

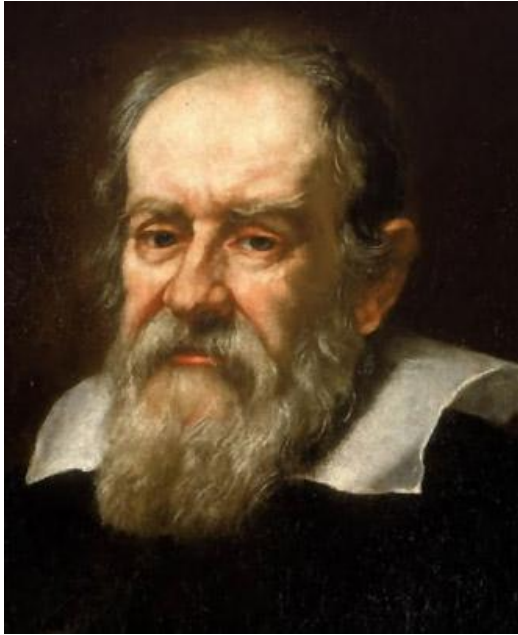


GEOMETRICKÁ OPTIKA II

Přednáška 2

Obsah

- Zobrazení zrcadly. Soustava sférických zrcadel.



Galileo Galilei
(15. února 1564,
Pisa – 8. ledna
1642, Arcetri)
italský (toskánský)
fyzik a astronom.

Filozofie je zapsána do této veliké knihy, tj. vesmíru, který je neustále vystaven našemu pohledu, ale nemůže být pochopen, pokud se nejprve nenaučíme jeho jazyku, v němž je zapsán.

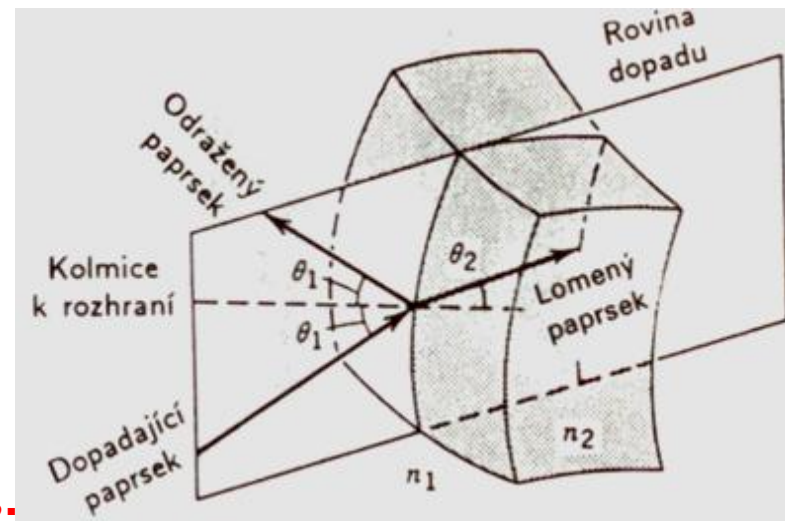
Jeho jazykem je jazyk matematiky a jeho znaky jsou trojúhelníky, kruhy a další geometrické obrazce, bez nichž by nebylo možno sestavit byť jediné slovo.

Bez těchto znaků a slov vesmírem člověk bloudí jako temným labyrintem.

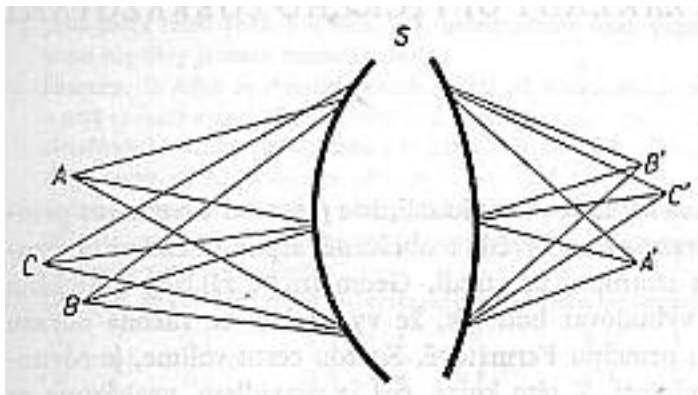
Optické zobrazování - úvod

Z Fermatova principu vyplývá:

- **v homogenním prostředí paprsky šíří přímočaře,**
- **odražený paprsek leží v rovině dopadu; úhel odrazu se rovná úhlu dopadu,**
- **lomený paprsek leží v rovině dopadu; úhel lomu θ_2 se vztahuje k úhlu dopadu θ_1 Snellovým zákonem $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.**



