

Želvy

$$n = 48$$

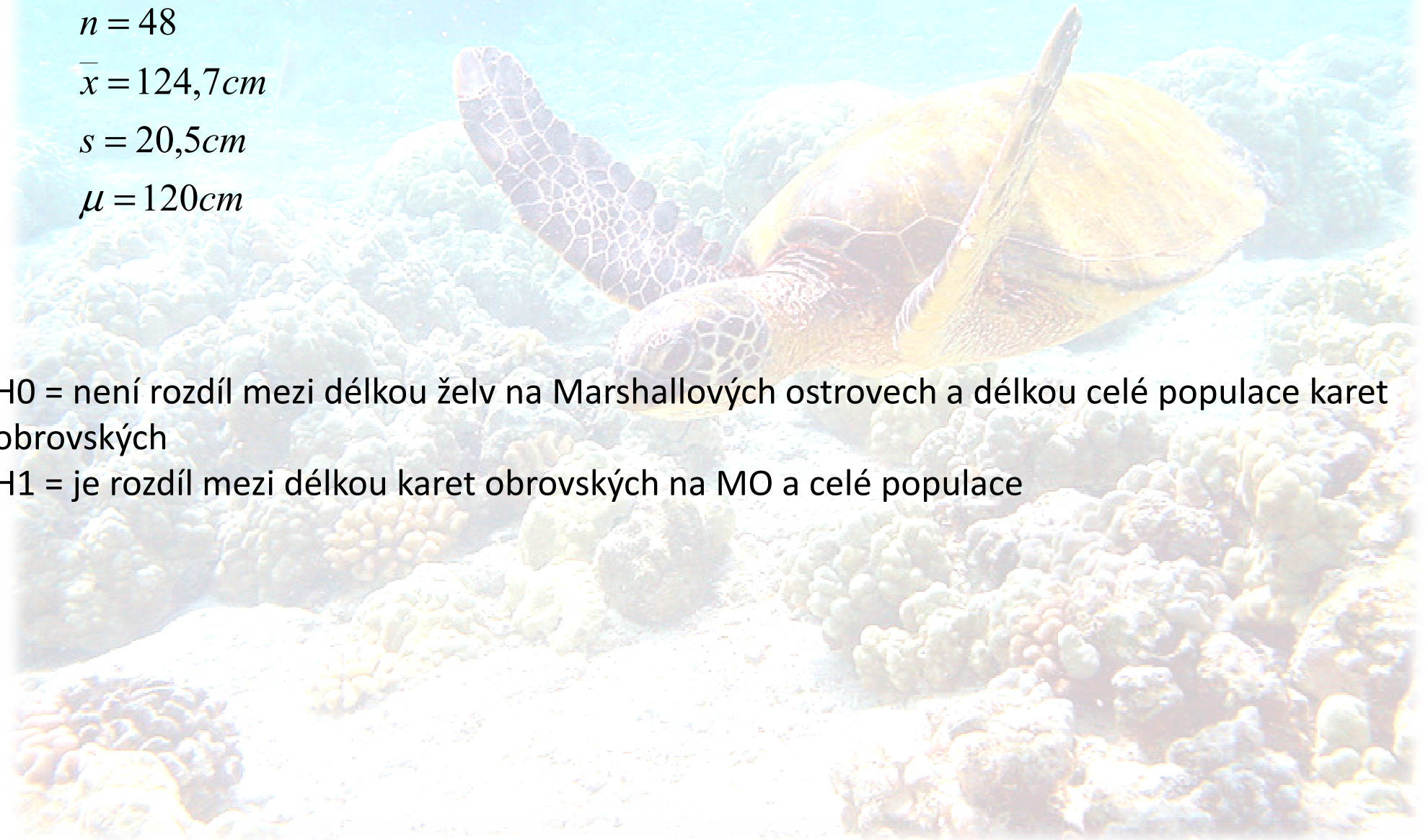
$$\bar{x} = 124,7\text{cm}$$

$$s = 20,5\text{cm}$$

$$\mu = 120\text{cm}$$

H₀ = není rozdíl mezi délkou želv na Marshallových ostrovech a délkou celé populace karet obrovských

