

# Brýlová optika



# stručná osnova

## jarní semestr

- základy geometrické optiky pro brýlovou optiku
- Gullstrandovo schématické oko, další modely oka
- fotoreceptory oka, vizus, optotypy
- myopie, hypermetropie, afakie a jejich korekce
- povaha axiální refrakce, velikost obrazu na sítnici

## podzimní semestr

- akomodace oka
- presbyopie a její korekce
- brýlové čočky: výpočty, korekce vad, bodově zobrazující čočky
- prizmatický účinek
- bifokální, trifokální a multifokální čočky
- oční astigmatismus a jeho korekce

# kontrola a hodnocení studia

## jarní semestr

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)

zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1 opravit)

## podzimní semestr

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)

zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1 opravit)

zkouška (ústní, celkové hodnocení se odvozuje z výsledku ústní zkoušky a bodového výsledku všech 4 kontrolních prací)

# literatura

1. J. Polášek a kol.: **Technický sborník oční optiky**, 2. vyd. SNTL, Praha 1975.
2. R. Baštecký: **Praktická brýlová optika**. R+H optik, Praha 1997.
3. M. Rutrle: **Brýlová optika**. IDVPZ, Brno 1993.
4. A. H. Tunnacliffe: **Introduction to Visual Optics**. ABD0 College, Canterbury 2004.
5. E. Keprt: **Teorie optických přístrojů III. Oko a jeho korekce**. SPN, Praha 1966.
6. J. Schwiegerling: **Field Guide to Visual and Ophthalmic Optics**. SPIE, Bellingham 2004.
7. B. Havelka: **Geometrická optika, I. a II. díl**. NČAV, Praha 1955.  
Též na [www.opto.cz](http://www.opto.cz)

# další informační zdroje



**24. mezinárodní veletrh oční optiky,  
optometrie a oftalmologie**



9.-11. 3. 2018  
VÝSTAVIŠTĚ BRNO

[www.bvv.cz/opta/opta-2018/](http://www.bvv.cz/opta/opta-2018/)

## **Česká oční optika**

časopis Společenstva českých optiků a optometristů

**SČOO** SPOLEČENSTVO ČESKÝCH  
OPTIKŮ A OPTOMETRISTŮ

[www.4oci.cz](http://www.4oci.cz)

# kontakt

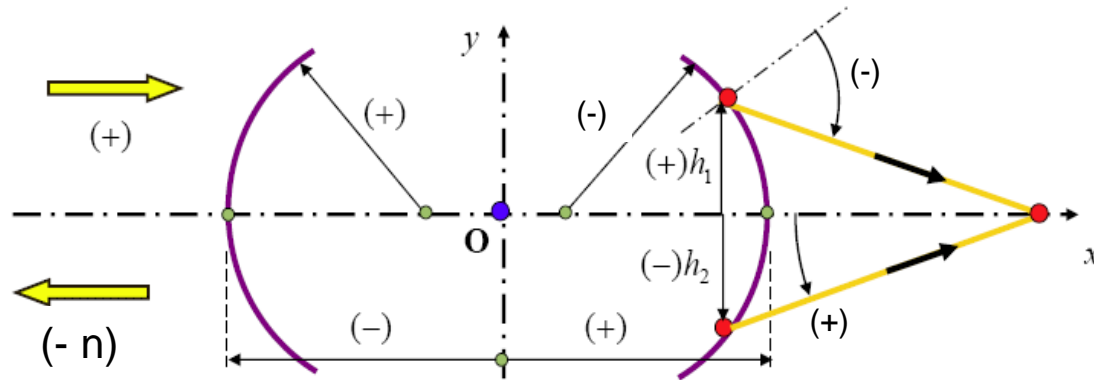
prof. RNDr. Radim Chmelík, Ph.D.  
Ústav fyzikálního inženýrství  
FSI VUT v Brně  
e-mail: [chmelik@fme.vutbr.cz](mailto:chmelik@fme.vutbr.cz)  
tel. 541 14 2795

# požadované vstupní znalosti

1. zákony geometrické optiky, index lomu
2. disperze, Abbeovo číslo, katalogy optických materiálů
3. hranol, optický klín
4. zobrazení kulovou plochou obecně a v paraxiálním prostoru
5. základní body jedné kulové plochy
6. zobrazení soustavou kulových ploch, polohy základních bodů soustavy, ohniskové vzdálenosti
7. zobrazovací rovnice (pro paraxiální prostor)
8. zobrazení tenkou čočkou, zobrazení tlustou čočkou
9. zobrazení soustavou čoček, trasování paprsků
10. omezení paprskových svazků v optické soustavě
11. zvětšení příčné, podélné, úhlové
12. základní optické vady

(Geometrická optika – 1. semestr)

# znaménková konvence a symboly



$X, X', (Y, Y')$	... osový (mimoosový) předmětový a obrazový bod
$s, s'$	... sečné vzdálenosti předmětového, obrazového bodu
$s_X, s(X), x$	... sečná vzdálenost bodu $X$
$a, a'$	... vzdálenost od předmětové, obrazové hlavní roviny
$f, f'$	... předmětová, obrazová ohnisková vzdálenost
$h$	... výška paprsku (vzdálenost od optické osy)
$y, y'$	... příčná souřadnice mimoosového bodu
$n, n'$	... index lomu (před a za lámavou plochou, zrcadlo: $n' = -n$ )
$\varphi', S'$	... optická mohutnost, vrcholová lámavost

vergence vzdáleností se označují příslušnými velkými písmeny ( $A, S, X$ )  
pořadí lámavé plochy se značí číselným indexem



# redukovávaná vzdálenost, vergence

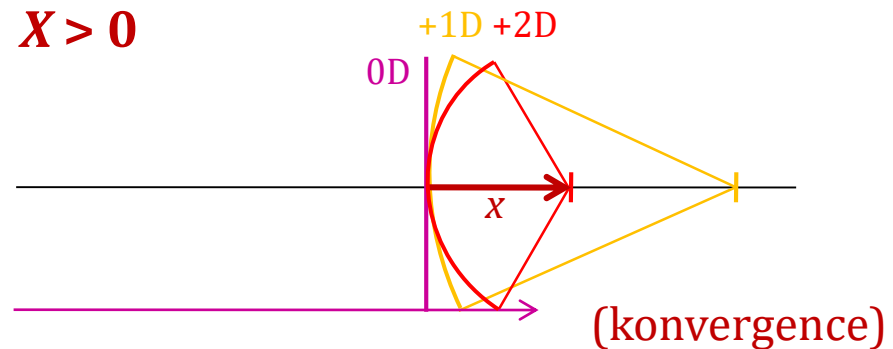
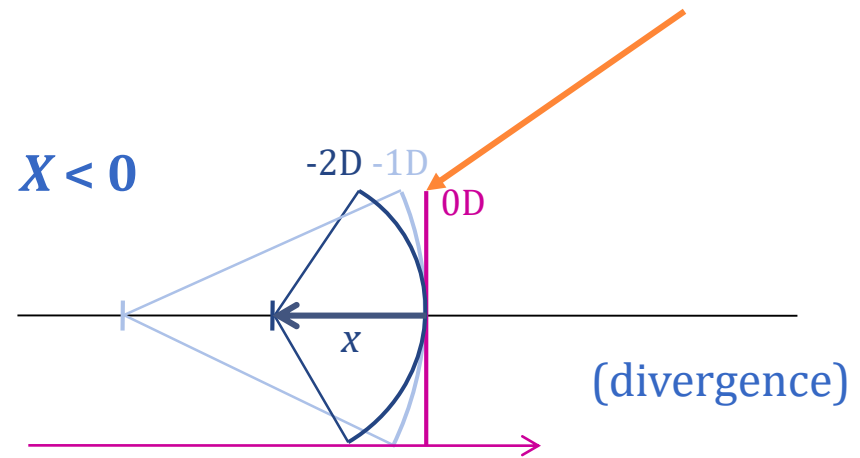
redukovávaná vzdálenost:

$$\bar{x} = x/n$$

vergence\*:

$$X = n/x$$

$x$ (m)	$X$ (m <sup>-1</sup> , D)
-0,1	-10
-0,2	-5
-0,25	-4
-0,33	-3
-0,5	-2
-1	-1
$\infty$	<b>0</b>
+1	+1
+0,5	+2
+0,1	+10