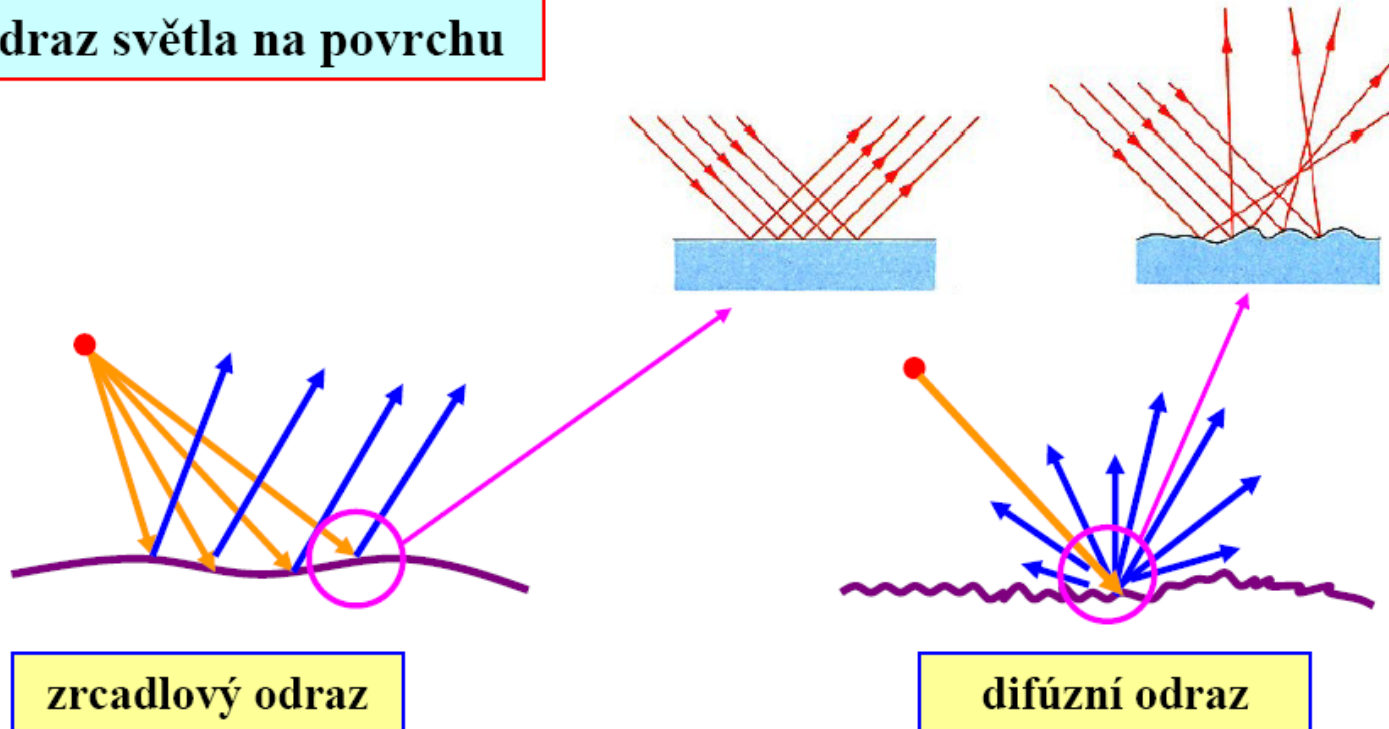
Optické zobrazování – úkolem je umožnit viditelnost předmětů na jiném místě, a to buď ve stejné velikosti, nebo zvětšeně (resp. zmenšeně).



Z každého (**předmětového**) bodu A, B, C... svítícího (osvětleného) objektu vychází svazek světelných paprsků. Procházejí-li tyto svazky optickou soustavou S, transformují se na nové svazky s vrcholy A', B', C' ... A', B', C' ... nazýváme **obrazy bodů** A, B, C... a obrazem předmětu je souhrn obrazů jednotlivých bodů předmětu.

Optické zobrazení - Odraz světla na povrchu

Odraz světla na povrchu



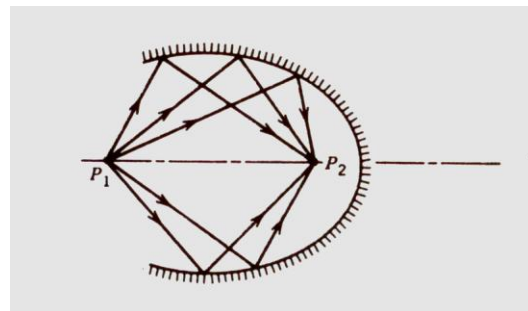
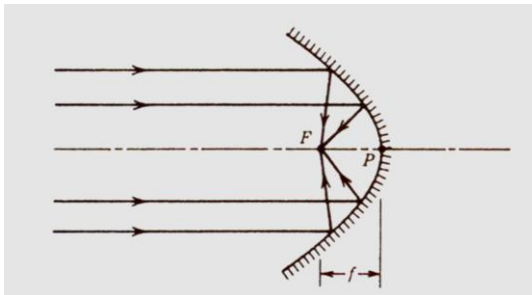
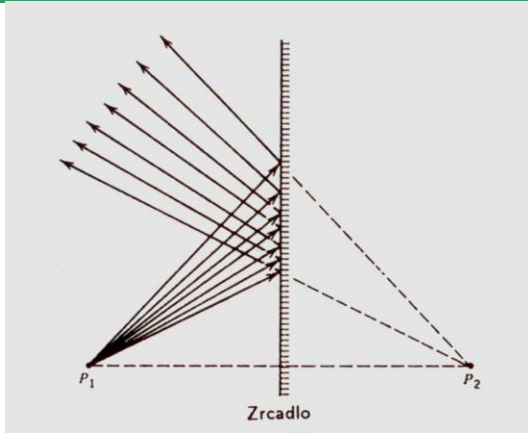
zrcadlový odraz

difúzní odraz

- ⊕ pro hladké (leštěné) povrchy s drsností menší nežli vlnová délka světla
- ⊕ dopadající svazek paprsků je odražen podle zákona odrazu

- ⊕ pro drsné (neleštěné) povrchy s drsností větší nežli vlnová délka světla
- ⊕ dopadající paprsky jsou odraženy do všech směrů s různou intenzitou

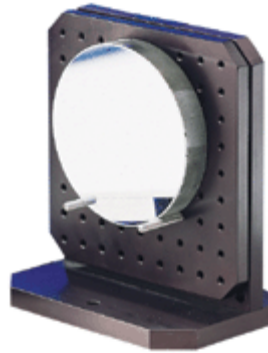
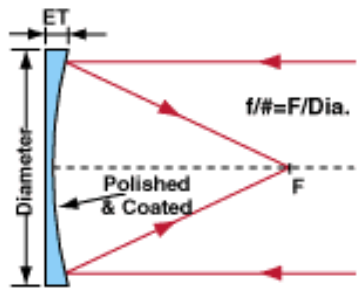
Jednoduché optické prvky - Zrcadla



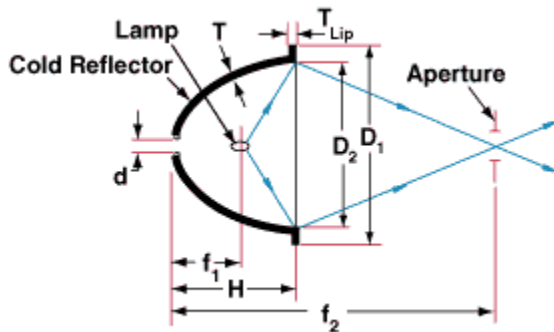
- **Rovinná zrcadla** odráží paprsky vycházející z bodu P_1 tak, že odražené paprsky jeví jako vycházející z bodu P_2 , který leží za zrcadlem a nazývá se obraz.
- **Parabolická zrcadla** soustřeďují všechny paprsky dopadající rovnoběžně s osou paraboloidu do jediného bodu zvané **ohnisko**. Vzdálenost $|PF| = f$ se nazývá **ohnisková vzdálenost**. (kolektory/reflektory světla)
- **Eliptická zrcadla** odrážejí všechny paprsky z jednoho z jeho dvou ohnisek (např. P_1) a zobrazují toto ohnisko do druhého ohniska. Vzdálenosti které světlo proběhne z bodu P_1 do bodu P_2 podle kterékoli dráhy, jsou v souladu s Heroovým principem stejné.

