Pokročilé metody analýzy dat v neurovědách

RNDr. Eva Koriťáková, Ph.D.
doc. RNDr. Ladislav Dušek, Dr.

Blok 2

Vícerozměrné statistické testy a rozložení

Osnova

1. Vícerozměrné charakteristiky
2. Vícerozměrné normální rozdělení
3. Vícerozměrný t-test
4. Vícerozměrná analýza rozptylu
5. Transformace a jiné úpravy vícerozměrných dat

Vícerozměrné charakteristiky

Vícerozměrná data

PROMĚNNÉ

OBJEKTY (SUBJEKTY)

ID	Pohlaví	Věk	Váha	MMSE skóre	Objem hipokampu	…
1	muž	84	85,5	29	7030	
2	žena	25	62,0	28	6984	
3						
4						
…						

Poznámka: proměnné označovány i jako znaky, pozorování, diskriminátory, příznakové proměnné či příznaky

Anglicky označení pouze jedním termínem: feature

Maticový zápis datového souboru

PROMĚNNÉ

OBJEKTY (SUBJEKTY)

ID	Pohlaví	Věk	Váha	MMSE skóre	Objem hipokampu	…
1	muž	84	85,5	29	7030	
2	žena	25	62,0	28	6984	
…						

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

maticový zápis datového souboru *n* objektů (subjektů), které jsou popsané *p* proměnnými

jeden prvek matice x_{ij} je hodnota *j*-té proměnné u *i*-tého objektu (subjektu), přičemž $j = 1, ..., p$ a $i = 1, ..., n$

Vícerozměrný průměr a kovarianční matice

- vícerozměrný průměr (např. pro datový soubor se 2 proměnnými):

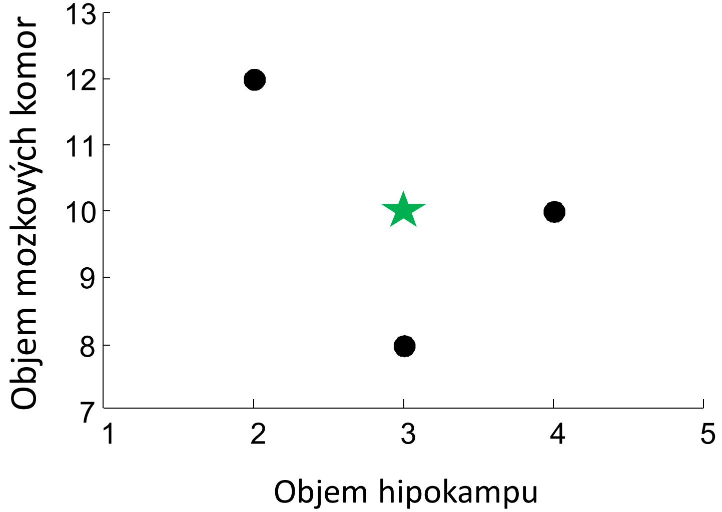
$$\begin{bmatrix} - & & - & \end{bmatrix}$$

- výběrová kovarianční matice (např. pro datový soubor se 2 proměnnými):

$$\begin{bmatrix} & \end{bmatrix}, \text{ kde } \quad \frac{}{} \quad (\quad)$$

Vícerozměrný průměr a kovarianční matice

ID	Objem hipokampu	Objem mozkových komor
1	2	12
2	4	10
3	3	8



Vícerozměrný průměr:

[– –] [–( ) –( )] [ ]

Kovarianční matice: [ ], kde:

— ( ) —(( ) ( ) ( )) –( ) 1

— ( ) —(( ) ( ) ( )) 4

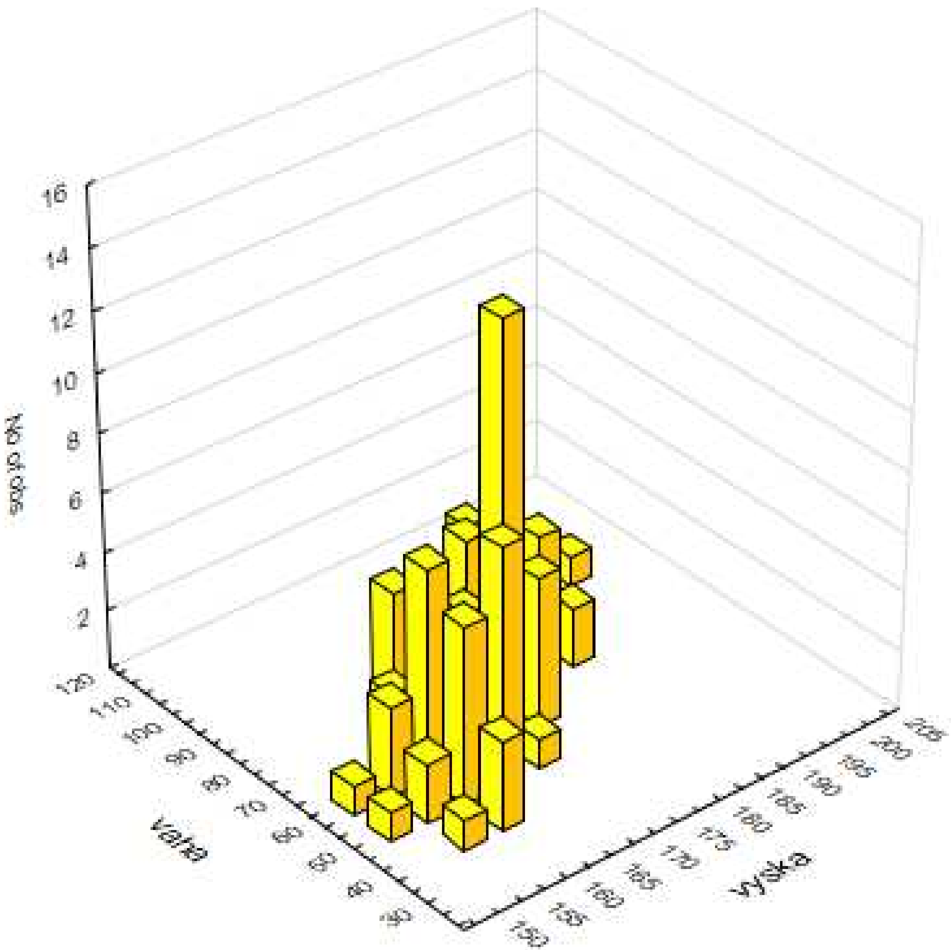
— ( )( )

—(( )( ) ( )( ) ( )( )) -1 → [ ]

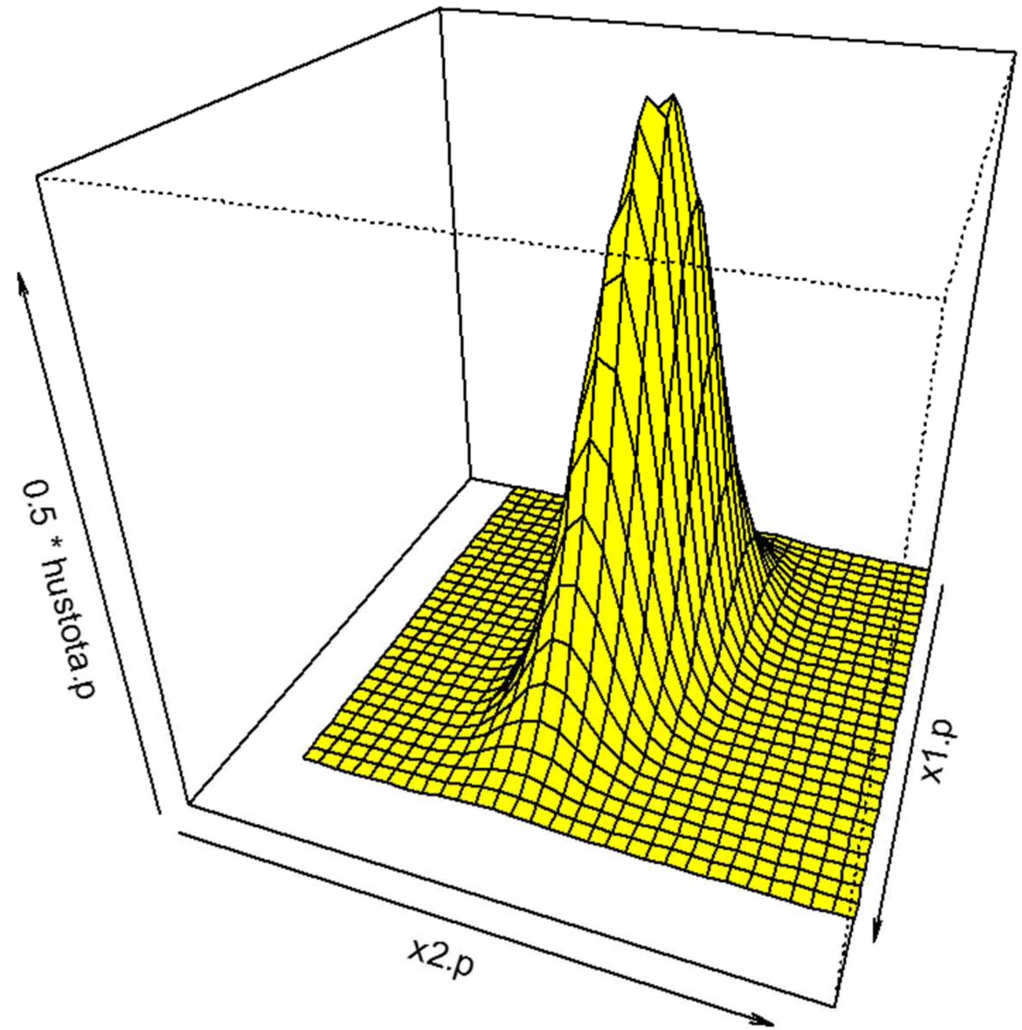
Vícerozměrné normální rozdělení

Motivace

Dvourozměrný histogram

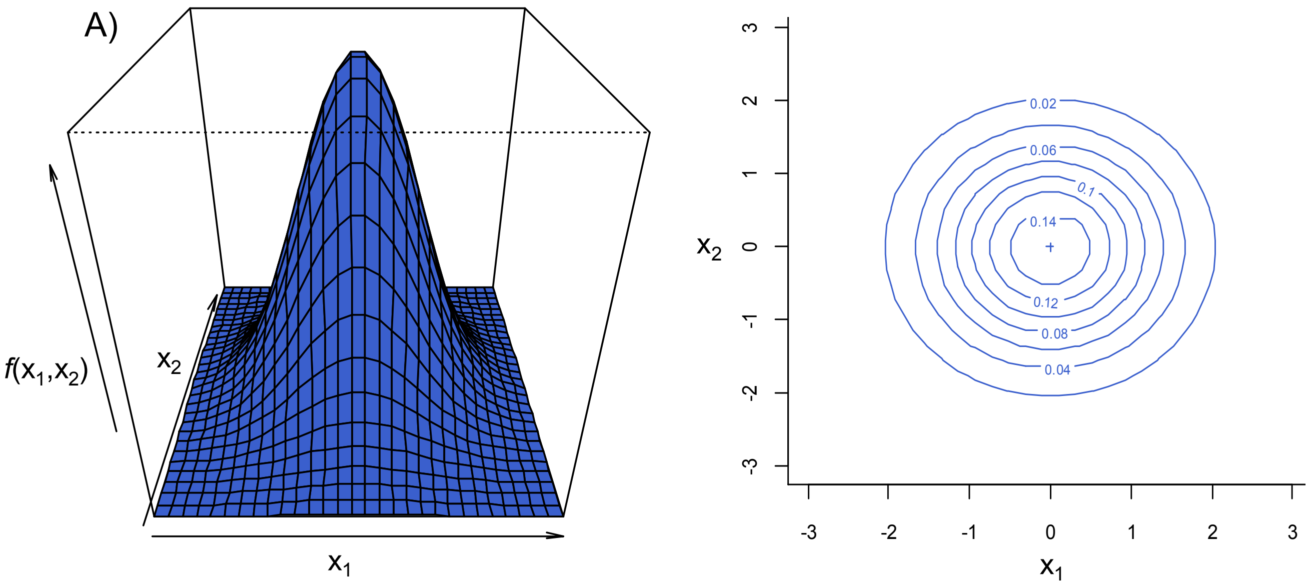


Hustota dvourozměrného normálního rozdělení

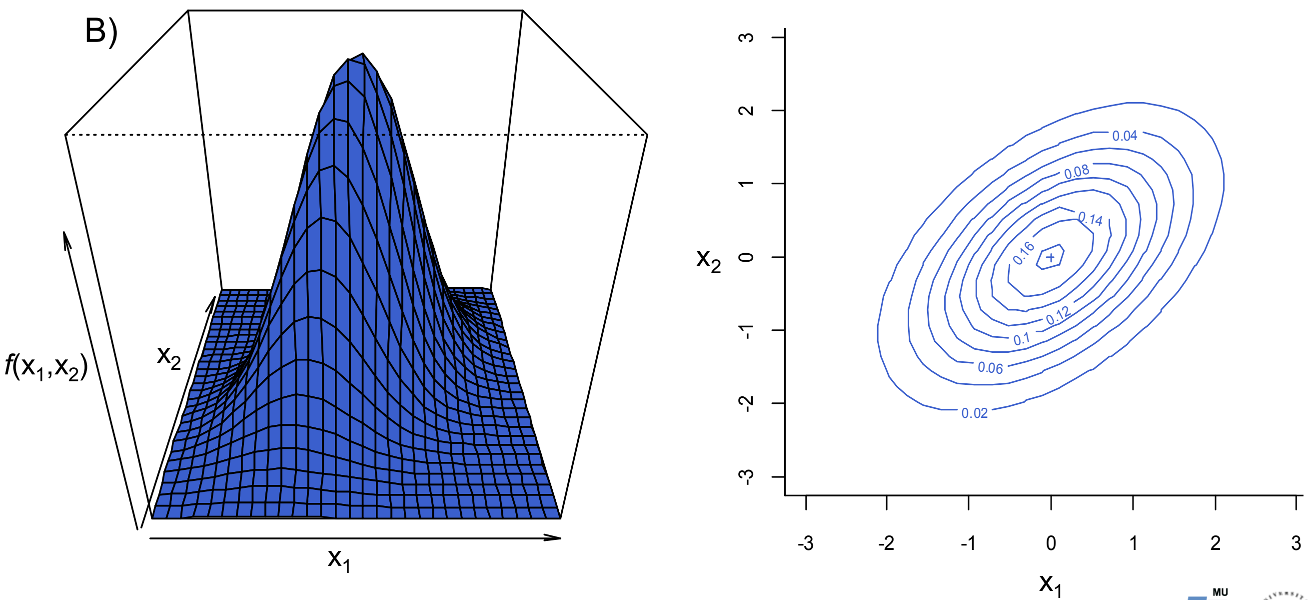


Hustota u nekorelovaných a korelovaných proměnných

Nekorelované proměnné
($\mu_1 = \mu_2 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$,
$\rho = 0$)



