ZPRACOVÁNÍ STATISTICKÝCH DAT

1. Statistické třídění
2. Sestavování tabulek
3. Sestavování grafů
4. Statistické charakteristiky
5. Pravděpodobnosti
6. Statistické odhady
7. Testování hypotéz
8. Měření závislostí

1 Statistické třídění

= rozdělení dat do skupin dle znaků

- Podle počtu znaků rozdělujeme třídění:
  - Jednostupňové
  - Vícestupňové (max. 4 znaky)
- Př.: Rozdělení souboru podle pohlaví, věku, spokojenosti s pobytem v nemocnici

Třídění četností

= způsob vyjádření statistických jednotek v jednotlivých třídách

- Absolutní četnost = celkové počet jednotek ve třídě
- Relativní četnost = poměr celkového počtu jednotek ve třídě a celkového počtu jednotek (často v %, srovnání souborů s různou velikostí)

Kumulativní četnosti

- Součtové četnosti
- Mohou být absolutní i relativní
- Používají se více u KLV
- Ve třídě se sečte počet četností a přičítají se k následující třídě, absolutní kumulativní četnost poslední třídy je rovno 1.0 nebo 100%, získáme tzv. rozdělení četností

2 Sestavování tabulek

- = tabulka rozdělení četností
- Číselné údaje jsou uspořádány do vodorovných řádků
- Obsah sloupců uvádí „hlavička“
- Obsah řádků vyjadřuje legenda
- Každé políčko tabulky by mělo být zaplněno (např. 0, nebo X)

Příklad statistické tabulky

POHLAVÍ	ZDRAVOTNÍ STAV					
	velmi dobrý	spíše dobrý	tak napůl	spíše špatný	velmi špatný	CELKEM
muži	10,8	21,5	11,9	3,3	0,7	48,2
ženy	9,3	22,5	14,4	5,1	0,5	51,8
CELKEM	20,1	44,0	26,3	8,4	1,2	100,0

