Pokročilé metody analýzy dat v neurovědách

RNDr. Eva Janoušová

doc. RNDr. Ladislav Dušek, Dr.

Jaro 2015

Blok 2

Vícerozměrné statistické testy a rozložení

Osnova

1. Vícerozměrné charakteristiky
2. Vícerozměrné normální rozdělení
3. Vícerozměrný t-test
4. Vícerozměrná analýza rozptylu
5. Transformace a jiné úpravy vícerozměrných dat

Vícerozměrné charakteristiky

Vícerozměrná data

PROMĚNNÉ

OBJEKTY (SUBJEKTY)

ID	Pohlaví	Věk	Váha	MMSE skóre	Objem hipokampu	…
1	muž	84	85,5	29	7030	
2	žena	25	62,0	28	6984	
3						
4						
…						

Poznámka: proměnné označovány i jako znaky, pozorování, diskriminátory, příznakové proměnné či příznaky

Anglicky označení pouze jedním termínem: feature

Maticový zápis datového souboru

PROMĚNNÉ

OBJEKTY (SUBJEKTY)

ID	Pohlaví	Věk	Váha	MMSE skóre	Objem hipokampu	…
1	muž	84	85,5	29	7030	
2	žena	25	62,0	28	6984	
…						

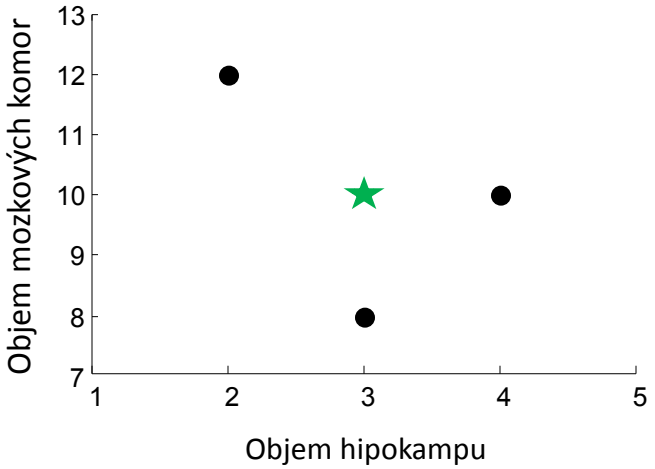
$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

maticový zápis datového souboru *n* objektů (subjektů), které jsou popsané *p* proměnnými

jeden prvek matice x_{ij} je hodnota *j*-té proměnné u *i*-tého objektu (subjektu), přičemž $j = 1, \ldots, p$ a $i = 1, \ldots, n$

Vícerozměrný průměr a kovarianční matice

ID	Objem hipokampu	Objem mozkových komor
1	2	12
2	4	10
3	3	8



Vícerozměrný průměr:

$$\bar{\mathbf{x}} = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{i1} \quad \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{i2}\right] = \left[\frac{1}{3}(2+4+3) \quad \frac{1}{3}(12+10+8)\right] = [3 \quad 10]$$

Kovarianční matice: $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}$, kde:

$$s_{11} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{i1} - \bar{x}_1)^2 = \frac{1}{3-1}\left((2-3)^2 + (4-3)^2 + (3-3)^2\right) = \frac{1}{2}(1+1+0) = 1$$

$$s_{22} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{i2} - \bar{x}_2)^2 = \frac{1}{3-1}\left((12-10)^2 + (10-10)^2 + (8-10)^2\right) = 4$$

$$s_{21} = s_{12} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{i1} - \bar{x}_1)(x_{i2} - \bar{x}_2) =$$

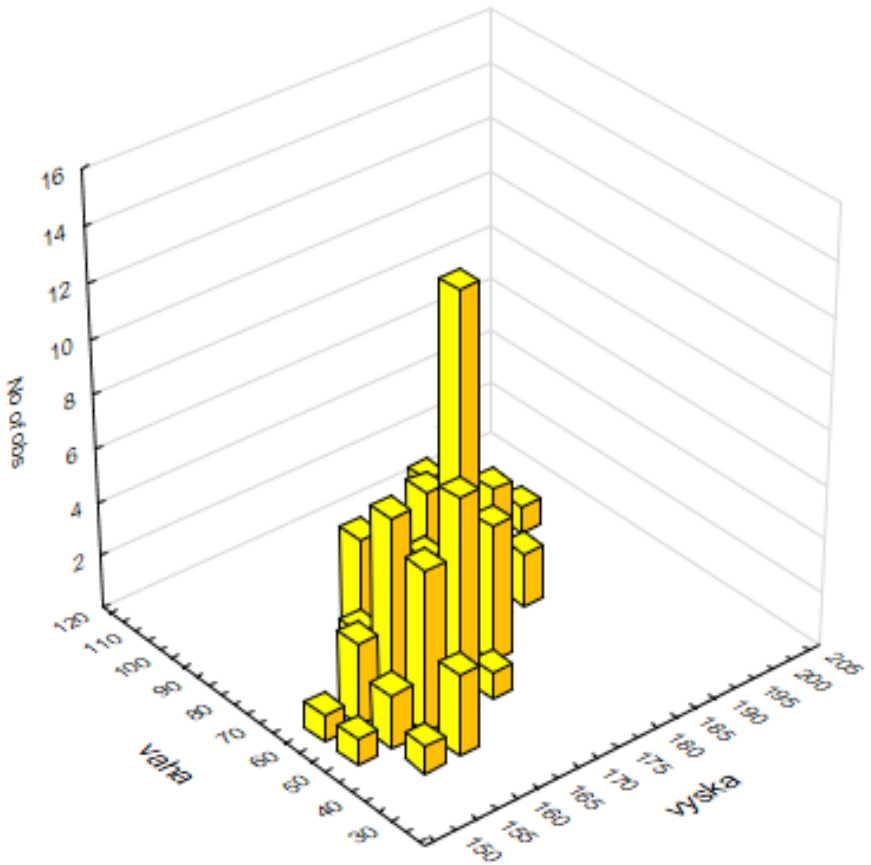
$$\frac{1}{3-1}\left((2-3)(12-10) + (4-3)(10-10) + (3-3)(8-10)\right) = -1$$

$$\rightarrow \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

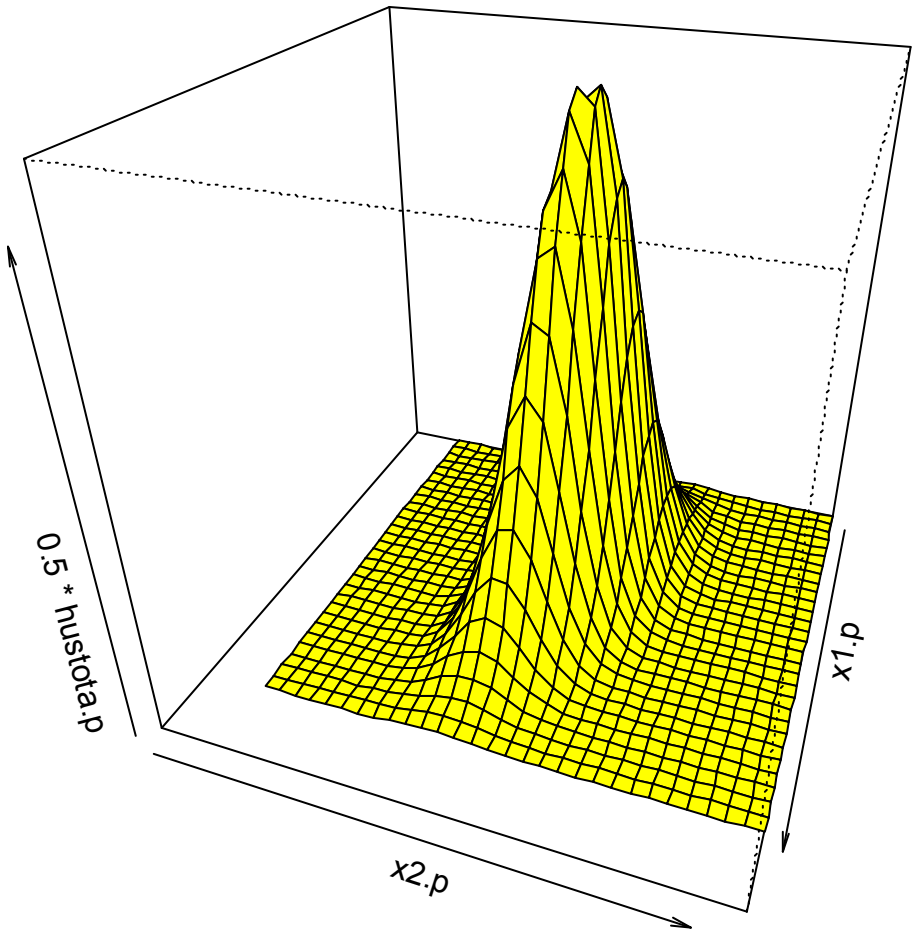
Vícerozměrné normální rozdělení

Motivace

Dvourozměrný histogram



Hustota dvourozměrného normálního rozdělení



Vícerozměrné normální rozdělení

Hustota vícerozměrného normálního rozdělení:

$$f_{\mathbf{x}}(\mathrm{x}_1, \ldots, \mathrm{x}_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma|}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mu)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \mu)\right)$$