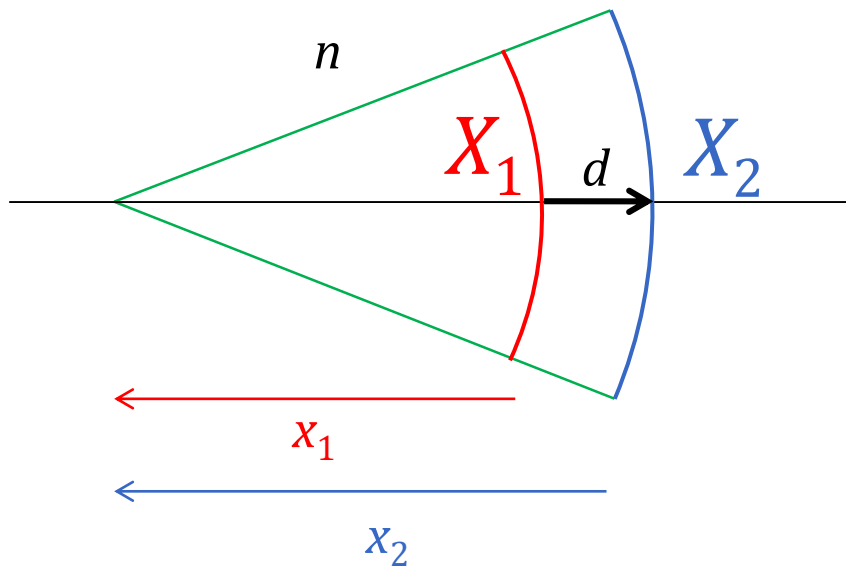


\*chápeme také jako parametr svazku (se středem ve vzdálenosti  $x$ ) v určité rovině

# vergence svazku se mění při šíření

$$X_2 = \frac{X_1}{1 - \bar{d}X_1}$$

$$(x_2 = x_1 - d, \bar{d} = d/n)$$



# lom kulovou plochou

## Snellův zákon

$$n' \sin \sigma' = n \sin \sigma$$

$x, \alpha \rightarrow$

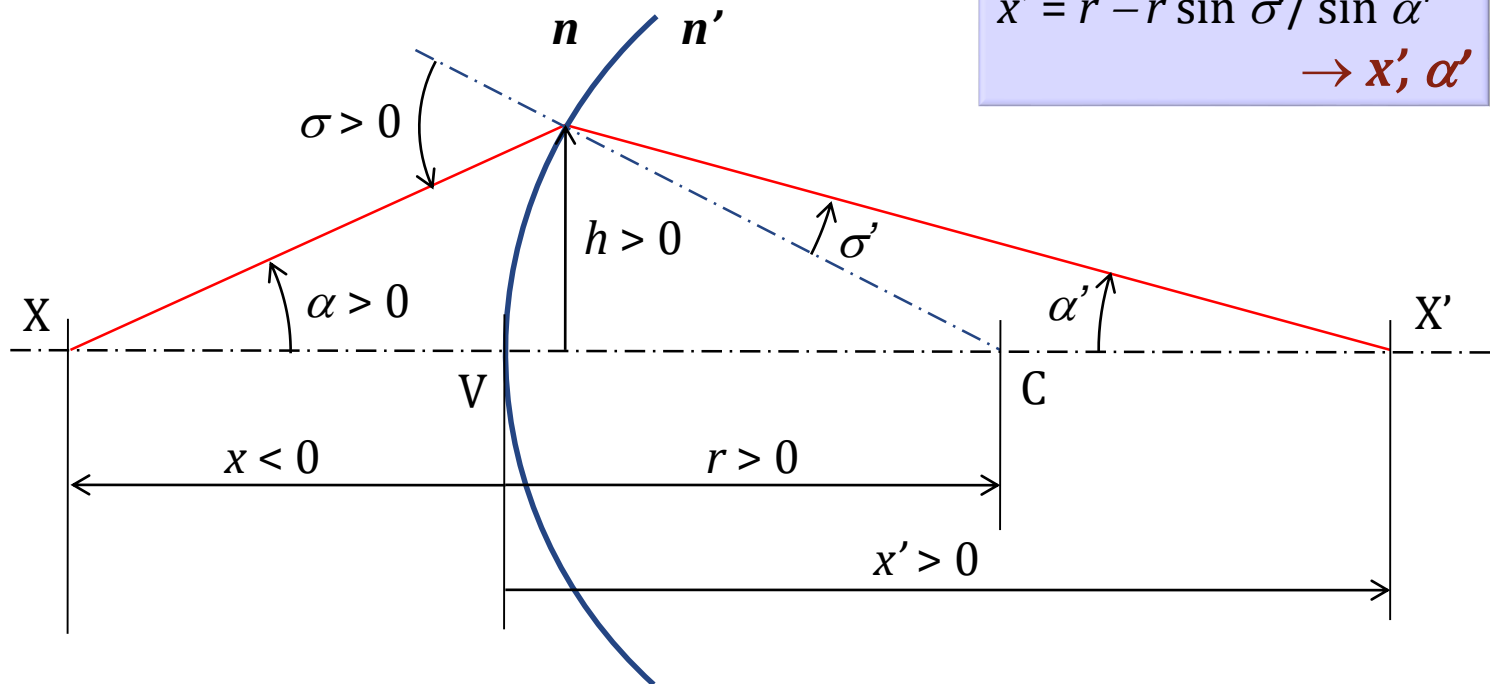
$$\sin \sigma = (r - x) / r \sin \alpha$$