H₁ = je rozdíl mezi délkou karet obrovských na MO a celé populace



Želvy – p-hodnota

$$n = 48$$

$$\bar{x} = 124,7 \text{ cm}$$

$$s = 20,5 \text{ cm}$$

$$\mu = 120 \text{ cm}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = 1,59$$

$$p = 2.(P(T \leq 1,59)) = 2.0,059 = 0,118$$

p-hodnota větší než 0,05 – NEZAMÍTÁME NULOVOU HYPOTÉZU

Testy o rovnosti průměru – automat



Při kontrole balicího automatu, který má plnit cukrem balíčky o hmotnosti 1000 g, byly při přesném převážení 5 balíčků zjištěny tyto odchylky (v gramech) od požadované hodnoty: 3, -2, 2, 0, 1.

Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že automat nemá systematickou odchylku od požadované hodnoty.

[normalita ✓, $p=0.405 \Rightarrow$ nezamítáme H_0]

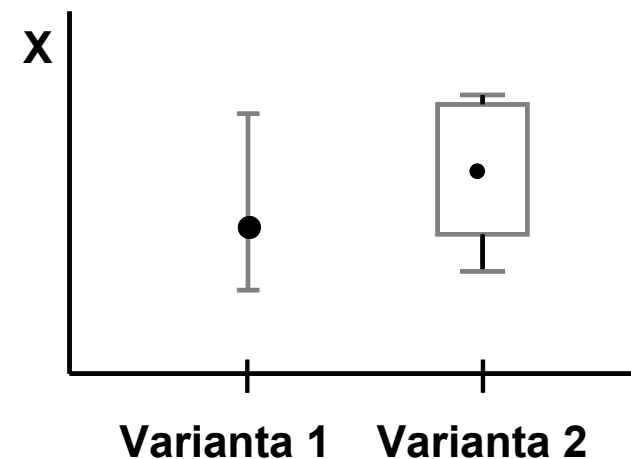
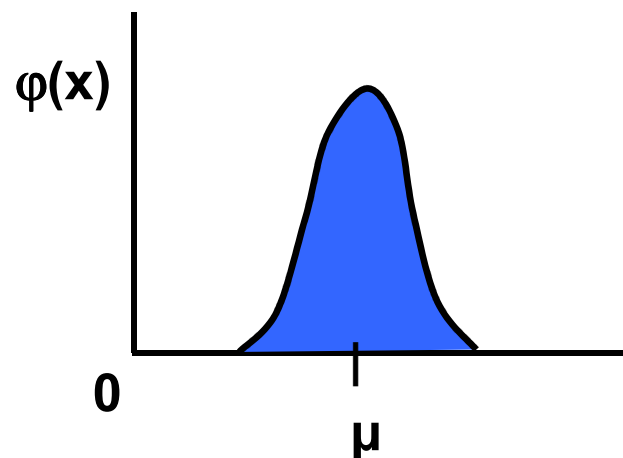
Dvouvýběrové testy

Nepárové testy

- Porovnání dvou nezávislých výběrů (xy-graf – korelační koeficient, logicky)
- Oba výběry mohou mít různý počet pozorování
- **Parametrický** – dvouvýběrový t-test
- **Neparametrický** – Mann-Whitneyho U test

Předpoklady nepárového dvouvýběrového t-testu

- Náhodný výběr subjektů jednotlivých skupin z jejich cílových populací
- Nezávislost obou srovnávaných vzorků
- Přibližně normální rozložení proměnné ve vzorcích, drobné odchylky od normality ovšem nejsou kritické, test je robustní proti drobným odchylkám od tohoto předpokladu, normalita může být testována testy normality
- Rozptyl v obou vzorcích by měl být přibližně shodný (homoscedastic). Tento předpoklad je testován několika možnými testy – **Levenův test nebo F-test**.
- Vždy je vhodné prohlédnout histogramy proměnné v jednotlivých vzorcích pro okometrické srovnání a ověření předpokladů normality a homogenity rozptylu – nenahradí statistické testy, ale poskytne prvotní představu.