Korelované proměnné
($\mu_1 = \mu_2 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$,
$\rho = 0{,}5$)



Vícerozměrné normální rozdělení

Hustota jednozměrného normálního rozdělení:

$$(\ ) \qquad \frac{}{\sqrt{(\quad)}} \qquad \left(\frac{(\qquad)}{} \right)$$

- střední hodnota   σ² – rozptyl

Hustota vícerozměrného normálního rozdělení:

$$(\qquad\qquad) \qquad \frac{}{\sqrt{(\quad)\,|\ |}} \qquad \left(-(\qquad)\qquad(\qquad) \right)$$

- vektor středních hodnot   - kovarianční matice

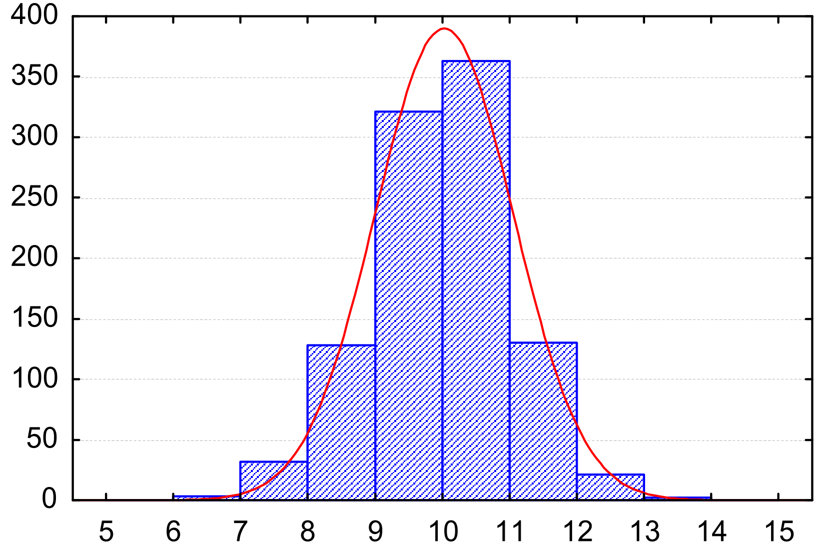
Hustota dvourozměrného normálního rozdělení:

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} \right] \right),$$

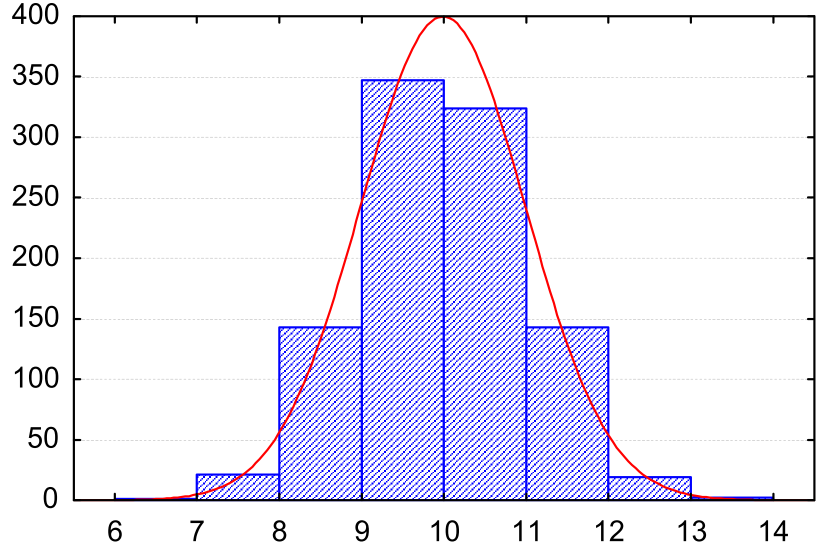
$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \rho\sigma_x\sigma_y \\ \rho\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

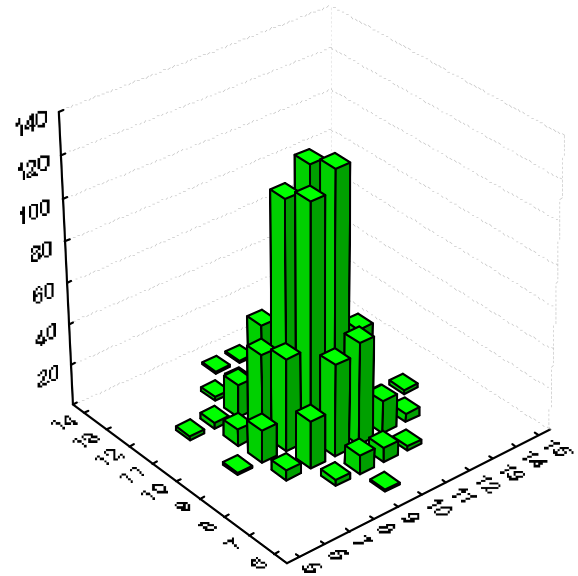
- korelace mezi X a Y;
σ – směrodatná odchylka

Je normalita v jednorozměrném prostoru jedinou podmínkou vícerozměrné normality?

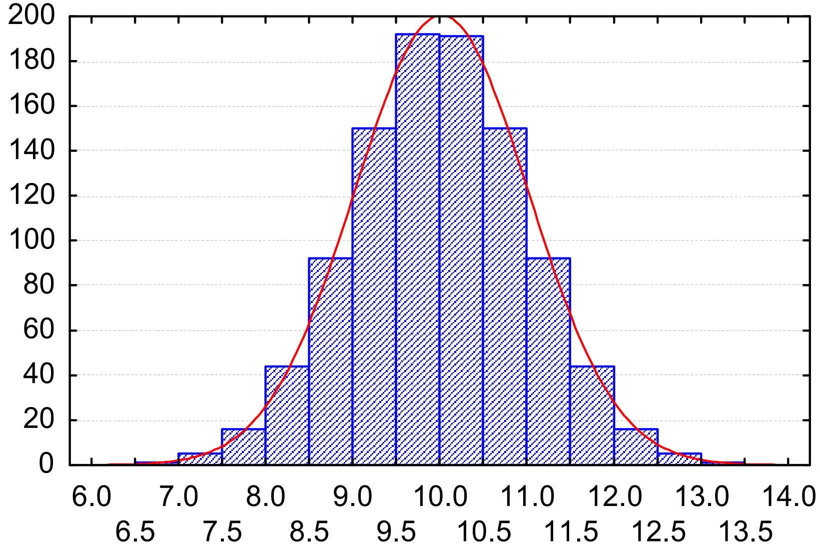


+

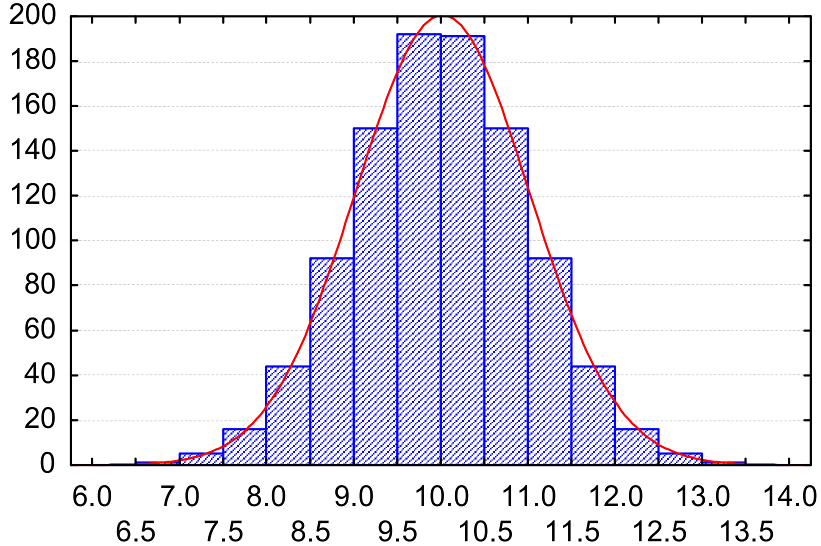


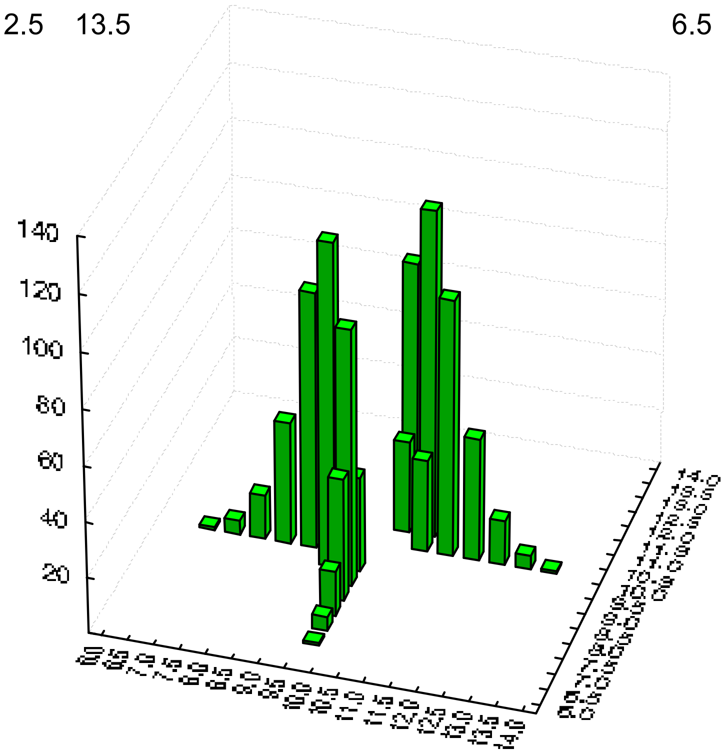


Je normalita v jednorozměrném prostoru jedinou podmínkou vícerozměrné normality?