$$\sin \sigma' = n / n' \sin \sigma$$

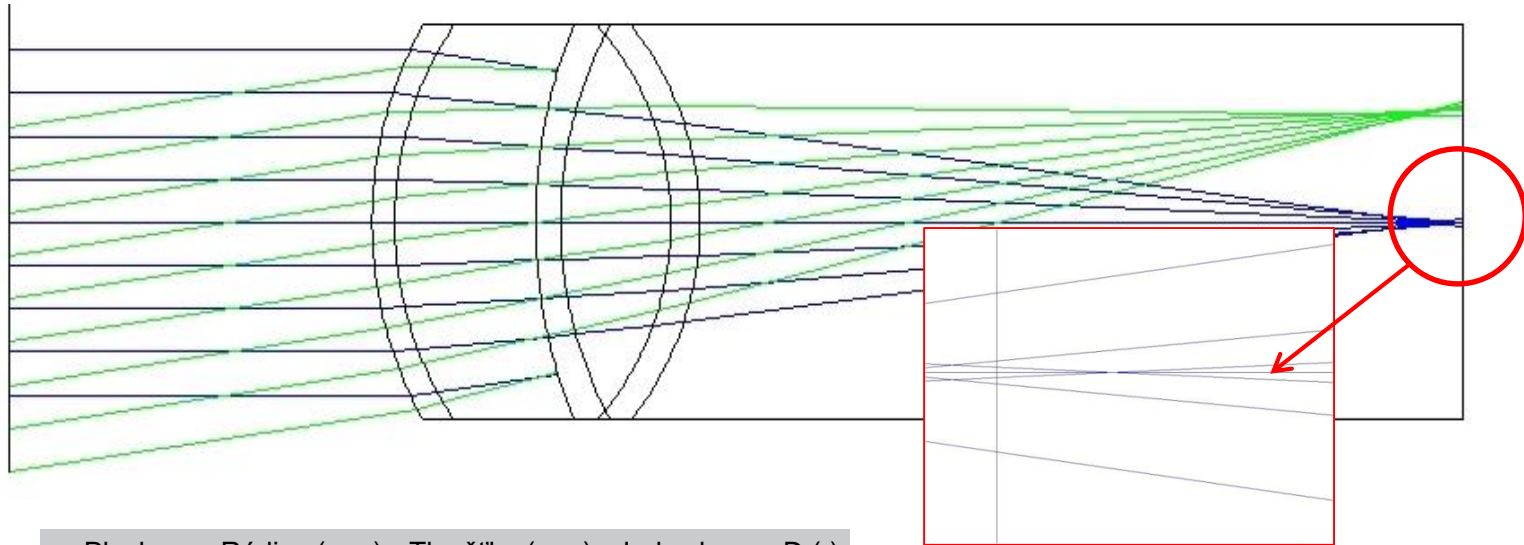
$$\alpha' = \alpha - \sigma + \sigma'$$

$$x' = r - r \sin \sigma' / \sin \alpha'$$

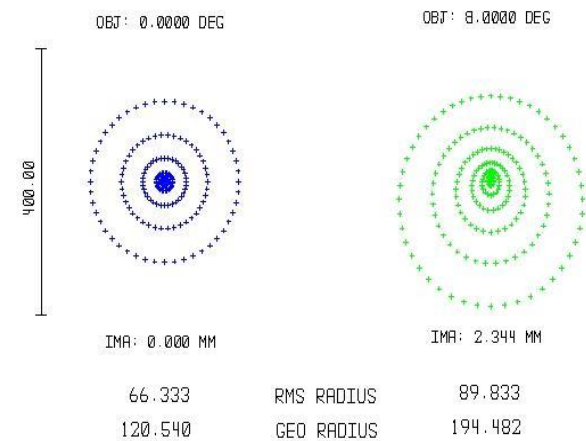
$\rightarrow x', \alpha'$



# trasování paprsků (ray tracing)

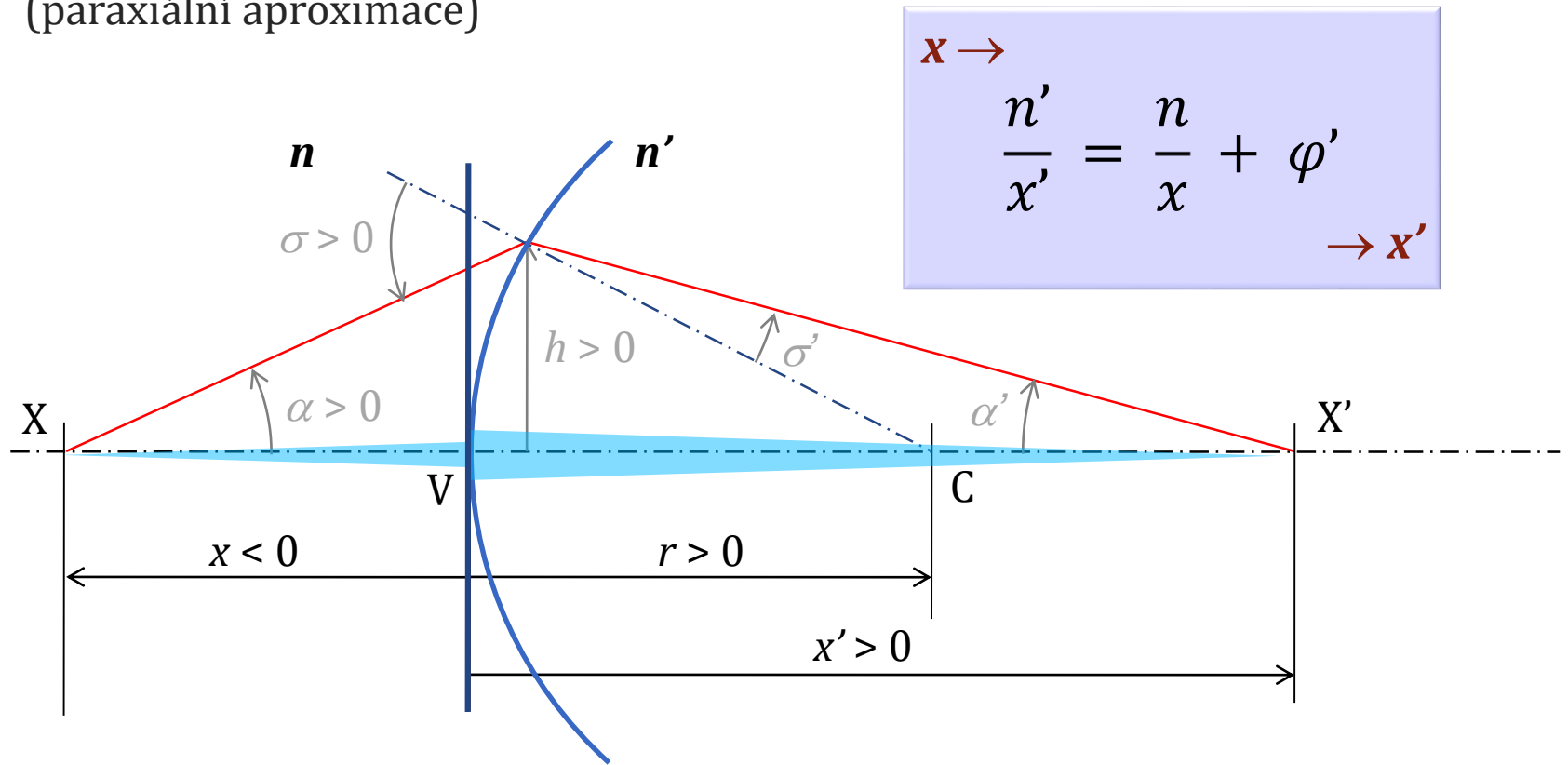


Plocha	Rádus (mm)	Tloušťka (mm)	Index lomu nD (-)
Objekt	nekonečno	nekonečno	1,0000
2	7,70	0,50	1,3771
3	6,80	3,10	1,3374
STO	10,00	0,55	1,3860
5	7,91	2,42	1,4060
6	-5,76	0,64	1,3860
7	-6,00	16,79	1,3360



# Gaussova zobrazovací rovnice

(paraxiální aproximace)