Optické zobrazení - Zrcadla - příklady

Paraboloidická zrcadla:

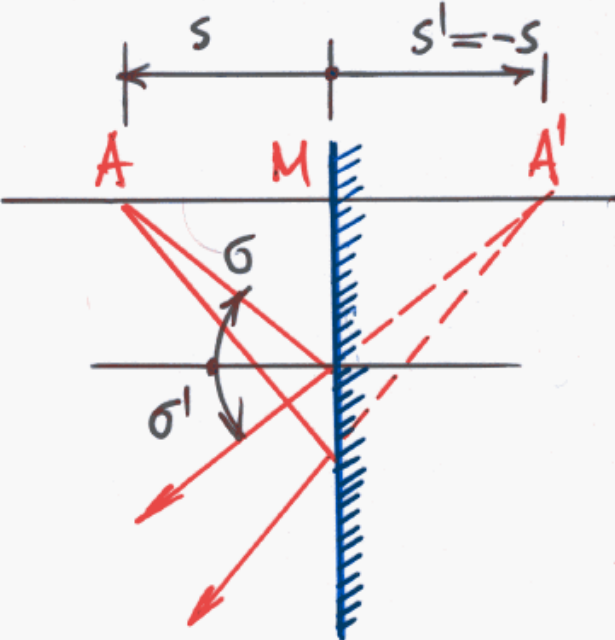


Elipsoidická (eliptická) zrcadla:



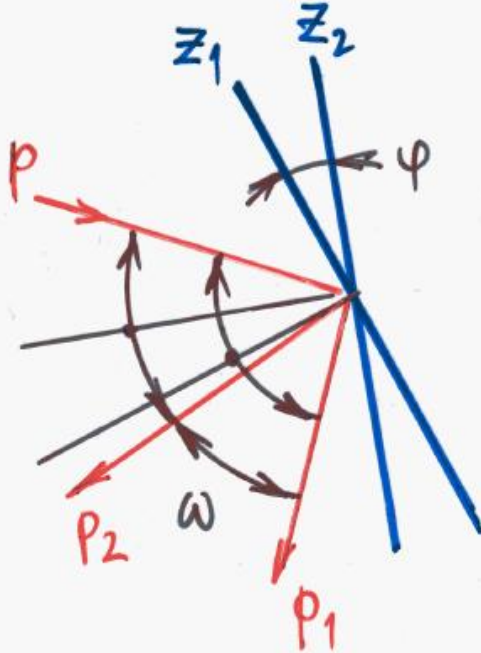
Optické zobrazení

Odraz paprsků od rovinné plochy



$$\eta' = -\eta$$

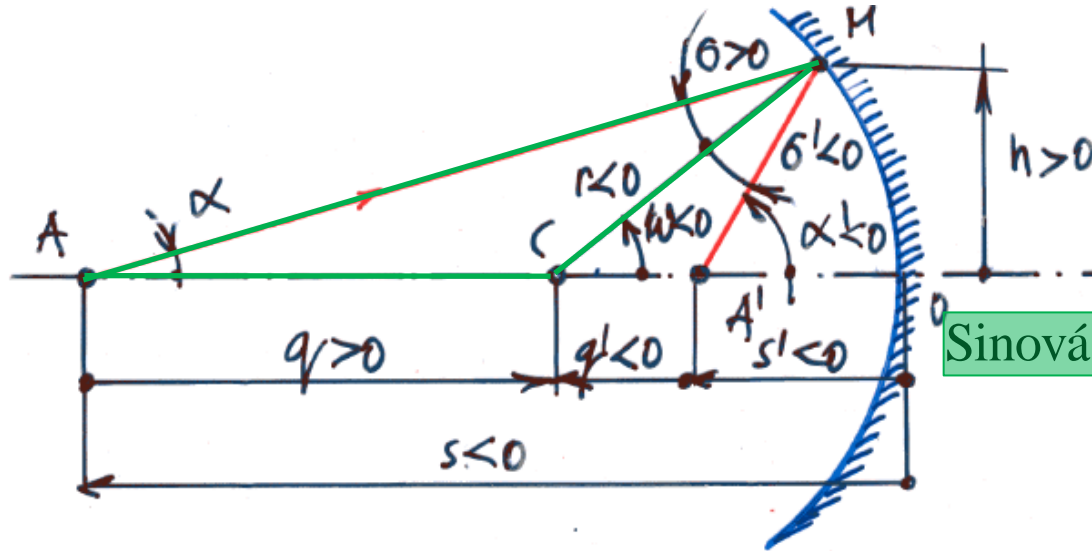
$$\sigma' = -\sigma$$



$$\omega = 2\varphi$$

Optické zobrazení

Odraz paprsků od kulové plochy



Známe α , s hledáme α' , s'

$$\sin \sigma = \frac{q}{r} \sin \alpha,$$

Sinová věta: $\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{q}{\sin \sigma} \Rightarrow \sin \sigma = \frac{q}{r} \sin \alpha.$

$$\sin \sigma = \frac{q}{r} \sin \alpha,$$

$$\sigma' = -\sigma; \quad \omega = \alpha - \sigma;$$

$$\alpha' = \omega + \sigma';$$

$$q' = r \frac{\sin \sigma'}{\sin \alpha'};$$

$$\alpha' = \alpha + 2\sigma';$$

$$s' = r - q'.$$

Porovnání s rovnicemi pro lom paprsku na kulové ploše:

$$\sin \sigma = \frac{q}{r} \sin \alpha, \quad \sin \sigma' = \frac{n}{n'} \sin \sigma,$$