Třídění statistických tabulek

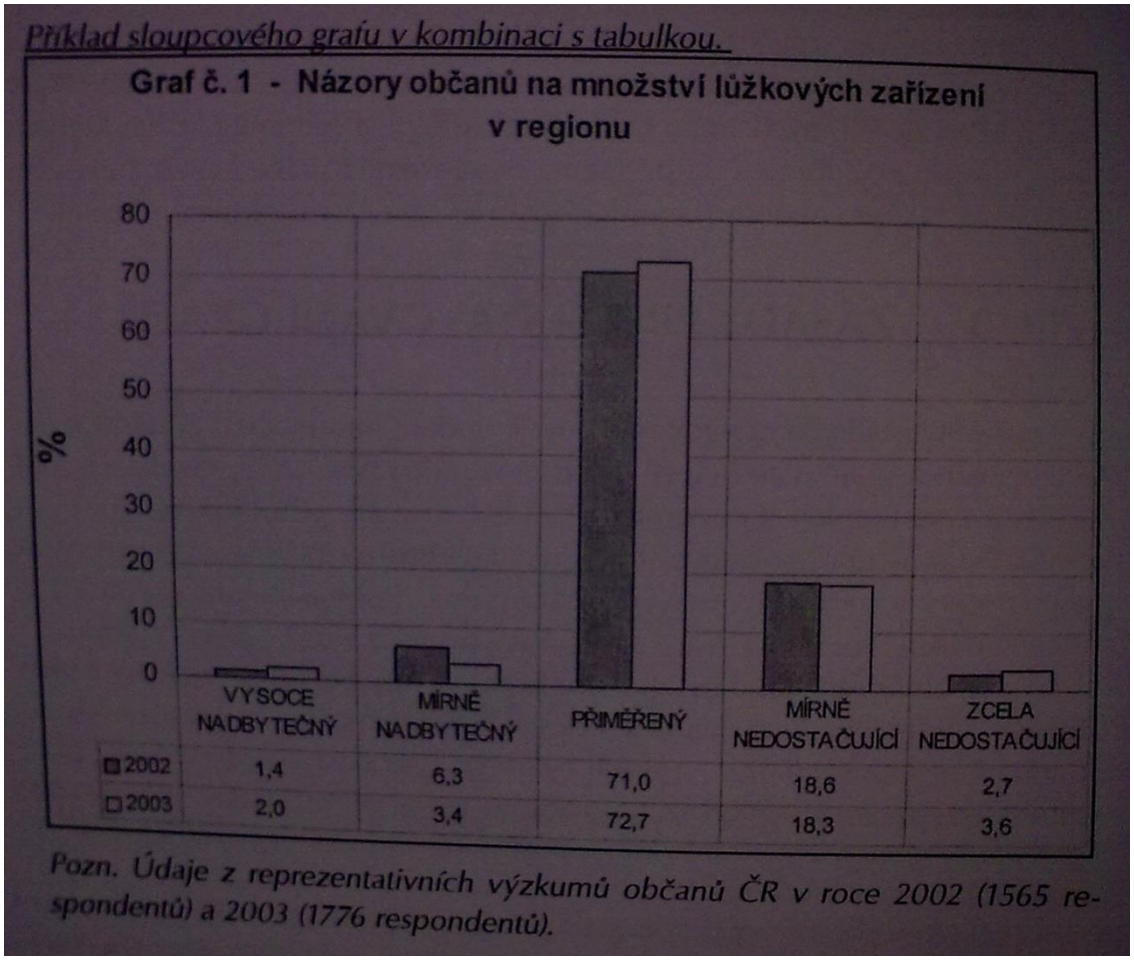
- Prosté tabulky = data bez třídění
- Skupinové tabulky = třídění podle jednoho znaku
- Kombinační tabulky = dle 2 a více znaků
- Korelační tabulky = závislost 2 kvantitativních znaků
- Kontingenční tabulky = závislost 2 kvalitativních znaků

3 Sestavování grafů

- Názornější a rychlejší vyjádření dat
- Zpravidla horizontální osa (x) a vertikální osa (y)
- Nejčastěji se používají sloupcové grafy
- Speciálními sloupcovými grafy jsou histogramy četností (relativní i absolutní)
- Umožňuje zhodnocení sledovaného znaku (jednovrcholové, vícevrcholové)

Příklad sloupcového grafu s tabulkou

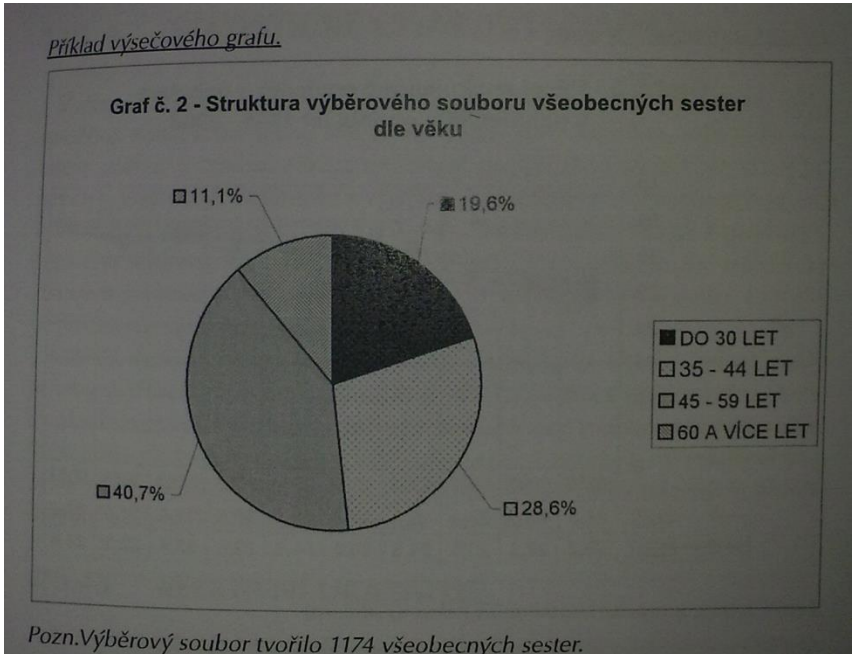
Příklad sloupcového grafu v kombinaci s tabulkou.



