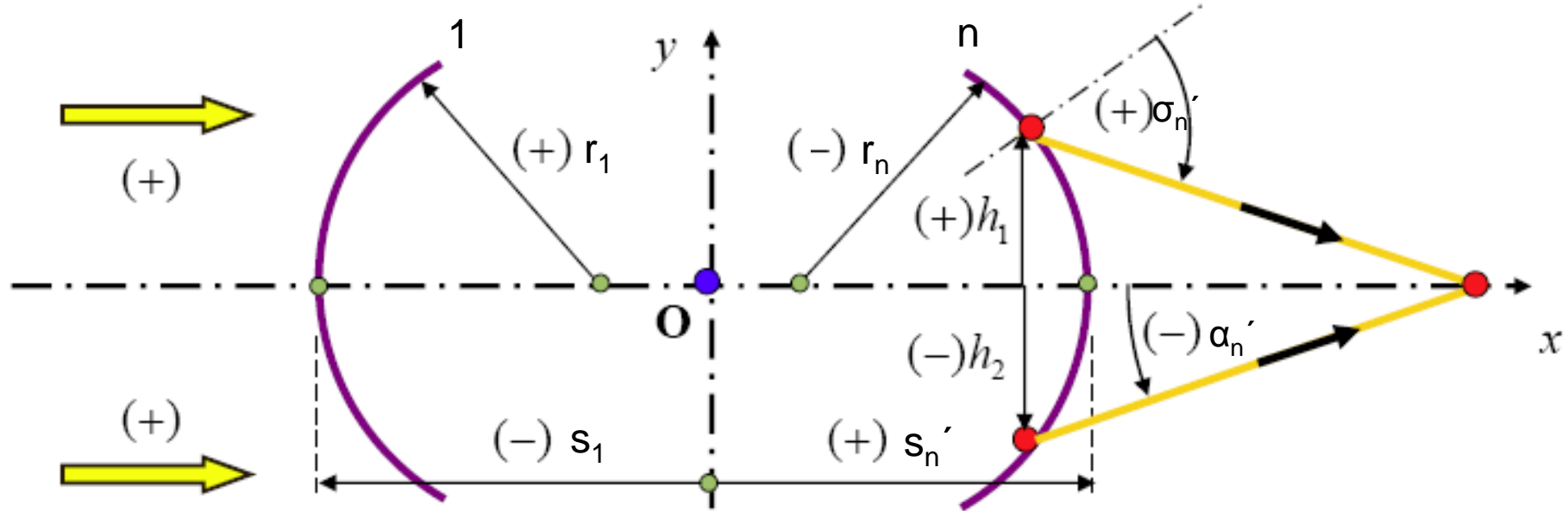
1. Písemný test s otázkami s výběrem odpovědí a úlohami, sestavený z učiva probíraného na přednáškách a cvičeních.
2. Při úspěšném zvládnutí testu postup do druhého kola – **ústní zkouška**.
3. Výsledné hodnocení se skládá z hodnocení ze **cvičení (40 %)** a **zkoušky (60 %)**.

Optické zobrazení - úvod

- Z Fermatova principu vyplývá:
 - v homogenním prostředí paprsky šíří přímočaře,
 - odražený paprsek leží v rovině dopadu;
úhel odrazu se rovná úhlu dopadu,
 - lomený paprsek leží v rovině dopadu;
úhel lomu θ_2 se vztahuje k úhlu dopadu θ_1 Snellovým zákonem $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.

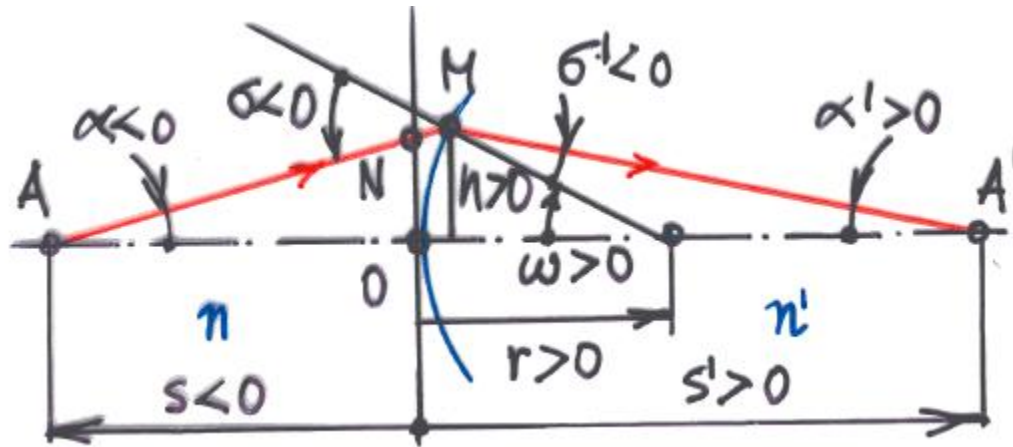


Optické zobrazení – ZNAMÉNKOVÁ KONVENCE



Optické zobrazení

Chod paraxiálních paprsků optickou soustavou



Paraxiálním paprskem je označován paprsek, který se šíří z osového bodu předmětu pod malým úhlem α a optickou soustavu protíná v malé dopadové výšce h .