$$q = r - s; \quad q' = r \frac{\sin \alpha'}{\sin \sigma'},$$

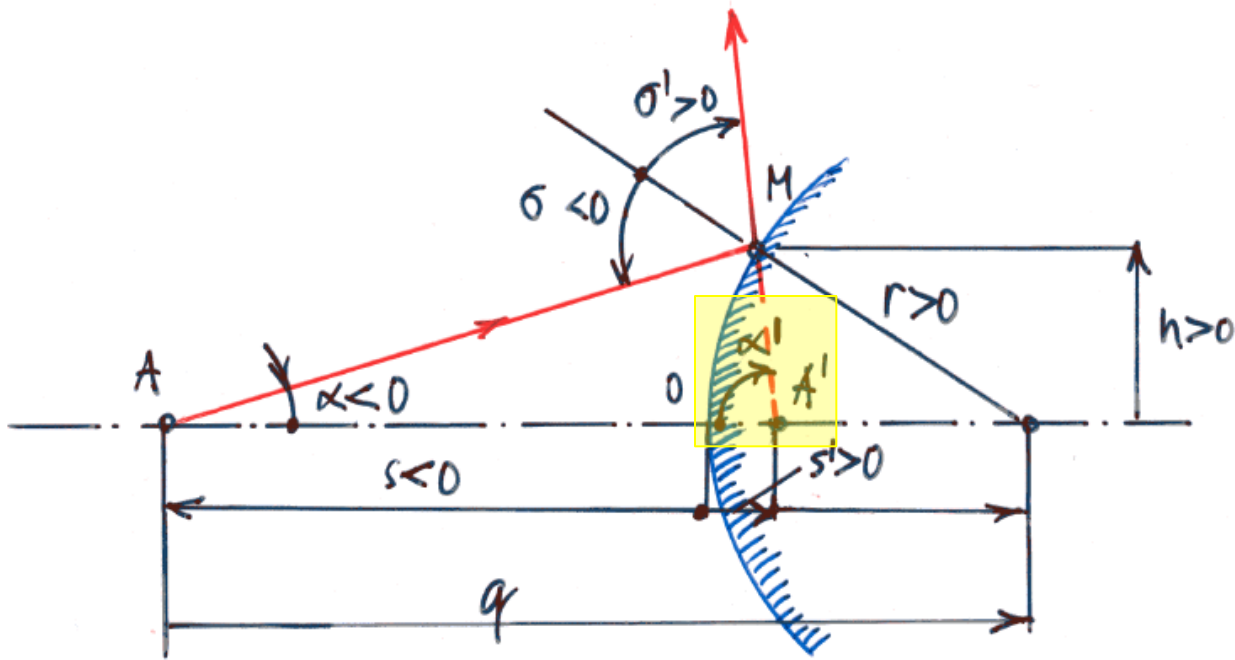
$$\alpha' = \alpha + \sigma' - \sigma, \quad s' = r - q'.$$

Při odrazu platí:

$$n = -n'$$

Optické zobrazení

Odraz paprsků na kulové ploše



$$\sin \sigma = \frac{q}{r} \sin \alpha ; \quad q = r - s ;$$

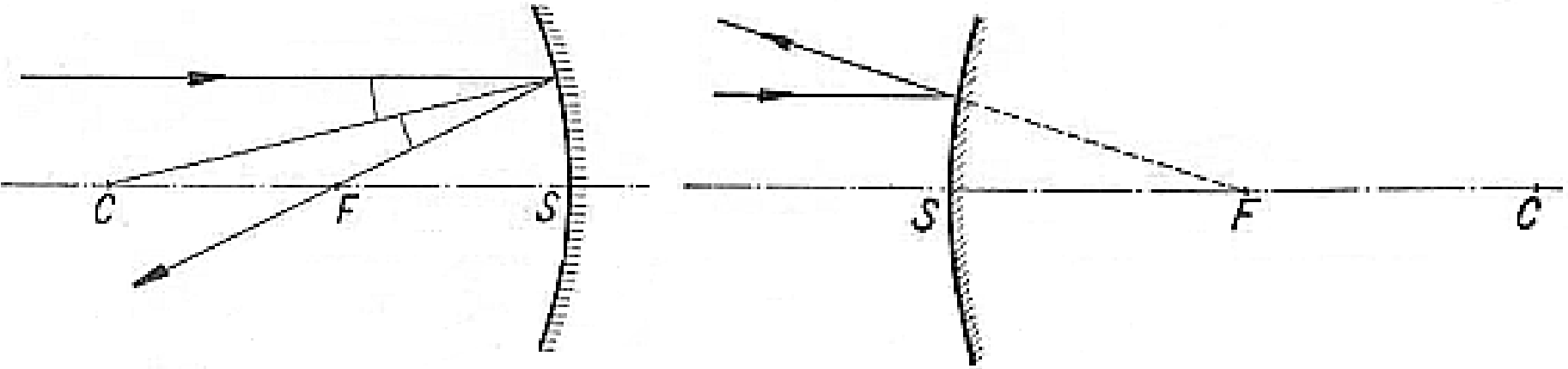
$$\sigma' = -\sigma ; \quad \omega = \alpha - \sigma ; \quad \alpha' = \omega + \sigma' ;$$

$$\underline{\alpha'} = \alpha + 2\sigma' ; \quad q' = r \frac{\sin \sigma'}{\sin \alpha'} ;$$

$$\underline{s'} = r - q'$$

Optické zobrazení - Sférické zrcadlo

- Má podobné zobrazovací vlastnosti jako tenká čočka nebo jedna lámavá plocha.
- Odraz paprsku rovnoběžného s osou na konkávním a konvexním zrcadle:



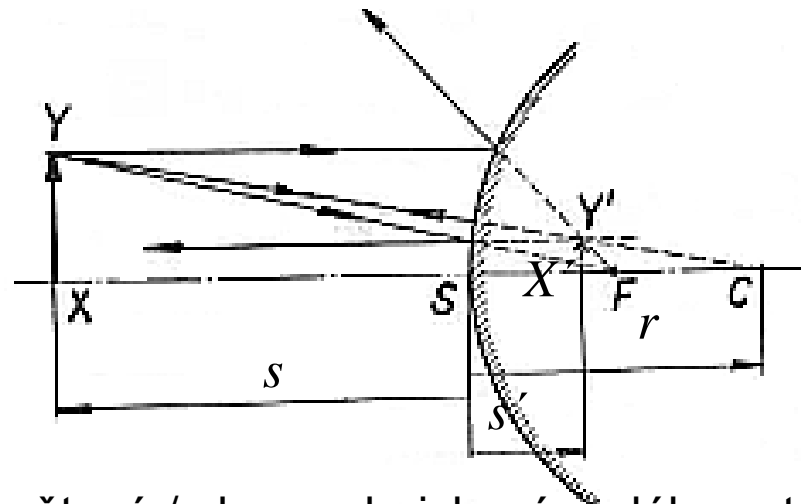
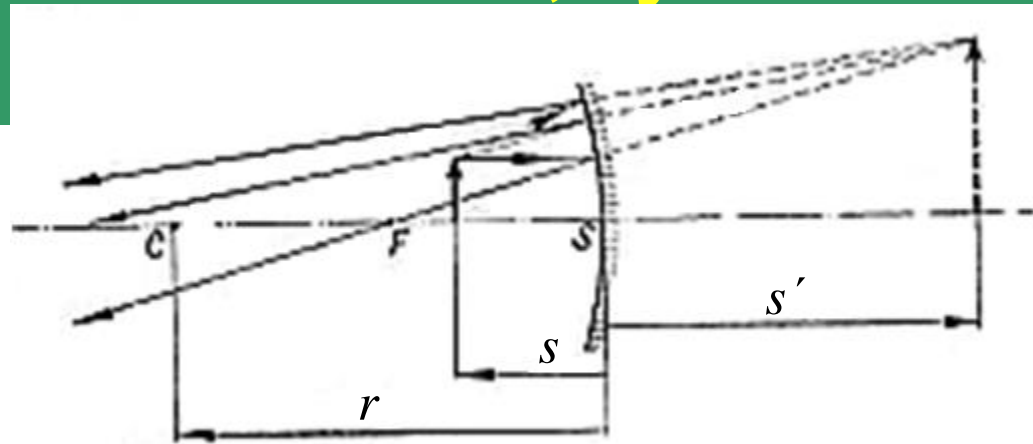
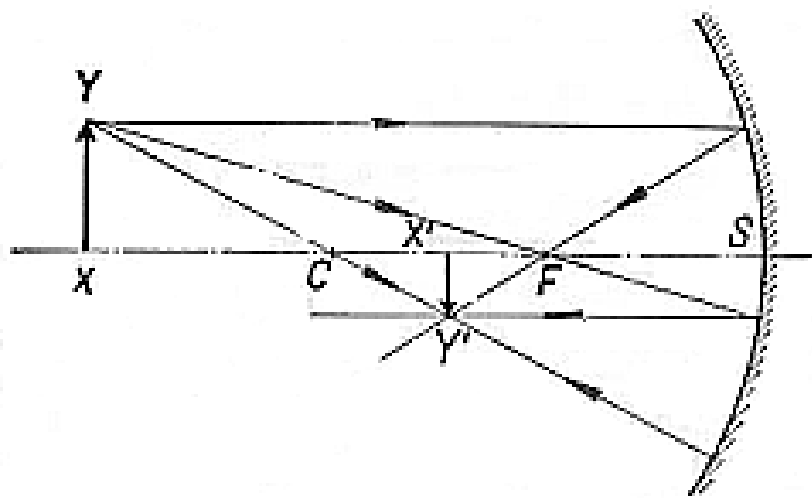
- Platí zákon odrazu (jednodušší výpočet).
- Pro paraxiální paprsky:

$$f = \overline{FS} = \frac{1}{2} \overline{CS}, \text{ nebo } f = -\frac{1}{2} r;$$

- Ohnisková vzdálenost dutého (konkávního) zrcadla je kladná (chová se jako spojná čočka).
- Ohnisková vzdálenost vypuklého (konvexního) zrcadla je záporná.

Optické zobrazení - Sférické zrcadlo, vytvoření obrazu

- Vytvoření obrazu dutým zrcadlem:



Pro paraxiální paprsky platí
(vrcholová zobrazovací rovnice zrcadla):

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r};$$

$$s' = \frac{rs}{2s - r}.$$

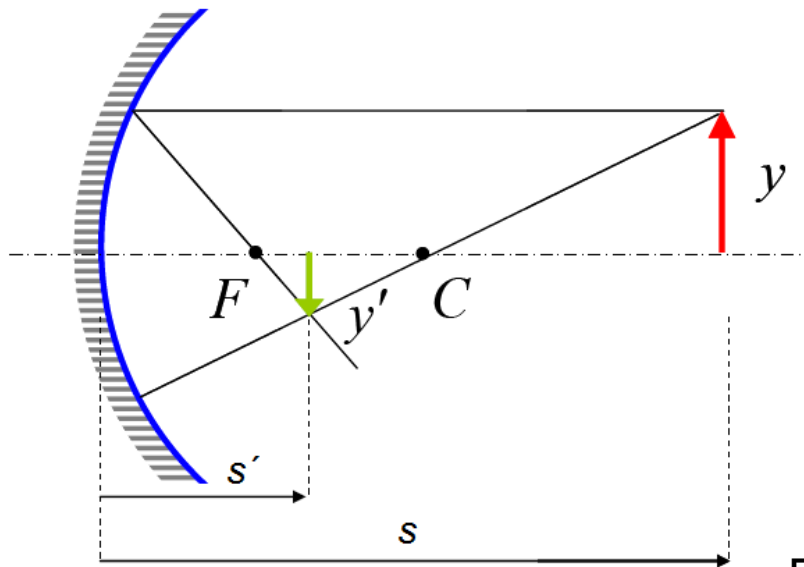
Předmětová / obraz. ohnisková vzdálenost:

$$s = f, s' \rightarrow \infty, f = -\frac{r}{2};$$

$$s \rightarrow \infty, s' = f', f' = -\frac{r}{2}.$$

Optické zobrazení - Sférické zrcadlo, Příklad

Předmět je umístěn ve vzdálenosti $s = 2r$ od vydutého sférického zrcadla, kde r je poloměr křivosti zrcadla. Sestrojte zobrazení předmětu.



Pro paraxiální paprsky platí
(vrcholová zobrazovací rovnice zrcadla):

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$

z čeho podle obrázku plyne: $s' = \frac{2}{3}r$.