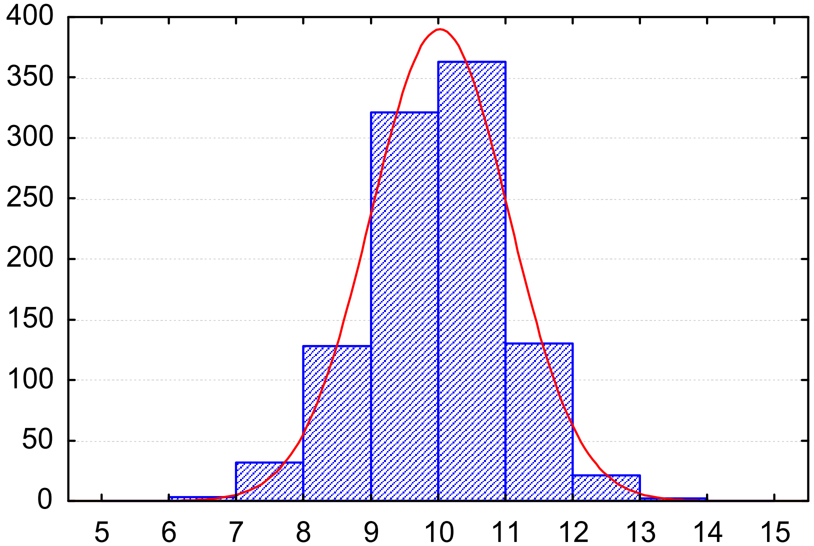


+

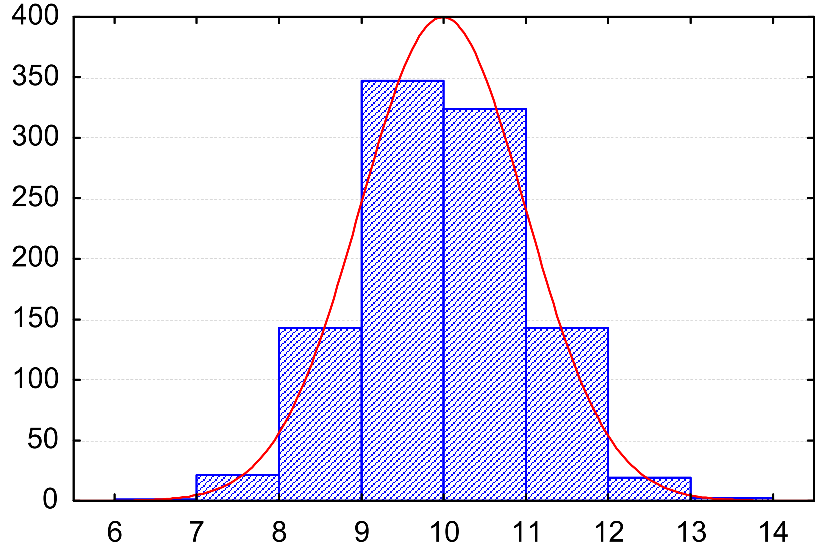


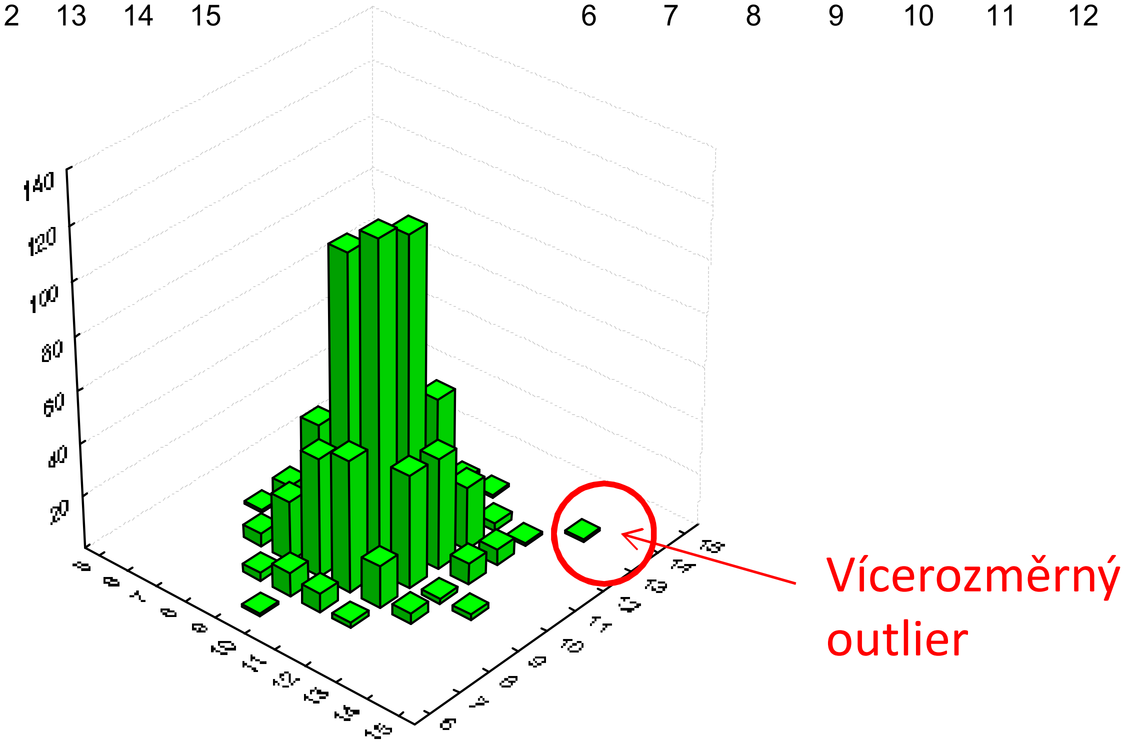


Je normalita v jednorozměrném prostoru jedinou podmínkou vícerozměrné normality?



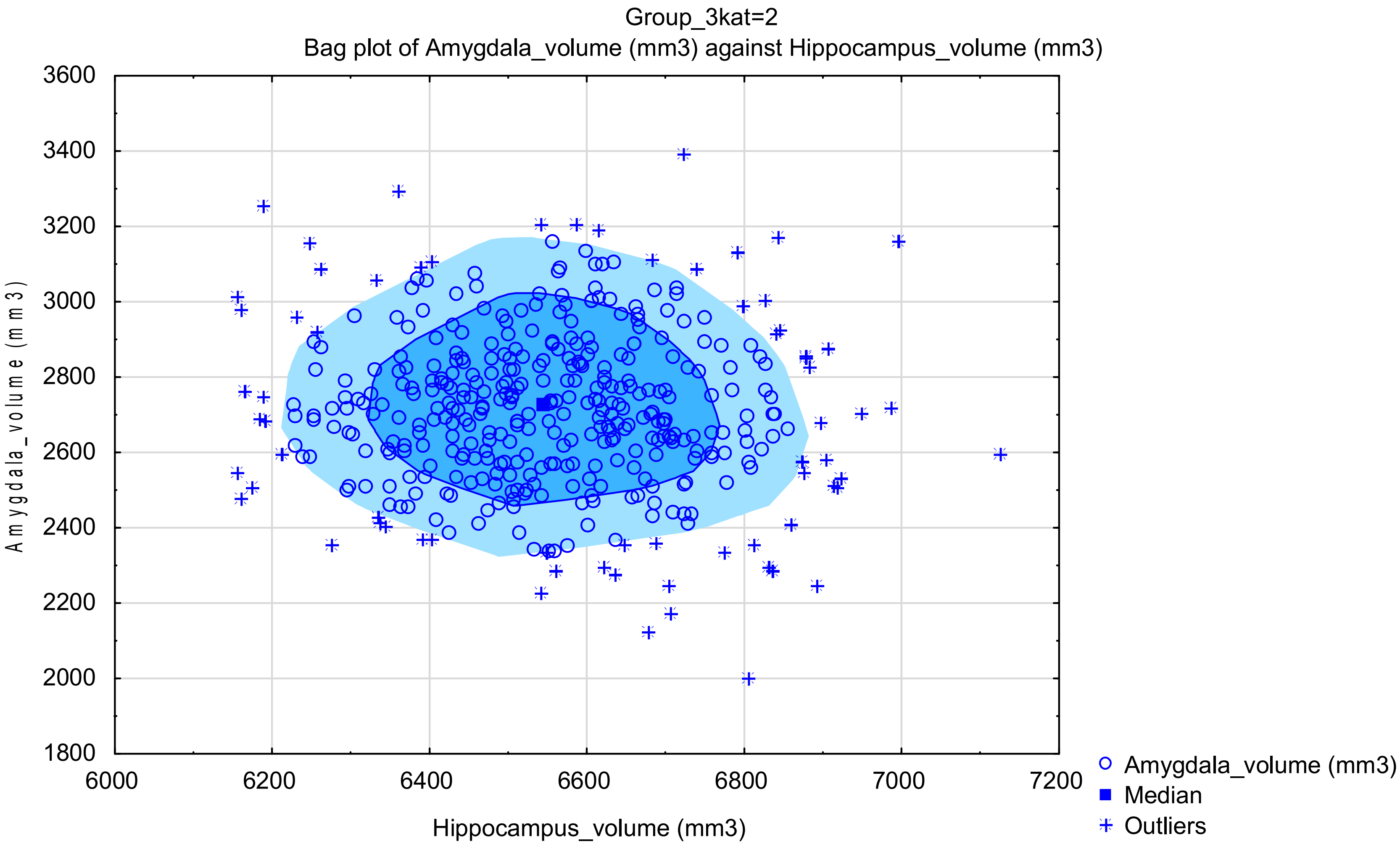
+





Ověření dvourozměrné normality

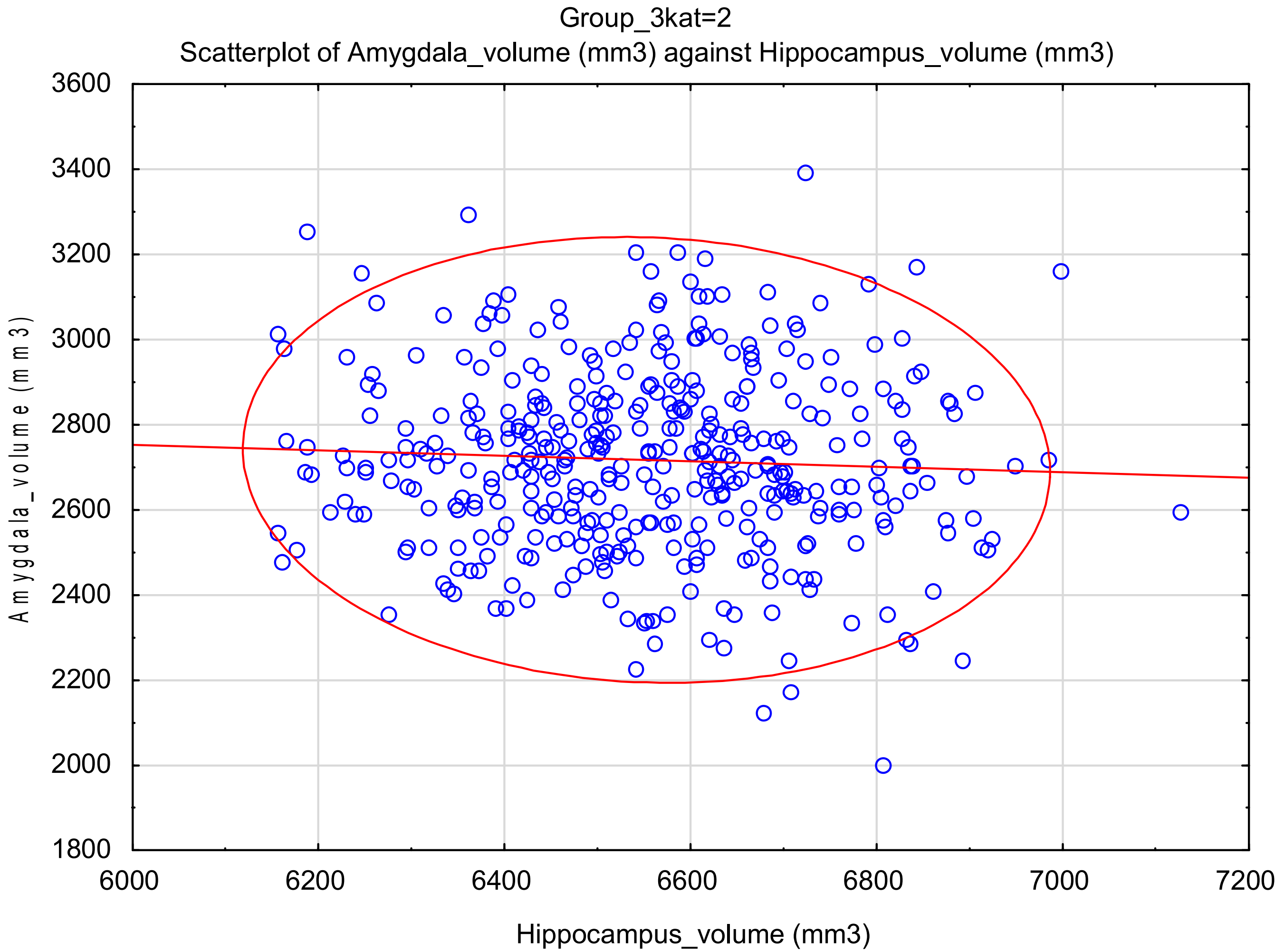
Bagplot = „bivariate boxplot“ (tzn. „dvourozměrný krabicový graf“)



v softwaru Statistica: Graphs – 2D Graphs – Bag Plots

Ověření dvourozměrné normality

Vykreslení regulační elipsy („control“ elipse):

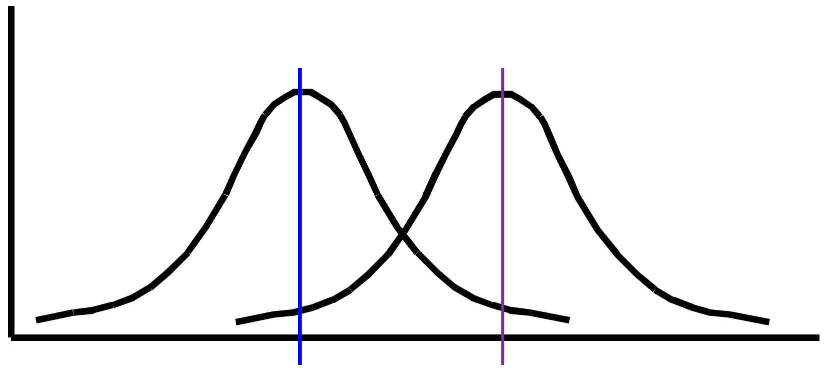


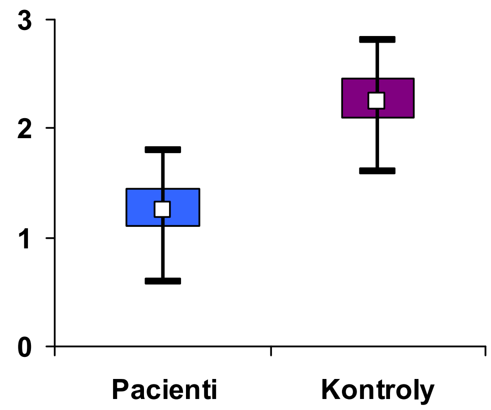
v softwaru Statistica: Graphs – Scatterplots – na záložce Advanced zvolit Elipse Normal

Vícerozměrný t-test

Jednorozměrný dvouvýběrový t-test

- **Srovnáváme dvě skupiny dat, které jsou na sobě nezávislé – mezi objekty neexistuje vazba.**
- Příklady: srovnání objem hipokampu u mužů a u žen, srovnání kognitivního výkonu podle dvou kategorií věku,...