$x \rightarrow$

$$\frac{n'}{x'} = \frac{n}{x} + \varphi'$$

$\rightarrow x'$

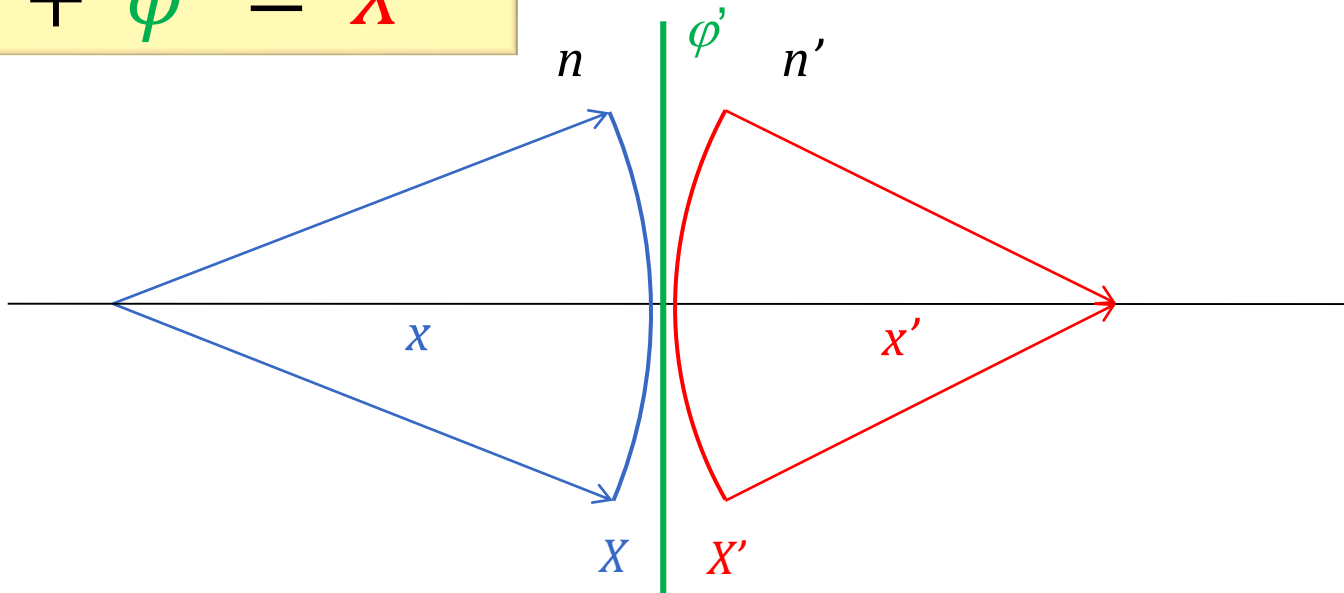
**optická mohutnost plochy**

$$\varphi' = \frac{n' - n}{r}$$

# lámavá plocha mění vergenci

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$X + \varphi' = X'$$

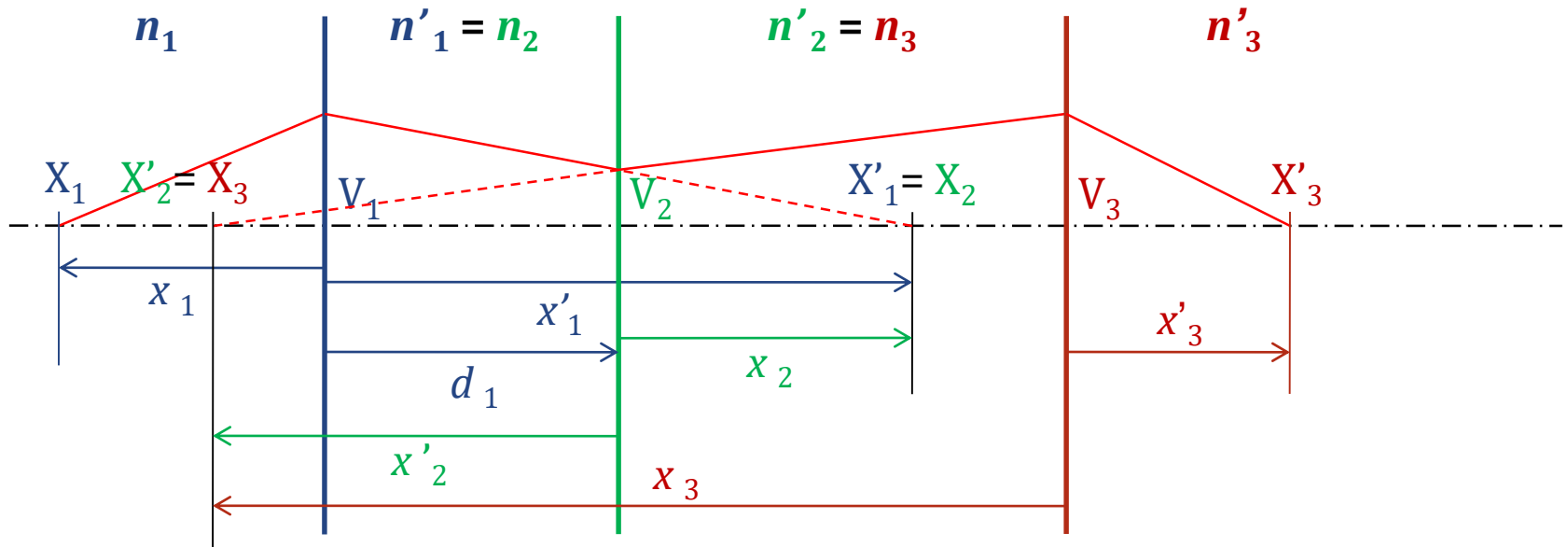


⇒ **optická mohutnost** je vergencí (obrazové) ohniskové vzdálenosti, nebo též **vergencí svazku** konvergujícího do ohniska těsně za lámavou plochou:

$$0 + \varphi' = \frac{n'}{f'}$$

# soustava lámavých ploch

(paraxiální aproximace)



$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

$$n'_i/x'_i = n_i/x_i + \varphi'_i$$

$$x_{i+1} = x'_i - d_i$$

# soustava lámavých ploch

(tabelární výpočet v paraxiální aproximaci)

plocha č.	1	2	3	
$n$	1,000	1,525	1,603	... index lomu před lám. plochou
$n'$	1,525	1,603	1,000	... index lomu za lám. plochou
$r$	9,000	-1,000	-11,000	... rádius lám. plochy
$d$	30	45	--	... vzdálenost lám. plochy od předchozí
$x$	- 30,00			... poloha předmětového bodu
$X = n/x$				... vergence předmětového svazku
$\varphi' = (n' - n)/r$				... optická mohutnost plochy
$X' = X + \varphi'$				... vergence obrazového svazku
$x' = n'/X'$				... poloha obrazového bodu
$x' - d$			--	... pomocný údaj
$x'/(x' - d)$			--	... pomocný údaj