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha, \quad \cos \alpha \approx 1;$$

$$\sin \sigma \approx \sigma, \quad \sin \sigma' \approx \sigma';$$

$NM \approx 0$, (bod na ploše je nahrazen bodem N na rovině kolmé k ose).

$$\text{Snellův zákon: } n\sigma = n'\sigma'.$$

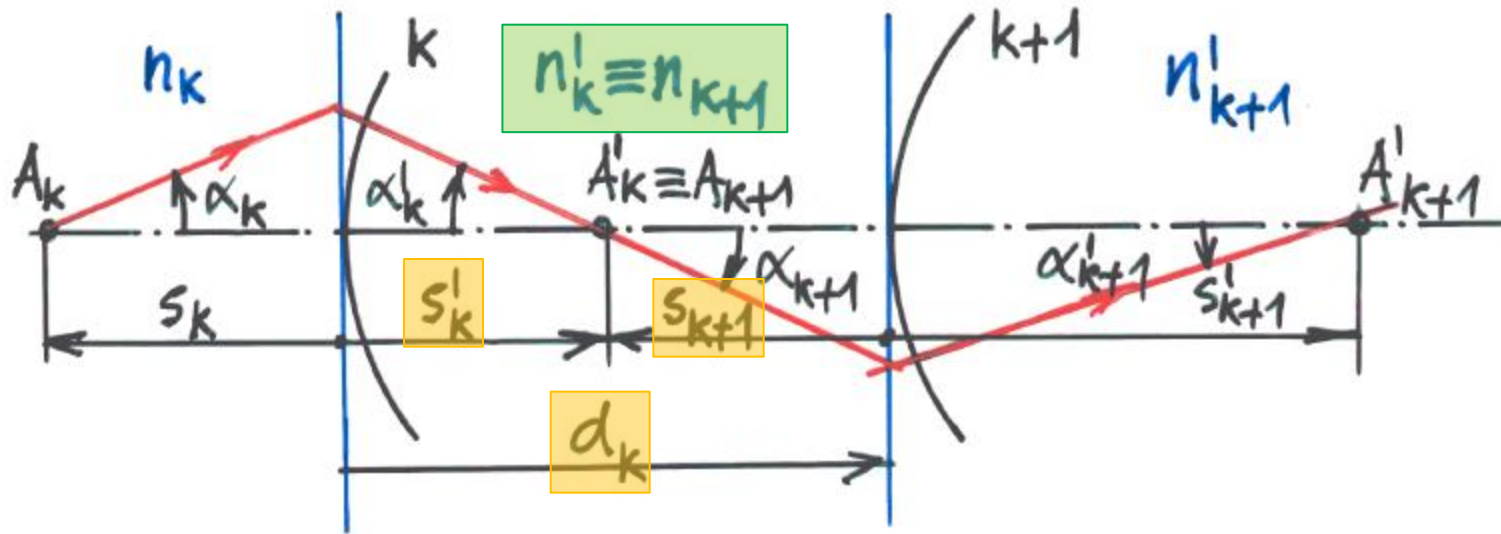
$$\text{Z obrázku: } \sigma = \alpha - \omega, \quad \sigma' = \alpha' - \omega.$$

Po dosazení do Snellova zákona:

$$n(\alpha - \omega) = n'(\alpha' - \omega),$$

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right) \quad \text{Invariant lomu.}$$

