Užití determinantů.

Lenka Přibylová

15. listopadu 2010

Obsah

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

Všimněte si zápisu. Počítáme determinant matice, v zadání se mluví o matici, proto kulaté závorky, v řešení již počítáme determinant, proto rovné čáry. Stejně tak bychom mohli determinant napsat jako $\det \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5 \cdot 2$$

Křížovým pravidlem: násobíme prvky na hlavní diagonále

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5 \cdot 2 - 1 \cdot 4$$

a odečteme součin prvků na vedlejší diagonále.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5 \cdot 2 - 1 \cdot 4 = 6$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} =$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} = 5 \cdot 8$$

Křížovým pravidlem: násobíme prvky na hlavní diagonále

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} = 5 \cdot 8 - 10 \cdot 4$$

a odečteme součin prvků na vedlejší diagonále.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} = 5 \cdot 8 - 10 \cdot 4 = 0$$

Všimněte si, že řádky matice jsou lineárně závislé vektory, druhý je dvojnásobkem prvního. Matice je v takovém případě tzv. singulární (není regulární) a nutně musí mít nulový determinant, prohlédněte si proč.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{pmatrix}$.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{vmatrix} =$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{vmatrix} = \cos(2x) \cdot \cos(2x)$$

Křížovým pravidlem: násobíme prvky na hlavní diagonále

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{vmatrix} = \cos(2x) \cdot \cos(2x) - (-\sin(2x)) \cdot \sin(2x)$$

a odečteme součin prvků na vedlejší diagonále.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{vmatrix} = \cos(2x) \cdot \cos(2x) - (-\sin(2x)) \cdot \sin(2x)$$

$$= \cos^2(2x) + \sin^2(2x) =$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\sin(2x) & \cos(2x) \end{vmatrix} = \cos(2x) \cdot \cos(2x) - (-\sin(2x)) \cdot \sin(2x)$$

$$= \cos^2(2x) + \sin^2(2x) = 1$$

Vzorec je důsledkem Pythagorovy věty v trojúhelníku s přeponou jednotkové délky, platí pro libovolný úhel.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ \color{blue}{3} & \color{blue}{4} & \color{blue}{1} \\ \color{blue}{7} & \color{blue}{-2} & \color{blue}{0} \end{array}$$

Sepíšeme první dva řádky pod determinant jako pomocné.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \quad 3 \cdot (-2) \cdot 1$$
$$\begin{matrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \end{matrix}$$

Sečteme součiny ve směru hlavní diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} \left|\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 1 \\ \color{red}{7} & -2 & 0 \\ 1 & \color{red}{1} & 1 \end{array}\right| \\ \begin{array}{ccc} 3 & 4 & \color{red}{1} \\ 7 & -2 & 0 \end{array} \end{array} = \quad 3 \cdot (-2) \cdot 1 \color{red}{+ 7 \cdot 1 \cdot 1}$$

Sečteme součiny ve směru hlavní diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2) \cdot 1 + 7 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 \cdot 0$$
$$\begin{matrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \end{matrix}$$

Sečteme součiny ve směru hlavní diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} \left|\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}\right| \\ \begin{array}{ccc} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \end{array} \end{array} = \begin{array}{l} 3 \cdot (-2) \cdot 1 + 7 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 \cdot 0 \\ - 1 \cdot (-2) \cdot 1 \end{array}$$

Odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \end{array} = \begin{array}{l} 3\cdot(-2)\cdot 1 + 7\cdot 1\cdot 1 + 1\cdot 4\cdot 0 \\ -1\cdot(-2)\cdot 1 - 3\cdot 1\cdot 0 \end{array}$$

Odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ = \\ \\ \end{matrix} \begin{array}{l} 3\cdot(-2)\cdot 1 + 7\cdot 1\cdot 1 + 1\cdot 4\cdot 0 \\ -1\cdot(-2)\cdot 1 - 3\cdot 1\cdot 0 - 7\cdot 4\cdot 1 \end{array}$$
$$\begin{matrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \end{matrix}$$

Odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{|ccc|} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} = \begin{array}{l} 3 \cdot (-2) \cdot 1 + 7 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 \cdot 0 \\ - 1 \cdot (-2) \cdot 1 - 3 \cdot 1 \cdot 0 - 7 \cdot 4 \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \end{array}$$

$$= -6 + 7 + 0 - (-2) - 0 - 28$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{|ccc|} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \begin{array}{c} \\ = \\ \end{array} \begin{array}{l} 3\cdot(-2)\cdot 1 + 7\cdot 1\cdot 1 + 1\cdot 4\cdot 0 \\ -1\cdot(-2)\cdot 1 - 3\cdot 1\cdot 0 - 7\cdot 4\cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 1 \\ 7 & -2 & 0 \end{array}$$

$$= -6 + 7 + 0 - (-2) - 0 - 28 = -25$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} \left| \begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{array} \right| \\ \begin{array}{ccc} \color{blue}{3} & \color{blue}{-2} & \color{blue}{1} \\ \color{blue}{2} & \color{blue}{-1} & \color{blue}{3} \end{array} \end{array}$$

Sepíšeme první dva řádky pod determinant jako pomocné.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} \left|\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{array}\right| \\ \begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{array} \end{array} = \quad 3 \cdot (-1) \cdot 5$$

Sečteme součiny ve směru hlavní diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} \left|\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{array}\right| \\ \begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{array} \end{array} = \quad 3 \cdot (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 0 \cdot 1$$

Sečteme součiny ve směru hlavní diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} \left|\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{array}\right| \\ \begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{array} \end{array} = \quad 3 \cdot (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) \cdot 3$$

Sečteme součiny ve směru hlavní diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{|ccc|} 3 & -2 & \color{red}{1} \\ 2 & \color{red}{-1} & 3 \\ \color{red}{1} & 0 & 5 \end{array} = \begin{array}{l} 3\cdot(-1)\cdot 5 + 2\cdot 0\cdot 1 + 1\cdot(-2)\cdot 3 \\ \color{red}{-\,1\cdot(-1)\cdot 1} \end{array}$$
$$\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{array}$$

Odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{ccc} \left|\begin{matrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{matrix}\right| \\ \begin{matrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{matrix} \end{array} = \begin{array}{l} 3 \cdot (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) \cdot 3 \\ -1 \cdot (-1) \cdot 1 - 3 \cdot 0 \cdot 3 \end{array}$$

Odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{|ccc|} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & \color{red}{5} \\ \hline 3 & \color{red}{-2} & 1 \\ \color{red}{2} & -1 & 3 \end{array} = \begin{array}{l} 3\cdot(-1)\cdot 5 + 2\cdot 0\cdot 1 + 1\cdot(-2)\cdot 3 \\ -1\cdot(-1)\cdot 1 - 3\cdot 0\cdot 3 \color{red}{- 2\cdot(-2)\cdot 5} \end{array}$$

Odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{|ccc|} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{array} = \begin{array}{l} 3\cdot(-1)\cdot 5 + 2\cdot 0\cdot 1 + 1\cdot(-2)\cdot 3 \\ -1\cdot(-1)\cdot 1 - 3\cdot 0\cdot 3 - 2\cdot(-2)\cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{array}$$

$$= -15 + 0 - 6 - (-1) - 0 - (-20)$$

Spočtěte determinant matice $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{array}{|ccc|} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{array} = \begin{array}{c} 3\cdot(-1)\cdot 5 + 2\cdot 0\cdot 1 + 1\cdot(-2)\cdot 3 \\ -1\cdot(-1)\cdot 1 - 3\cdot 0\cdot 3 - 2\cdot(-2)\cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{array}$$

$$= -15 + 0 - 6 - (-1) - 0 - (-20) = 0$$

Determinant je nulový, matice je tedy singulární, má lineárně závislé řádky.

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0.$

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \end{matrix}$$

Sepíšeme první dva řádky.

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} = -6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1$$

$$\begin{matrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \end{matrix}$$

Použijeme Sarussovo pravidlo.

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$.