μ - střední hodnota

Σ - kovarianční matice

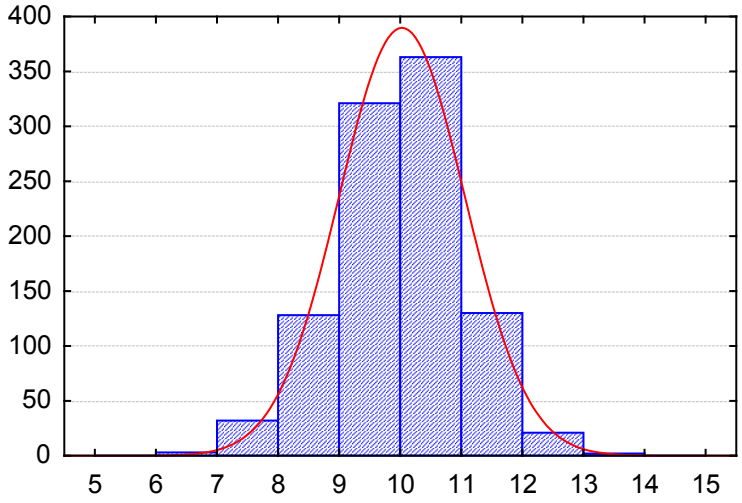
Dvourozměrné normálního rozdělení:

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y}\right]\right),$$

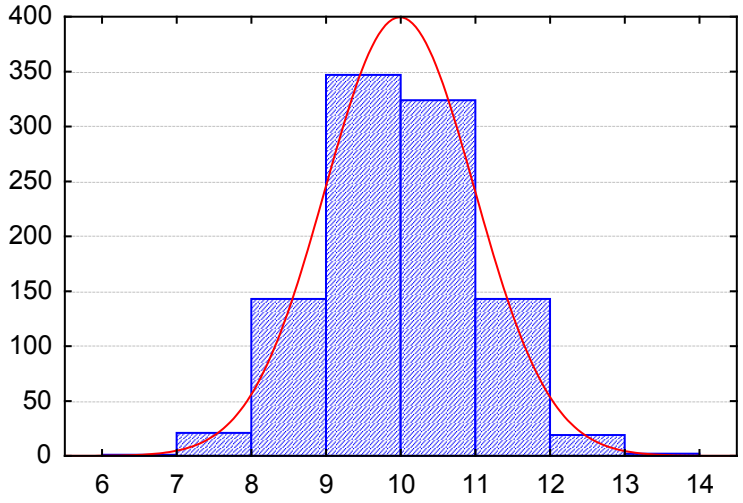
$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \rho\sigma_x\sigma_y \\ \rho\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

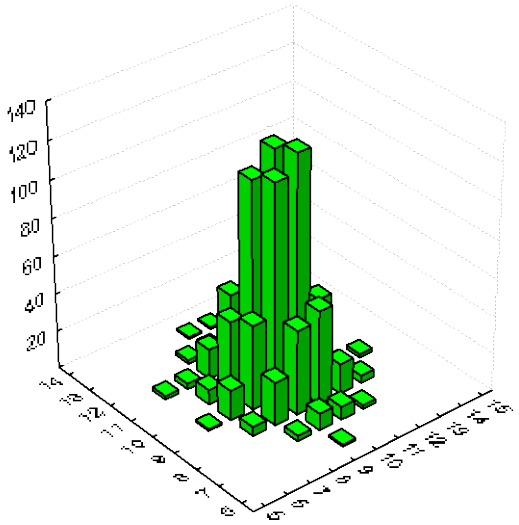
ρ - korelace mezi X a Y; σ – směrodatná odchylka

Je normalita v jednorozměrném prostoru jedinou podmínkou vícerozměrné normality?

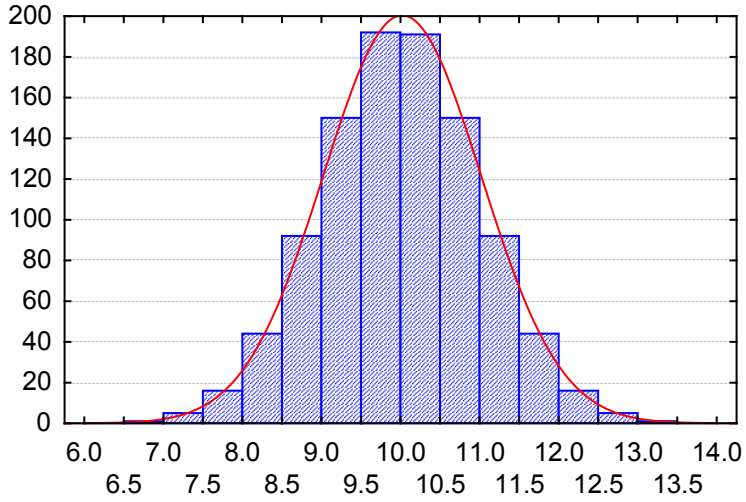


+

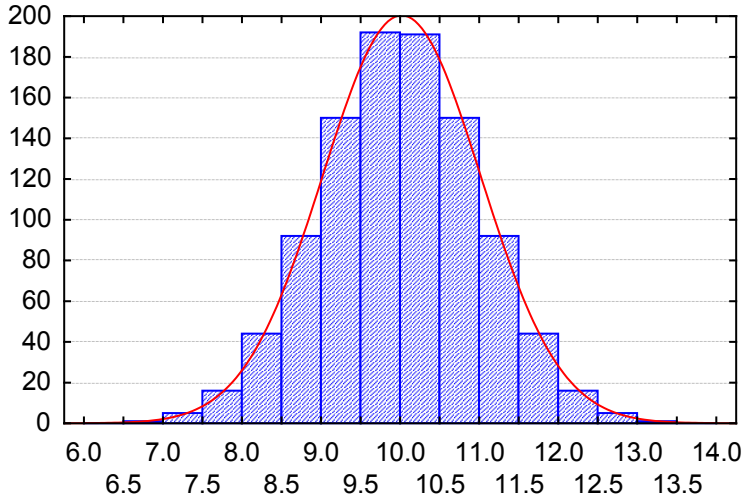


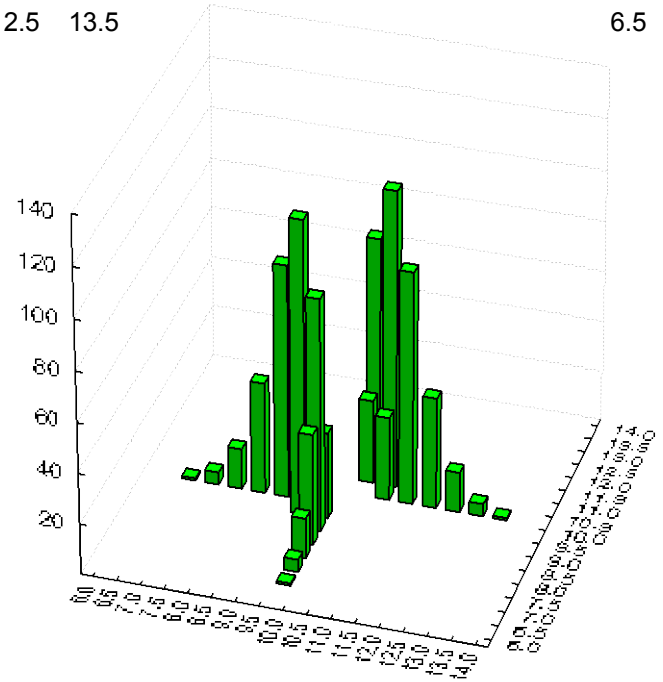


Je normalita v jednorozměrném prostoru jedinou podmínkou vícerozměrné normality?