Pozn. Údaje z reprezentativních výzkumů občanů ČR v roce 2002 (1565 respondentů) a 2003 (1776 respondentů).

Graf výsečový (kruhový, sektorový)

- Plocha celého kruhu je rovna 100%
- Odlišení šrafováním nebo barvou

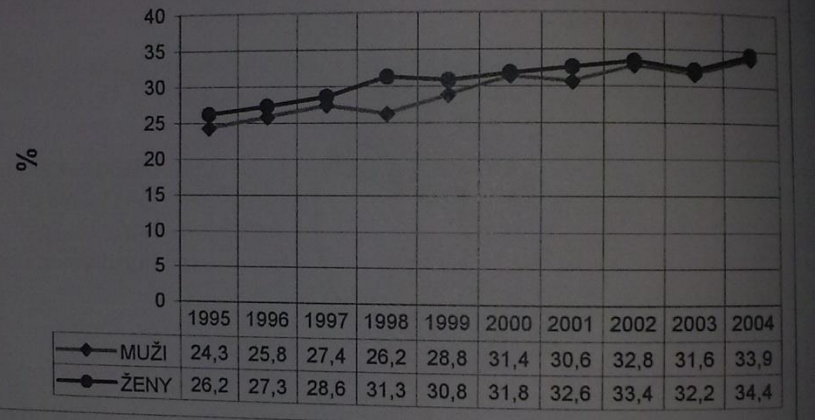


Spojnicový graf

- Vyjádření vývoje jevu v čase

Příklad spojnicového grafu.

Graf č. 3 - Vývoj spokojenosti pacientů s pobytem v nemocnici v období let 1995 - 2004



	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
MUŽI	24,3	25,8	27,4	26,2	28,8	31,4	30,6	32,8	31,6	33,9
ŽENY	26,2	27,3	28,6	31,3	30,8	31,8	32,6	33,4	32,2	34,4

Pozn. Údaje z reprezentativních výzkumů občanů

4 Statistické charakteristiky

- Statistické ukazatele umožňují podat informaci o souboru
- Parametry = pokud se ukazatele vztahují k celému souboru
- Výběrové charakteristiky = ukazatele související s výběrovým souborem, umožňují ověřování hypotéz
- Základní statistické ukazatele jsou:

  A. Relativní ukazatele (poměrná čísla)

  B. Ukazatele polohy (střední hodnoty)

  C. Ukazatele variability

A. Relativní ukazatele, poměrná čísla

- Data jsou vyjádřena v relativních číslech, např. spokojenost pacientů v roce 2000 (1590 pacientů) a v roce 2001 (12890 pacientů)
- RU lze vypočítat jako poměr dvou absolutních čísel podle vzorce:

$$\text{relativní ukazatel} = \frac{A}{B} \times 10^k$$

  - k … se volí 2,3,4 nebo 5 dle velikosti čísel
- Dle povahy absolutních čísel rozlišujeme tyto relativní ukazatele:
  - Ukazatel extenzity
  - Ukazatel intenzity, četnosti
  - Indexní čísla

Ukazatel extenzity (struktury)

- Vyjadřují podíl části k celku
- Počet nositelů znaku násobíme 100 a dělíme počtem jednotek souboru
- Pokud vyjadřujeme v procentech volíme k = 2, v promilích k = 3
- Znázorňujeme kruhovými grafy

Podíl počtu chlapců v celkovém počtu narozených dětí, který činí 49 405/96 097= 0,51

Ukazatel intenzity

- Vyjadřuje frekvenci četnosti znaku v souboru
- Dělíme je na:
  - Hrubé = počet na 1000 exponovaných případů
  - Specifické (čisté) = počet na 100 000
- Patří sem např. porodnost, úmrtnost, počet lůžek na 1 lékaře apod.