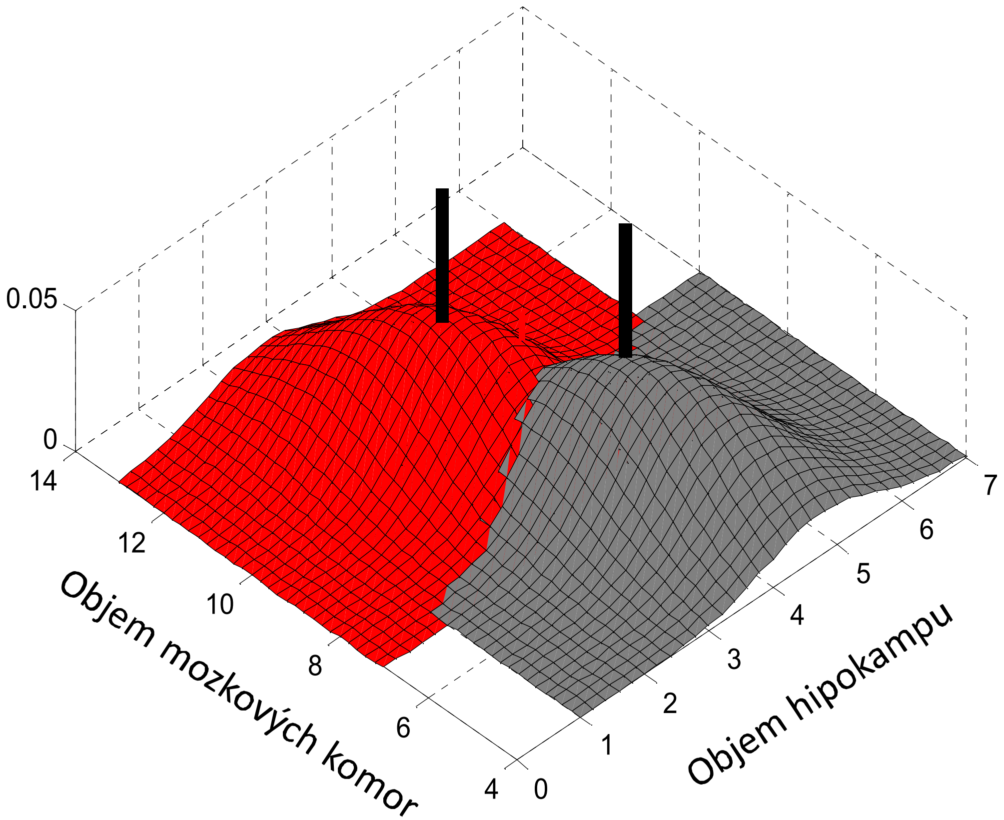


- Předpoklad: **normalita dat v OBOU skupinách, shodnost (homogenita) rozptylů** v obou skupinách
- Testová statistika: $t = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2 - c}{s_* \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$, kde je vážená směrodatná odchylka,

je konstanta, o kterou se rozdíl průměrů má lišit (většinou rovna 0)

Vícerozměrný t-test

- **Srovnáváme dvě skupiny dat, které jsou na sobě nezávislé – mezi objekty neexistuje vazba.**
- Na rozdíl od jednorozměrného dvouvýběrového t-testu jsou dvě skupiny dat popsány více proměnnými.



Vícerozměrný t-test

Jednorozměrný dvouvýběrový t-test:

Studentovo rozdělení

- testová statistika: , kde
- je vážený rozptyl vypočtený jako
- je konstanta, o kterou se rozdíl průměrů má lišit (většinou)
- nulová hypotéza zamítnuta, pokud | |

Je ekvivalentní testu:

F rozdělení

), kde $T^2 \sim F(1, n_D+n_H-2)$

Vícerozměrný t-test:

- Hotellingova T^2 testová statistika:
- kde je vážená kovarianční matice:

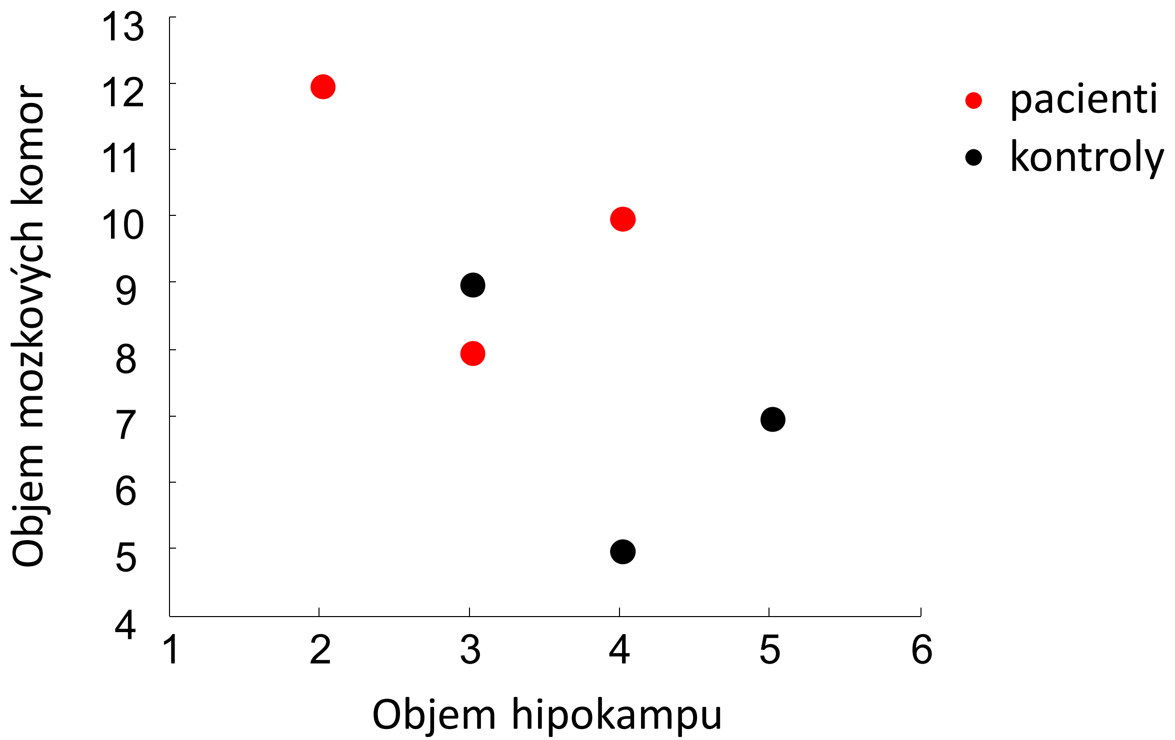
Hotellingovo rozdělení

- $T^2 \sim T^2(p,n-p-1)$; pro malé n_D a n_H je lepší použít: , kde $n=n_D+n_H$
- nulová hypotéza zamítnuta, když ← F rozdělení

Úkol 1

- Zjistěte, zda se liší skupina pacientů se schizofrenií od zdravých subjektů na základě parametrů popisujících objem mozkových struktur subjektů.

$$\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$



Úkol 1 - řešení

Vícerozměrné průměry:

Výběrové kovarianční matice:

Vážená kovarianční matice:

Vícerozměrný t-test:

n	6
p	2
T^2	3,5
F	1,31
df1= p	2
df2 = n-p-1	3
α	0,05
F-crit	9,55
p-hodnota	0,389

Úkol 1 – řešení v software R

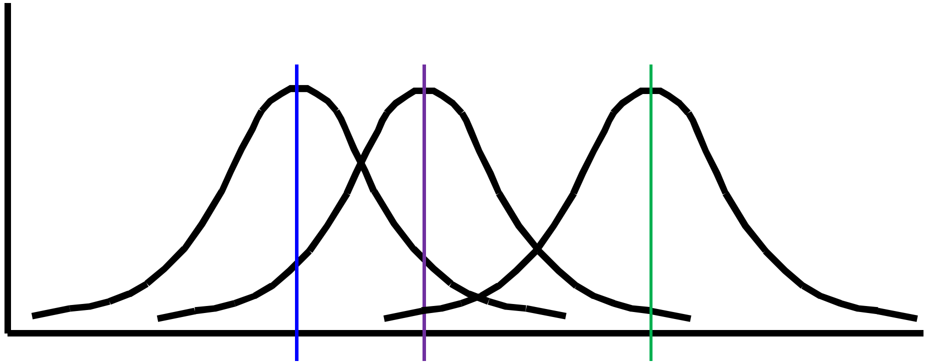
```
library("ICSNP")
X=matrix(c(2 4 3 12 10 8),3,2)
Y=matrix(c(5,3,4,7,9,5),3,2)
HotellingsT2(X, Y)
```

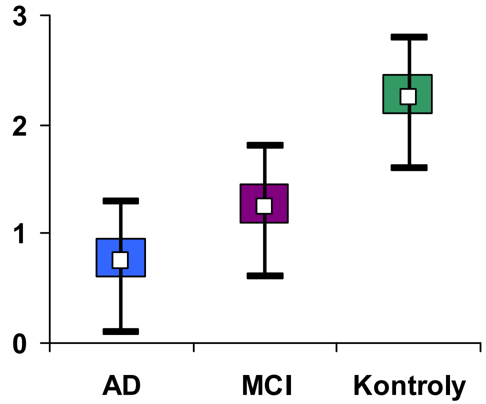
```
        Hotelling's two sample T2-test

data:  Xd and Xh
T.2 = 1.3125, df1 = 2, df2 = 3, p-value = 0.3895
alternative hypothesis: true location difference is not equal to c(0,0)
```

Analýza rozptylu pro vícerozměrná data

Analýza rozptylu (ANOVA) jednoduchého třídění

- **Srovnáváme tři a více skupin dat, které jsou na sobě nezávislé** (mezi objekty neexistuje vazba).
- Příklady: srovnání objemu hipokampu u pacientů s AD, pacientů s MCI a kontrol; srovnání kognitivního výkonu podle čtyř kategorií věku.

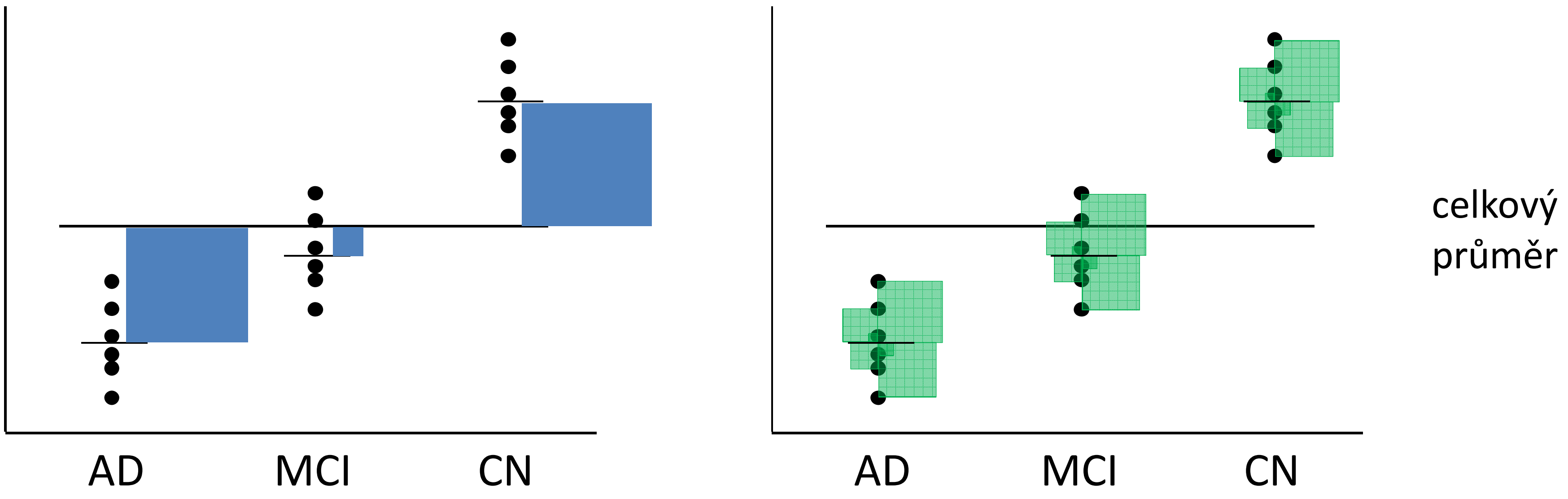




- Předpoklady: **normalita dat ve VŠECH skupinách**, **shodnost (homogenita) rozptylů VŠECH srovnávaných skupin**, nezávislost jednotlivých pozorování.
- Testová statistika: $F = \dfrac{S_A / df_A}{S_e / df_e}$

Analýza rozptylu (ANOVA) – princip

- Srovnání variability (rozptylu) mezi výběry s variabilitou uvnitř výběrů.



- Tabulka analýzy rozptylu jednoduchého třídění (One-Way ANOVA):

Variabilita	Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Průměrný čtverec	F statistika	p-hodnota
Mezi skupinami	S_A	$df_A = k - 1$	$MS_A = S_A/df_A$	$F = \frac{S_A / df_A}{S_e / df_e}$	p
Uvnitř skupin (reziduální var.)	S_e	$df_e = n - k$	$MS_e = S_e/df_e$		
Celkem	S_T	$df_T = n - 1$			

Analýza rozptylu jako lineární model

- Analýza rozptylu pro jednu vysvětlující proměnnou (jednoduché třídění) lze zapsat jako lineární model:

$$Y_{ij} = \mu_i + e_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$$

Reziduum

Populační průměr

i-tý efekt faktoru A

- Nulovou hypotézu pak lze vyjádřit jako: $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k$

- **Rozšířením tohoto zápisu můžeme definovat další modely ANOVA**: více faktorů, hodnocení interakcí, opakovaná měření na jednom subjektu.