$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

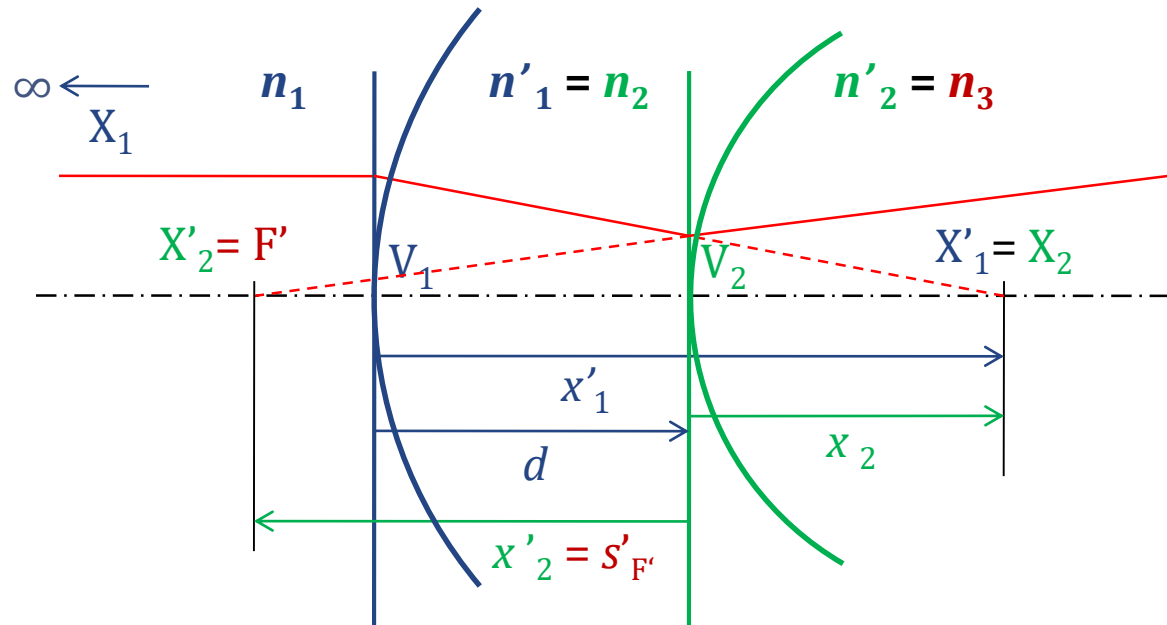
$$X'_i = X_i + \varphi'_i$$

$$x_{i+1} = x'_i - d_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X'_i}{1 - d_i X'_i}$$



# příklad: ohnisko rozptylky



$$\varphi_i' = (n_i' - n_i) / r_i$$

$$X_i' = X_i + \varphi_i'$$

$$X_{i+1} = X_i' - d_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X_i'}{1 - d_i X_i'}$$

# příklad: ohnisko rozptylky

(tabelární výpočet pro paraxiální aproximaci)



plocha č.	1	2
$n$	1,000	1,525
$n'$	1,525	1,000
$r$	+30	+20
$d$	5	-
$x$	$\infty$	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$		
$X' = X + \varphi'$		
$x' = n'/X'$		$S'F'$
$x' - d$		
$x'/(x' - d)$		

leží-li  
předmětový bod  
v nekonečnu

$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

$$X'_i = X_i + \varphi'_i$$

$$x_{i+1} = x'_i - d_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X'_i}{1 - \bar{d}_i X'_i}$$

pak zde vychází sečná  
obrazová ohnisková  
vzdálenost

# příklad: ohnisko rozptylky

(tabelární výpočet polohy předmětového ohniska)



plocha č.	1	2
$n$	1,000	1,525
$n'$	1,525	1,000
$r$	-20	-30
$d$	5	-
$x$	$\infty$	
$X = n/x$	0	-0,024
$\varphi' = (n' - n)/r$	-0,0262	0,0175
$X' = X + \varphi'$	-0,0262	-0,0067
$x' = n'/X'$		$S'_{F'}$
$x' - d$		
$x'/(x' - d)$		

leží-li  
předmětový bod  
v nekonečnu

$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

$$X'_i = X_i + \varphi'_i$$

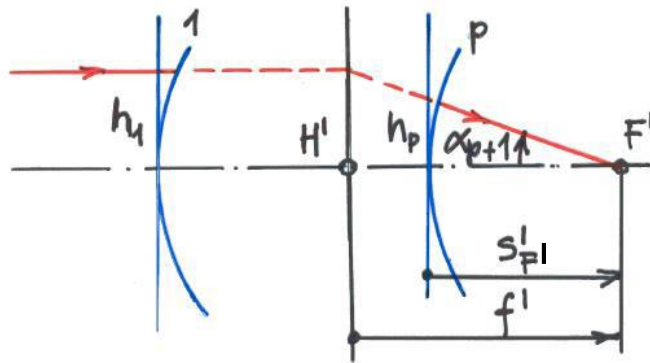
$$x_{i+1} = x'_i - d_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X'_i}{1 - \bar{d}_i X'_i}$$

pak zde vychází sečná  
obrazová ohnisková  
vzdálenost

# ohnisková vzdálenost tabelárně

( $p$  ploch)



Obrazová ohnisková vzdálenost:

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{p+1}}$$

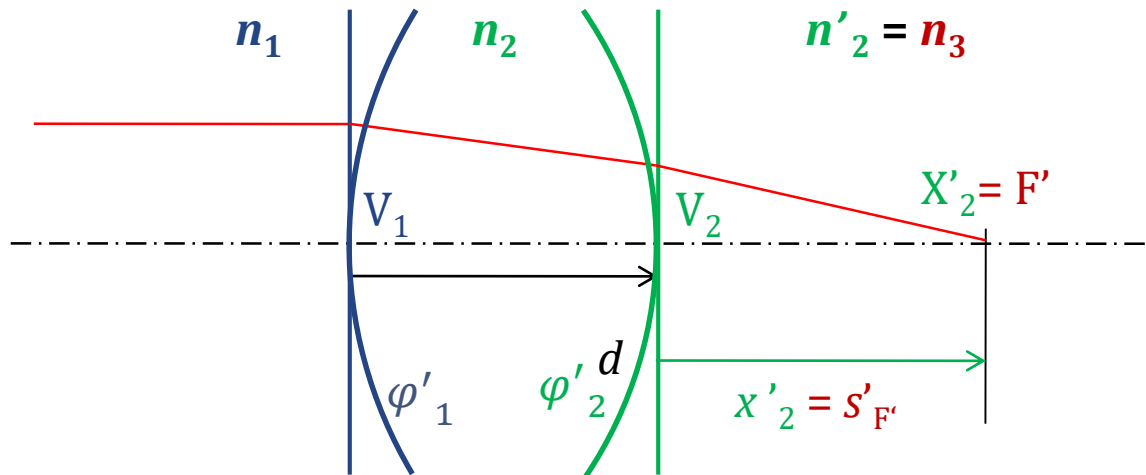
Sečná vzdálenost obrazového ohniska

$$s'_{F'} = \frac{h_p}{\alpha_{p+1}}$$

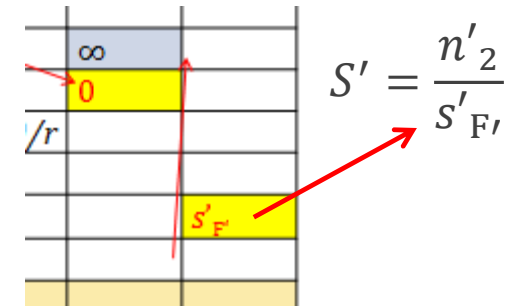
$$f' = \frac{h_1}{h_p} s'_{F'} = \frac{x'_1 x'_2 \dots x'_{p-1}}{x_2 x_3 \dots x_p} s'_{F'} = \frac{x'_1}{x'_1 - d_1} \frac{x'_2}{x'_2 - d_2} \dots \frac{x'_{p-1}}{x'_{p-1} - d_{p-1}} s'_{F'}$$

$x'$				$s'_{F'}$
$x'-d$				$\times$
$x'/(x'-d)$	$x'_1/(x'_1-d_1)$	$\times$	$x'_2/(x'_2-d_2)$	$\times$
			$\times$	$x'_3/(x'_3-d_3)$

# vrcholová lámavost (2 plochy i p ploch)



tabelární výpočet  $S'$ :