Indexní čísla

- Indexy vyjadřujeme změny, které nastaly ve vývoji ve sledovaném čase
- Jednotkami indexu mohou být relativní i absolutní čísla
- Mohou být vyjádřena dvojím způsobem:
  - Indexy s pevným základem (bazické) = první hodnotu v čase stanovíme ze 100%, ostatní adekvátně přirovnáme; vyjadřují **růst** nebo **pokles** jevu
  - Indexy s pohyblivým základem (řetězové) = vyjadřují **tempo přírůstku** v čase, údaj dělíme hodnotou předcházející a násobíme 100

B. Ukazatele polohy

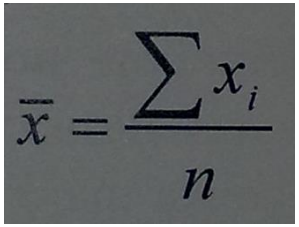
- Sledujeme, zda a jak se náhodné veličiny kupí kolem střední hodnoty
- Střední hodnota = číslo, které v určitém smyslu zastupuje jednotlivé hodnoty zkoumaného souboru, umožňuje reálné srovnání souborů
- SH dělíme na:
  - Průměry = stanoveny výpočtem, bereme v úvahu všechny hodnoty v souboru
  - Ostatní SH = neparametrické, stanoveny dle hodnoty některé statistické proměnné

Aritmetický průměr

- Charakterizuje normální rozložení

= úhrn hodnot kvantitativního znaku dělený rozsahem souboru

xi = jednotlivé hodnoty



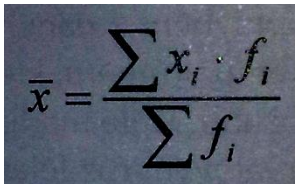
= aritmetický průměr prostý

- Používáme, když se nám znaky často opakují

Vážený aritmetický průměr

- Pokud je soubor větší a hodnoty se často opakují

  fi = počet opakování znaku



- V případě velkého souboru vytvoříme intervalové rozdělení četností, vypočítáme AP pro jednotlivé intervaly a pak vypočítáme AP pomocí vzorce pro VAP
-

- Třída A — 62, 67, 71, 74, 76, 77, 78, 79, 79, 80, 80, 81, 81, 82, 83, 84, 86, 89, 93, 98
- Třída B — 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 87, 88, 88, 89, 89, 89, 90, 90, 90, 90, 91, 91, 91, 92, 92, 93, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

$$\bar{x} = \frac{4480}{52} = 86,15385$$

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 80 + 32 \cdot 90}{20 + 32} = 86,15385$$

Nevhodné použití AP

- Malý soubor s extrémními hodnotami
- Asymetrické rozdělení souboru
- Není vymezen dolní nebo horní interval četností

Medián

= hodnota prostředního člena souboru, který je uspořádán dle velikosti (u sudého počtu je to průměr ze dvou středních)

- není ovlivněn robustností, tj. hodně malými nebo hodně velkými chybami
- Použijeme pokud chybí určení dolní a horní hranice intervalu

Percentil (kvantil)

= další pořadový ukazatel

P10 = desátý percentil, tj. 10% hodnot je menších a 90% je větších

Modus

= takový člen, který se ve sledované skupině vyskytuje nejčastěji

- V případě intervalového rozdělení viz příklad
- Zkoumáme intenzitu jevu
- Soubor může mít i více vrcholů

Příklad určení modu na statistické souboru

Věk nemocných	• Počet nemocných
5 – 14	5
15 – 24	33
25 – 34	458
35 – 44	1123
45 – 54	1136
55 – 64	746
65 – 74	233
75 – 84	24