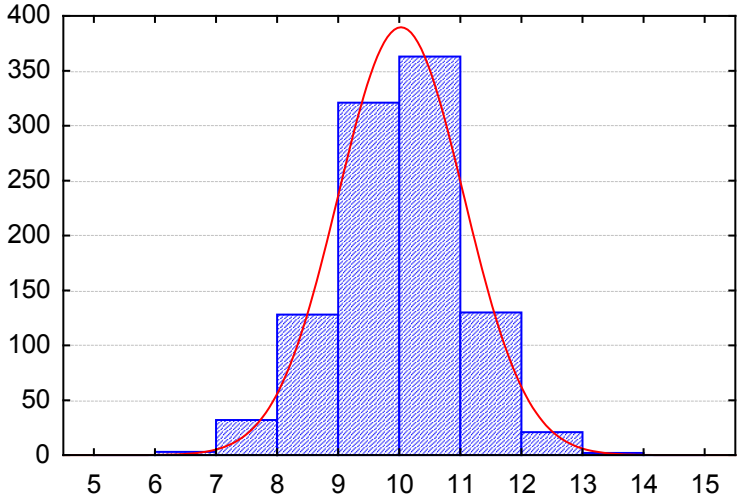


+

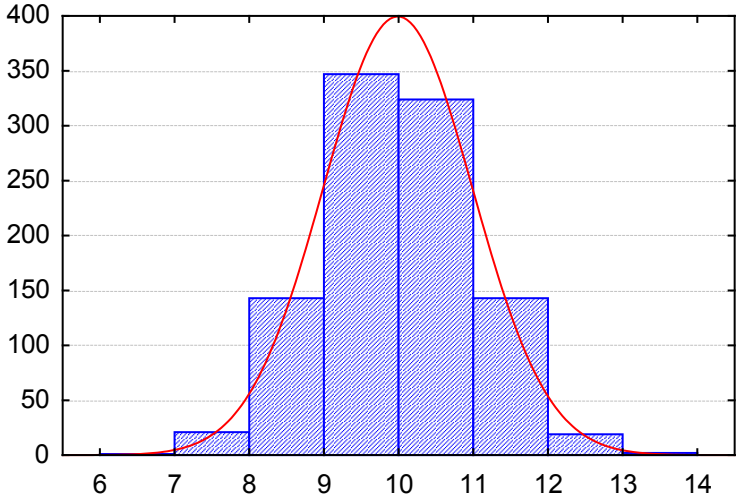


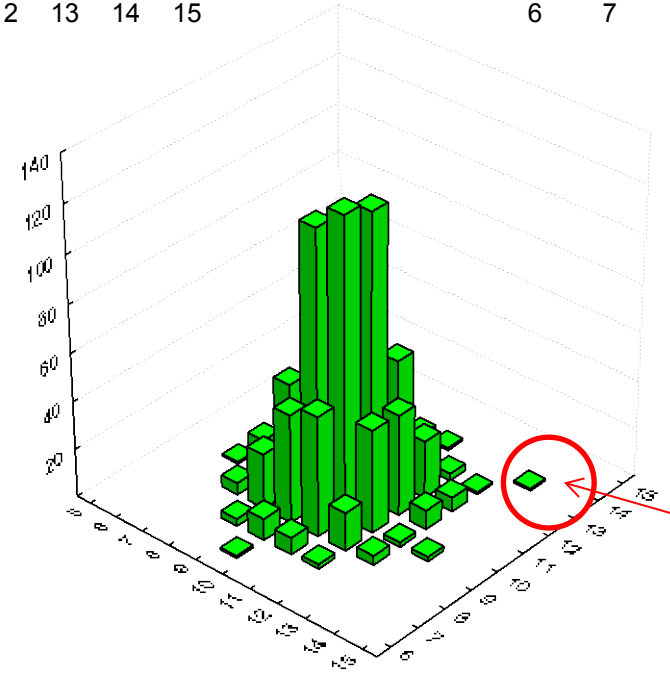


Je normalita v jednorozměrném prostoru jedinou podmínkou vícerozměrné normality?



+

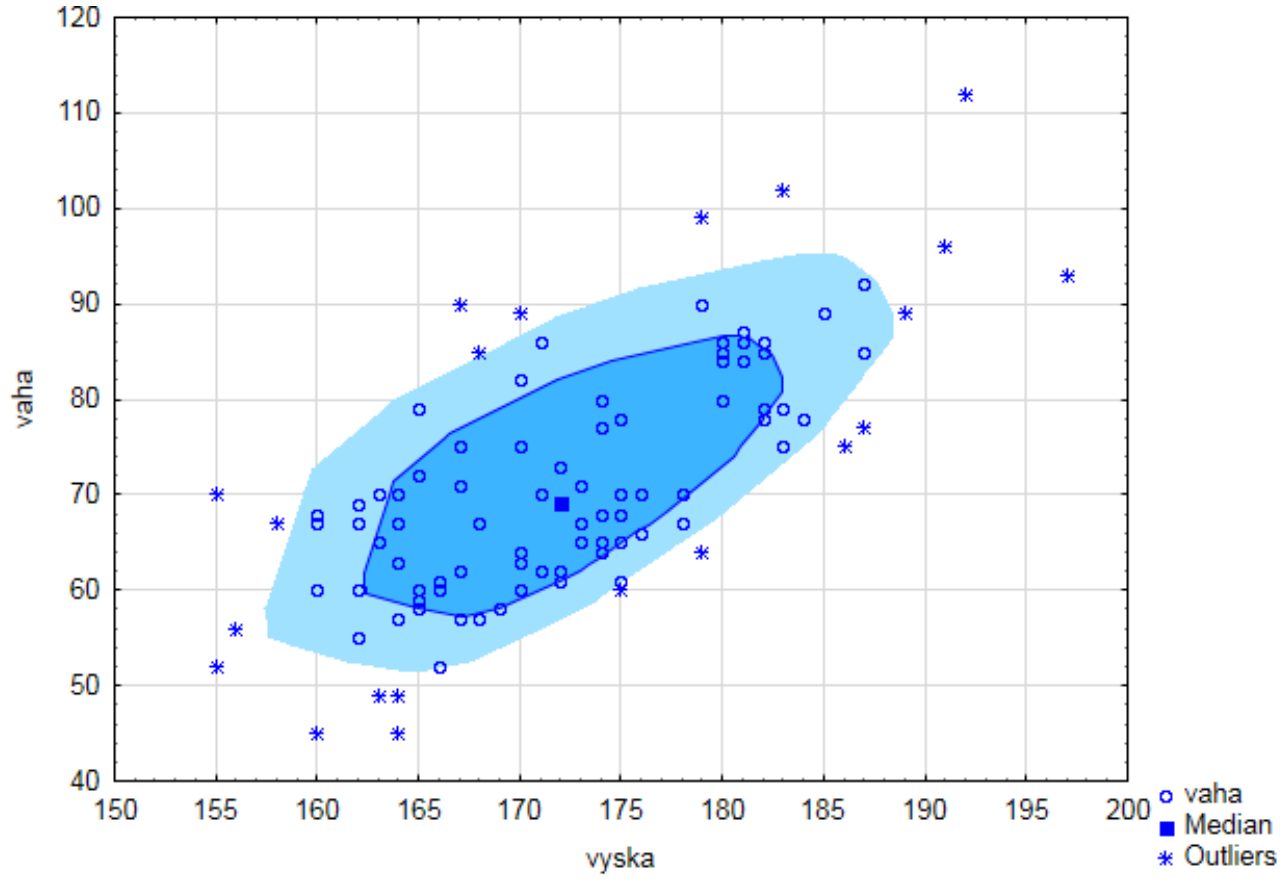




Vícerozměrný outlier

Ověření dvourozměrné normality

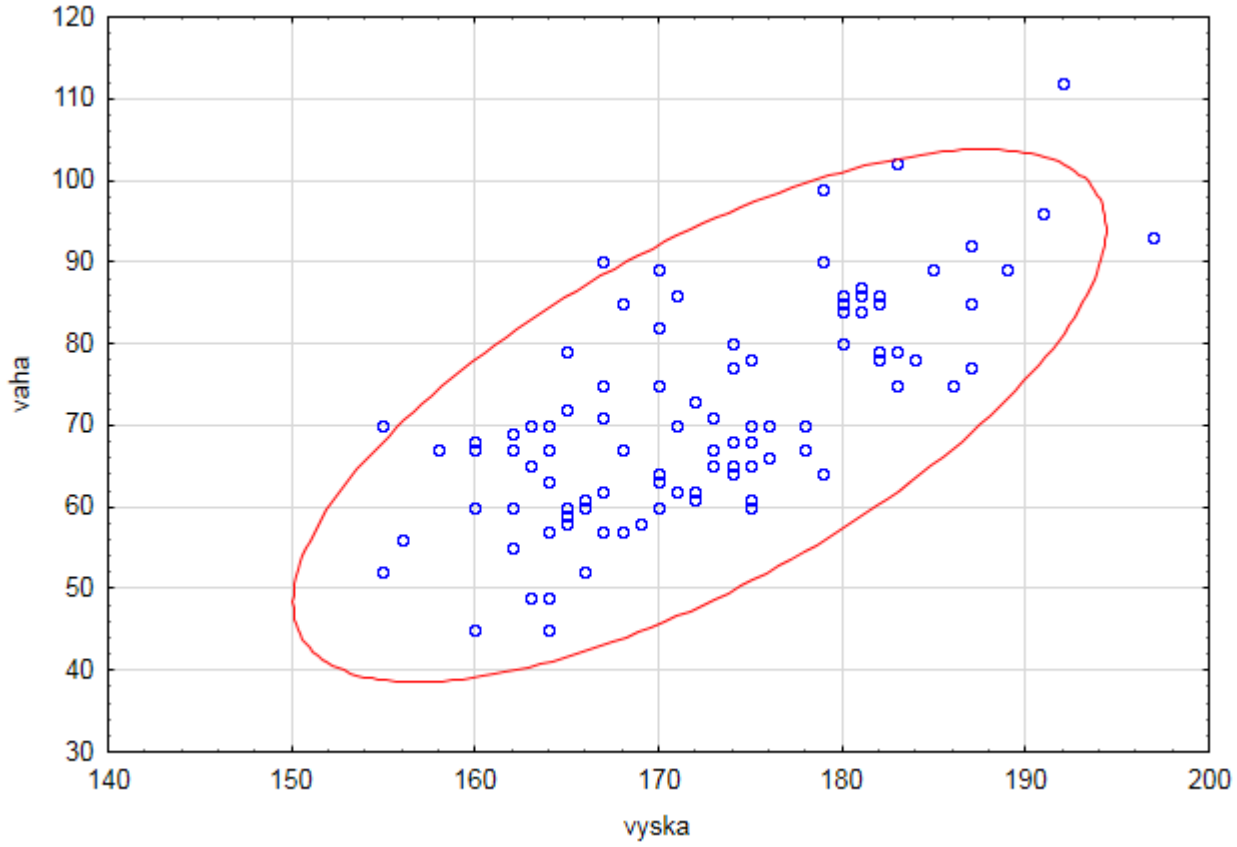
Bagplot = „bivariate boxplot“ (tzn. „dvourozměrný krabicový graf“)



v softwaru Statistica: Graphs – 2D Graphs – Bag Plots

Ověření dvourozměrné normality

Vykreslení regulační elipsy („control“ elipse):