Analýza rozptylu pro vícerozměrná data

- podle počtu vysvětlovaných proměnných:
  - 1 vysvětlovaná proměnná – jednorozměrná analýza rozptylu (ANOVA)
  - 2 a více vysvětlovaných proměnných – vícerozměná analýza rozptylu (MANOVA)
- podle počtu faktorů:
  - 1 faktor – ANOVA jednoduchého třídění (jednofaktorová ANOVA)
  - 2 faktory – ANOVA dvojného třídění (dvoufaktorová ANOVA)
  - ...
- podle toho, zda se faktory ovlivňují či nikoliv:
  - faktory se mohou ovlivňovat – model s interakcí
  - faktory se neovlivňují – model bez interakce

Analýza rozptylu pro vícerozměrná data - příklady

Počet proměnných: jednorozměrná x vícerozměrná analýza rozptylu
Počet faktorů: jednoduché x dvojné x trojné, ... třídění
Faktory se ovlivňují či neovlivňují: s interakcí x bez interakce

- zkoumáme dlouhodobý vliv třech léků na hodnoty systolického tlaku u stovky osob – jednorozměrná analýza rozptylu jednoduchého třídění
- zkoumáme dlouhodobý vliv třech léků na hodnoty systolického tlaku u stovky osob, přičemž chceme zkoumat i vliv pohlaví, předpokládáme však, že ženy i muži reagují na jednotlivé léky obdobně (tzn. např. ženy s léky A a C budou mít nižší tlak než ženy s lékem B a muži s léky A a C budou mít také nižší tlak než muži s lékem B apod.) – jednorozměrná analýza rozptylu dvojného třídění bez interakce
- zkoumáme dlouhodobý vliv třech léků na hodnoty systolického tlaku u stovky osob, přičemž chceme zkoumat i vliv pohlaví, a předpokládáme, že ženy a muži budou reagovat na léky různě (tzn. např. ženy s léky A a C budou mít nižší tlak než ženy s lékem B, zatímco muži s léky A a B budou mít vyšší tlak než muži s lékem C apod.) – jednorozměrná analýza rozptylu dvojného třídění s interakcí
- zkoumáme dlouhodobý vliv třech léků na hodnoty systolického a diastolického tlaku u stovky osob – vícerozměrná analýza rozptylu jednoduchého třídění
- zkoumáme dlouhodobý vliv třech léků a vliv pohlaví na hodnoty systolického a diastolického tlaku u stovky osob – vícerozměrná analýza rozptylu dvojného třídění

Analýza rozptylu dvojného třídění

- Uvažujeme dvě vysvětlující proměnné zároveň.
- Zápis modelu:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$$

Reziduum

j-tý efekt faktoru B

Populační průměr

i-tý efekt faktoru A

- Nulové hypotézy pak máme dvě: $H_{01}: \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k$, $H_{02}: \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_r$

Variabilita	Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Průměrný čtverec	*F* statistika	*p*-hodnota
Faktor A	S_A	$df_A = a - 1$	$MS_A = S_A / df_A$	F_A	p
Faktor B	S_B	$df_A = b - 1$	$MS_B = S_B / df_B$	F_B	p
Rezidua	S_e	$df_e = n - a - b + 1$	$MS_e = S_e / df_e$		
Celkem	S_T	$df_T = n - 1$			

Analýza rozptylu dvojného třídění s interakcí

- Uvažujeme dvě vysvětlující proměnné a zároveň i jejich společné působení.
- Zápis modelu:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + e_{ij}$$

Reziduum

Interakce

Populační průměr

j-tý efekt faktoru B

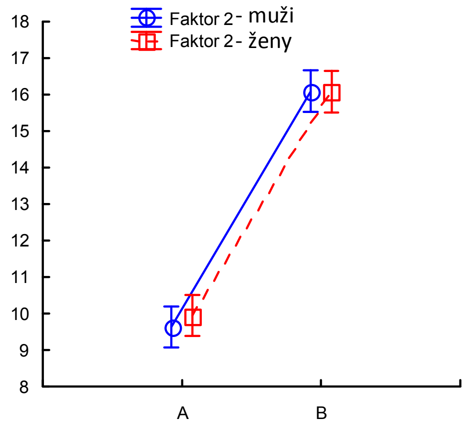
i-tý efekt faktoru A

- Nulové hypotézy pak máme tři:

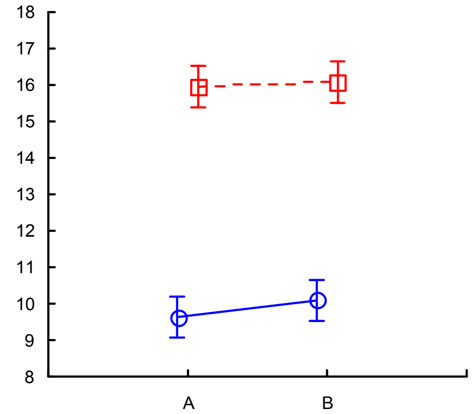
$$H_{01}: \gamma_{11} = \gamma_{12} = \ldots = \gamma_{kr} \qquad H_{02}: \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k \qquad H_{03}: \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_r$$

Variabilita	Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Průměrný čtverec	*F* statistika	*p*-hodnota
Faktor A	S_A	$df_A = a - 1$	$MS_A = S_A / df_A$	F_A	p
Faktor B	S_B	$df_A = b - 1$	$MS_B = S_B / df_B$	F_B	p
Interakce A×B	S_{AB}	$df_{AB} = (a-1)(b-1)$	$MS_{AB} = S_{AB} / df_{AB}$	F_{AB}	p
Rezidua	S_e	$df_e = n - ab$	$MS_e = S_e / df_e$		
Celkem	S_T	$df_T = n - 1$			

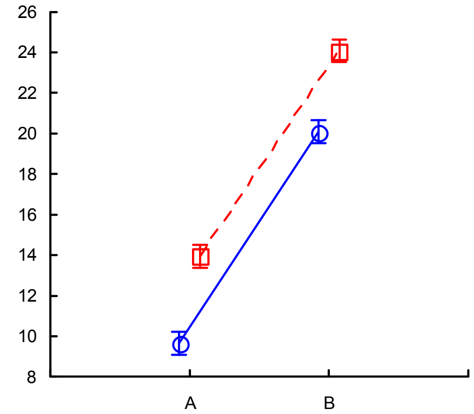
Hlavní efekty a interakce



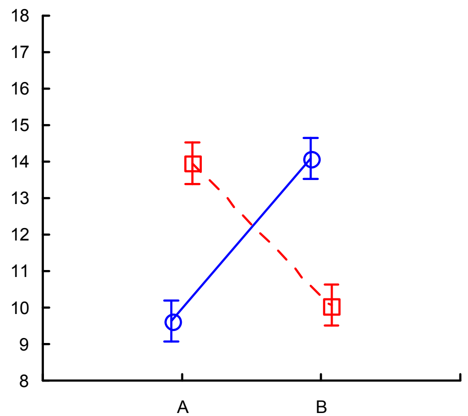
	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	**1978**	**1**	**1978**	**482.2**	**0.000**
Faktor 2	1	1	1	0.3	0.602
F1*F2	1	1	1	0.3	0.570
Error	804	196	4		



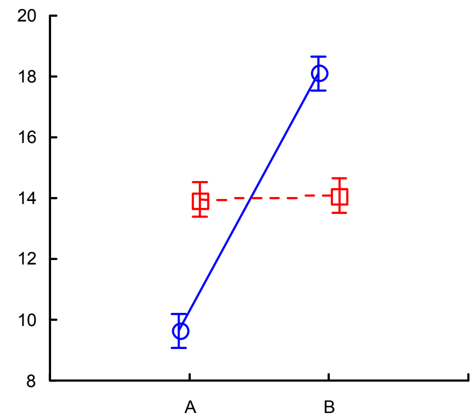
	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	4	1	4	1.0	0.314
Faktor 2	**1891**	**1**	**1891**	**461.1**	**0.000**
F1*F2	1	1	1	0.3	0.570
Error	804	196	4		



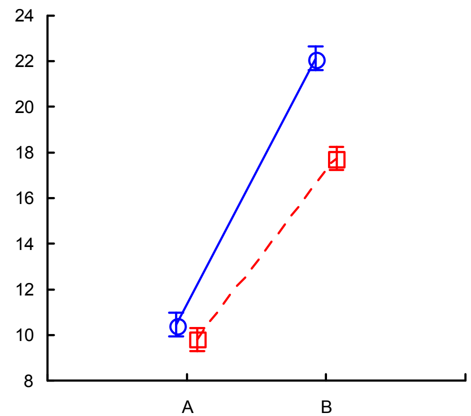
	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	5293	1	5293	1290.7	0.000
Faktor 2	861	1	861	209.9	0.000
F1*F2	1	1	1	0.3	0.570
Error	804	196	4		



	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	4	1	4	1.0	0.314
Faktor 2	1	1	1	0.3	0.602
F1*F2	**867**	**1**	**867**	**211.3**	**0.000**
Error	804	196	4		



	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	**920**	**1**	**920**	**224.3**	**0.000**
Faktor 2	1	1	1	0.3	0.602
F1*F2	**867**	**1**	**867**	**211.3**	**0.000**
Error	804	196	4		



	SS	D.f.	MS	F	p
Faktor 1	**4799**	**1**	**4799**	**1443.4**	**0.000**
Faktor 2	**316**	**1**	**316**	**95.0**	**0.000**
F1*F2	**175**	**1**	**175**	**52.5**	**0.000**
Error	652	196	3		

Analýza rozptylu pro vícerozměrná data - postup

Popisná sumarizace + krabicové grafy

Ověření předpokladů
(nezávislost, normalita, homogenita rozptylů)

Model s interakcemi

Interakce významné

Post hoc testy
(všechny skupiny dané kombinací faktorů proti sobě)

Interakce nevýznamné

Model bez interakcí

Post hoc testy
(pro významné faktory s více než třemi kategoriemi)

Úkol 2

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet nežádoucích účinků u pacientů se schizofrenií (neuvažujeme možnou interakci).

ID	Pohlaví	Typ léku	Počet nežádoucích účinků
P1	M	lék X	1
P2	M	lék Y	1
P3	M	lék Z	6
P4	Z	lék X	3
P5	Z	lék Y	4
P6	Z	lék Z	9

Úkol 2 – řešení

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet nežádoucích účinků u pacientů se schizofrenií (neuvažujeme možnou interakci).

Překódování:

Pohlaví	Typ léku	Počet nežádoucích účinků
1	1	1
1	2	1
1	3	6
2	1	3
2	2	4
2	3	9

Legenda:

Pohlaví: 1=M
2=Z

Typ léku: 1=lék X
2=lék Y
3=lék Z

Úkol 2 – řešení

Pohlaví	Typ léku	Počet než. účinků
1	1	1
1	2	1
1	3	6
2	1	3
2	2	4
2	3	9

Součet čtverců pro faktor A (pohlaví): počet stupňů volnosti:

$(\qquad) \qquad ((\qquad) \quad (\qquad))$

Součet čtverců pro faktor B (typ léku): počet stupňů volnosti:

$(\qquad) \qquad ((\quad) \quad (\quad) \quad (\quad))$

Celkový součet čtverců : počet stupňů volnosti:

$(\qquad) \quad (\quad) \quad (\quad) \qquad (\quad)$

Reziduální součet čtverců : počet stupňů volnosti:

Úkol 2 – řešení

Tabulka analýzy rozptylu dvojného třídění:

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Podíl		p
Faktor A (pohlaví)			10,67	63,99	0,015
Faktor B (typ léku)			18,5	110,98	0,009
Reziduální			0,16	-	-
Celkový			-	-	-

Srovnání s kvantily:

→ pohlaví má vliv na počet nežádoucích účinků

→ typ léku má vliv na počet nežádoucích účinků

Úkol 2 – řešení v softwaru STATISTICA

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet nežádoucích účinků u pacientů se schizofrenií.

Pohlaví	Typ léku	Počet uzdrav. pacientů
M	lék X	1
M	lék Y	1
M	lék Z	6
Z	lék X	3
Z	lék Y	4
Z	lék Z	9

V softwaru STATISTICA: Statistics – ANOVA – Main effects ANOVA – Quick specs dialog – OK – Variables – Dependent variable list: X, Categorical predictors (factors): A, B – OK – All effects.

Post hoc testy: More results – Post hoc – zvolit Effect – Unequal N HSD, Tukey HSD nebo Scheffé
Levenův test: More results – Assumptions – zvolit proměnnou – Levene's test (ANOVA)

Vykreslení krabicových grafů podle obou proměnných: Graphs – 2D Graphs – Box Plots... – zvolit spojitou proměnnou jako Dependent variable, zvolit jednu kategoriální proměnnou jako Grouping variable – na listu Categorized u X-Categories zatrhnout On a Layout změnit na Overlaid – pokud chceme spojit mediány či průměry, na záložce Advanced zatrhnout Connect middle points – OK

Pokud bychom uvažovali model s interakcemi, zvolíme Factorial ANOVA (namísto Main effects A.)

Úkol 2 – řešení v softwaru SPSS

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet nežádoucích účinků u pacientů se schizofrenií.

Pohlaví	Typ léku	Počet uzdrav. pacientů
M	lék X	1
M	lék Y	1
M	lék Z	6
Z	lék X	3
Z	lék Y	4
Z	lék Z	9

V softwaru SPSS: Analyze – General Linear Model – Univariate – Dependent Variable: spojitá proměnná, Fixed Factor(s): kategoriální proměnné –>

- Model – zatrhneme Custom – vybereme Typ:Main effects – do Model přetáhneme A, B (*pokud bychom chtěli model s interakcemi necháme zatržené Full factorial*) – odškrtneme Include intercept in model – Continue
- Post Hoc – Post hoc Tests for: zvolit kategoriální proměnnou – zatrhneme Tukey's-b – Continue
- Plots: zvolit proměnné do Horizontal Axis a Separte Lines – Add – Continue
- Options... – Homogeneity tests – Continue

Vykreslení krabicových grafů podle obou proměnných: Graphs – Legacy Dialogs – Boxplot... – Clustered – Define – zvolit Variable Category Axis a Define Clusters by - OK

Úkol 2 – řešení v softwaru R

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ léku na počet nežádoucích účinků u pacientů se schizofrenií.

V softwaru R:

```
data <- data.frame(pohl=c(1,1,1,2,2,2),lek=c(1,2,3,1,2,3),pocet=c(1,1,6,3,4,9))
data

model_bez_interakce <- aov(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)+as.factor(data$lek)))
summary(model_bez_interakce)
TukeyHSD(model_bez_interakce) # post-hoc test

# 2. zpusob: anova(lm(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)+as.factor(data$lek))))

model_s_interakci <- aov(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)*as.factor(data$lek)))
summary(model_s_interakci)

boxplot(data$pocet ~(as.factor(data$pohl)*as.factor(data$lek)))

library("car") # instalace baliku car pomoci: install.packages("car")
leveneTest(data$pocet ~ (as.factor(data$pohl)*as.factor(data$lek)),center=mean)
```

Úkol 3

Zjistěte, zda má vliv pohlaví a typ onemocnění na objem hipokampu.