## vrcholová lámavost

je vergencí **sečné** (obrazové) ohniskové vzdálenosti (též: **vergenčí svazku** konvergujícího do obrazového ohniska těsně za poslední plochou soustavy):

$$S' = \frac{n'_2}{s'_{F'}} = \frac{n'_2}{s'_{2}(F')} = \frac{\varphi'_1}{1 - \frac{d}{n_2} \varphi'_1} + \varphi'_2 = \frac{\varphi'_c}{1 - \frac{d}{n_2} \varphi'_1} = \Gamma' \varphi'_c$$

vlastní  
zvětšení

celková  
optická  
mohutnost

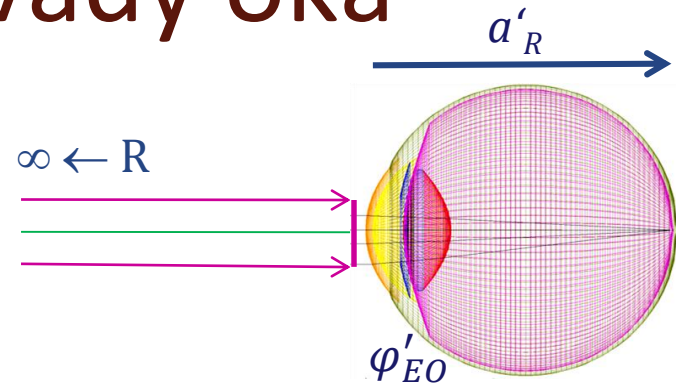
$$\text{Gullstrandova rovnice: } \varphi'_c = \varphi'_1 + \varphi'_2 - \frac{d}{n_2} \varphi'_1 \varphi'_2$$

# vergence a korekce vady oka

**emetropické oko** (bez vady)

vidí ostře bod R v nekonečnu:

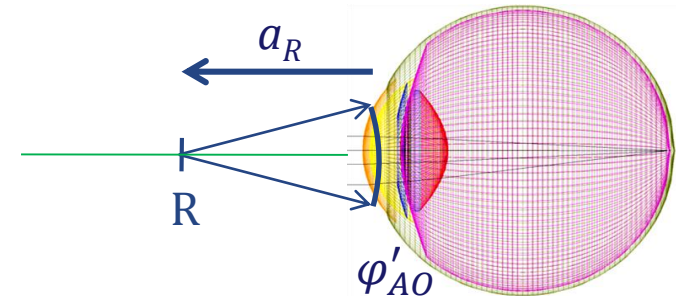
$$A'_R = A_R + \varphi'_{EO} = 0 + \varphi'_{EO}$$



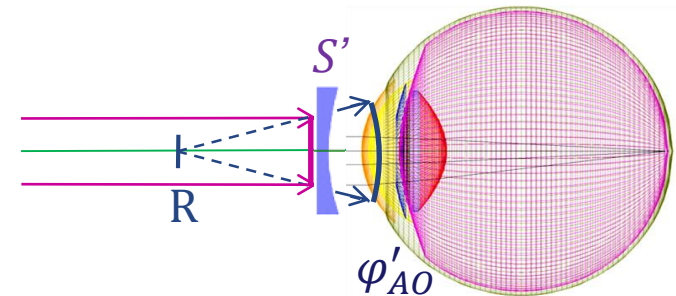
**ametropické oko** (s refrakční vadou) vidí

ostře bod R ve vzdálenosti  $a_R$ :