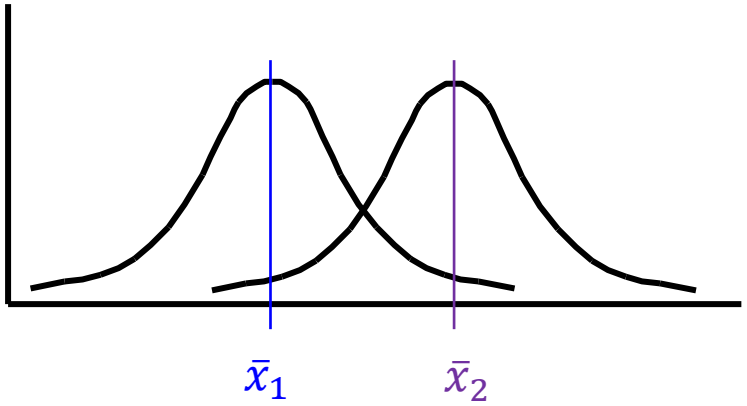


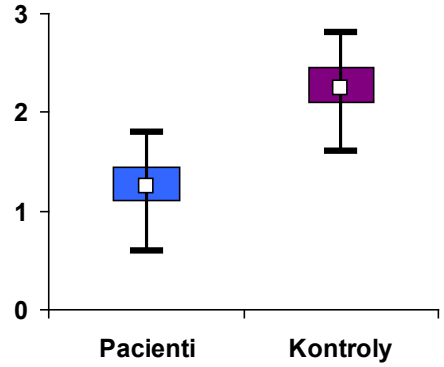
v softwaru Statistica: Graphs – Scatterplots – na záložce Advanced zvolit Elipse Normal

Vícerozměrný t-test

Jednorozměrný dvouvýběrový t-test

- **Srovnáváme dvě skupiny dat, které jsou na sobě nezávislé – mezi objekty neexistuje vazba.**
- Příklady: srovnání objem hipokampu u mužů a u žen, srovnání kognitivního výkonu podle dvou kategorií věku,...



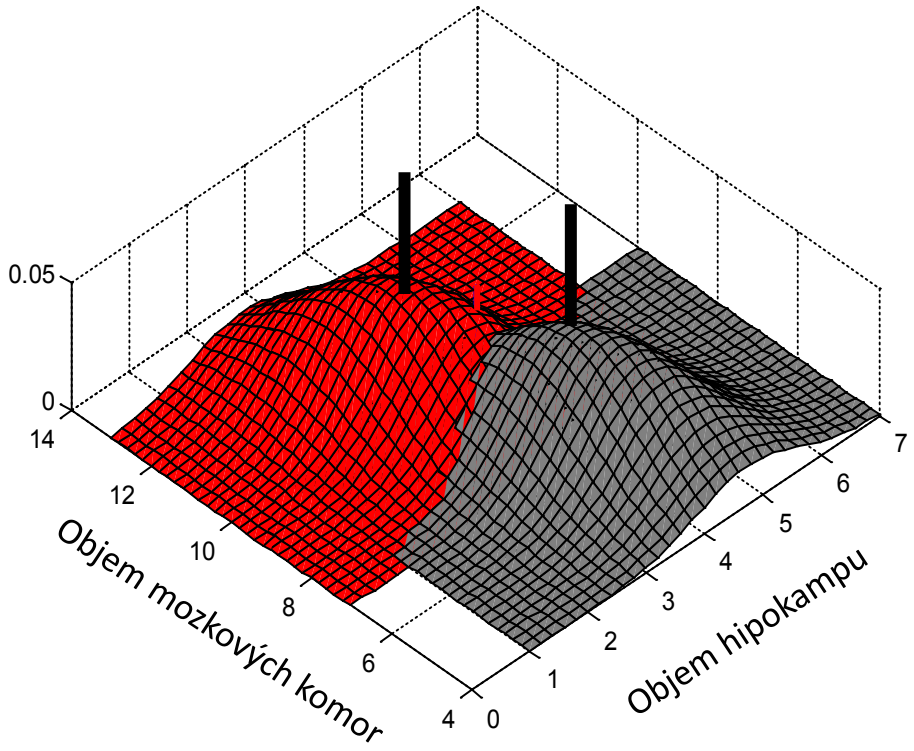


- Předpoklad: **normalita dat v OBOU skupinách, shodnost (homogenita) rozptylů** v obou skupinách
- Testová statistika: $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - c}{s_* \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$, kde s_* je vážená směrodatná odchylka,

  c je konstanta, o kterou se rozdíl průměrů má lišit (většinou rovna 0)

Vícerozměrný t-test

- **Srovnáváme dvě skupiny dat, které jsou na sobě nezávislé – mezi objekty neexistuje vazba.**
- Na rozdíl od jednorozměrného dvouvýběrového t-testu jsou dvě skupiny dat popsány více proměnnými.



Vícerozměrný t-test

Jednorozměrný dvouvýběrový t-test:

Studentovo rozdělení

- testová statistika: $t = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{s\sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}}$, kde $t \sim T(n_x + n_y - 2)$
- s je vážená směrodatná odchylka $s^2 = \frac{(n_x - 1)s_x^2 + (n_y - 1)s_y^2}{(n_x - 1) + (n_y - 1)}$
- $(\mu_x - \mu_y) = c$ je konstanta, o kterou se rozdíl průměrů má lišit (většinou $c = 0$)
- nulová hypotéza zamítnuta, pokud $|t| > t_{crit}$

Je ekvivalentní testu:

F rozdělení

- $t^2 = \left(\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{s\sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}}\right)^2 = (\bar{z} - \mu_z)\left[s^2\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)\right]^{-1}(\bar{z} - \mu_z)$, kde $t^2 \sim F(1, n_x + n_y - 2)$

  $\bar{z} = \bar{x} - \bar{y}$ a $\mu_z = \mu_x - \mu_y$

Vícerozměrný t-test:

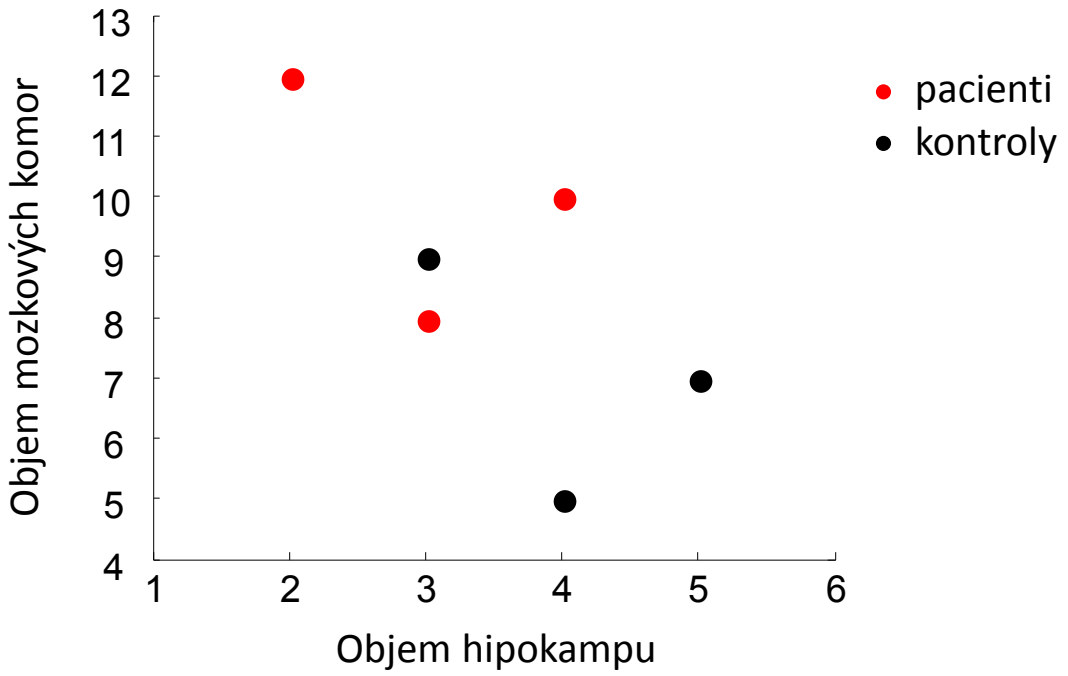
- dvouvýběrová Hotellingova T^2 testová statistika: $T^2 = (\bar{X} - \bar{Y})^T\left[S\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)\right]^{-1}(\bar{X} - \bar{Y})$
- kde S je vážená kovarianční matice $S = \frac{(n_x - 1)S_X + (n_y - 1)S_Y}{(n_x - 1) + (n_y - 1)}$
- $T^2 \sim \chi^2(k)$; pro malé n_x a n_y je lepší použít: $F = \frac{n - k}{k(n - 1)}T^2 \sim F(k, n - k)$, kde $n = n_x + n_y - 1$

  F rozdělení
- nulová hypotéza zamítnuta, pokud $F > F_{crit}$

Úkol 1

- Zjistěte, zda se liší skupina pacientů se schizofrenií od zdravých subjektů na základě parametrů popisujících objem mozkových struktur subjektů.

$$\mathbf{X}_D = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 4 & 10 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}, \mathbf{X}_H = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 9 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$



Úkol 1 - řešení

Vícerozměrné průměry:

$$\bar{\mathbf{x}}_D = \left[\frac{1}{n_D}\sum_{i=1}^{n_D} \mathrm{x}_{i1} \quad \frac{1}{n_D}\sum_{i=1}^{n_D} \mathrm{x}_{i2}\right] = [3 \quad 10]$$

$$\bar{\mathbf{x}}_H = \left[\frac{1}{n_H}\sum_{i=1}^{n_H} \mathrm{x}_{i1} \quad \frac{1}{n_H}\sum_{i=1}^{n_H} \mathrm{x}_{i2}\right] = [4 \quad 7]$$