Příklad určení modu na statistické souboru

Věk nemocných	Počet nemocných
5 – 14	5
15 – 24	33
25 – 34	458
35 – 44	1123
45 – 54	1136
55 – 64	746
65 – 74	233
75 – 84	24

Přesnější modus vypočítáme podle vzorce:

$$M_0 = x_0 + i\,(\frac{(f_2 - f_1)}{2f_2 - f_1 - f_3})$$

M …modus

x0 … počátek modální třídy … (45)

i … veličina třídního intervalu … (10)

F1 …četnost třídy předcházející modální … (1123)

F2 … četnost modální třídy …(1136)

F3 …četnost třídy následující za modální … (746)

M = 45,52

C. Ukazatele variability

= proměnlivost vlastností v čase a v prostoru se projevuje rozptýlením znaků k určitým hranicím

- K základním charakteristikám variability patří:
  - I. Variační šíře (rozpětí)
  - II. Průměrná odchylka
  - III. Rozptyl
  - IV. Směrodatná odchylka
  - V. Variační koeficient

I. Variační šíře

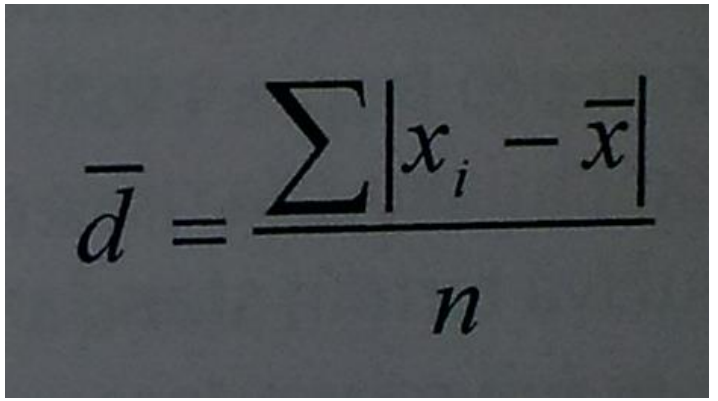
= daná rozdílem mezi největší a nejmenší hodnotou souboru

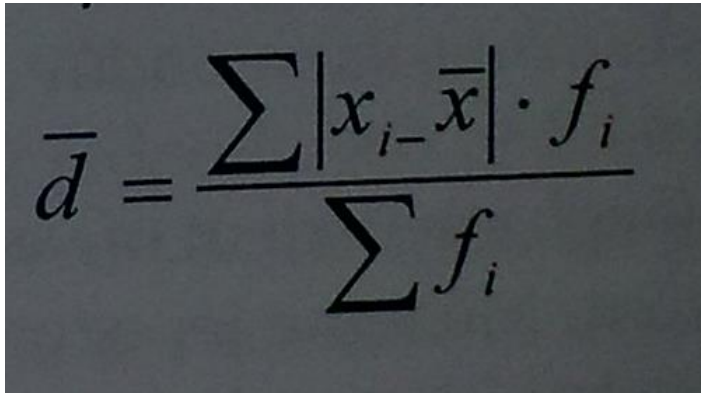
- Bere v úvahu jen extrémní hodnoty
- Pouze orientační

$$R = x_{max} - x_{min}$$

II. Průměrná odchylka

- Dokonalejší mírou variability - je závislá na všech hodnotách souboru
- Rozlišujeme:
  - PO prostá
  - Vážená PO = pokud se hodnoty opakují
- Bereme absolutní hodnoty rozdílu od průměru, ty mohou negativně ovlivnit posunutí hodnot od průměru