Pro velikost obrazu y' plyne:

$$y' = my = y \frac{f}{f - s} = -\frac{s'}{s} y = -\frac{y}{3}$$

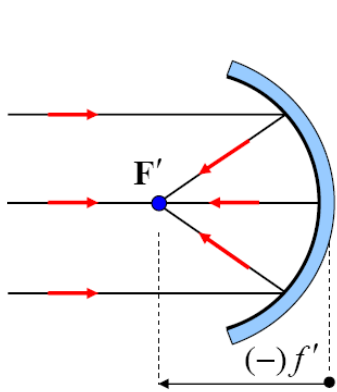
Optické zobrazení - Sférické zrcadlo, vytvoření obrazu

- Obě ohniskové vzdálenosti (předmětová, obrazová) jsou stejné.
- Předmětové i obrazové ohnisko splývá s bodem, který půlí vzdálenost mezi vrcholem a středem.
- Hlavní body splývají s vrcholem S a uzlové se středem křivosti C .
- Duté zrcadlo ($r < 0$) má spojné účinky, jeho optická mohutnost

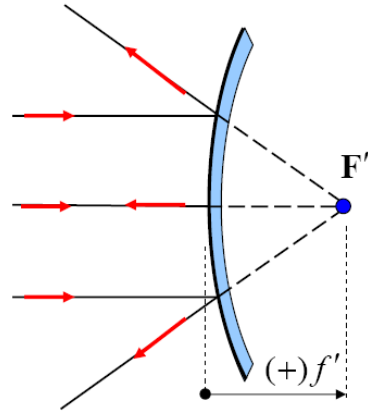
$$\Phi = \frac{1}{f'} = \frac{-2}{r}.$$

Optické zobrazení - Katoptrické a dioptrické soustavy

Katoptrické (zrcadlové) soustavy

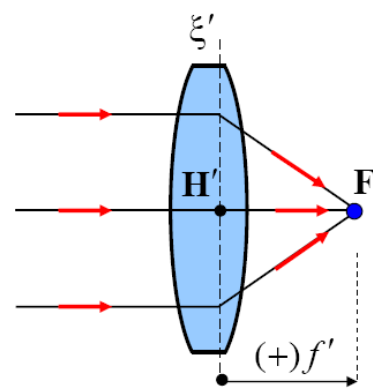


kolektivní (spojná)
soustava
 $f' < 0$ $f < 0$

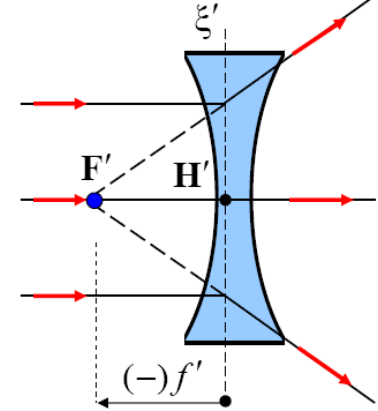


dispanzivní (rozptylná)
soustava
 $f' > 0$ $f > 0$

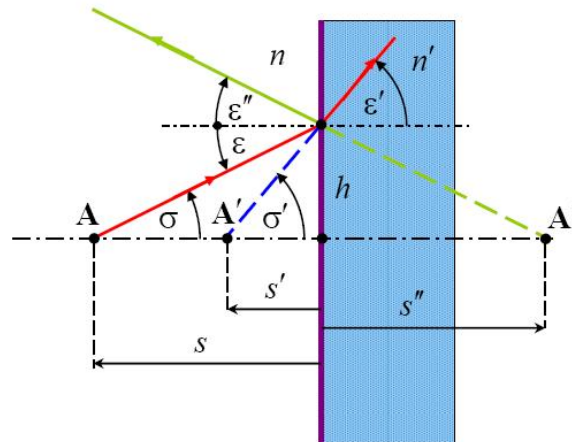
Dioptrické (čočkové) soustavy



kolektivní (spojná)
soustava
 $f' > 0$ $f < 0$



dispanzivní (rozptylná)
soustava
 $f' < 0$ $f > 0$



$$\varepsilon = \sigma \quad n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'$$

$$\varepsilon' = \sigma'$$

$$\varepsilon'' = -\varepsilon$$

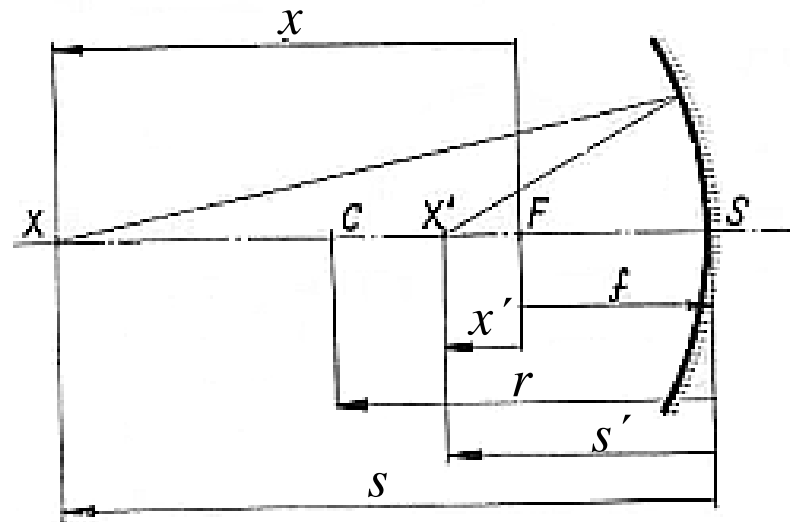
$$s' = \frac{h}{\operatorname{tg} \sigma'} = s \frac{\operatorname{tg} \sigma}{\operatorname{tg} \sigma'}$$

$$s'' = \frac{h}{\operatorname{tg} \varepsilon''} = -\frac{h}{\operatorname{tg} \sigma} = -s$$

lom

odraz

Optické zobrazení - Sférické zrcadlo, zobrazovací rovnice



- Platí podobné zobrazovací rovnice jak v případě lámavých ploch:

$$s = x - f, \quad s' = x' - f;$$

dosazením do $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$, vychází:

$$\frac{1}{x' - f} + \frac{1}{x - f} = \frac{2}{r}$$

$$= -\frac{1}{f};$$

po úpravě:

$$xx' = f^2.$$

- Pro příčné zvětšení platí:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}.$$