Výběrové kovarianční matice:

$$\mathbf{S}_D = \begin{bmatrix} \mathrm{s}_{11}^D & \mathrm{s}_{12}^D \\ \mathrm{s}_{21}^D & \mathrm{s}_{22}^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_H = \begin{bmatrix} \mathrm{s}_{11}^H & \mathrm{s}_{12}^H \\ \mathrm{s}_{21}^H & \mathrm{s}_{22}^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Vážená kovarianční matice:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Vícerozměrný t-test:

n	5
k	2
T^2	3,5
F	1,31
df1	2
df2	3
α	0,05
F-crit	9,55
p-hodnota	0,389

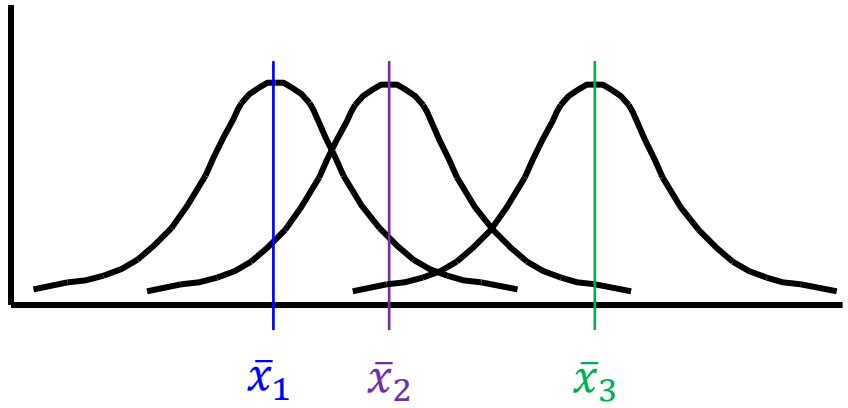
$$T^2 = (\bar{X} - \bar{Y})^T \left[S\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)\right]^{-1} (\bar{X} - \bar{Y})$$

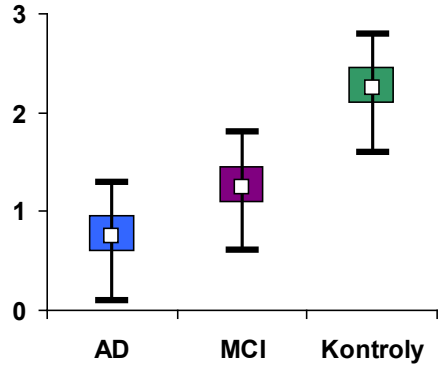
$$F = \frac{n-k}{k(n-1)} T^2 \sim F(k, n-k)$$

Vícerozměrná analýza rozptylu

Analýza rozptylu (ANOVA) jednoduchého třídění

- **Srovnáváme tři a více skupin dat, které jsou na sobě nezávislé** (mezi objekty neexistuje vazba).
- Příklady: srovnání objemu hipokampu u pacientů s AD, pacientů s MCI a kontrol; srovnání kognitivního výkonu podle čtyř kategorií věku.

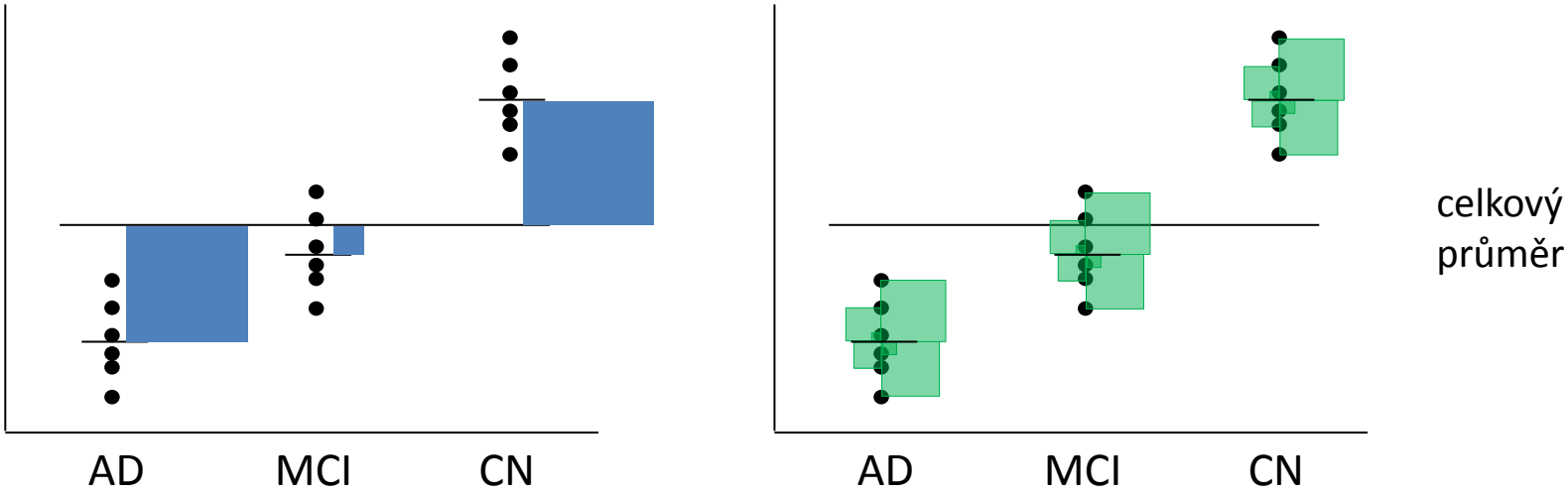




- Předpoklady: **normalita dat ve VŠECH skupinách**, **shodnost (homogenita) rozptylů VŠECH srovnávaných skupin**, nezávislost jednotlivých pozorování.
- Testová statistika: $F = \frac{S_A / df_A}{S_e / df_e}$

Analýza rozptylu (ANOVA) – princip

- Srovnání variability (rozptylu) mezi výběry s variabilitou uvnitř výběrů.



- Tabulka analýzy rozptylu jednoduchého třídění (One-Way ANOVA):

Variabilita	Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Průměrný čtverec	F statistika	p-hodnota
Mezi skupinami	S_A	$df_A = k - 1$	$MS_A = S_A/df_A$	$F = \frac{S_A / df_A}{S_e / df_e}$	p
Uvnitř skupin (reziduální var.)	S_e	$df_e = n - k$	$MS_e = S_e/df_e$		
Celkem	S_T	$df_T = n - 1$			

Analýza rozptylu jako lineární model

- Analýza rozptylu pro jednu vysvětlující proměnnou (jednoduché třídění) lze zapsat jako lineární model:

$$Y_{ij} = \mu_i + e_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$$

Reziduum

Populační průměr

***i*-tý efekt faktoru A**

- Nulovou hypotézu pak lze vyjádřit jako: $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k$

- **Rozšířením tohoto zápisu můžeme definovat další modely ANOVA**: více faktorů, hodnocení interakcí, opakovaná měření na jednom subjektu.

Analýza rozptylu dvojného třídění

- Uvažujeme dvě vysvětlující proměnné zároveň.
- Zápis modelu:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$$

Reziduum

j-tý efekt faktoru B

Populační průměr

i-tý efekt faktoru A

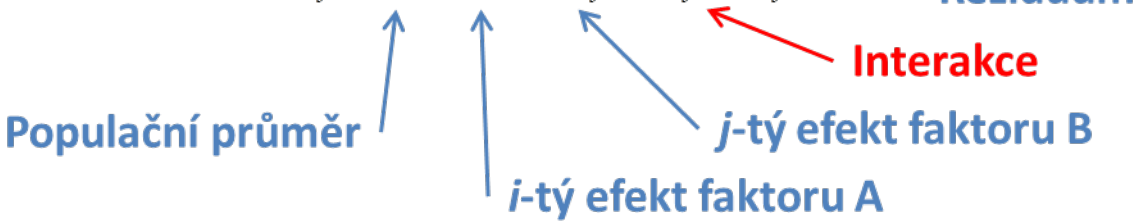
- Nulové hypotézy pak máme dvě: $H_{01} : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k$, $H_{02} : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_r$

Variabilita	Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Průměrný čtverec	*F* statistika	*p*-hodnota
Faktor A	S_A	$df_A = k - 1$	$MS_A = S_A / df_A$	F_A	p
Faktor B	S_B	$df_A = r - 1$	$MS_B = S_B / df_B$	F_B	p
Rezidua	S_e	$df_e = (k - 1)(r - 1)$	$MS_e = S_e / df_e$		
Celkem	S_T	$df_T = n - 1 = kr - 1$			

Analýza rozptylu dvojného třídění s interakcí

- Uvažujeme dvě vysvětlující proměnné a zároveň i jejich společné působení.
- Zápis modelu:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + e_{ij}$$

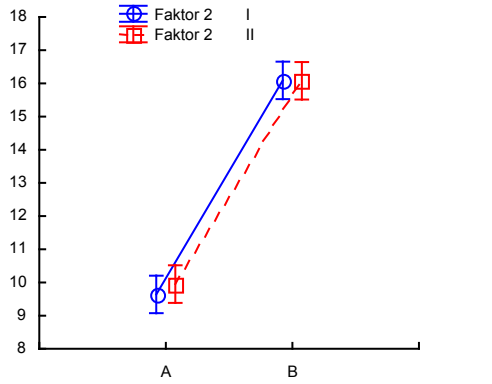


- Nulové hypotézy pak máme tři:

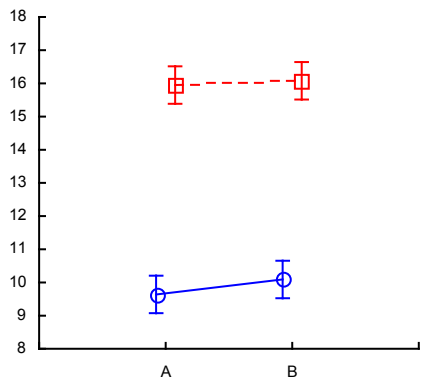
$$H_{01} : \gamma_{11} = \gamma_{12} = \ldots = \gamma_{kr} \qquad H_{02} : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k \qquad H_{03} : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_r$$

Variabilita	Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Průměrný čtverec	*F* statistika	*p*-hodnota
Faktor A	S_A	$df_A = k - 1$	$MS_A = S_A / df_A$	F_A	p
Faktor B	S_B	$df_A = r - 1$	$MS_B = S_B / df_B$	F_B	p
Interakce A×B	S_{AB}	$df_{AB} = (k-1)(r-1)$	$MS_{AB} = S_{AB} / df_{AB}$	F_{AB}	p
Rezidua	S_e	$df_e = n - kr$	$MS_e = S_e / df_e$		
Celkem	S_T	$df_T = n - 1$			

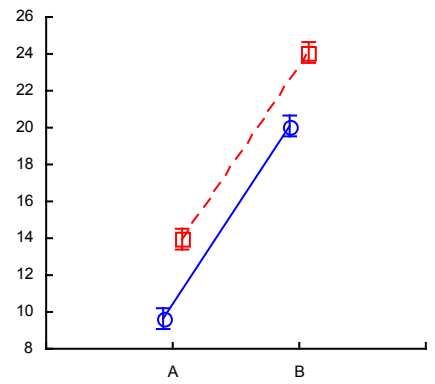
Hlavní efekty a interakce



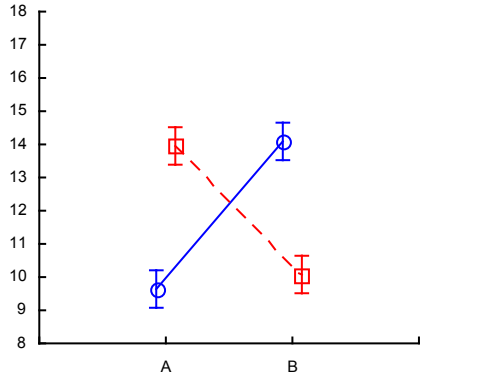
	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	**1978**	**1**	**1978**	**482.2**	**0.000**
Faktor 2	1	1	1	0.3	0.602
F1*F2	1	1	1	0.3	0.570
Error	804	196	4		



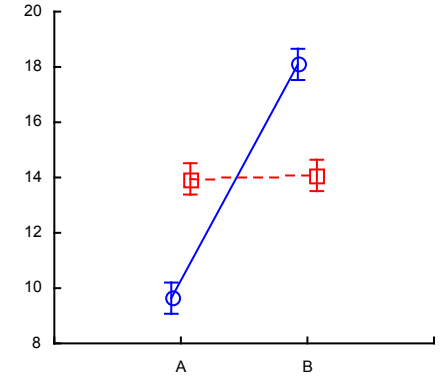
	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	4	1	4	1.0	0.314
Faktor 2	**1891**	**1**	**1891**	**461.1**	**0.000**
F1*F2	1	1	1	0.3	0.570
Error	804	196	4		



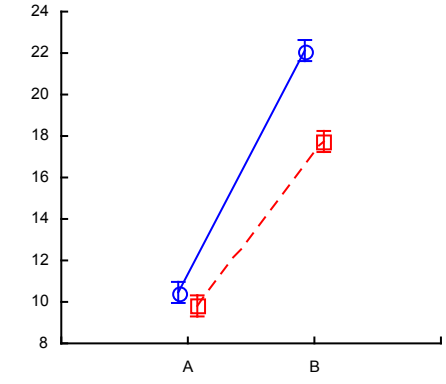
	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	5293	1	5293	1290.7	0.000
Faktor 2	861	1	861	209.9	0.000
F1*F2	1	1	1	0.3	0.570
Error	804	196	4		



	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	4	1	4	1.0	0.314
Faktor 2	1	1	1	0.3	0.602
F1*F2	**867**	**1**	**867**	**211.3**	**0.000**
Error	804	196	4		



	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	**920**	**1**	**920**	**224.3**	**0.000**
Faktor 2	1	1	1	0.3	0.602
F1*F2	**867**	**1**	**867**	**211.3**	**0.000**
Error	804	196	4		



	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	**4799**	**1**	**4799**	**1443.4**	**0.000**
Faktor 2	**316**	**1**	**316**	**95.0**	**0.000**
F1*F2	**175**	**1**	**175**	**52.5**	**0.000**
Error	652	196	3		

Úkol 2

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet uzdravených pacientů s leukémií.

Pohlaví	Typ léku	Počet uzdravených pacientů
M	placebo	1
M	lék 1	1
M	lék 2	6
Z	placebo	3
Z	lék 1	4
Z	lék 2	9

Úkol 2 – řešení

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet uzdravených pacientů s leukémií.

Překódování:

Pohlaví	Typ léku	Počet uzdravených pacientů
1	1	1
1	2	1
1	3	6
2	1	3
2	2	4
2	3	9

Legenda:

Pohlaví: 1=M
2=Z

Typ léku: 1=placebo
2=lék 1
3=lék 2

Úkol 2 – řešení

Pohlaví	Typ léku	Počet uzdrav. pacientů	
1	1	$X_{1..} = 8$	1
1	2	$M_{1..} = 8/3$	1
1	3		6
2	1	$X_{2..} = 16$	3
2	2	$M_{2..} = 16/3$	4
2	3		9

$a = 2; \quad b = 3; \quad c = 1; \quad n = 6;$

$X_{.1.} = 4; \qquad M_{.1.} = 4/2 = 2$

$X_{.2.} = 5; \qquad M_{.2.} = 5/2 = 2{,}5$

$X_{.3.} = 15; \qquad M_{.3.} = 15/2 = 7{,}5$

$X_{...} = 24; \qquad M_{...} = 24/6 = 4$

Součet čtverců pro faktor A (pohlaví): počet stupňů volnosti: $f_A = a - 1 = 1$

$$S_A = bc \sum_{i=1}^{a} (M_{i..} - M_{...})^2 = 3 \cdot \left((8/3 - 4)^2 + (16/3 - 4)^2\right) = 32/3 = 10{,}67$$

Součet čtverců pro faktor B (typ léku): počet stupňů volnosti: $f_B = b - 1 = 2$

$$S_B = ac \sum_{j=1}^{b} \left(M_{.j.} - M_{...}\right)^2 = 2 \cdot \left((2 - 4)^2 + (2{,}5 - 4)^2 + (7{,}5 - 4)^2\right) = 37$$

Celkový součet čtverců : počet stupňů volnosti: $f_T = n - 1 = 5$

$$S_T = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \left(X_{ijk} - M_{...}\right) = (1 - 4)^2 + (1 - 4)^2 + \cdots + (9 - 4)^2 = 48$$

Reziduální součet čtverců : počet stupňů volnosti: $f_E = n - a - b + 1 = 2$

$S_E = S_T - S_A - S_B = 0{,}33$

Úkol 2 – řešení

Tabulka analýzy rozptylu dvojného třídění:

Zdroj variability	**Součet čtverců**	**Stupně volnosti**	**Podíl** S/f	$F = \frac{S/f}{S_E/f_E}$
Faktor A (pohlaví)	$S_A = 10{,}67$	$f_A = 1$	10,67	63,99
Faktor B (typ léku)	$S_B = 37$	$f_B = 2$	18,5	110,98
Reziduální	$S_E = 0{,}33$	$f_E = 2$	0,16	-
Celkový	$S_T = 48$	$f_T = 5$	-	-

Srovnání s kvantily:

$F_A = 63{,}99 > F_{0,95}(1,2) = 18{,}1$ → pohlaví má vliv na počet uzdravených pacientů

$F_B = 110{,}98 > F_{0,95}(2,2) = 19$ → typ léku má vliv na počet uzdravených pacientů

Úkol 2 – řešení v softwaru STATISTICA

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet uzdravených pacientů s leukémií.

Pohlaví	Typ léku	Počet uzdrav. pacientů
M	placebo	1
M	lék 1	1
M	lék 2	6
Z	placebo	3
Z	lék 1	4
Z	lék 2	9

V softwaru STATISTICA: Statistics – ANOVA – Main effects ANOVA – Quick specs dialog – OK – Variables – Dependent variable list: X, Categorical predictors (factors): A, B – OK – All effects.

Post hoc testy: More results – Post hoc – zvolit Effect – Tukey HSD (nebo Scheffé)
Levenův test: More results – Assumptions – zvolit proměnnou – Levene's test (ANOVA)

Vykreslení krabicových grafů podle obou proměnných: Graphs – 2D Graphs – Box Plots... – zvolit spojitou proměnnou jako Dependent variable, zvolit jednu kategoriální proměnnou jako Grouping variable – na listu Categorized u X-Categories zatrhnout On a Layout změnit na Overlaid – OK

Pokud bychom uvažovali model s interakcemi, zvolíme Factorial ANOVA (namísto Main effects A.)

Úkol 2 – řešení v softwaru SPSS

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet uzdravených pacientů s leukémií.

