

Lineární kombinace vektorů

Lenka Příbylová

27. července 2006

Obsah

Najděte lineární kombinaci.	3
Vyjádřete vektor jako lin. kombinaci.	8

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4), u_2 = (2, 0, -5), u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = -1$$

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4), u_2 = (2, 0, -5), u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = -1$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

Napíšeme lineární kombinaci.

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4), u_2 = (2, 0, -5), u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = -1$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3 = 2(3, 1, 4) + 3(2, 0, -5) + (-1)(-2, 1, -1)$$

Dosadíme do lineární kombinace.

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4), u_2 = (2, 0, -5), u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = -1$$

$$\begin{aligned}\vec{v} &= k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3 = 2(3, 1, 4) + 3(2, 0, -5) + (-1)(-2, 1, -1) \\ &= (6 + 6 + 4, 2 + 0 - 1, 8 - 15 + 1)\end{aligned}$$

Rozepíšeme podle složek.

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4), u_2 = (2, 0, -5), u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = -1$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3 = 2(3, 1, 4) + 3(2, 0, -5) + (-1)(-2, 1, -1)$$

$$= (6 + 6 + 4, 2 + 0 - 1, 8 - 15 + 1) = (16, 1, -6).$$

Upravíme.

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

Napíšeme lineární kombinaci s neznámými k_1, k_2, k_3 .

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

Dosadíme vektory.

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2$$

Rozepíšeme vektorovou rovnici do tří skalárních rovnic. První složka...

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

... z první rovnice vyjádříme k_2 .

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow \quad k_2 = 1 + k_1$$

$$4 = k_1 + k_3$$

Druhá složka...

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$

...z druhé rovnice vyjádříme k_3 .

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$

$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

Třetí složka...

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$

$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$

... do třetí rovnice dosadíme z prvních dvou.

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$

$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$

$$-2 = 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1$$

Roznásobíme závorky,

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$

$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$

$$-2 = 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1$$

$$10 = 10k_1$$

zjednodušíme,

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$

$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$

$$-2 = 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1$$

$$10 = 10k_1$$

$$1 = k_1$$

vyjádříme k_1

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1 = 1 + 1 = 2$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1 = 4 - 1 = 3$$

$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$

$$-2 = 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1$$

$$10 = 10k_1$$

$$1 = k_1$$

a dosadíme do prvních dvou rovnic.

Vektor \vec{v} vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2), \vec{u}_1 = (-1, 1, 2), \vec{u}_2 = (1, 0, 4), \vec{u}_3 = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \quad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1 = 1 + 1 = 2$$

$$4 = k_1 + k_3 \quad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1 = 4 - 1 = 3$$

$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$

$$-2 = 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1$$

$$10 = 10k_1$$

$$1 = k_1 \quad \vec{v} = \vec{u}_1 + 2\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3$$

Zapíšeme hledanou lineární kombinaci.

Konec.