Optické zobrazení - výpočet chodu paprsků soustavou kulových ploch

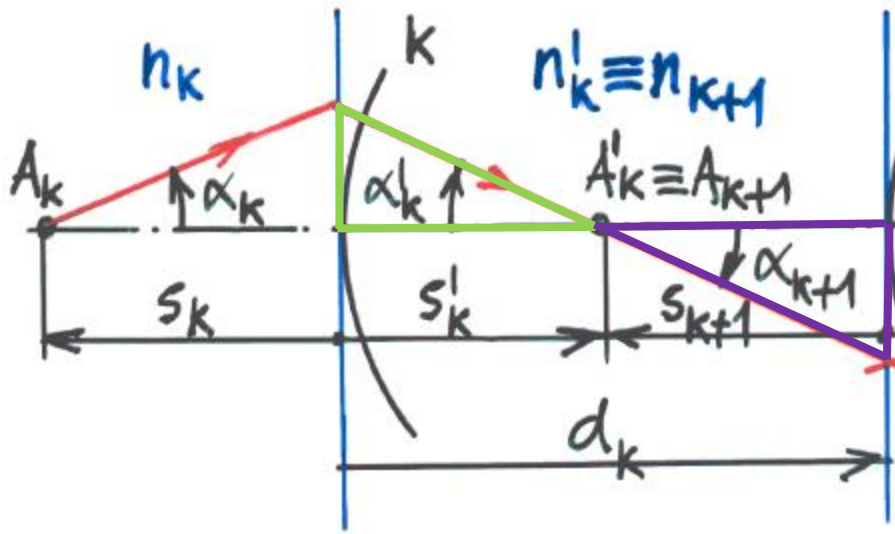


$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \rightarrow \frac{n'_k}{s'_k} - \frac{n_k}{s_k} = \frac{n'_k - n_k}{r_k}, \quad \frac{n'_{k+1}}{s'_{k+1}} - \frac{n_{k+1}}{s_{k+1}} = \frac{n'_{k+1} - n_{k+1}}{r_{k+1}},$$

Přechod od plochy \$k\$ ploše \$k+1\$ je:

$$n_{k+1} = n'_k, \quad s_{k+1} = s'_k - d_k.$$

Optické zobrazení - výpočet chodu paprsků soustavou kulových ploch



$$n(\alpha - \omega) = n'(\alpha' - \omega),$$

$$n_k \left(\alpha_k - \frac{h_k}{r_k} \right) = n_{k+1} \left(\alpha_{k+1} - \frac{h_k}{r_k} \right),$$

$$n_k \alpha_k - \frac{n_k h_k}{r_k} = n_{k+1} \alpha_{k+1} - \frac{n_{k+1} h_k}{r_k},$$

$$\alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n_{k+1}} \alpha_k + h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} r_k}.$$

Rovnice můžeme vyjádřit pomocí úhlů a do

$$\alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n_{k+1}} \alpha_k + h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} r_k},$$

rovni
papr

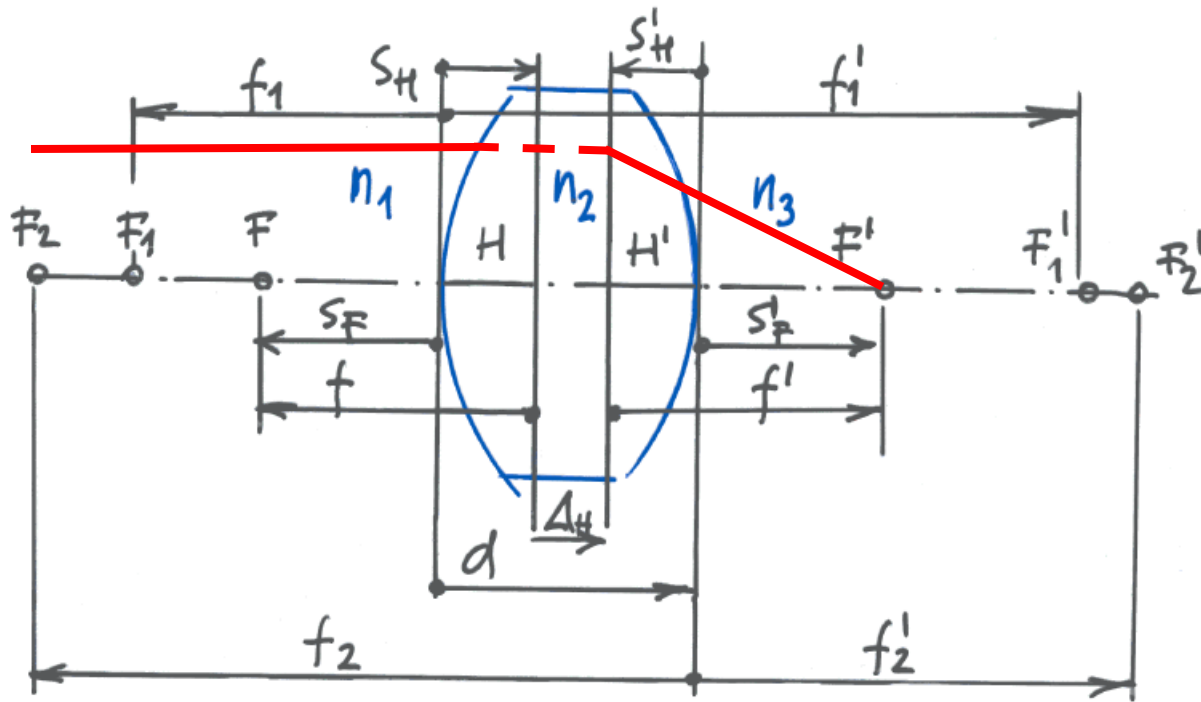
Z obrázku:

$$\frac{h_k}{s'_k} = \frac{h_{k+1}}{s'_k - d_k}, \text{ takže } h_{k+1} = h_k - \frac{h_k}{s'_k} d_k, \text{ nebo}$$

$$h_{k+1} = h_k - \alpha_{k+1} d_k.$$

rovnice dopadových výšek paprsku

Optické zobrazení - Zobrazení centrovanou soustavou dvou kulových ploch – Rovnice čočky