Ukázka datového souboru:

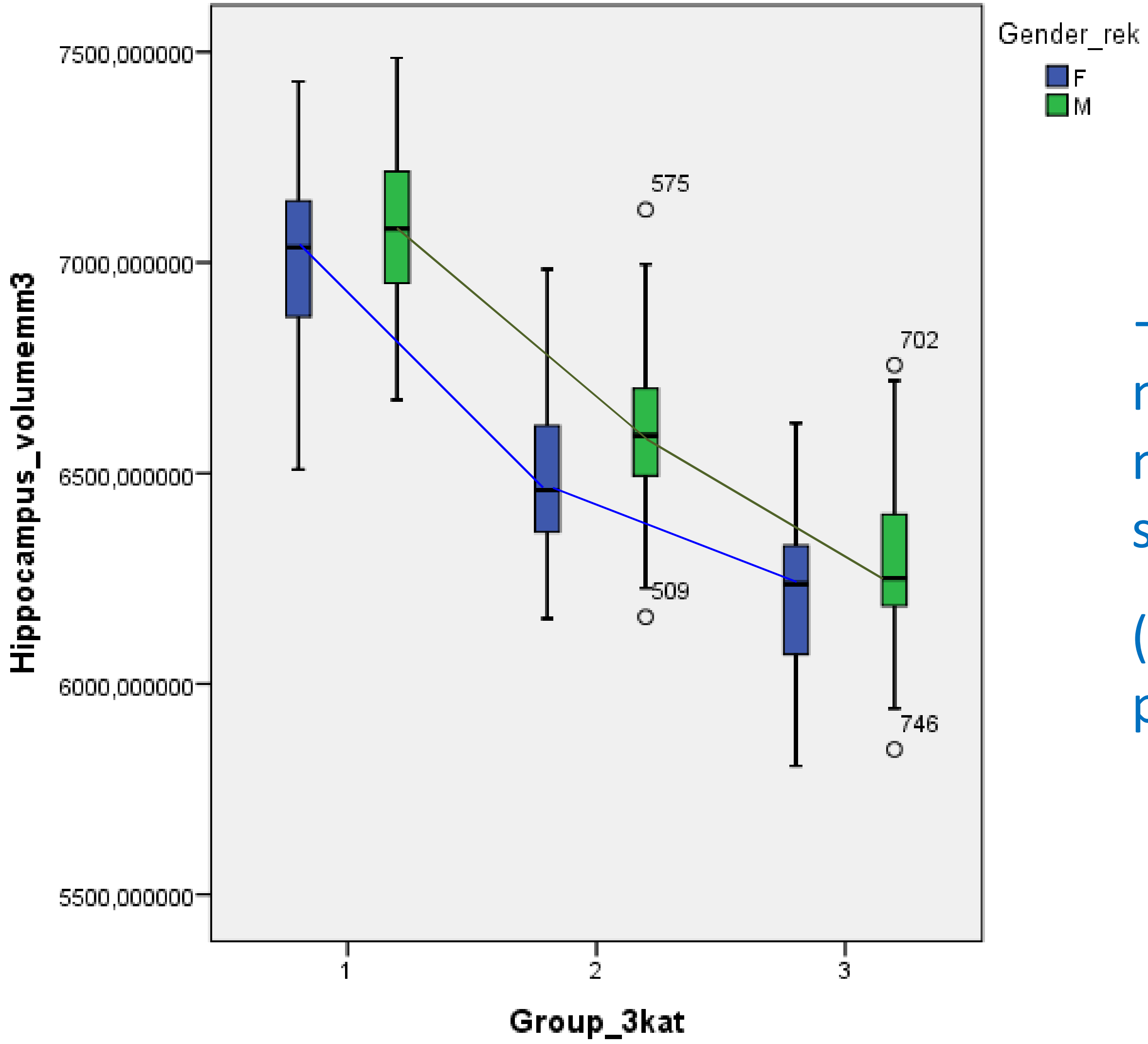
ID	Group_3kat	Gender_rek	Hippocampus_volume (mm3)
101	1	M	6996.1
102	1	F	7187.3
103	1	M	7030.2
331	2	M	6891.6
332	2	M	6332.9
334	2	F	6303.7
737	3	M	6170.8
739	3	F	5984.1
740	3	F	6052.4

Legenda k proměnné Group_3kat:
1...CN (kontroly)
2...MCI (mírná kognitivní porucha)
3...AD (Alzheimerova choroba)

Úkol 3 – popisná sumarizace dat

Skupina	Pohlaví	N	Průměr	SD	Medián	Minimum	Maximum
CN	F	110	7018.3	190.1	7036.1	6509.6	7430.1
	M	120	7087.3	176.0	7081.1	6674.4	7486.6
	Celkem	230	7054.3	185.7	7048.6	6509.6	7486.6
MCI	F	146	6476.7	171.8	6460.4	6155.1	6984.8
	M	260	6595.2	164.1	6589.5	6159.1	7125.6
	Celkem	406	6552.6	176.2	6555.0	6155.1	7125.6
AD	F	95	6215.0	178.8	6237.8	5805.2	6619.0
	M	102	6293.0	174.8	6250.8	5844.3	6756.9
	Celkem	197	6255.4	180.6	6248.0	5805.2	6756.9
Celkem	F	351	6575.6	364.8	6498.2	5805.2	7430.1
	M	482	6653.8	323.9	6610.0	5844.3	7486.6
	Celkem	833	6620.9	343.7	6580.9	5805.2	7486.6

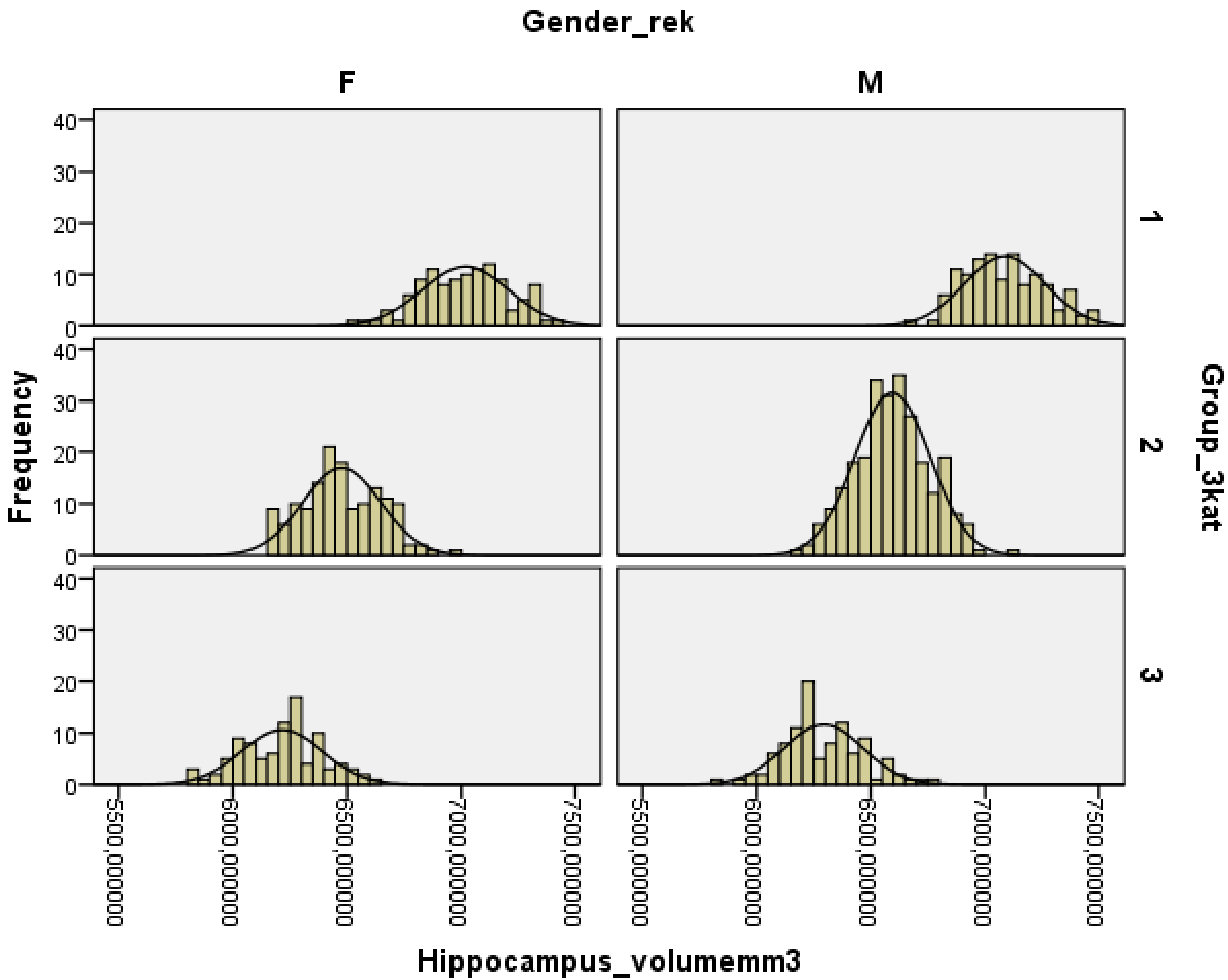
Úkol 3 – krabicový graf



→ interakci sice očekávat nebudeme, přesto si ale model s interakcí raději spočítáme

(nejdřív ale musíme ověřit předpoklady)

Úkol 3 – ověření normality



Úkol 3 – homogenita rozptylů a nezávislost

Homogenita rozptylů:

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable: Hippocampus_volumem

F	df1	df2	Sig.
,962	5	827	,440

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Group_3kat + Gender_rek + Group_3kat * Gender_rek

p=0,440 > 0,05 → nezamítáme homogenitu rozptylů

Nezávislost:

Protože žádný subjekt nebyl současně ve více skupinách, nezávislost můžeme předpokládat.

Úkol 3 – model s interakcí

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Hippocampus_volumemm3

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Model	3,659E+10[a]	6	6098069036	201956,010	,000
Group_3kat	71984656,14	2	35992328,07	1191,995	,000
Gender_rek	1455184,169	1	1455184,169	48,193	,000
Group_3kat * Gender_rek	104654,379	2	52327,189	1,733	,177
Error	24971294,93	827	30195,036		
Total	36613385510	833			

a. R Squared = .999 (Adjusted R Squared = .999)

→ není statisticky významná interakce, proto spočítáme model bez interakce

Úkol 3 – model bez interakce

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Hippocampus_volumemm3

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Model	3,659E+10[a]	4	9147077390	302398,408	,000
Group_3kat	71962303,15	2	35981151,58	1189,521	,000
Gender_rek	1781192,205	1	1781192,205	58,885	,000
Error	25075949,31	829	30248,431		
Total	36613385510	833			

a. R Squared = .999 (Adjusted R Squared = .999)

→ statisticky významný vliv pohlaví i typu onemocnění na objem hipokampu

→ protože typ onemocnění má více než 2 kategorie, musíme provést post-hoc test, abychom zjistili, mezi kterými kategoriemi je statisticky významný rozdíl

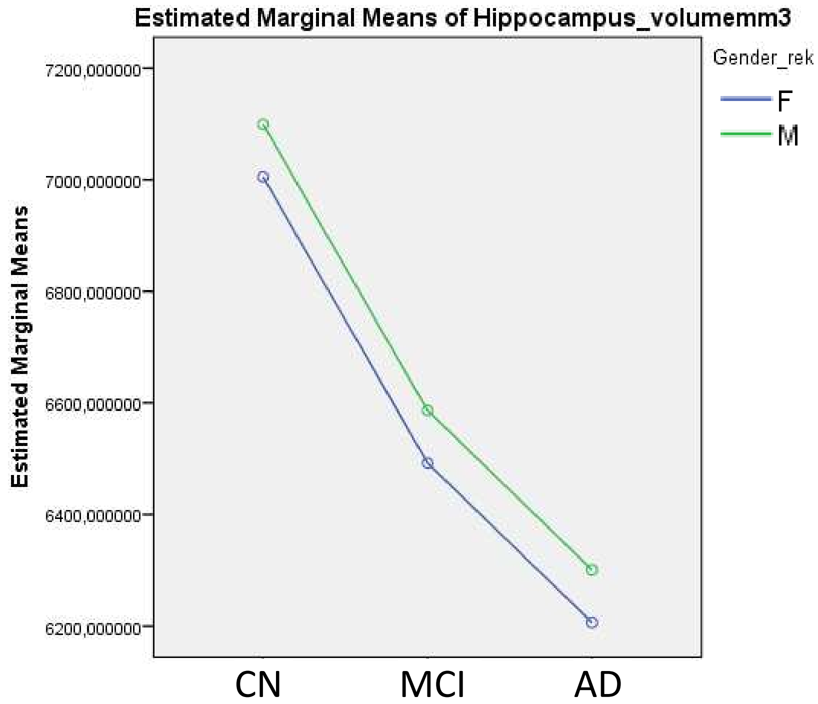
Úkol 3 – interpretace

Hippocampus_volumemm3

Tukey B[a,b,c]

Group_3kat	N	Subset 1	Subset 2	Subset 3
3	197	6255,381784		
2	406		6552,613882	
1	230			7054,334947