Poloha předmětu	Poloha obrazu	Obraz
mezi $+\infty$ a C $2f \leq s \leq +\infty$	mezi F a C $f \leq s' \leq 2f$	reálný, převrácený, zmenšený $0 \leq \beta \leq -1$
v C $s = 2f$	v C $s' = 2f$	reálný, převrácený, stejně veliký $\beta = -1$
mezi C a F $f \leq s \leq 2f$	mezi C a $+\infty$ $2f \leq s' \leq +\infty$	reálný, převrácený, zvětšený $-1 \leq \beta \leq -\infty$
mezi F a S $0 \leq s \leq f$	mezi $-\infty$ a S $0 \leq s' \leq -\infty$	virtuální, vzpřímený, zvětšený $+\infty \leq \beta \leq +1$

Pozn.: Konvexní zrcadlo dává zmenšený virtuální obraz.

Optické zobrazení - Katoptrické a dioptrické soustavy

Zobrazení odrazem na kulové ploše (zrcadla)

ohnisková vzdálenost

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \quad n' = -n$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} = \varphi$$

$$s' = \frac{rs}{2s - r}$$

$$f = f' = \frac{r}{2}$$

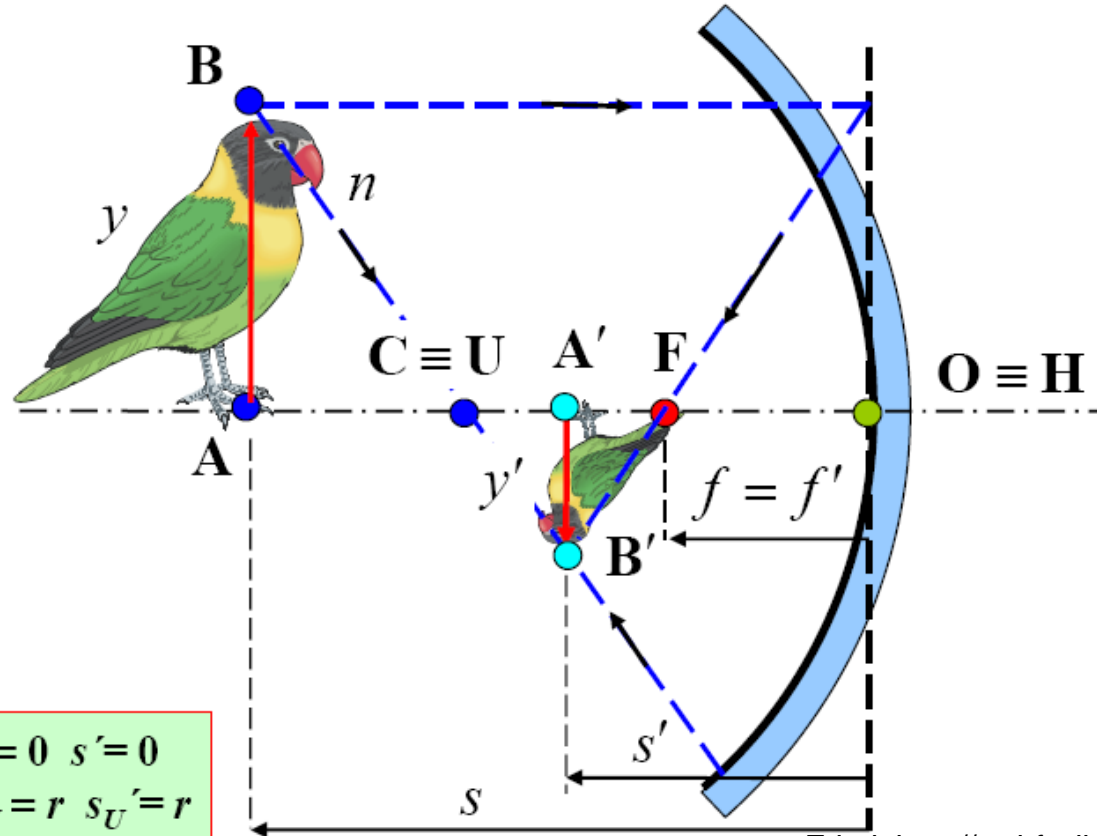
příčné zvětšení

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = \frac{r}{r - 2s}$$

úhlové zvětšení

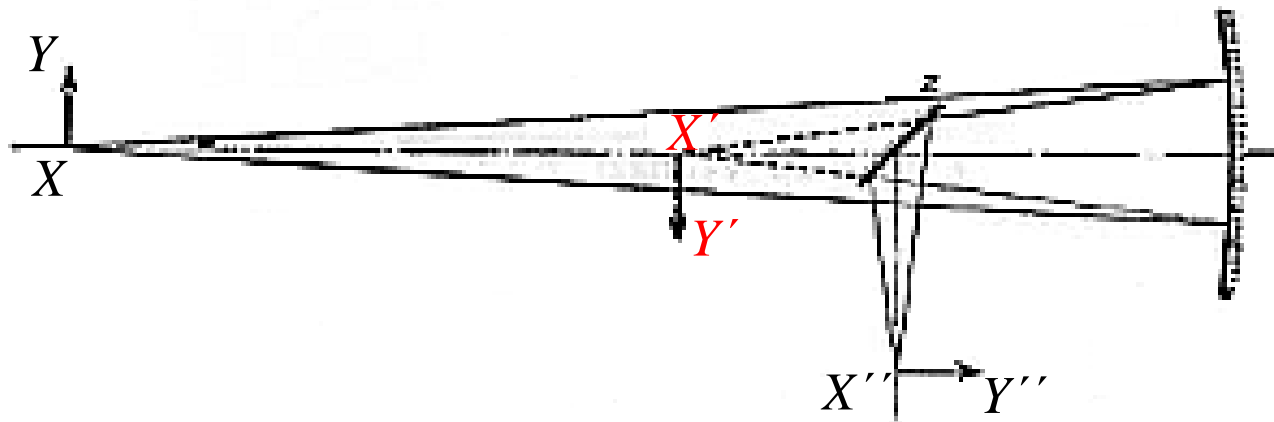
$$\gamma = \frac{\sigma'}{\sigma} = -\frac{1}{m}$$