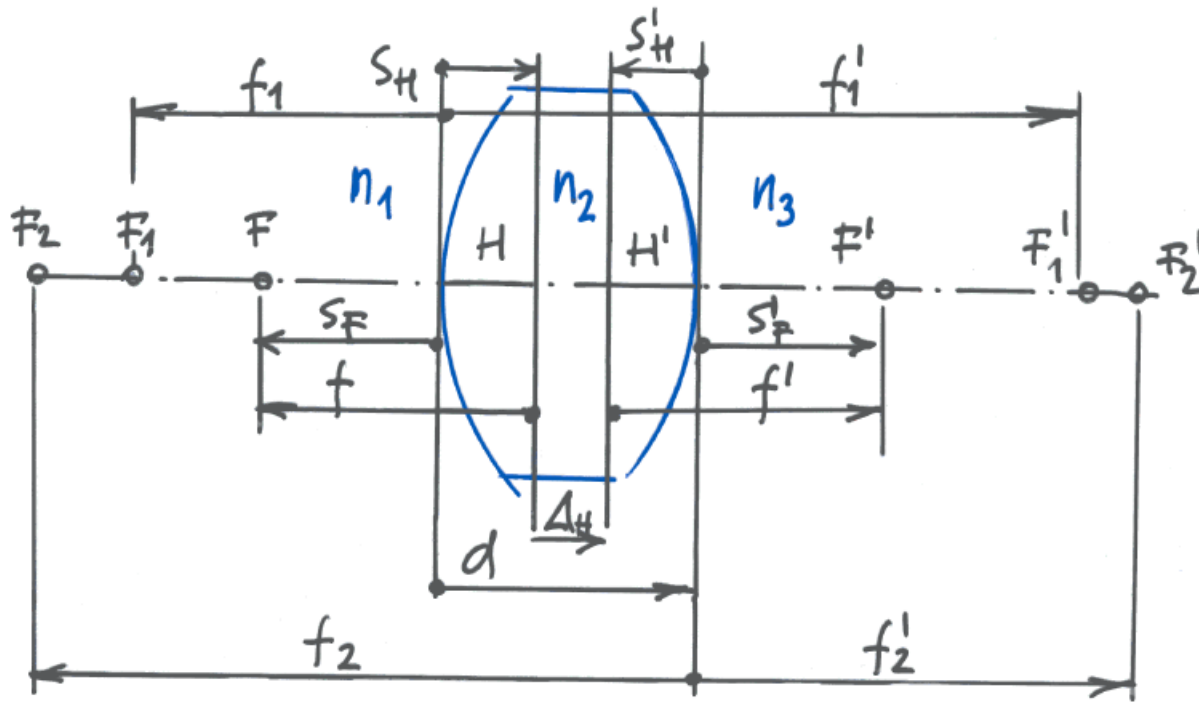
$$\alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n_{k+1}} \alpha_k + h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} r_k},$$

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{p+1}}, \quad h_{k+1} = h_k - \alpha_{k+1} d_k.$$

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_3}; \quad \alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = h_1 \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1}; \quad h_2 = h_1 - \alpha_2 d; \quad \alpha_3 = \frac{n_2}{n_3} \alpha_2 + h_2 \frac{n_3 - n_2}{n_3 r_2};$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{n_3} \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2} \right) - \frac{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)}{n_2 n_3 r_1 r_2} d.$$

Optické zobrazení - Zobrazení centrovanou soustavou dvou kulových ploch – Rovnice čočky



$$\alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n_{k+1}} \alpha_k + h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} r_k},$$

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{p+1}}, \quad h_{k+1} = h_k - \alpha_{k+1} d_k.$$

$$f = \frac{h_2}{\alpha_1}; \quad \alpha_3 = 0; \quad \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \alpha_1 + h_1 \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1}; \quad h_2 = h_1 - \alpha_2 d; \quad 0 = \frac{n_2}{n_3} \alpha_2 + h_2 \frac{n_3 - n_2}{n_3 r_2};$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{n_1} \left(\frac{n_1 - n_2}{r_1} + \frac{n_2 - n_3}{r_2} \right) - \frac{(n_1 - n_2)(n_2 - n_3)}{n_1 n_2 r_1 r_2} d.$$

Optické zobrazení - Rovnice čočky

Vztahy pro ohniskové vzdálenosti:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{n_3} \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2} \right) - \frac{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)}{n_2 n_3 r_1 r_2} d;$$