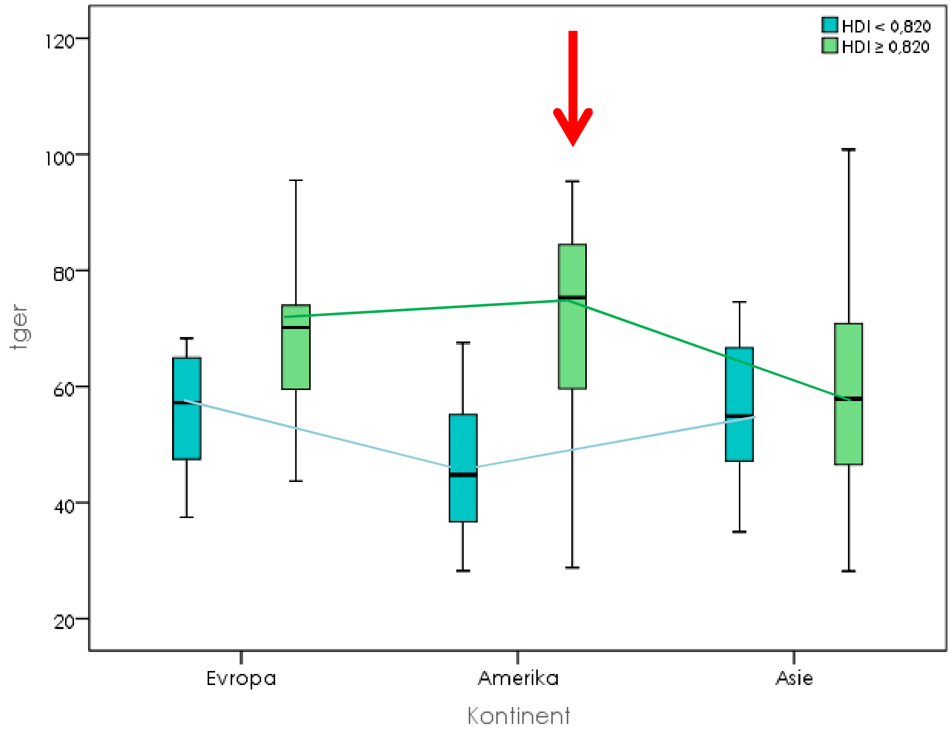
Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

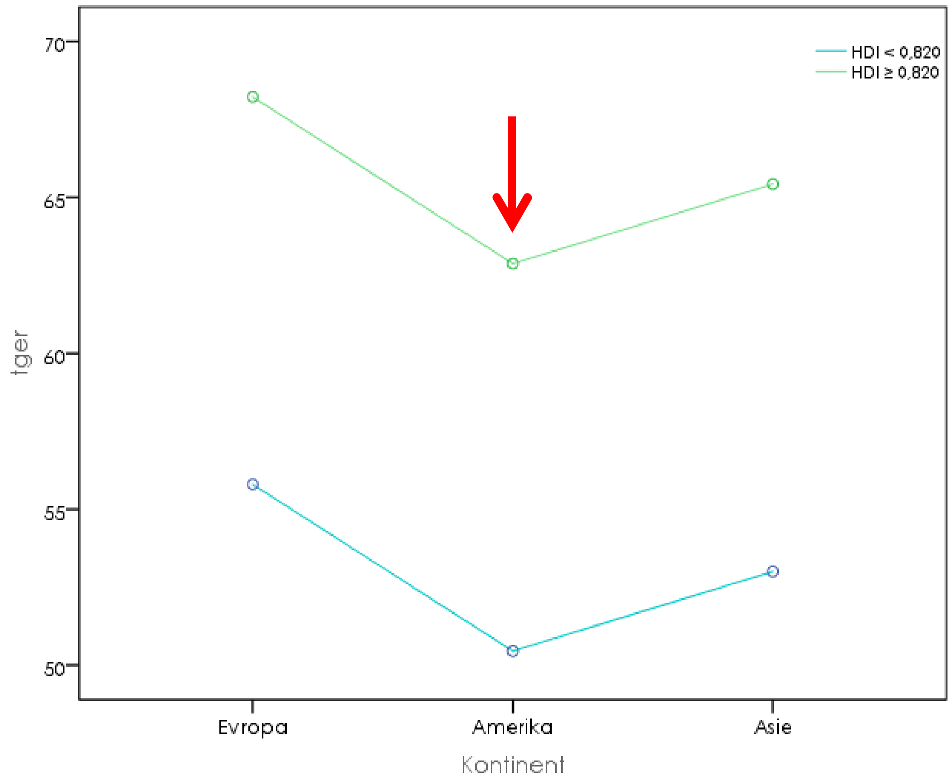


- statisticky významný vliv pohlaví i typu onemocnění na objem hipokampu, přičemž mezi pohlavím a typem onemocnění nenastává interakce
- u mužů statisticky významně vyšší objem hipokampu než u žen
- statisticky významný rozdíl v objemu hipokampu u všech 3 skupin subjektů podle typu onemocnění, přičemž u pacientů s AD je objem nejmenší a u CN největší

Upozornění I

Pozor, pokud mediány ukazují úplně jiný „trend“ než průměry!





- znamená to, že tam zřejmě není splněn předpoklad normality
- pokud rozdíl není statisticky významný, není zpravidla potřeba to řešit
- pokud by ten rozdíl vyšel statisticky významně, je to problém!

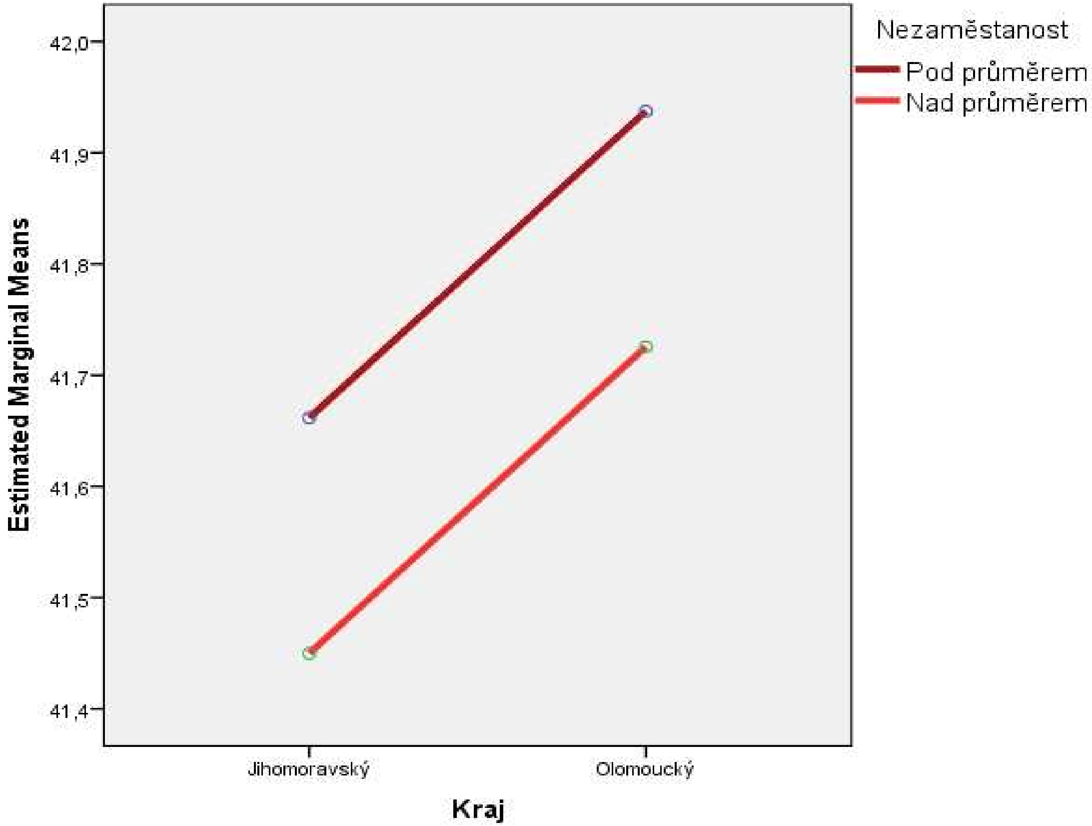
- poznámka: je dobré mít měřítko na ose y stejné u obou grafů

Upozornění II

Pozor na interpretaci!

Na první pohled z grafu vypadá, že tam je vliv kraje i nezaměstnanosti, že to nevychází statisticky významně může být:

- malým počtem subjektů ve skupině
- ale i velikostí efektu! (tady efekty malé, průměry ve všech čtyřech skupinách se podle posledního grafu pohybují jen od cca 41,4 do 42!)



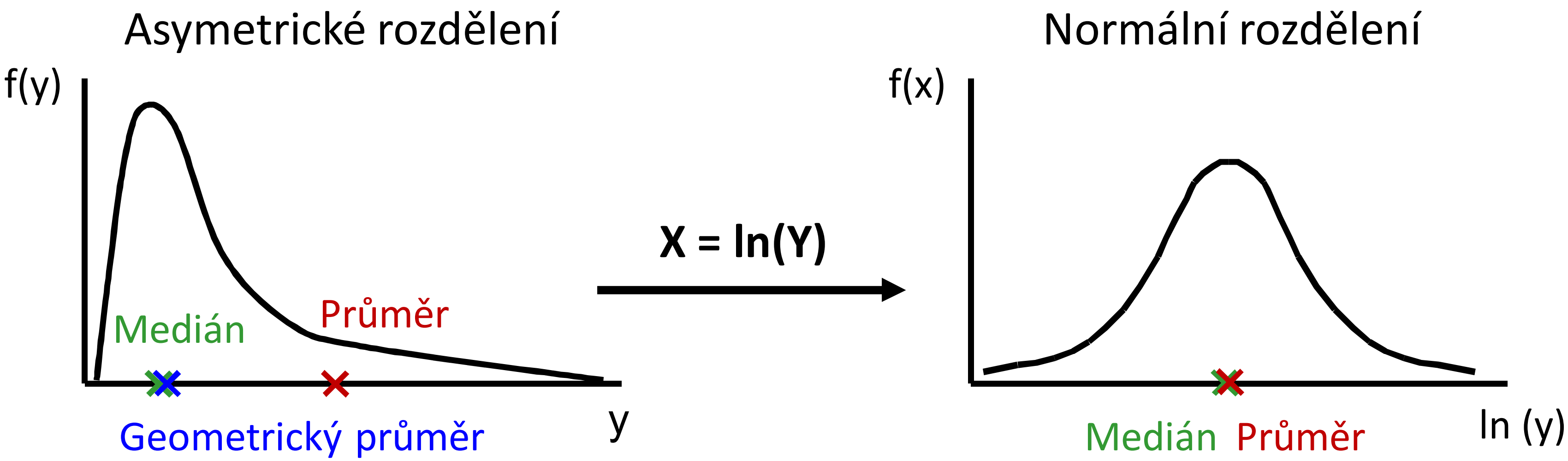
Transformace a jiné úpravy vícerozměrných dat

Typy transformací a jiných úprav vícerozm. dat

- normalizace dat (= převod na normální rozdělení)
- standardizace dat
- min-max normalizace
- centrování dat
- odstranění vlivu kovariát na jiné proměnné

Normalizace dat

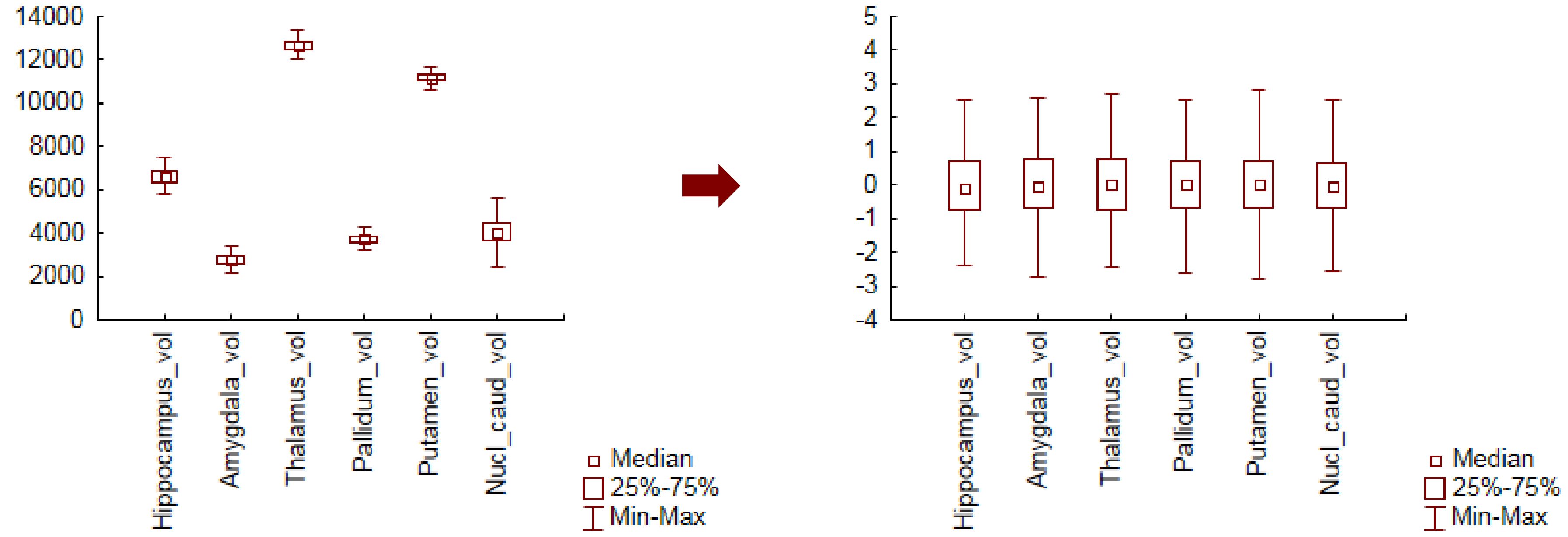
- převod na normální rozdělení (normalita je předpokladem řady statistických testů).
- např. **logaritmická transformace**: X = ln(Y) nebo X = ln(Y+1), pokud data obsahují hodnotu 0