F-test – porovnání rozptylů

| H_0 | H_A | Testová statistika |
|---------------------------|------------------------------|---------------------------|
| $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ | $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ | $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ |

$$F \approx F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

$$p = 2 \cdot (P(F \leq x))$$

F-test pro srovnání dvou výběrových rozptylů

- Používá se pro srovnání rozptylu dvou skupin hodnot, často za účelem ověření homogenity rozptylu těchto skupin dat.

- V případě ověření homogenity je testována hypotéza shody rozptylů (two tailed); v případě shodných rozptylů je vše v pořádku a je možné pokračovat ve výpočtu t-testu, v opačném případě není vhodné test počítat.

Délka výcviku štěňat



System odměn

$$n_1 = 8$$

$$\bar{x}_1 = 44,6dne$$

$$s_1 = 5,0dne$$

System trestů

$$n_2 = 9$$

$$\bar{x}_2 = 55,2dne$$

$$s_2 = 10,0dne$$

- Předpokládejme, že oba výběry pocházejí z normálního rozdělení (ověříme ve STATISTICE)
- Dalším předpokladem je homogenita rozptylu jednotlivých výběrů:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 25 / 100 = 0,25 \approx F(7,8)$$

$$p = 2.(P(F \leq 0,25)) = 2.0,042 = \underline{0,084}$$

najdu v pravděpodobnostním kalkulátoru

Délka výcviku štěňat

Testová statistika:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \approx t(n_1 + n_2 - 2)$$

Vážený odhad rozptylu:

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$



$$n_1 = 8$$

$$n_2 = 9$$

$$\bar{x}_1 = 44,6dne$$

$$\bar{x}_2 = 55,2dne$$

$$s_1 = 5,0dne$$

$$s_2 = 10,0dne$$

$$s^2 = 7.25 + 8.100 / 15 = 65$$

$$t = \frac{44,6 - 55,2}{\sqrt{65 \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9} \right)}} = -2,71 \approx t(15)$$

$$p = 1 - P(-2,71 \leq t \leq 2,71) = 0,016$$

Hmotnost ovcí

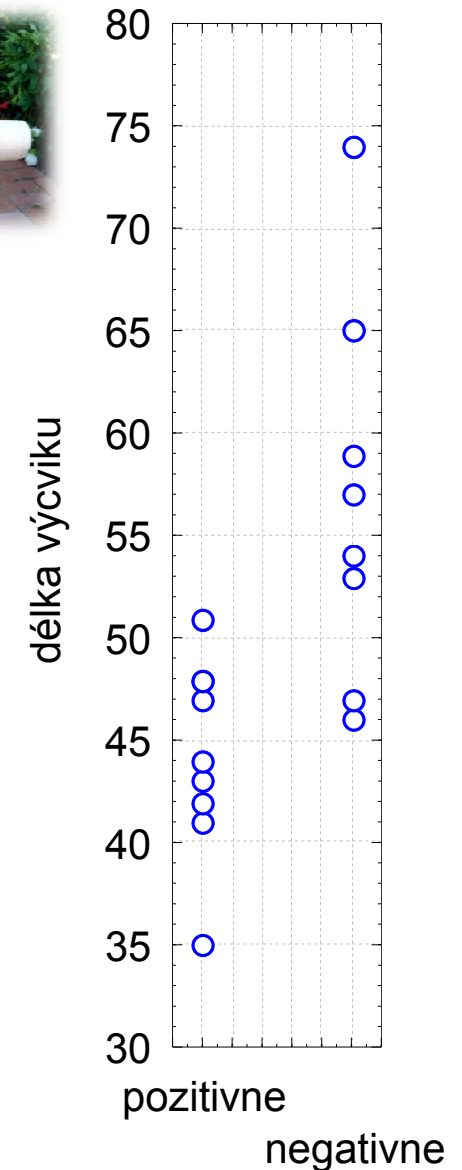
- *srovnání hmotnosti ovcí*
- 2 skupiny ovcí – kontrola a ovce se zvýšenou dávkou potravy
- testujte, zda se statisticky významně liší hmotnosti těchto dvou skupin ovcí
- ověřte veškeré předpoklady tohoto testu
- pozn.: *dvě skupiny ovcí jsou nyní rozdělené podle skupinové proměnné – místo t-test by variables tak použijeme t-test by group*