Pohlaví	Typ léku	Počet uzdrav. pacientů
M	placebo	1
M	lék 1	1
M	lék 2	6
Z	placebo	3
Z	lék 1	4
Z	lék 2	9

V softwaru SPSS: Analyze – General Linear Model – Univariate – Dependent Variable: spojitá proměnná, Fixed Factor(s): kategoriální proměnné –>

- Model – zatrhneme Custom – vybereme Typ:Main effects – do Model přetáhneme A, B (*pokud bychom chtěli model s interakcemi necháme zatržené Full factorial*) – odškrtneme Include intercept in model – Continue
- Post Hoc – Post hoc Tests for: zvolit kategoriální proměnnou – zatrhneme Tukey's-b – Continue
- Plots: zvolit proměnné do Horizontal Axis a Separte Lines – Add – Continue
- Options... – Homogeneity tests – Continue

Vykreslení krabicových grafů podle obou proměnných: Graphs – Legacy Dialogs – Boxplot... – Clustered – Define – zvolit Variable Category Axis a Define Clusters by - OK

Úkol 2 – řešení v softwaru R

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet uzdravených pacientů s leukémií.

V softwaru R:

```
data <- data.frame(pohl=c(1,1,1,2,2,2),lek=c(1,2,3,1,2,3),pocet=c(1,1,6,3,4,9))
data

model_bez_interakce <- aov(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)+as.factor(data$lek)))
summary(model_bez_interakce)
TukeyHSD(model_bez_interakce) # post-hoc test

# 2. zpusob: anova(lm(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)+as.factor(data$lek))))

model_s_interakci <- aov(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)*as.factor(data$lek)))
summary(model_s_interakci)

boxplot(data$pocet ~(as.factor(data$pohl)*as.factor(data$lek)))

library("car") # instalace baliku car pomoci: install.packages("car")
leveneTest(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)*as.factor(data$lek)),center=mean)
```

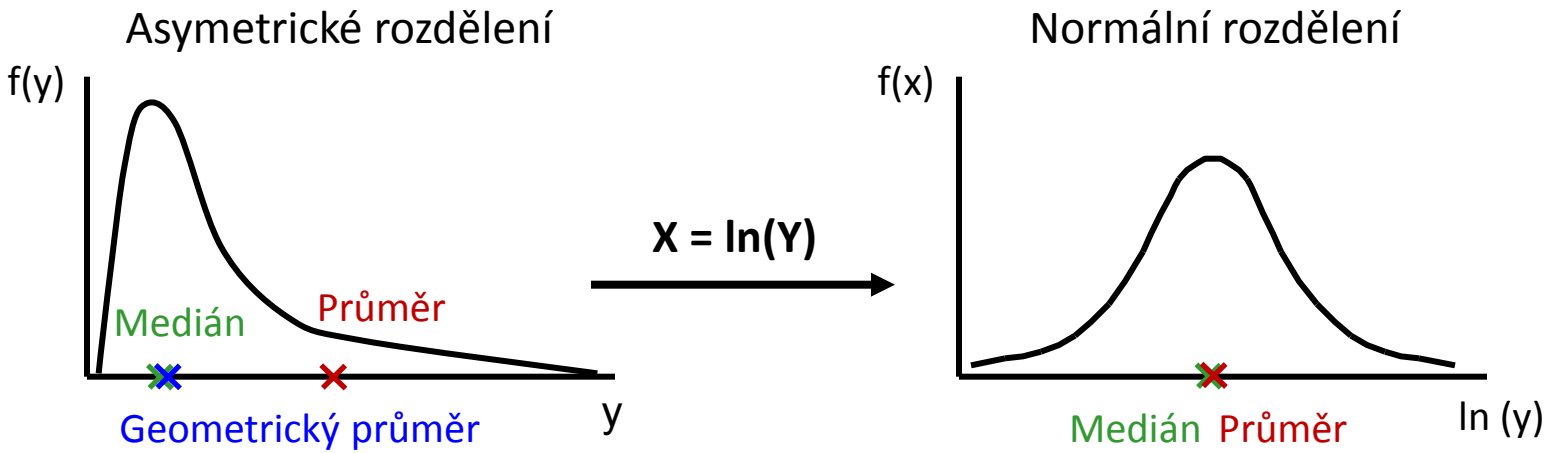
Transformace a jiné úpravy vícerozměrných dat

Typy transformací a jiných úprav vícerozm. dat

- normalizace dat (= převod na normální rozdělení)
- standardizace dat
- min-max normalizace
- centrování dat
- odstranění vlivu kovariát na jiné proměnné

Normalizace dat

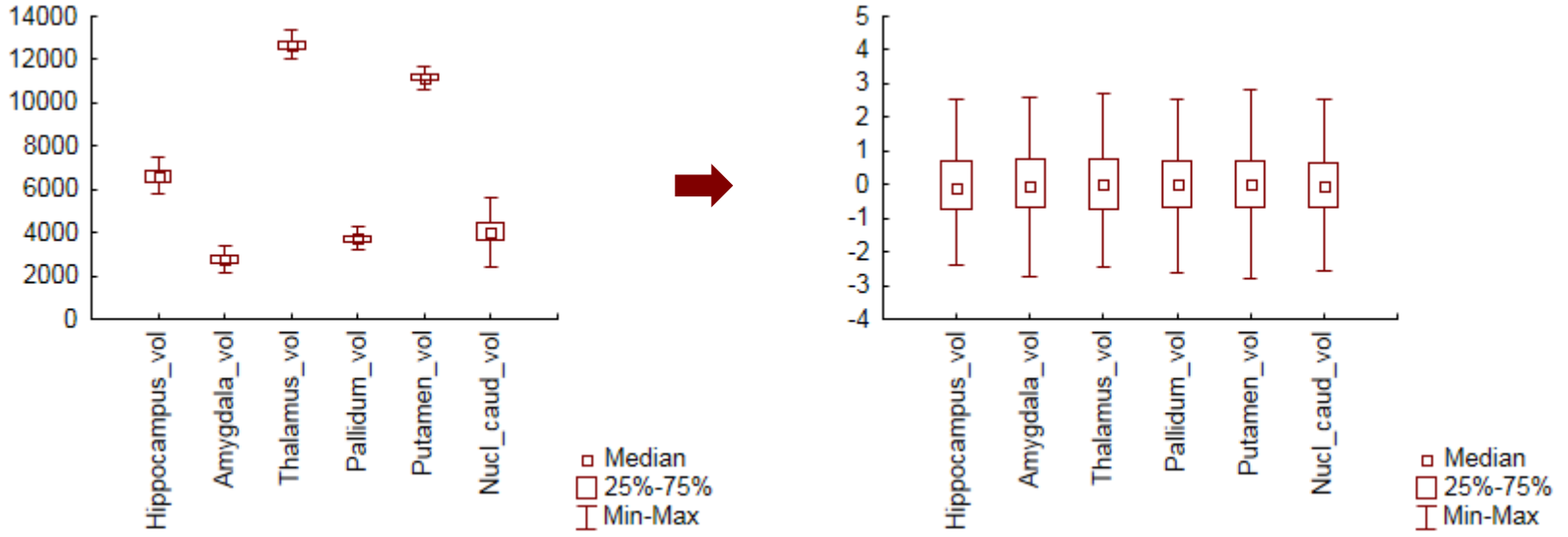
- převod na normální rozdělení (normalita je předpokladem řady statistických testů).
- např. **logaritmická transformace**: X = ln(Y) nebo X = ln(Y+1), pokud data obsahují hodnotu 0



- další příklady:
  - **odmocninová transf.** (pro proměnné s Poissonovým rozložením nebo obecně data typu počet jedinců, buněk apod.: $X = \sqrt{Y}$ nebo $X = \sqrt{Y + 1}$
  - **arcsin transfomace** (pro proměnné s binomickým rozložením)
  - **Box-Coxova tranformace**

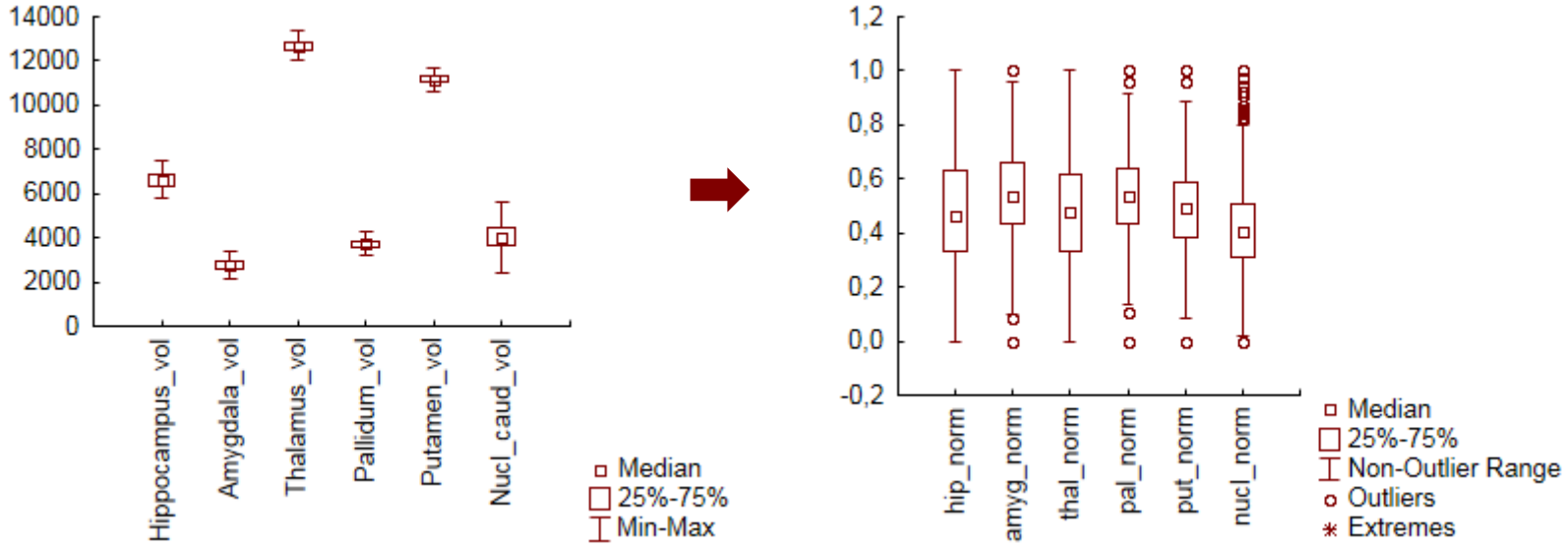
Standardizace dat

- důvod: převod proměnných na stejné měřítko
- standardizace: $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$ (tzn. odečtení průměru od jednotlivých hodnot a podělení směrodatnou odchylkou)
- proměnné budou mít rozsah přibližně od -3 do 3
- získáme tím současně i tzv. z-skóre (které vyjadřuje, o kolik směrodatných odchylek se i-tá hodnota odchýlila od průměru)
- pozor: standardizace je nevhodná v případě, že proměnné nemají normální rozdělení a že se v datech vyskytují odlehlé hodnoty!!!