- další příklady:
  - **odmocninová transf.** (pro proměnné s Poissonovým rozložením nebo obecně data typu počet jedinců, buněk apod.: $X = \sqrt{Y}$ nebo $X = \sqrt{Y+1}$
  - **arcsin transfomace** (pro proměnné s binomickým rozložením)
  - **Box-Coxova tranformace**

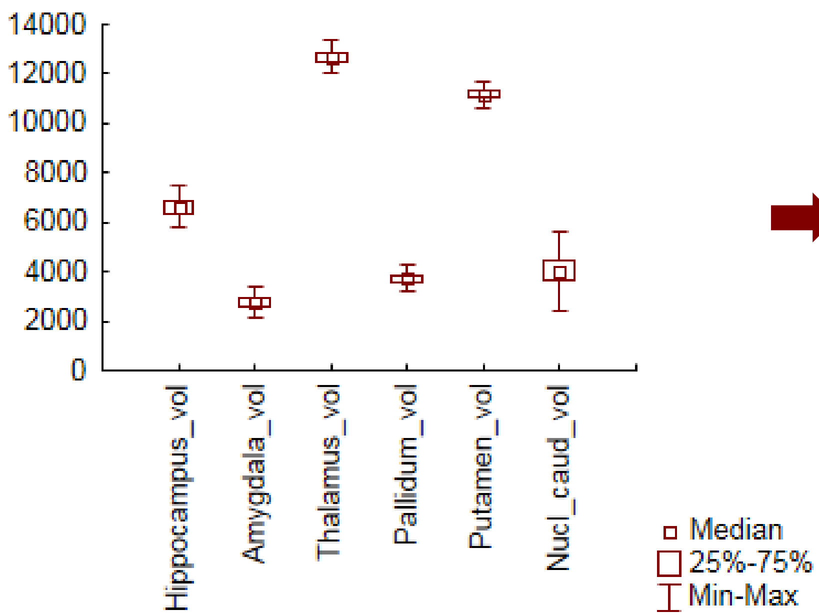
Standardizace dat

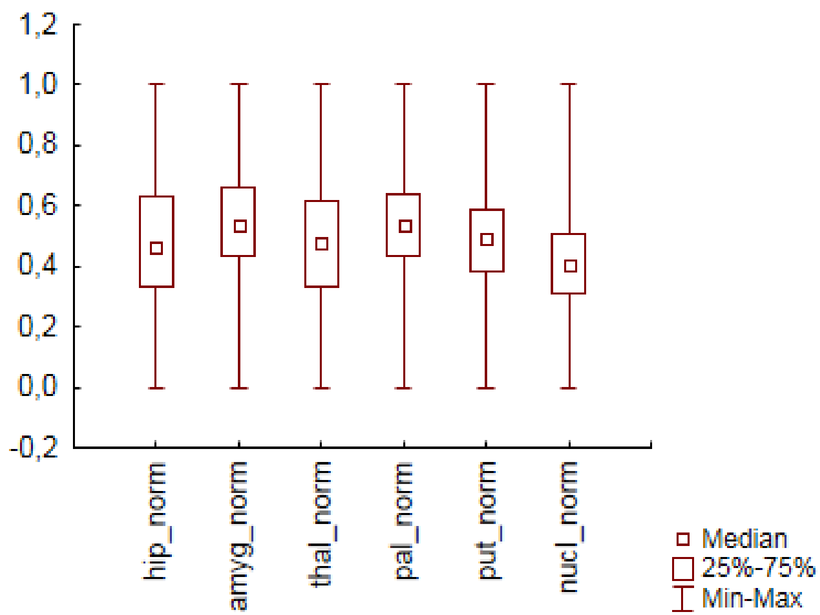
- důvod: převod proměnných na stejné měřítko
- standardizace: —— (tzn. odečtení průměru od jednotlivých hodnot a podělení směrodatnou odchylkou)
- proměnné budou mít rozsah přibližně od -3 do 3
- získáme tím současně i tzv. z-skóre (které vyjadřuje, o kolik směrodatných odchylek se i-tá hodnota odchýlila od průměru)
- pozor: standardizace je nevhodná v případě, když proměnné nemají normální rozdělení a když se v datech vyskytují odlehlé hodnoty!!!



Min-max normalizace

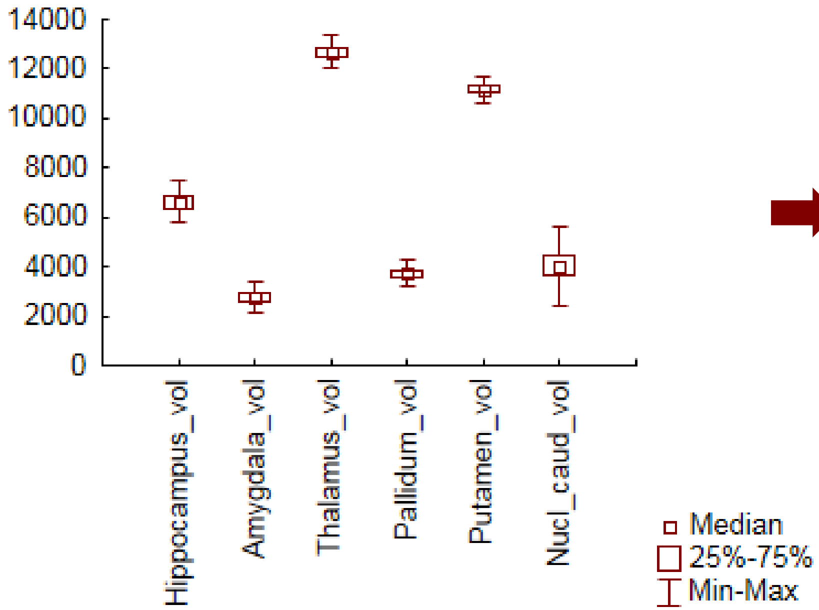
- důvod: převod proměnných na stejné měřítko
- oproti standardizaci vhodná i na proměnné nemající normální rozdělení či obsahující odlehlé hodnoty
- min-max normalizace: $\frac{(\ )}{(\ ) \qquad (\ )}$
- rozsah hodnot proměnných po min-max normalizaci je od 0 do 1

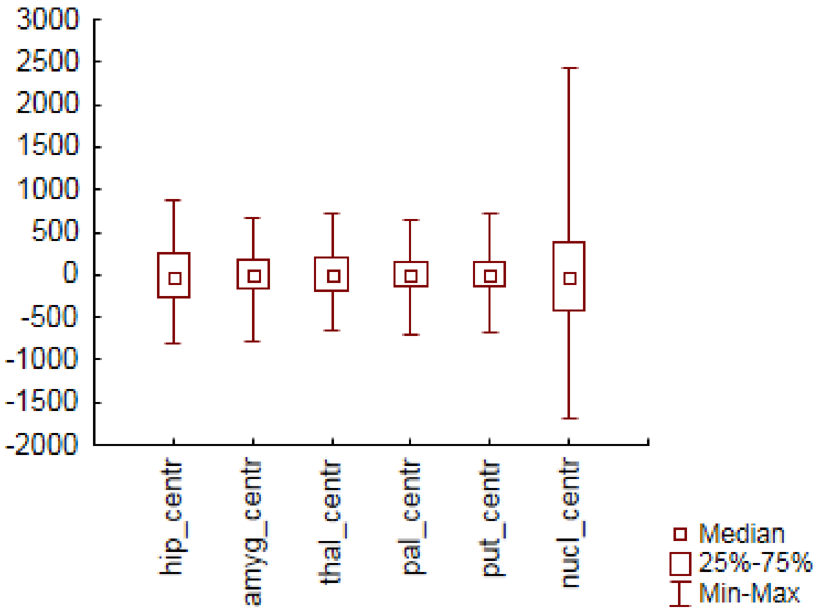




Centrování dat

- odečtení průměru od dat – získáme novou proměnnou, která bude mít průměr roven nule
- důvod: centrování je důležitou podmínkou některých pokročilých statistických metod (např. klasifikačních)
- centrování:

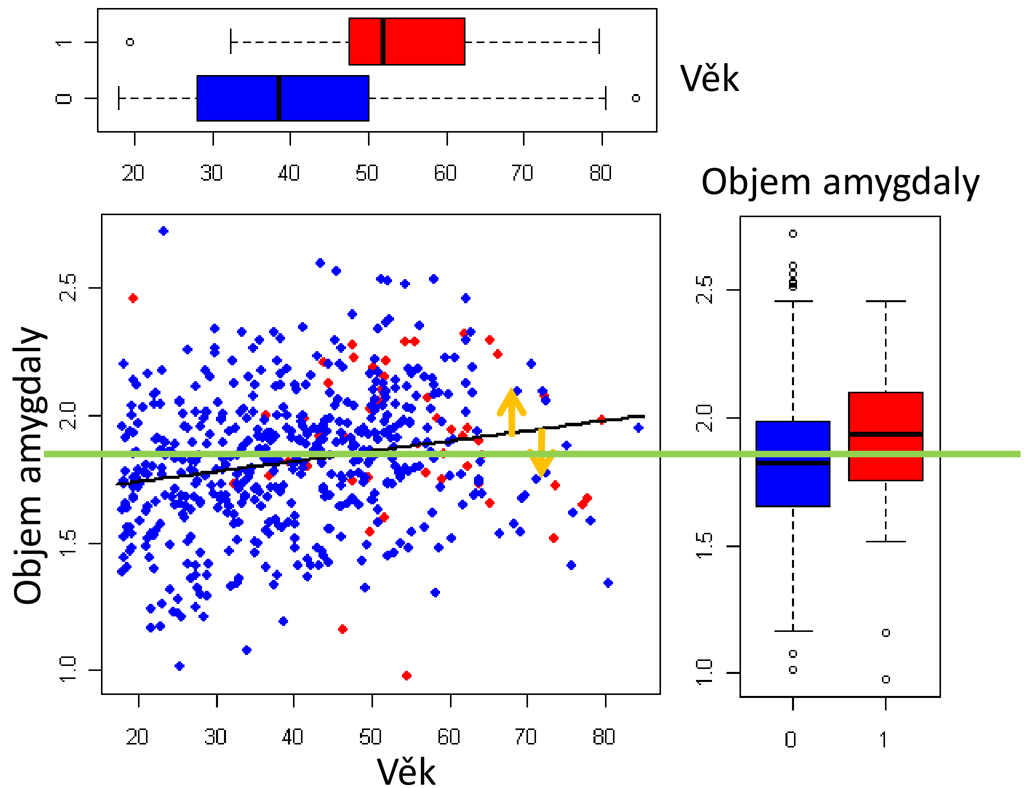




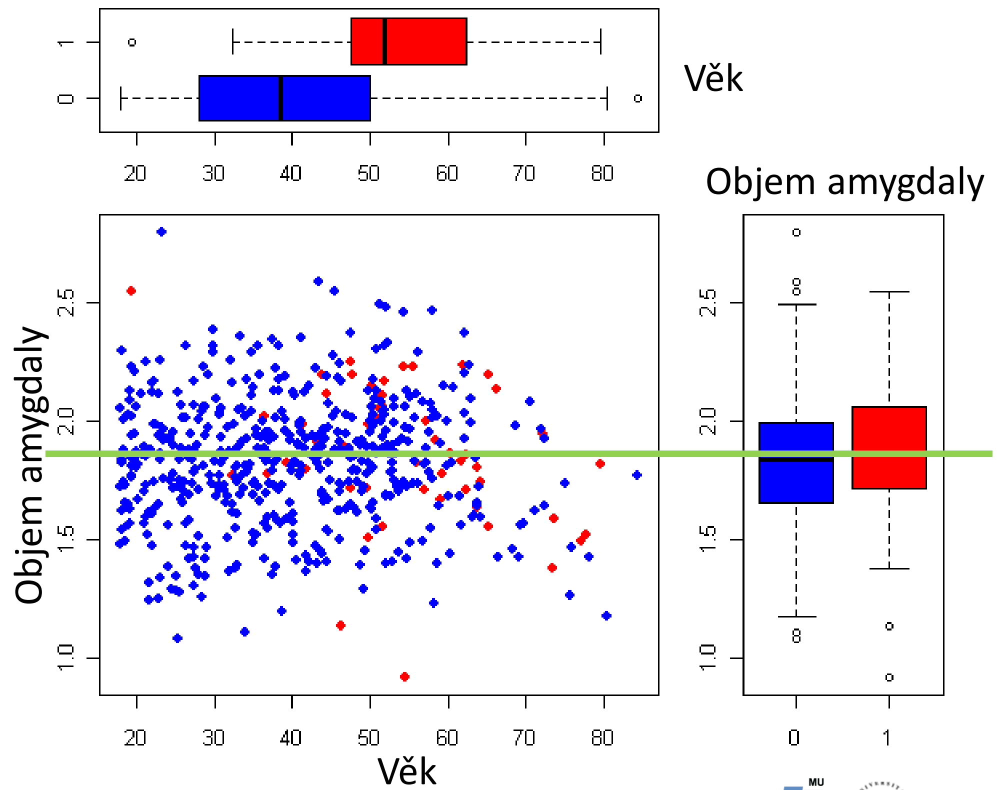
Odstranění vlivu kovariát (tzv. adjustace)

1. V prvním kroku definujeme regresní model vztahu kovariáty (např. věku) a dané proměnné
2. Pro každého pacienta je vypočteno jeho reziduum od regresní přímky ↑↓
3. Reziduum (představující hodnotu parametru po odečtení vlivu věku, jeho průměr je 0) je přičteno k průměrné hodnotě parametru
4. Výsledná adjustovaná hodnota má odečten vliv věku, ale zároveň není změněna číselná hodnota parametru

Původní data



Adjustovaná data



Poděkování

Příprava výukových materiálů předmětu
„DSAN02 Pokročilé metody analýzy dat v neurovědách“
byla finančně podporována prostředky projektu FRMU
č. MUNI/FR/0260/2014 „Pokročilé metody analýzy dat
v neurovědách jako nový předmět na LF MU“