Determinant $\quad \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{array}{|ccc|} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ \multicolumn{1}{c}{2} & -1 & \multicolumn{1}{c}{-\frac{1}{2}} \\ \multicolumn{1}{c}{-1} & 3 & \multicolumn{1}{c}{\frac{1}{2}} \end{array} = -6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{23}{4}$$

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0.$

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} = -6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{23}{4} \neq 0$$

$$\begin{matrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \end{matrix}$$

Jde o vlastní kuželosečku.

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0.$

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} = -6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{23}{4} \neq 0$$

$$\begin{matrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \end{matrix}$$

Determinant $\delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0.$

Determinant $\quad \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} = -6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{23}{4} \neq 0$$
$$\begin{matrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \end{matrix}$$

Determinant $\quad \delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 5 > 0,$

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$.

Determinant $\quad \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{array}{|ccc|} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ \hline 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \end{array} = -6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{23}{4} \neq 0$$

Determinant $\quad \delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 5 > 0,$

jde tedy o elipsu,

Klasifikujte kuželosečku $2x^2 - 2xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$.

Determinant $\quad \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{array}{|ccc|} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{array} = -6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{23}{4} \neq 0$$
$$\begin{array}{ccc} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 & \frac{1}{2} \end{array}$$

Determinant $\quad \delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 5 > 0,$

jde tedy o elipsu, je reálná, protože $(a_{11} + a_{22})\Delta = (2+3) \cdot (-\frac{23}{4}) < 0$.

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$
$$\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{matrix}$$

Sepíšeme první dva řádky.

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -15 - 4 - 4 + 5 - 4 - 12$$

$$\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{matrix}$$

Použijeme Sarussovo pravidlo.

$$\boxed{\text{Klasifikujte kuželosečku } x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0.}$$

Determinant $\quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \begin{array}{|ccc|} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ \end{array} = -15 - 4 - 4 + 5 - 4 - 12 = -34$$
$$\begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{array}$$

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -15 - 4 - 4 + 5 - 4 - 12 = -34 \neq 0$$
$$\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{matrix}$$

Jde o vlastní kuželosečku.

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Determinant $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \begin{array}{c} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \\ \begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{matrix} \end{array} = -15 - 4 - 4 + 5 - 4 - 12 = -34 \neq 0$$

Determinant $\delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Determinant $\quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -15 - 4 - 4 + 5 - 4 - 12 = -34 \neq 0$$

$$\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{matrix}$$

Determinant $\quad \delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = -9 < 0,$

Klasifikujte kuželosečku $x^2 - 4xy - 5y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$.

Determinant $\quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -15 - 4 - 4 + 5 - 4 - 12 = -34 \neq 0$$

$$\begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{matrix}$$

Determinant $\quad \delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = -9 < 0,$

jde tedy o hyperbolu.

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 \\ -R & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 \\ -R & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1+k & -R \\ -R & 0 \end{vmatrix}$$

Použijteme Laplaceův rozvoj determinantu podle 2. řádku.

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 \\ -R & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1+k & -R \\ -R & 0 \end{vmatrix} = -R^2$$

Použijeme křížové pravidlo.

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 \\ -R & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1+k & -R \\ -R & 0 \end{vmatrix} = -R^2 \neq 0$$

Jde o vlastní kuželosečku.

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 \\ -R & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1+k & -R \\ -R & 0 \end{vmatrix} = -R^2 \neq 0$$

Determinant $\delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 \\ -R & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1+k & -R \\ -R & 0 \end{vmatrix} = -R^2 \neq 0$$

Determinant $\quad \delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + k,$

Použijeme křížové pravidlo.

Ukažte, že $y^2 - 2Rx + (1+k)x^2 = 0$ je hyperbola, elipsa nebo parabola, určete, pro které hodnoty parametru k.