$$A'_R = A_R + \varphi'_{AO}$$

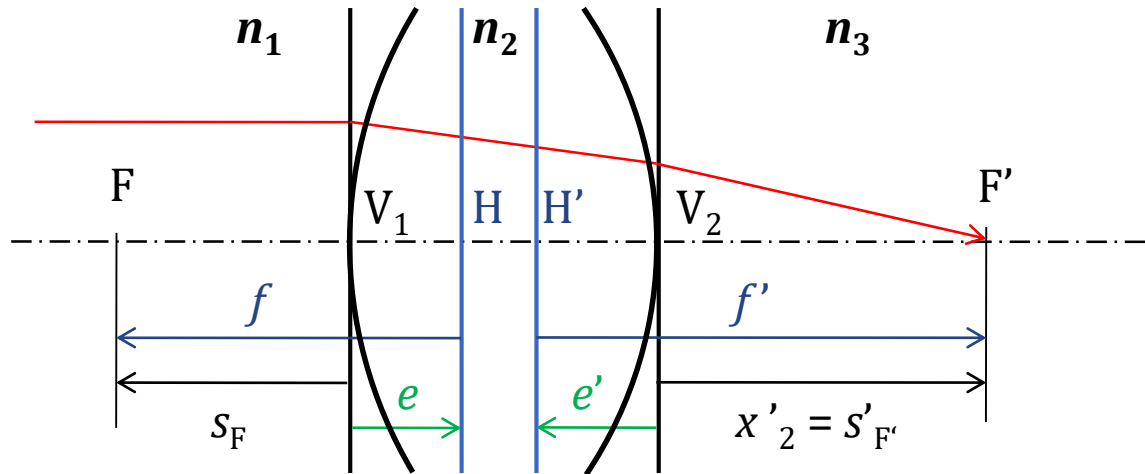


**korekční čočka** převádí svazek s  
vergence 0 na svazek vstupující do oka s  
vergence  $A_R$



$$A_R = \frac{S'}{1 - dS'}$$

# hlavní body a roviny (2 plochy)



obecně:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_p}{n_1}$$

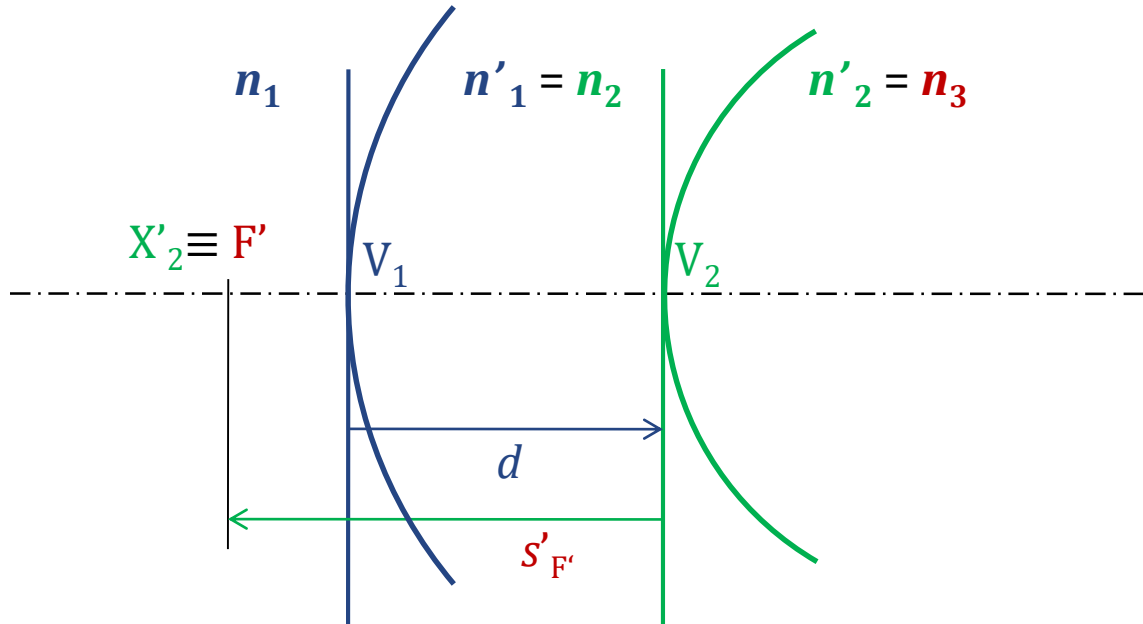
$$s_1(H) = s_1(F) - f = s_F - f = e$$

$$s'_2(H') = s'_2(F') - f' = s'_{F'} - f' = e'$$

$$e = + \frac{d}{n_2} \frac{\varphi'_2}{\varphi'_c} n_1$$

$$e' = - \frac{d}{n_2} \frac{\varphi'_1}{\varphi'_c} n_3$$

# příklad: rozptylka



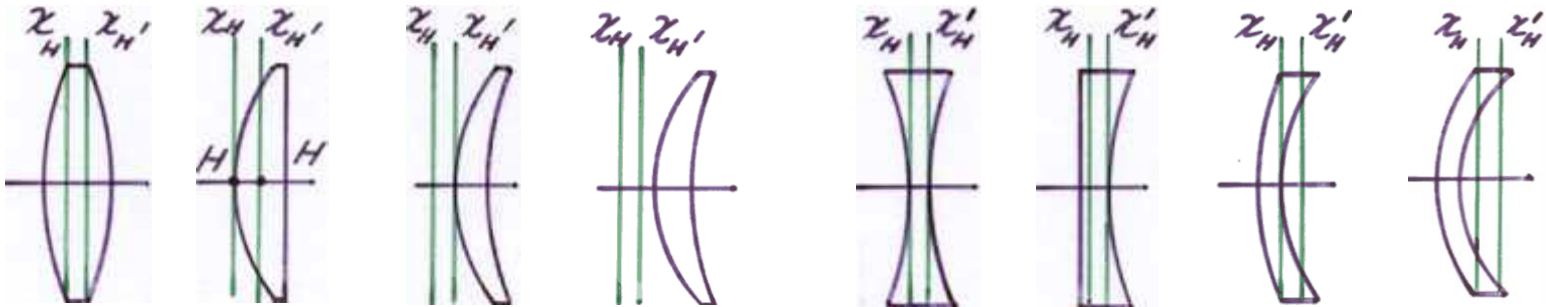
$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_p}{n_1}$$

$$e = +\frac{d}{n_2} \frac{\varphi_2'}{\varphi_c'} n_1$$

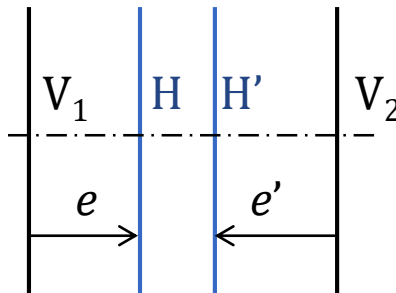
$$e' = -\frac{d}{n_2} \frac{\varphi_1'}{\varphi_c'} n_3$$



# polohy hlavních rovin u čoček

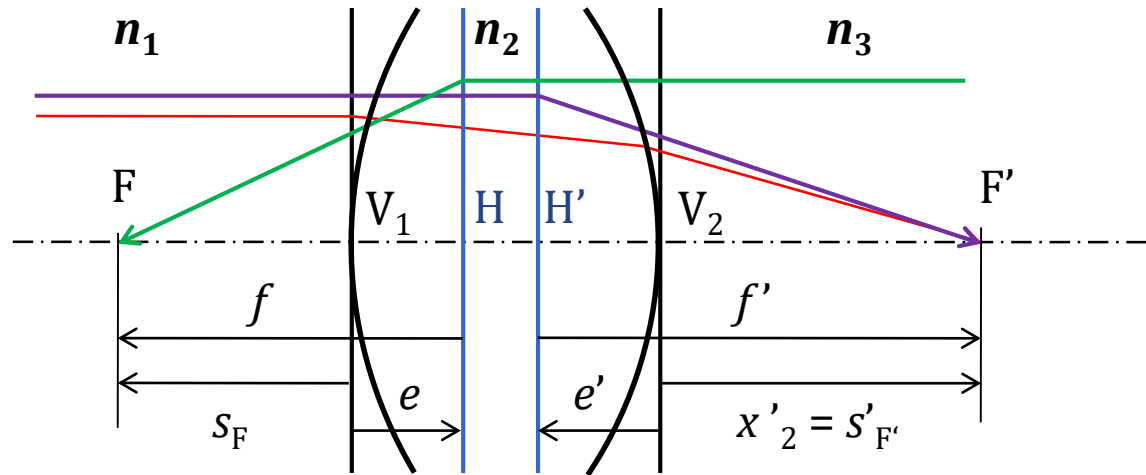


$$e = + \frac{d}{n_2} \frac{\varphi_2'}{\varphi_c'} n_1$$



$$e' = - \frac{d}{n_2} \frac{\varphi_1'}{\varphi_c'} n_3$$

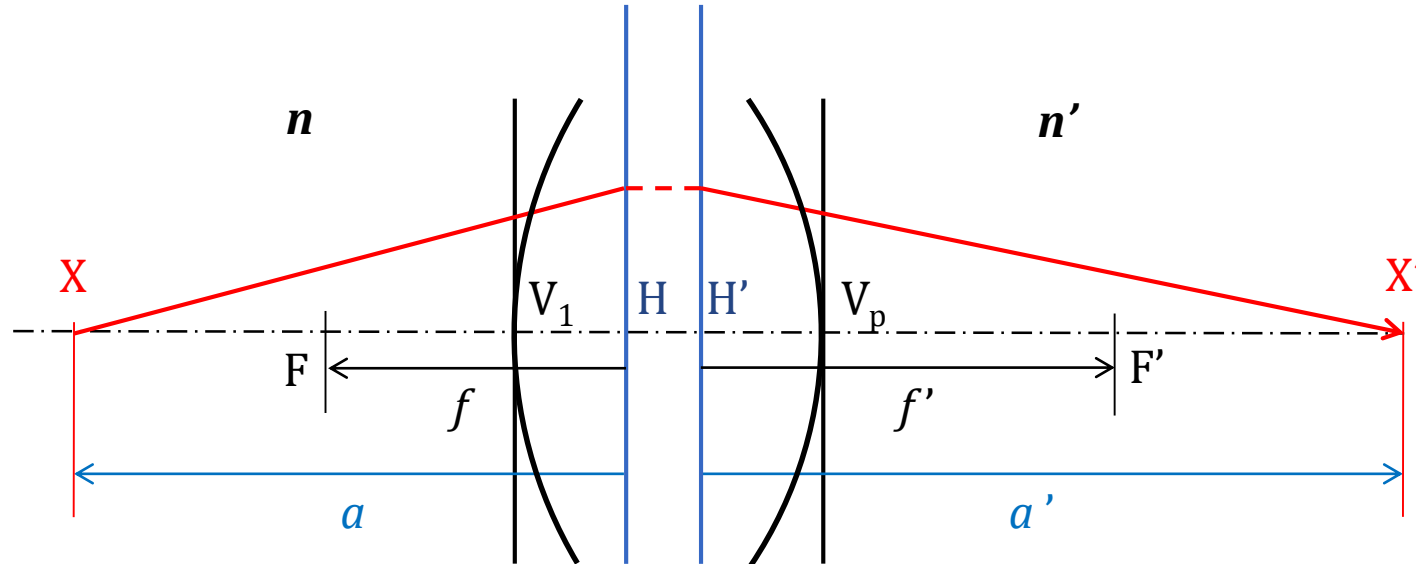
# hlavní body a roviny ( $p$ ploch)



Účinek všech ploch optické soustavy lze nahradit **obrazovou hlavní rovinou**.  
Při opačném chodu paprsků **předmětovou hlavní rovinou**.