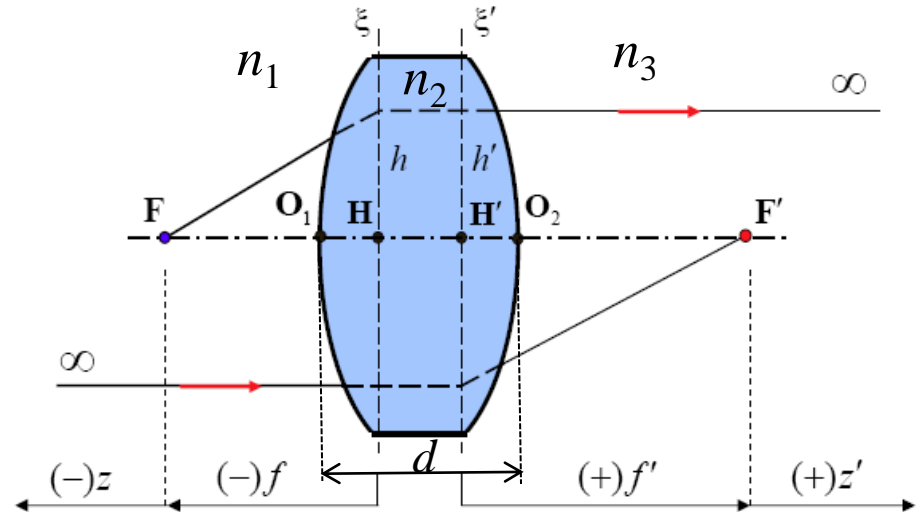
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{n_1} \left(\frac{n_1 - n_2}{r_1} + \frac{n_2 - n_3}{r_2} \right) - \frac{(n_1 - n_2)(n_2 - n_3)}{n_1 n_2 r_1 r_2} d.$$

Porovnáním vztahů dostaneme:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n_3}{n_1}.$$

Optická mohutnost:

$$\Phi = \frac{n_3}{f'} = -\frac{n_1}{f}.$$



Zdroj: <http://webfyzika.fsv.cvut.cz/>

Optické zobrazení - Zobrazení centrovanou soustavou dvou kulových ploch

Sečná vzdálenost obrazového ohniska:

$$s'_f = f' \left(1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1} d \right).$$

Sečná vzdálenost předmětového ohniska:

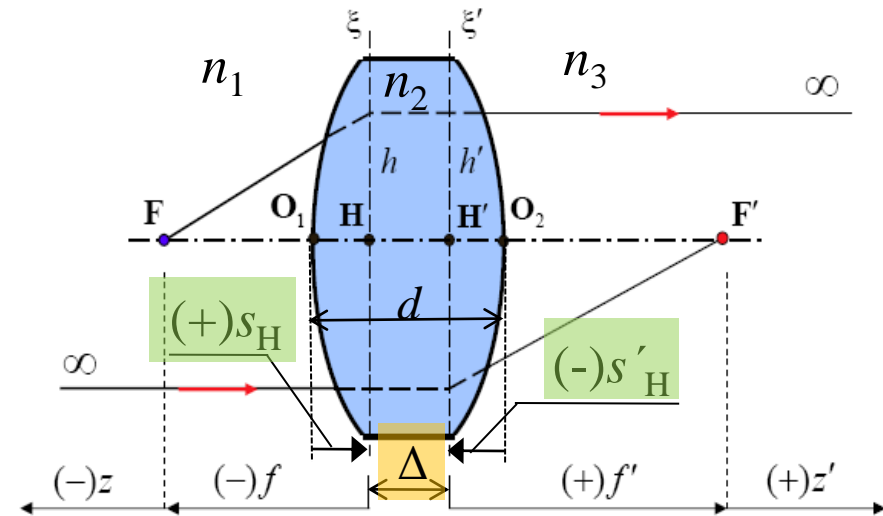
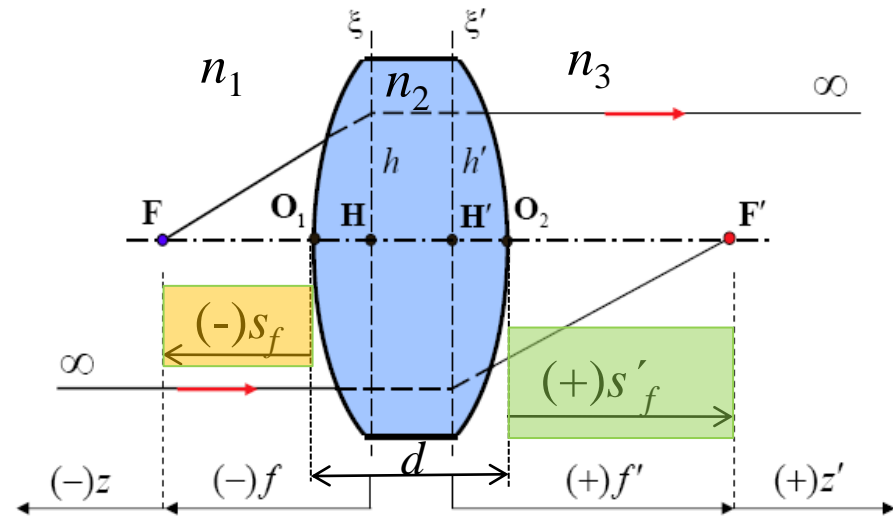
$$s_f = f \left(1 - \frac{n_3 - n_2}{n_2 r_2} d \right).$$