$m = +1$... hlavní body $\rightarrow s = 0 \quad s' = 0$
 $\gamma = +1$... uzlové body $\rightarrow s_U = r \quad s_U' = r$

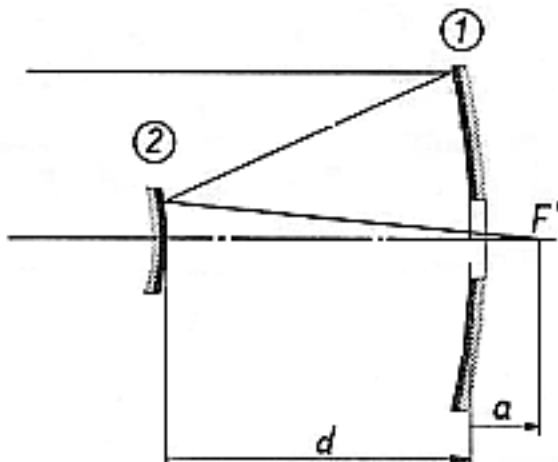


Optické zobrazení - Soustava dvou zrcadel

-Zobrazení jedním zrcadlem je často nevýhodné kvůli tomu, že se skutečný obraz vytváří na téže straně zrcadla, jako je předmět, což stěžuje pozorování tohoto obrazu. Výhodnější polohu obrazu můžeme dosáhnout použitím dvou zrcadel.



Použití rovinného zrcadla z.



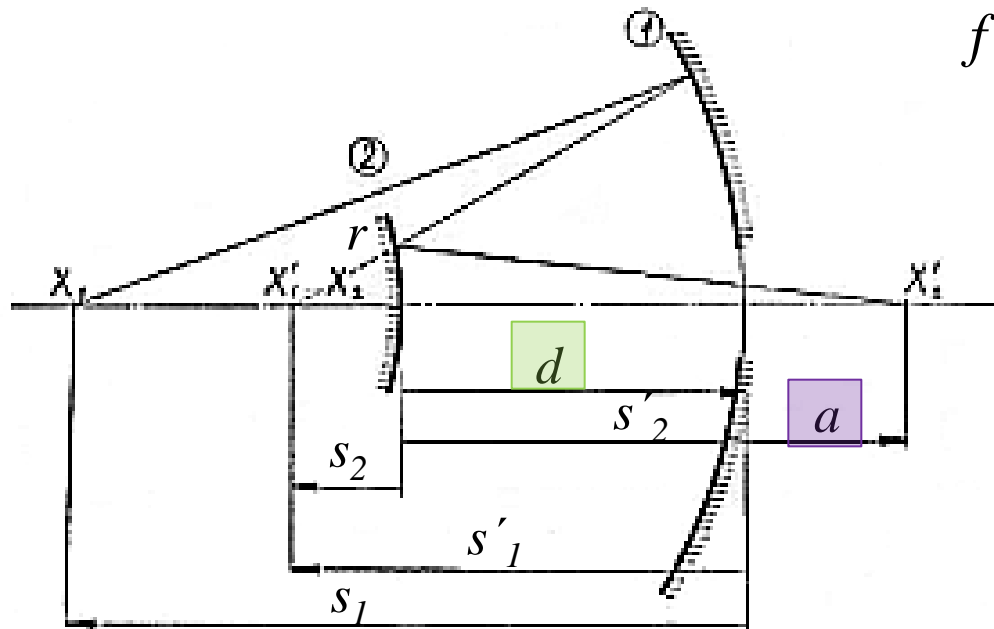
Výhodnější je použít **centrované soustavy dvou zrcadel**, z nichž jedno musí být opatřeno otvorem. Tím se dosáhne toho, že **se skutečný obraz vytvoří v témže směru, v jakém postupuje světlo od předmětu**, tj. stejným způsobem, jak tomu bylo při zobrazování čočkami.

U této soustavy je třeba znát **polohu obrazového ohniska a ohniskovou vzdálenost**, určíme je stejným postupem jako u soustavy dvou čoček.

Optické zobrazení - Soustava dvou zrcadel

Má-li zrcadlo 1 ohniskovou vzdálenost f_1 , zrcadlo 2 ohniskovou vzdálenost f_2 a je-li vzdálenost zrcadel d platí pro ohniskovou vzdálenost soustavy:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}, \text{ kde } f_1 = -\frac{r_1}{2}, f_2 = -\frac{r_2}{2};$$



$$d + a = \frac{(f_1 - d) f_2}{f_1 + f_2 - d},$$

$$a = f - d = \frac{f_2 d}{f_1 + f_2 - d}.$$

Příklad: pro $r_1 = -100$ (konkávní zrcadlo) a $r_2 = 20$ (konvexní zrcadlo) je $f_1 = 50$ a $f_2 = -10$.

Pak pro $d = 45$ vychází $f = -500 / -1 = 500$, a $a = 500 - 45 - (410 / 1) = 49$.

Optické zobrazení - Soustava dvou zrcadel

V praxi je většinou předepsána ohnisková vzdálenost f soustavy, vzdálenost d vrcholů obou zrcadel a vzdálenost a obrazového ohniska od prvního zrcadla; mají se určit poloměry křivosti obou zrcadel.

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \Rightarrow f_2 = \frac{f(d - f_1)}{f - f_1}, \text{ a dosazením do } a = \frac{f_2 d}{f_1 + f_2 - d}, \text{ dostaneme}^*$$

$$f_1 = \frac{d}{1 - \frac{d+a}{f}} = \frac{fd}{f - d - a}; \quad f_2 = \frac{(a+d)d}{a + 2d - f}.$$

Pro poloměry křivosti (z rovnic: $f_1 = -\frac{r_1}{2}$, $f_2 = -\frac{r_2}{2}$;) plyne:

$$r_1 = -2f_1 = \frac{2fd}{a + d - f}; \quad r_2 = -2f_2 = \frac{2(a+d)d}{f - a - 2d}.$$

* Pro odvození viz Fuka/Havelka: Optika I str. 184.

Optické zobrazení - Soustava dvou zrcadel – příklad využití

Reflexní objektivy – konfigurace Schwarzschild