# Gaussova zobrazovací rovnice

( $p$  ploch)



$a \rightarrow$

$$n'/a' = n/a + \varphi_c' \rightarrow a'$$

vztah optické mohutnosti a ohniskové vzdálenosti:

$$n'/f' = F' = 0 + \varphi_c' \rightarrow \varphi_c' = n'/f'$$

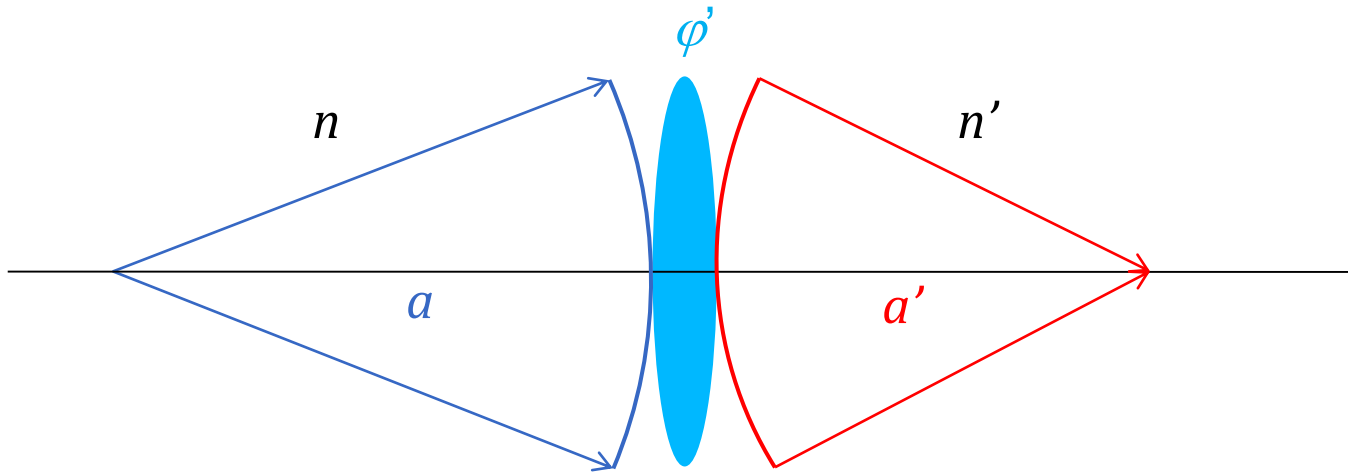
$$0 = n/f + \varphi_c' \rightarrow \varphi_c' = -n/f$$

optická mohutnost je tedy **vergencí svazku** konvergujícího do obrazového ohniska v obrazové hlavní rovině

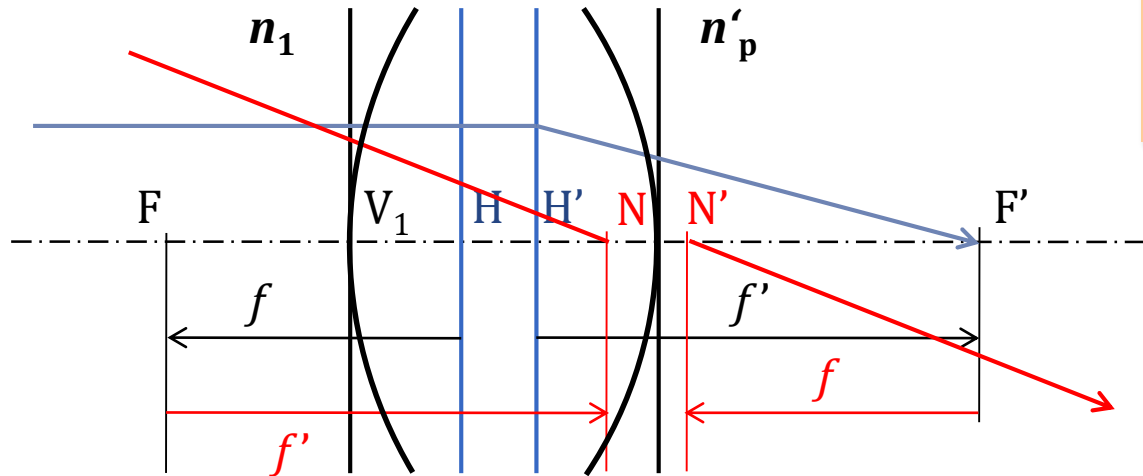
# čočka transformuje vergenci

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$A + \phi' = A'$$



# uzlové body ( $p$ ploch)



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_p}{n_1}$$

sečné vzdálenosti od 1. plochy

$$s(N) = s(F) + f'$$

$$s(H) = s(F) - f$$

$$s(N) = s(H) + f' + f$$

$$= s(H) + f' \left(1 - \frac{n_1}{n_p}\right)$$

sečné vzdálenosti od plochy  $p$

$$s'(N') = s'(F') + f$$

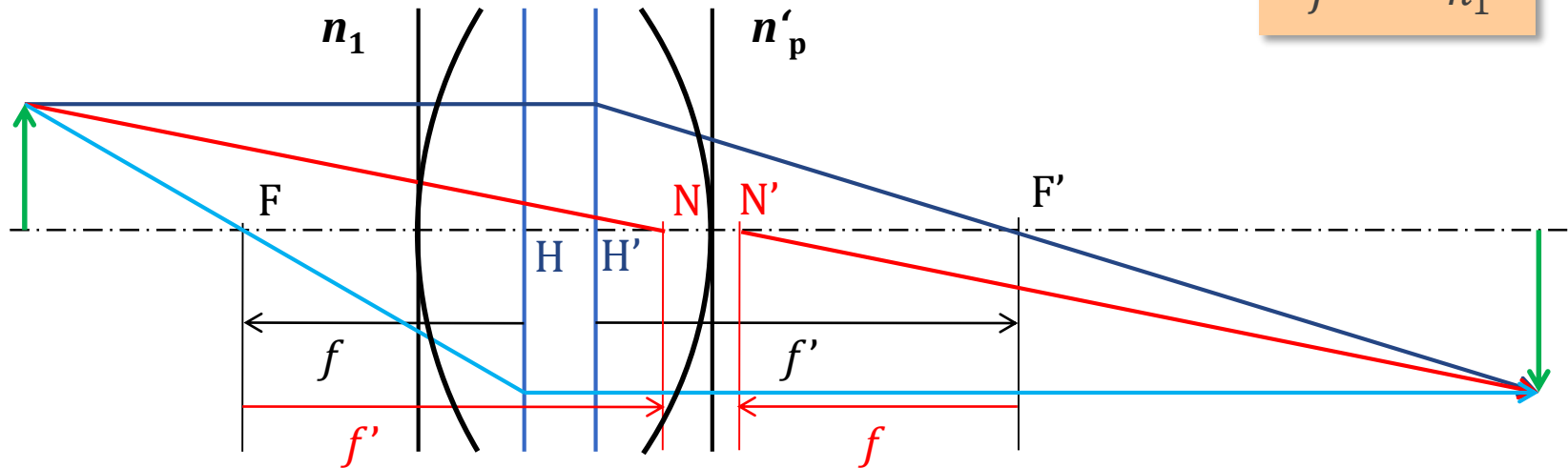
$$s'(H') = s'(F') - f'$$

$$s'(N') = s'(H') + f' + f$$

$$= s'(H') + f' \left(1 - \frac{n_1}{n_p}\right)$$

# konstrukce zobrazení ( $p$ ploch)

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_p}{n_1}$$



$$s(N) = s(H) + f' \left( 1 - \frac{n_1}{n_p} \right)$$

$$s'(N') = s'(H') + f' \left( 1 - \frac{n_1}{n_p} \right)$$