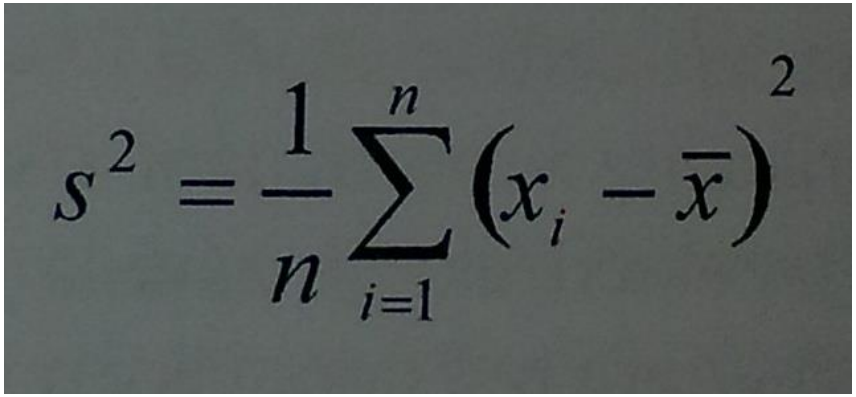




III. Rozptyl

- Nejčastěji užívaná míra variability
- Rozptyl výběrového souboru

= je to průměr čtverců odchylek jednotlivých pozorování od aritmetického průměru



IV. Směrodatná odchylka

= odmocnina z rozptylu

- Udává rozptýlenost dat ve stejných jednotkách jako jsou původní data a průměr
- Používá se i název standardní odchylka
- Umožňuje vymezit hranice, ve kterých se nachází určité množství jednotek

V. Variační koeficient

= podíl směrodatné odchylky a průměru

- Je to relativní míra variability souboru a uvádí se často v %
- Používá se při srovnání variability dvou a více souborů s odlišným průměrem, nebo se znaky v odlišných jednotkách

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \times 100(\%)$$

- Pozn.: Při asymetrickém rozdělení soboru se doporučuje variabilitu vyjadřovat pomocí kvantilů (decil, percentil)

5 Pravděpodobnosti

= teorie pravděpodobnosti studuje a formuluje zákonitosti náhody a jejího využívání

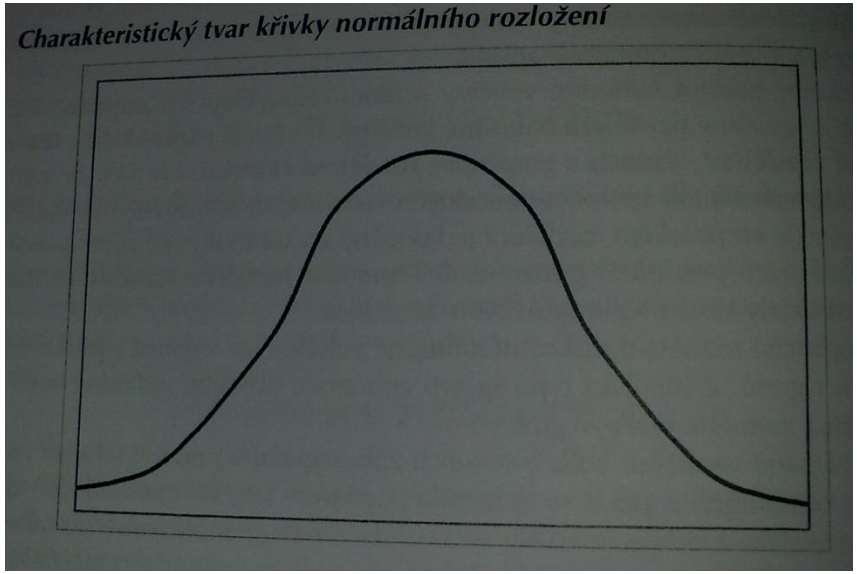
- Náhoda = souhrn drobných špatně zjistitelných vlivů, které ovlivňují výsledky
- Náhodný jev = lze určit, zda nastane, či nikoliv (orel/panna)
- Náhodný pokus = situace, která vede k výskytu náhodného jevu (hod korunou)

náhodné veličiny – jejich rozdělení

- Rozeznáváme RNV:
  - Teoretické = rovná se nekonečnu
  - Empirické = je dáno výsledky pokusů, pozorování
    - Diskrétní = lze vyjádřit pomocí tabulek a grafů
    - Spojité = vyjádření je složité, používáme intervaly
- RNV se řídí těmito zákony:
  - Normální (Gaussovo)
  - Binomické
  - Poissonovo