[normalita obou výběrů ✓, homogenita rozptylu ✓
p = 0.018 ⇒ zamítáme H₀]



Neparametrický dvouvýběrový test

- Mann-Whitneyho U test
- srovnání hodnot dle pořadí
- 17 štěňat bylo trénováno v chození na záchod metodou pozitivního posilování (pochvala, když jde na záchod venku) nebo negativního (trest, když jde na záchod doma). Jako parametr bylo měřeno, za kolik dní je štěně vycvičeno.
- nulová hypotéza je, že není rozdíl v metodách tréninku, tedy, že oběma metodami je štěně vycvičeno za stejnou dobu.
- po srovnání rozložení + malý počet hodnot je vhodné použít neparametrický test
- je vytvořeno pořadí sloučených hodnot
- pořadí hodnot v jednotlivých skupinách dat je sečteno a menší ze součtů je použit pro srovnání s kritickou hodnotou testu
- výsledkem testu je $p < \alpha$, nulovou hypotézu tedy zamítáme a výsledkem testu je, že pozitivní působení při výcviku štěňat dává lepší výsledky



[$p = 0.027 \Rightarrow$ zamítáme H_0]

Krasy v bludišti

- *Rats.sta*
- Dvě skupiny krys, které se mohly předem pohybovat v bludišti buď volně, nebo jen na určitém místě
- Porovnejte, zda doba proběhnutí bludiště se u těchto dvou skupin liší
- Vyzkoušejte si předpoklady pro t-test, nicméně z důvodu hodnot těsně nad 0,05 pro normální rozdělení u obou výběrů a při malém počtu pozorování použijeme test neparametrický (nicméně použití parametrického testu by zde šlo obhájit...)



[normalita obou výběrů ✓ (nicméně těsně, raději neparametrický test) $p = 0.024 \Rightarrow$ zamítáme H_0]