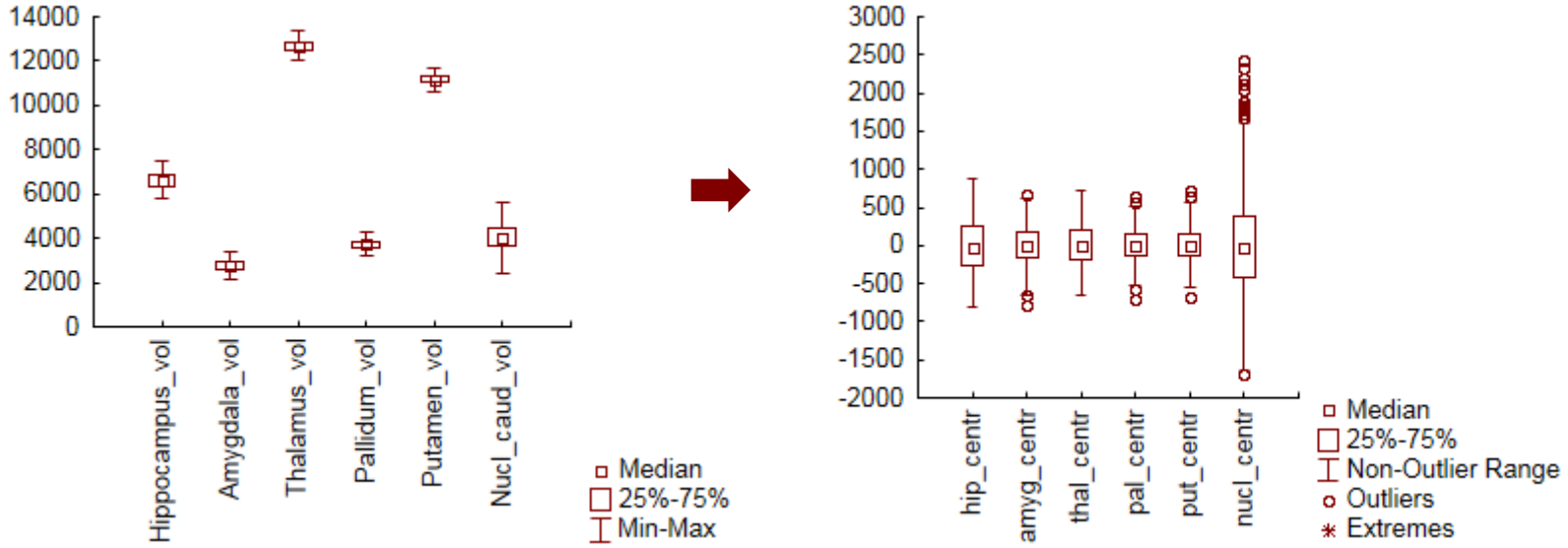
Min-max normalizace

- důvod: převod proměnných na stejné měřítko
- oproti standardizaci vhodná i na proměnné nemající normální rozdělení či obsahující odlehlé hodnoty
- min-max normalizace: $y_i = \frac{x_i - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}$
- rozsah hodnot proměnných po min-max normalizaci je od 0 do 1



Centrování dat

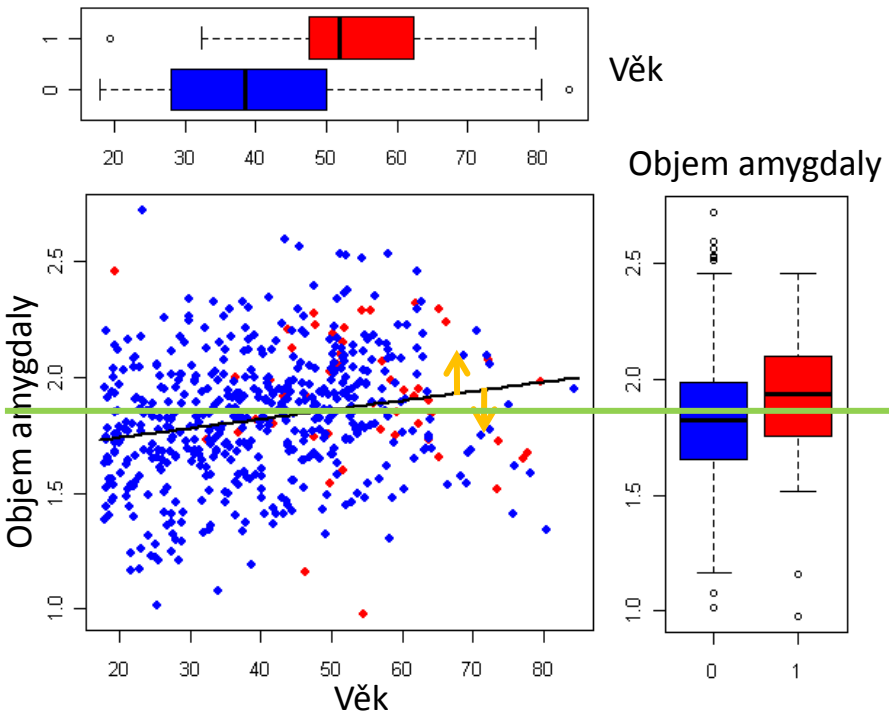
- odečtení průměru od dat – získáme novou proměnnou, která bude mít průměr roven nule
- důvod: centrování je důležitou podmínkou některých pokročilých statistických metod (např. klasifikačních)
- centrování: $z_i = x_i - \bar{x}$



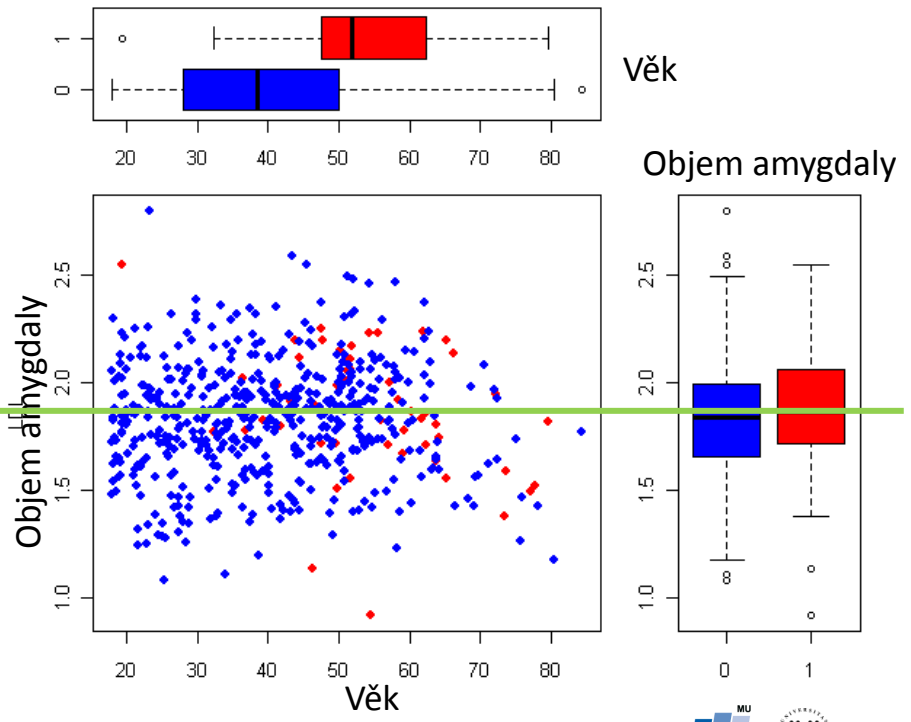
Odstranění vlivu kovariát na jiné proměnné (tzv. adjustace)

1. V prvním kroku definujeme regresní model vztahu kovariáty (např. věku) a dané proměnné
2. Pro každého pacienta je vypočteno jeho reziduum od regresní přímky ↑↓
3. Reziduum (představující hodnotu parametru po odečtení vlivu věku, jeho průměr je 0) je přičteno k průměrné hodnotě parametru —
4. Výsledná adjustovaná hodnota má odečten vliv věku, ale zároveň není změněna číselná hodnota parametru

Původní data



Adjustovaná data



Poděkování

Příprava výukových materiálů předmětu
„DSAN02 Pokročilé metody analýzy dat v neurovědách“
byla finančně podporována prostředky projektu FRMU
č. MUNI/FR/0260/2014 „Pokročilé metody analýzy dat
v neurovědách jako nový předmět na LF MU“