Vzdálenost hlavních bodů od vrcholů ploch:

$$s'_H = -f' \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1} d; \quad s_H = -f \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{n_2 - n_3}{n_2 r_2} d.$$

Vzdálenosti mezi hlavními rovinami:

$$\Delta_H = \left[1 - \frac{f'}{n_2} \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} - \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{n_2 - n_3}{r_2} \right) \right] d.$$



Optické zobrazení – Závislost mezi polohou předmětu a obrazu – Zobrazovací rovnice

Jsou-li stanoveny polohy ohnisek a ohniskové vzdálenosti optické (lámavé) plochy (resp. optické soustavy), určí se k danému bodu sdružený bod buď konstruktivně (trasováním paprsku), nebo pomocí zvláštních vztahů, zvaných **zobrazovací rovnice**.

a) **Základní tvar** zobrazovací rovnice

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

Pro $s \rightarrow -\infty$ je $s' = f' = \frac{n'r}{n' - n}$;

$s' \rightarrow \infty$ $s = f = \frac{nr}{n - n'}$.

Použití

b) **Gaussův tvar** zobrazovací rovnice (zobrazovací rovnice vztažená k hlavním bodům)

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1.$$

Diagram illustrating the geometry of a spherical refracting surface. The center of curvature is M, and the principal points are H and H'. An object point A is located at distance s from H. A ray from A passes through H and is refracted towards the surface. The angle of incidence is $\alpha < 0$ and the angle of refraction is $\alpha' > 0$. The radius of curvature is r, and the image distance is s'.

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}; \quad / \frac{n' - n}{r}$$

$$\frac{\frac{n'}{s'}}{\frac{n' - n}{r}} - \frac{\frac{n}{s}}{\frac{n' - n}{r}} = 1;$$

$$\frac{n'r}{n' - n} \frac{1}{s'} + \frac{nr}{n - n'} \frac{1}{s} = 1;$$

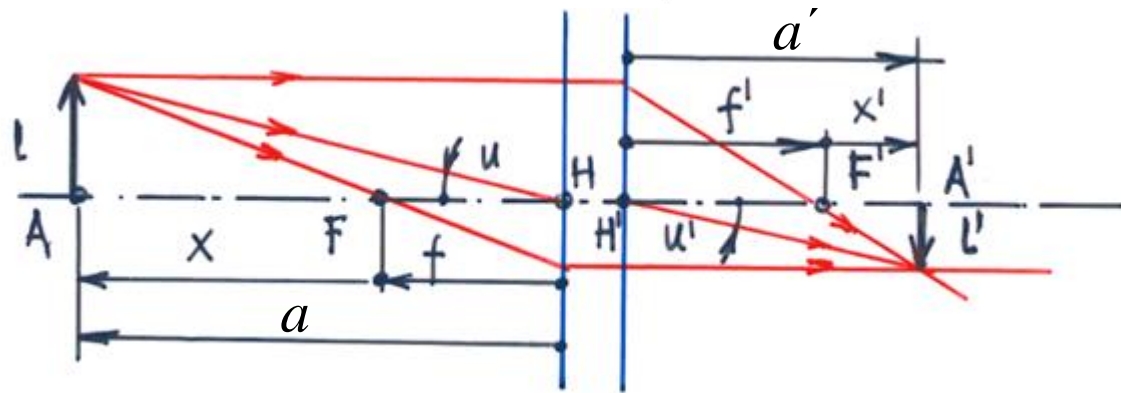
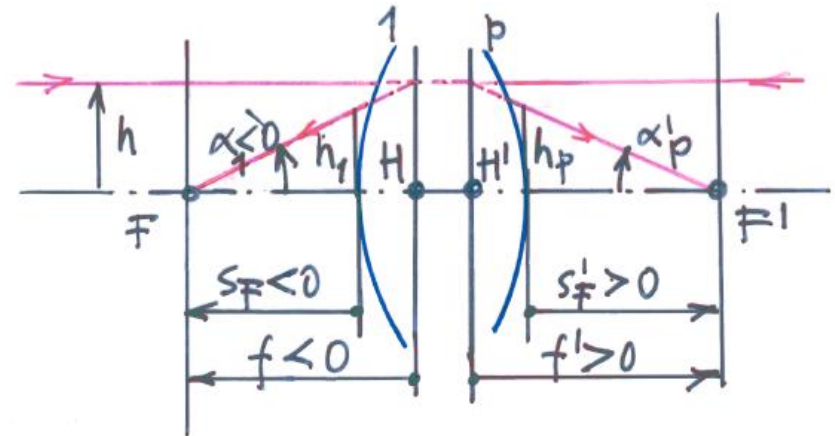
$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1.$$

ostaneme:

Optické zobrazení – Gaussova zobrazovací rovnice

Gaussov tvar zobrazovací rovnice (zobrazovací rovnice vztažená k hlavním bodům)

$$\frac{f'}{a'} + \frac{f}{a} = 1.$$



Pro $f = -f'$ soustava se nalézá v homogenním prostředí, zobrazovací rovnici vztaženou k hlavním bodům můžeme napsat ve tvaru:

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}.$$

Optické zobrazení – Newtonova zobrazovací rovnice

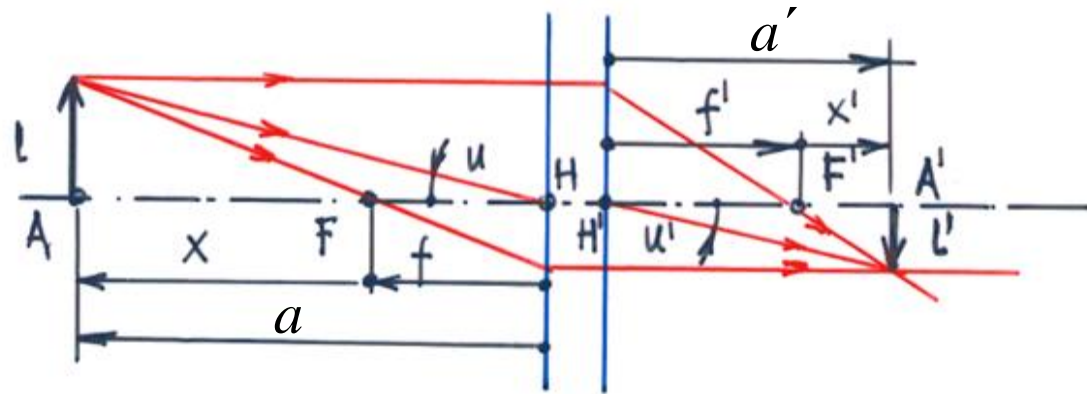
Úpravou Gaussovy zobrazovací

rovnice $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$;

využitím $s = x + f$ a $s' = x' + f'$

dostaneme

$$\frac{f'}{x' + f'} + \frac{f}{x + f} = 1.$$



Odkud získáme zobrazovací rovnici

c) **vztaženou na ohniska** – rovnici **Newtonovu**

$$xx' = ff'.$$

Příčné zvětšení v tomto případě je:

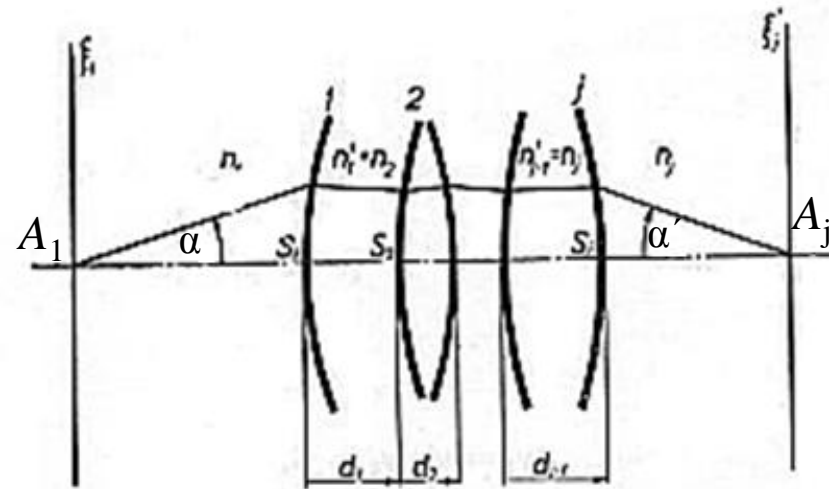
$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}.$$

Pro $f = -f'$ soustava se nalézá v homogenním prostředí, zobrazovací rovnici vztaženou k hlavním bodům můžeme napsat ve tvaru: $xx' = -f'^2$.

Optické zobrazení – sdružené body

Sdružené body – Svazek paraxiálních paprsků o středu A_1 se přemění soustavou j ploch ve svazek o středu A_j . Body A_1 a A_j se nazývají sdruženými body soustavy.

Prostředí o indexu lomu n_1 se nazývá předmětovým, a s indexem lomu n_j obrazovým prostředím soustavy.