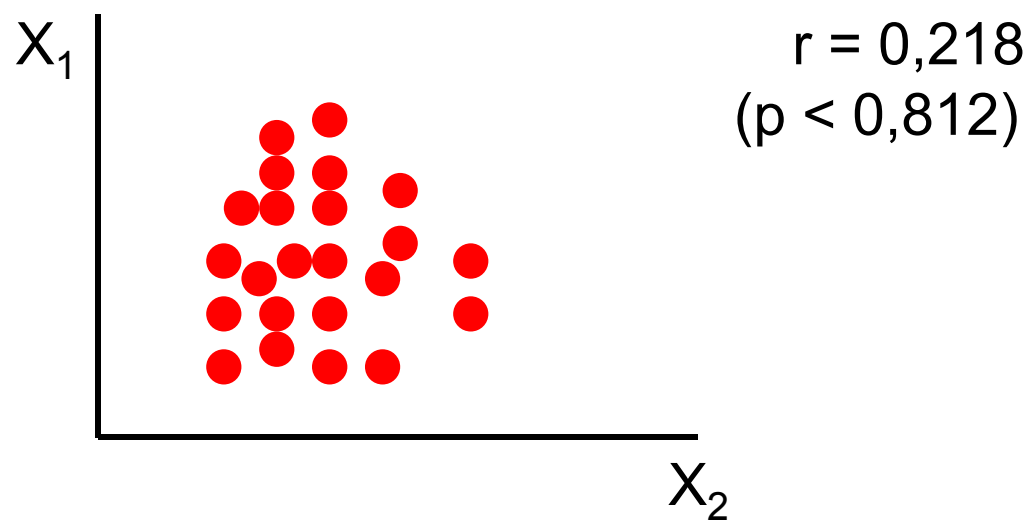
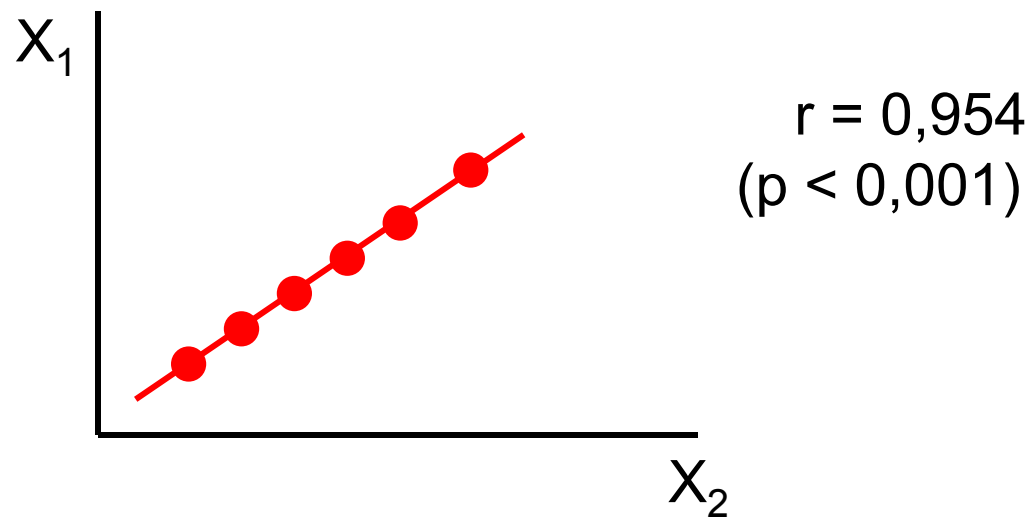
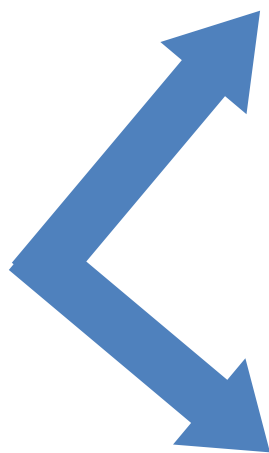
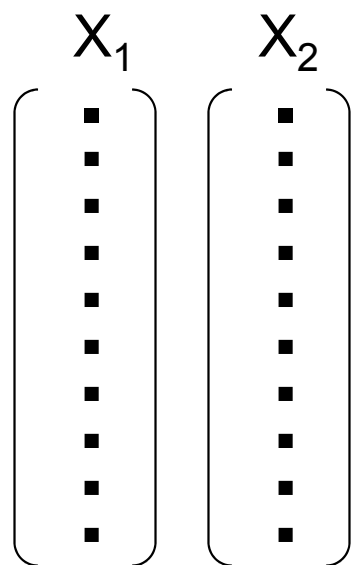
Párové testy

- Skupiny dat jsou spojeny přes objekt měření, příkladem může být měření parametrů pacienta před léčbou a po léčbě (nemusí jít přímo o stejný objekt, dalším příkladem mohou být např. krysy ze stejné linie).
- Oba soubory musí mít shodný počet hodnot, protože všechna měření v jednom souboru musí být spárována s měřením v druhém souboru. Při vlastním výpočtu se potom počítá se změnou hodnot (diferencí) subjektů v obou souborech.
- Před párovým testem je vhodné ověřit si zda existuje vazba mezi oběma skupinami – vynesení do grafu, korelace.