Normální - Gaussovo rozdělení

- U kvantitativních znaků
- Spojité rozložení
- Biologické jevy, které se týkají člověka
- Je definováno standardní odchylkou a průměrem



Binomické rozdělení

- Vyskytuje se u diskrétní veličiny
- Pokud děláme pokus, kde existují jen dvě možnosti (např. hod mincí)
- Náhodná veličina nabývá pouze celočíselných hodnot (1 nebo 0)

Poissonovo rozdělení

- Týká se diskrétních veličin, např. počet zákazníků v obchodě, počet automobilů projetých určitým úsekem
- Může mít tyto vlastnosti:
  - Pravděpodobnost výskytu události v intervalu je přímo úměrná délce intervalu
  - Události se vyskytují nezávisle jak ve stejném intervalu, tak mezi po sobě jdoucími intervaly

6 Statistické odhady

- Základní versus výběrový soubor
- Teorie odhadů = na základě kvalifikovaných odhadů provádíme statistickou indukci
- Náhodný výběr umožní, aby se jakákoliv jednotka ze základního souboru dostala do výběrového
- Základní soubor charakterizuje střední hodnota μ, směrodatná odchylka σ a rozptyl σ2
- Výběrový soubor charakterizuje výběrová střední hodnota $\bar{x}$, výběrová směrodatná odchylka s a výběrový rozptyl s2

7 Testování hypotéz

- Pomocí testovací statistiky určujeme, zda se dva ukazatele od sebe liší reálně nebo náhodně
- V praxi potřebujeme odlišit, zda dva náhodné výběry pochází ze stejného základního souboru
- K tomu slouží statistické testy
- Statistická hypotéza

Statistická hypotéza

= tvrzení o základním souboru (chybné nebo správné)

- Rozdělení hypotéz:
  - Parametrické – odlišují se pouze hodnotami parametrů
  - Neparametrické – odlišuje se ještě i tvarem rozložení funkce
- Další rozdělení hypotéz:
  - Jednoduché
  - Složené – z více jednoduchých

Hypotézou ověřujeme především tyto tvrzení

1. Zkoumaný výběr pochází z populace která má určité teoretické rozdělení
2. Dva zkoumané výběry vychází ze stejného základního souboru
3. Existuje lineární závislost mezi dvěma nebo více veličinami souboru
4. Jedna nezávisle proměnná ovlivňuje sledovanou závislou více než druhá

Kroky při stavení hypotézy

- Nulová hypotéza H0
- Alternativní hypotéza H1 = s jakou hypotézou počítáme, pokud H0 neplatí
- Statistický test významnosti = rozhodovací postup mezi nulovou a alternativní hypotézou založený na datech

Volba hladiny významnosti

Pravděpodob-nost chyby	>0,05	≤0,05	≤0,01	≤0,001
Slovní vyjádření	nesignifikantní	signifikantní	velmi signifikantní	velmi vysoce signifikantní
Písmenová symbolika	n.s.	s.	v.s.	v.v.s.
Grafická symbolika		*	**	***

Obecný postup při testování hypotéz

1. Formulace nulové a alternativní hypotézy
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Některou metodou náhodného výběru nasbíráme data
4. Vybereme vhodný statistický test
5. Z dat vypočítáme hodnotu testovacího kritéria
6. Pro zvolenou hladinu významnosti v tabulce vyhledáme kritickou hodnotu
7. Provedeme statistické rozhodování: jestliže hodnota testového kritéria překročí kritickou hodnotu, zamítáme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní. V opačném případě prohlásíme odchylku za nevýznamnou na této hladině

Parametrické testy

- Alespoň přibližně normální rozložení
- Porovnáváme např. průměr nebo rozptyly souborů
- Používáme F-test nebo T-test