$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \rightarrow \frac{n'_k}{s'_k} - \frac{n_k}{s_k} = \frac{n'_k - n_k}{r_k}, \quad \frac{n'_{k+1}}{s'_{k+1}} - \frac{n_{k+1}}{s_{k+1}} = \frac{n'_{k+1} - n_{k+1}}{r_{k+1}},$$

Přechod od plochy k ploše $k+1$ je:

$$n_{k+1} = n'_k, \quad s_{k+1} = s'_k - d_k.$$

Optické zobrazení – Zobrazovací rovnice pro libovolnou dvojici sdružených bodů

Využitím příčného zvětšení β můžeme vztáhnout základní tvar zobrazovací rovnice na libovolnou dvojici sdružených bodů Z_1Z_j optické soustavy.

Je-li β_z příčné zvětšení sdružených bodů Z_1Z_j , a označíme-li $p = \overline{Z_1X_1}$, $p' = \overline{Z'_jX'_j}$ a $z = \overline{FZ_1}$, $z' = \overline{F'Z'_j}$ platí:

$$x = z + p, \quad x' = z' + p'.$$

Využitím Newtonovy zobrazovací rovnice

$$xx' = ff'; \quad zz' = ff' \quad \text{dostaneme:}$$

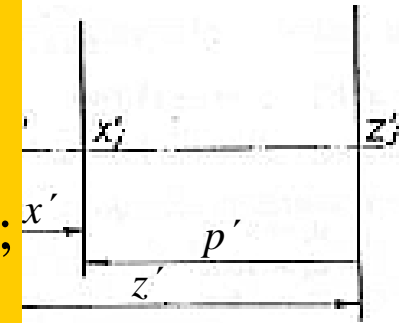
$$z'p + zp' + pp' = 0;$$

$$xx' = zz' = ff';$$

$$zz' = (z + p)(z' + p');$$

$$zz' = zz' + zp' + z'p + pp';$$

$$z'p + zp' + pp' = 0.$$



Poněvadž je $z = -\frac{f}{\beta_z}$, $z' = -f'\beta_z$; můžeme psát předešlou rovnici ve tvaru:

$$\frac{f'}{p'}\beta_z + \frac{1}{\beta_z p} - 1 = 0; \quad \text{nebo využitím } f' = -\frac{n'_j}{n_1}f; \quad \text{ve tvaru: } \frac{n'_j}{p'}\beta_z - \frac{n_1}{p}\frac{1}{\beta_z} = \frac{n'_j}{f}.$$

Pro příčné zvětšení plyne:
$$\beta = \frac{n_1}{n'_j} \frac{p'}{p} \frac{1}{\beta_z}.$$

Optické zobrazení – Afokální soustava, Gaussova zobrazovací rovnice

Pro **afokální soustavu** ($f' \rightarrow \infty$) nabývají tyto rovnice tvaru:

$$\frac{p}{p'} = \frac{n'_j}{n_1} \beta_Z; \quad \beta = \beta_Z. \quad \text{Z posledního vztahu vyplývá, že } \mathbf{příčné zvětšení afokální soustavy je stálé.}$$

V praxi mají význam zejména případy:

a) kdy Z_1, Z_j jsou **body hlavní** – zobrazovací rovnice **Gaussova**, $\beta_Z = 1, z = p, z' = p'$,

$$\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1; \quad \beta = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p}, \quad \text{nebo} \quad \frac{n'_j}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n'_j}{f'}; \quad \beta = \frac{n_1}{n'_j} \frac{p'}{p}.$$

v případě $n_j = n_1$ dostáváme:

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}; \quad \beta = \frac{p'}{p}.$$

Optické zobrazení – Gullstrandova zobrazovací rovnice

b) kdy Z_1, Z_j jsou **středů pupil** – zobrazovací rovnice **Gullstrandova**, $\beta_z = \frac{D'}{D}$, kde D a D' jsou průměry vstupní a výstupní pupily.

$$\frac{D'^2 f'}{z'} + \frac{D^2 f}{z} = DD'; \quad \beta = -\frac{f}{f'} \frac{D}{D'} \frac{p'}{p}, \quad \text{nebo}$$

$$\frac{n'_j D'^2}{z'} - \frac{n_1 D^2}{z} = \frac{n'_j}{f'} DD'; \quad \beta = \frac{n_1}{n'_j} \frac{D}{D'} \frac{z'}{z}.$$

v případě $n_j=n_1$ a $\beta>0$ dostáváme:

$$\frac{D'^2}{z'} - \frac{D^2}{z} = \frac{DD'}{f'}; \quad \beta = \frac{D}{D'} \frac{z'}{z},$$

a v případě $n_j=n_1$ a $\beta<0$:

$$\frac{D'^2}{z'} - \frac{D^2}{z} = -\frac{DD'}{f'}; \quad \beta = -\frac{D}{D'} \frac{z'}{z}.$$

Optické zobrazení - čočky