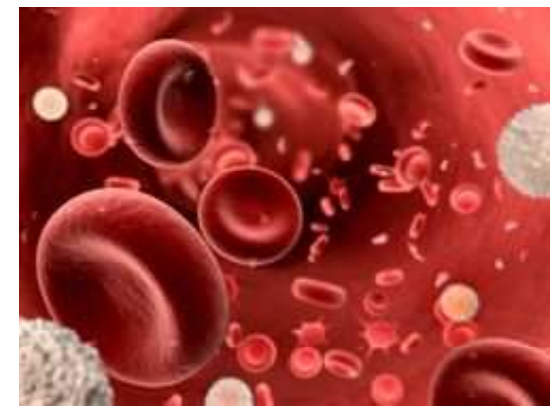
Párový parametrický t-test

- Tento test nemá žádné předpoklady o rozložení vstupních dat, protože je počítán až na základě jejich diferencí.
- Tyto difference by měly být normálně rozloženy a otázkou v párovém t-testu je, zda se průměrná hodnota diferencí rovná nějakému číslu, typicky jde o srovnání s nulou jako důkaz neexistence změny mezi oběma spárovanými skupinami.
- V podstatě jde o one sample t-test, kde místo rozdílu průměru vzorku a cílové populace je uveden průměr diferencí a srovnávané číslo (0 v případě otázky, zda není rozdíl mezi vzorky).
- Pro srovnání s 0 (testovou statistikou je t rozložení):
- Někdy je obtížné rozhodnout, zda jde nebo nejde o párové uspořádání, párový test by měl být použit pouze v případě, že můžeme potvrdit vazbu (korelace, vynesení do grafu), jedním z důvodů proč toto ověřovat je fakt, že v případě párového t-testu není nutné brát ohled na variabilitu původních dvou souborů, tento předpoklad však platí pouze v případě vazby mezi proměnnými.

Identifikace párovitosti (Korelace, Kovariance)



Parametr krve



- změna parametru krve po podání určitého léku

$$n_d = 10$$

$$\bar{D} = -3,3$$

$$s = 3,0$$

$$\mu = 0$$

$$t = \frac{\bar{D} - \mu}{s / \sqrt{n_d}} \approx t(n_d - 1)$$

$$t = \frac{-3,3}{3 / \sqrt{10}} = -3,47 \approx t(9)$$

- obdoba jednovýběrového testu...
- postup

$$p = 0,007$$

1. korelace-potvrzení párovosti (ve STATISTICE)
2. test normality diferencí
3. výpočet testu

[Moje chyba. Měl by být neparametrický test - normalita obou výběrů ✘,
znaménkový test $p = 0.114 \Rightarrow$ nezamítáme H_0

Wilcoxonův test $p = 0.017 \Rightarrow$ zamítáme H_0]

Operace

- *operace.sta*
- Máme parametr tlaku před operací a po ní
- Zjistěte, zda se tento parametr liší
- Zkontrolujte předpoklady tohoto testu



[korelace: $r=0.953$, ($p < 0.001$)

Normalita diferencí ✓, $p < 0.001 \Rightarrow$ zamítáme H_0]

Párový neparametrický test

- Wilcoxonův test: obdobně seřadíme difference a testujeme proti kritické hodnotě daného testu
- Výpočet pomocí STATISTICY

Dieta laboratorních krys

- Máme dva typy diety. Zkontrolujte předpoklad párovosti a vhodnosti použití parametrického testu ($r=0,98$)
- můžeme použít oba testy – nicméně, zde použijeme nepárovou variantu testu.

[korelace ✓, Normalita diferencí ✓
(nicméně 0.094 je vcelku málo, šly by použít oba testy),
parametrický: $p=0.102 \Rightarrow$ nezamítáme H_0
Neparametricky: Wilcoxon : $p=0.056 \Rightarrow$ nezamítáme H_0
Znaménkový test: $p=0.080 \Rightarrow$ nezamítáme H_0]



Obdoba – jednovýběrový neparametrický test

- Wilcoxonův znaménkový test
- ve STATISTICE není naimplementovaný
- nicméně porovnááme hodnotu mediánu jednoho výběru proti nějaké hodnotě
- můžeme využít Wilcoxonův test pro párové uspořádání testu tak, že druhý výběr bude sestávat pouze z hodnoty, s kterou chceme porovnávat náš původní výběr