Fischerův test

= parametrický test významnosti, kde testujeme hypotézy o rozptylu

- Určujeme signifikantnost odlišnosti na určité hladině pravděpodobnosti

Studentův test

- Testujeme významnost rozdílu dvou průměrů
- Používáme je v situacích:
  - Dva výběrové soubory s odlišnými průměry, testujeme zda odlišnost je náhodná nebo podstatná
  - Sledování vlivu dvou faktorů (např. léčiv)
  - Zda náleží výběrové soubory témuž základnímu souboru

Neparametrické testy

- Parametrické testy nemůžeme použít za těchto okolností:
  - Teoretické rozložení proměnné v populaci je příliš malé
  - Rozložení nelze převést na normální
  - Údaje mají povahu pořadových čísel, tj. jsou řazeny vzestupně nebo sestupně
- U NPT nepotřebujeme znát parametry souboru, bývají jednodušší, ale poskytují méně informací

Neparametrické testy - rozdělení

1. Kolmogorovův-Smirnovův test pro jeden výběr – hodnocení kumulativního rozdílu četností, spojité rozdělení souboru
2. Kolmogorovův-Smirnovův test pro dva závislé výběry – hodnocení shody četností dvou srovnávaných výběrů
3. Znaménkový test – pro soubory uspořádané ve dvojicích, znaménka ukazují změnu, pokud se znaménka vyskytují se stejnou pravděpodobností, znamená to, že mezi soubory není rozdíl
4. Wilcoxonův test pro párové hodnoty – nebere pouze +/- ale bere konkrétní hodnoty rozdílu, ověřuje rozdíly při opakovaném měření

Testy chí-kvadrát

- Přechod mezi parametrickými a neparametrickými testy
- Pro hodnocení kvalitativních znaků

8 Měření závislostí

- Závislost kvantitativních znaků
- Závislost kvalitativních znaků

Závislost kvantitativních znaků

- Např. věk, tělesná váha, výška, výsledky laboratorních vyšetření
- Stanovujeme druh a těsnost sledovaných závislostí
- Závislost většinou vyjadřujeme pomocí křivky (regresní křivka)
- Závislost může být lineární, logaritmická, parabolická, exponenciální
- Těsnost (korelaci) vyjadřujeme obvykle korelačním koeficientem (0 až 1)

Závislost kvalitativních znaků

- Pohlaví, krevní skupina, rodinný stav atd. mají kvalitativní charakter
- Chí-kvadrát test ($\chi 2$) je zaměřen na ověřování shody rozdělení, porovnáváme empirické a teoretické hodnoty
- Východiskem jsou tzv. kontingenční tabulky

Kontingenční tabulka - Test chí-kvadrát

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(X_i - Np_i)^2}{Np_i}$$

Chceme ověřit, zda je hrací kostka pravidelná. Hodíme kostkou 60krát a budeme sledovat četnosti jednotlivých hodnot. Při pravidelné kostce je pravděpodobnost každého čísla 1/6, tedy všechny hodnoty od 1 do 6 mají očekávanou četnost 10.
Následující tabulka uvádí skutečné a očekávané četnosti jednotlivých hodnot.

Hodnota	1	2	3	4	5	6	$\sum_{i=1}^{k}$
Skutečné četnosti	5	14	4	10	14	13	60
Očekávané četnosti	10	10	10	10	10	10	60
χ^2	2.5	1.6	3.6	0	1.6	0.9	10.2

Dosadíme-li do vzorce, je výsledná hodnota χ^2 je 10,2 a kritická hodnota chí-kvadrát s 5 stupni volnosti na nejpoužívanější 5% hladině významnosti je 11,07. Nelze tedy prohlásit, že by předpoklad byl porušen, kostka může být pravidelná. Je však možné, že provedení většího počtu pokusů by již mohlo odchylku od pravidelnosti prokázat.

… hezký den