Determinant
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 \\ -R & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1+k & -R \\ -R & 0 \end{vmatrix} = -R^2 \neq 0$$

Determinant $\quad \delta = \begin{vmatrix} 1+k & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1+k,$

jde tedy

- o hyperbolu pro $k < -1$,
- o parabolu pro $k = -1$,
- o elipsu pro $k > -1$

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

$$\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix} =$$

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

$$\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{A_1^2 A_2^2} -$$

Křížovým pravidlem: násobíme prvky na hlavní diagonále

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

$$\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{A_1^2 A_2^2} - \frac{\cos^2\varphi}{A_1^2 A_2^2} =$$

a odečteme součin prvků na vedlejší diagonále.

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

$$\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{A_1^2 A_2^2} - \frac{\cos^2\varphi}{A_1^2 A_2^2} = \frac{\sin^2\varphi}{A_1^2 A_2^2}$$

Z Pythagorovy věty $1 - \cos^2\varphi = \sin^2\varphi$.

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

$$\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{A_1^2A_2^2} - \frac{\cos^2\varphi}{A_1^2A_2^2} = \frac{\sin^2\varphi}{A_1^2A_2^2} \geq 0$$

$\sin^2\varphi \geq 0.$

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

$$\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{A_1^2A_2^2} - \frac{\cos^2\varphi}{A_1^2A_2^2} = \frac{\sin^2\varphi}{A_1^2A_2^2} \geq 0$$

Rovnost nastává pouze v případě $\varphi = k\pi$, tj. v případě, že $\varphi_2 = \varphi_1 + k\pi$, tj. počáteční fáze obou složek jsou v kolmých nebo rovnoběžných směrech. Protože pak také $\Delta = -\sin^2\varphi \cdot \delta = -\frac{\sin^4\varphi}{A_1^2A_2^2} = 0$, jde o degenerované totožné přímky.

Spočtěte invarianty kuželosečky $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & 0 \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sin^2\varphi \end{vmatrix}$ a $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix}$ a klasifikujte kuželosečku v závislosti na rozdílu počáteční fáze φ.

$$\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} \\ -\frac{\cos\varphi}{A_1A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{A_1^2A_2^2} - \frac{\cos^2\varphi}{A_1^2A_2^2} = \frac{\sin^2\varphi}{A_1^2A_2^2} \geq 0$$

Rovnost nastává pouze v případě $\varphi = k\pi$, tj. v případě, že $\varphi_2 = \varphi_1 + k\pi$, tj. počáteční fáze obou složek jsou v kolmých nebo rovnoběžných směrech. Protože pak také $\Delta = -\sin^2\varphi \cdot \delta = -\frac{\sin^4\varphi}{A_1^2A_2^2} = 0$, jde o degenerované totožné přímky.

V ostatních případech je výsledkem elipsa. Proto mluvíme o eliptické polarizaci.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1\\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0\\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+x_2-x_3 &= 0 \\ x_1-x_2+x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Nejdříve spočteme determinant matice soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 4 - 2 = 5$$

Matice je řádu 3, můžeme tedy použít Sarrussovo pravidlo.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= -1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 4 - 2 = 5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_1, který vznikne záměnou 1. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3-4-4-2=5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1-4+12-2+6+4=15$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3-4-4-2=5$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_1.

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1-4+12-2+6+4=15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3-4-4-2 = 5$$

$x_1 = 3,$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1-4+12-2+6+4 = 15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+ x_2- x_3 &= 0 \\ x_1- x_2+ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 4 - 2 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_2, který vznikne záměnou 2. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3-4-4-2 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2-4-6-2 = -14$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:
$$\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 4 - 2 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_2.

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 6 - 2 = -14$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = -\frac{14}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3-4-4-2 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2-4-6-2 = -14$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = -\frac{14}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 4 - 2 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

Napíšeme determinant D_3, který vznikne záměnou 3. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 4 - 2 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 4 - 8 = -18$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1+4x_2+2x_3 &= -1 \\ 2x_1+\ x_2-\ x_3 &= 0 \\ x_1-\ x_2+\ x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3-4-4-2 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_3.

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -2-4-4-8 = -18$$

$$\Rightarrow x_3 = \frac{D_3}{D} = -\frac{18}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu: $\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= -1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 3. \end{aligned}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 4 - 2 = 5$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{14}{5},\ x_3 = -\frac{18}{5}.$$

Máme výsledek.

KONEC