Úlohy ze střední školy

Lenka Přibylová

19. září 2006

Obsah

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

$$\frac{x+3-2(x-1)}{x-1} > 0$$

Abychom nemuseli rozdělovat úlohu na dvě části - kdy je $x-1$ kladné a kdy záporné, převedeme 2 nalevo. Pokud chcete násobit výrazem $x-1$, musíte si uvědomit, že v případě, že je záporný, obracíme znaménko nerovnosti.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

$$\frac{x+3-2(x-1)}{x-1} > 0$$

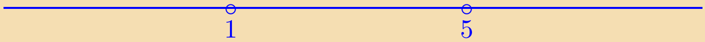
$$\frac{-x+5}{x-1} > 0$$

Upravíme.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

$$\frac{x+3-2(x-1)}{x-1} > 0$$

$$\frac{-x+5}{x-1} > 0$$



Součin či podíl je kladný, pokud jsou oba činitele kladné, nebo oba záporné. Hranicí jsou tedy čísla 5 v čitateli a 1 ve jmenovateli. Ani číslo 1 ani číslo 5 ale nerovnici nevyhovuje.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

$$\frac{x+3-2(x-1)}{x-1} > 0$$

$$\frac{-x+5}{x-1} > 0$$

Spočteme hodnotu levé strany např. v 0:

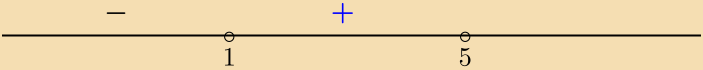
$$\frac{5}{-1} < 0,$$

nerovnice tedy není splněna.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

$$\frac{x+3-2(x-1)}{x-1} > 0$$

$$\frac{-x+5}{x-1} > 0$$



Spočteme hodnotu levé strany např. ve 2:

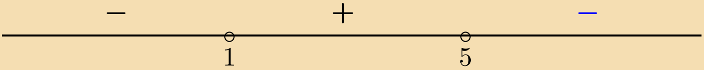
$$\frac{5}{1} > 0,$$

nerovnice je splněna.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

$$\frac{x+3-2(x-1)}{x-1} > 0$$

$$\frac{-x+5}{x-1} > 0$$



Spočteme hodnotu levé strany např. v 10:

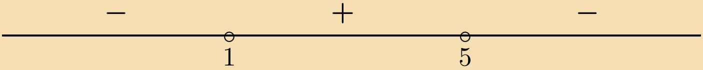
$$\frac{-5}{9} < 0,$$

nerovnice tedy není splněna.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+3}{x-1} > 2$

$$\frac{x+3-2(x-1)}{x-1} > 0$$

$$\frac{-x+5}{x-1} > 0$$



$x \in (1, 5)$.

Dostáváme takto interval, kde nerovnice platí.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+x^2}{3} \leq \dfrac{3+4x}{12}$

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+x^2}{3} \leq \dfrac{3+4x}{12}$

$$4x + 4x^2 \leq 3 + 4x$$

Můžeme násobit kladným číslem 12.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+x^2}{3} \leq \dfrac{3+4x}{12}$

$$4x + 4x^2 \leq 3 + 4x$$

$$4x^2 \leq 3$$

Odečteme $4x$.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+x^2}{3} \leq \dfrac{3+4x}{12}$

$$4x + 4x^2 \leq 3 + 4x$$

$$4x^2 \leq 3$$

$$x^2 \leq \frac{3}{4}$$

Upravíme

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+x^2}{3} \leq \dfrac{3+4x}{12}$

$$4x + 4x^2 \leq 3 + 4x$$

$$4x^2 \leq 3$$

$$x^2 \leq \frac{3}{4}$$

$$|x| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Při odmocnění vždy dostáváme kladné číslo, tedy absolutní hodnotu x.

Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+x^2}{3} \leq \dfrac{3+4x}{12}$

$$4x + 4x^2 \leq 3 + 4x$$

$$4x^2 \leq 3$$

$$x^2 \leq \frac{3}{4}$$

$$|x| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x \in \left\langle -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right\rangle$$

Řešte rovnici v $\mathbb{C}$: $x^3 - 3x^2 + 2x = 6$

Řešte rovnici v $\mathbb{C}$: $x^3 - 3x^2 + 2x = 6$

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$$

Převedeme všechny členy vlevo.

Řešte rovnici v $\mathbb{C}$: $x^3 - 3x^2 + 2x = 6$

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$x^2(x-3) + 2(x-3) = 0$$

Vytkneme z prvních dvou členů x^2, z druhých 2.

Řešte rovnici v $\mathbb{C}$: $x^3 - 3x^2 + 2x = 6$

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$x^2(x-3) + 2(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x^2+2) = 0$$

Vytkneme společnou závorku $(x-3)$.

Řešte rovnici v $\mathbb{C}$: $x^3 - 3x^2 + 2x = 6$

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$x^2(x-3) + 2(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x^2+2) = 0$$

$$x_1 = 3,$$

Součin je roven nule, pokud alespoň jeden činitel je roven nule.
První činitel je vynulován pro $x = 3$,

Řešte rovnici v $\mathbb{C}$: $x^3 - 3x^2 + 2x = 6$

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$x^2(x-3) + 2(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x^2+2) = 0$$

$$x_1 = 3, \quad x_{2,3} = \pm i\sqrt{2}$$

druhý pro $x^2 = -2$. Máme najít komplexní řešení. Protože $i^2 = -1$, platí $x^2 = -1 \cdot 2 = i^2 \cdot 2$, tedy $|x| = i\sqrt{2}$.

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$: $\log^2 x + \log x^2 = 3$

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$: $\log^2 x + \log x^2 = 3$

$$(\log x)^2 + 2\log x = 3$$

Použijeme vztah $\log a^b = b\log a$.

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$: $\log^2 x + \log x^2 = 3$

$$(\log x)^2 + 2\log x = 3$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

Zavedeme substituci $y = \log x$

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$: $\log^2 x + \log x^2 = 3$

$$(\log x)^2 + 2\log x = 3$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$(y+3)(y-1) = 0$$

Kvadratickou rovnici řešíme buď vzorcem, nebo rozkladem na součin.

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$: $\log^2 x + \log x^2 = 3$

$$(\log x)^2 + 2\log x = 3$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$(y+3)(y-1) = 0$$

$$y_1 = -3, \quad y_2 = 1$$

Součin je roven nule, pokud alespoň jeden činitel je roven nule.

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$: $\log^2 x + \log x^2 = 3$

$$(\log x)^2 + 2\log x = 3$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$(y+3)(y-1) = 0$$

$$y_1 = -3, \quad y_2 = 1$$

$$\log x_1 = -3, \quad \log x_2 = 1$$

Dosadíme zpátky ze substituce.

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$: $\log^2 x + \log x^2 = 3$

$$(\log x)^2 + 2\log x = 3$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$(y+3)(y-1) = 0$$

$$y_1 = -3, \quad y_2 = 1$$

$$\log x_1 = -3, \quad \log x_2 = 1$$

$$x_1 = 10^{-3}, \quad x_2 = 10.$$

Základem dekadického logaritmu je samozřejmě číslo 10. . .

Konec