

# Analýza dat pro Neurovědy



RNDr. Eva Koritáková, Ph.D.  
doc. RNDr. Ladislav Dušek, Dr.

# Blok 3

Jak a kdy použít parametrické a  
neparametrické testy I.

# Osnova

---

1. Dvouvýběrové testy
2. Neparametrické testy

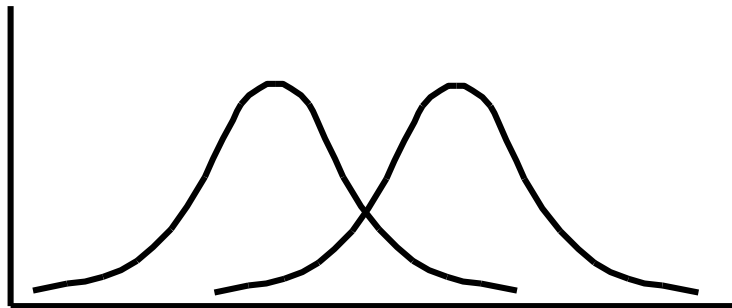
# Parametrické a neparametrické testy pro kvantitativní data – přehled

Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat s referenční hodnotou – jednovýběrové testy:	Jednovýběrový t-test, jednovýběrový z-test	Wilcoxonův test
2 skupiny dat párově – párové testy:	Párový t-test	Wilcoxonův test, znaménkový test
2 skupiny dat nepárově – dvouvýběrové testy:	Dvouvýběrový t-test	Mannův-Whitneyův test, mediánový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskalův- Wallisův test

# 1. Dvouvýběrové testy

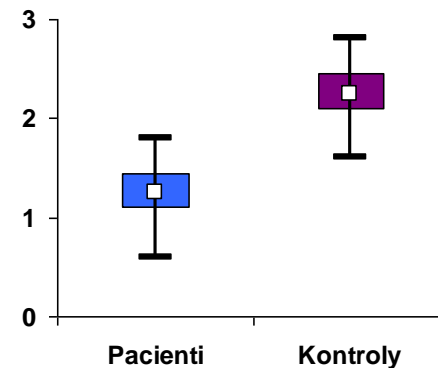
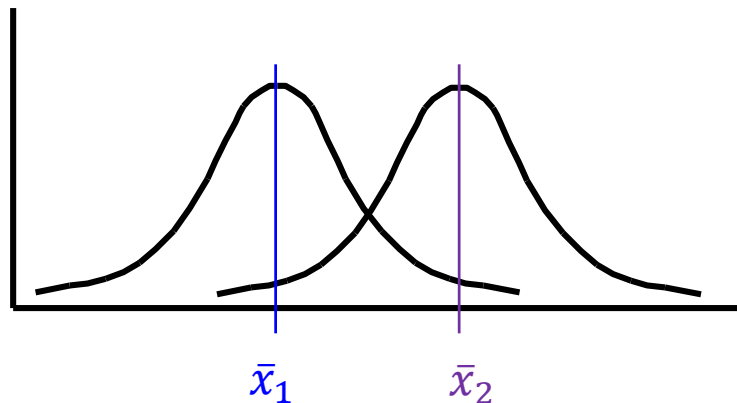
# Dvouvýběrové („Two-Sample“) testy

- Srovnávají navzájem dva nezávislé vzorky („two samples“).
- V testu jsou srovnávány dvě rozložení hodnot.
- Otázka položená v testu může být opět vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.
- Parametrické dvouvýběrové testy, kterým se budeme věnovat:
  - **dvouvýběrový t-test** (test o rozdílu průměrů dvou nezávislých vzorků)
  - **F-test** (test o shodnosti rozptylů dvou nezávislých vzorků)



# Dvouvýběrový t-test

- Srovnáváme dvě skupiny dat, které jsou na sobě nezávislé – mezi objekty neexistuje vazba.
- Příklady: srovnání objemu hipokampu u mužů a u žen, srovnání kognitivního výkonu podle dvou kategorií věku.



- Předpoklad: **normalita dat v OBOU skupinách, shodnost (homogenita) rozptylů** v obou skupinách
- Testová statistika:  $T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - c}{s_* \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ , kde  $s_*$  je vážená směrodatná odchylka,  $c$  je konstanta, o kterou se rozdíl průměrů má lišit (většinou rovna 0)

# Dvouvýběrový t-test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší objem putamenu podle pohlaví.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar:  $H_0 : \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0$  a  $H_1 : \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \neq 0$
- **Postup:**
  1. Popisná sumarizace objemu putamenu podle pohlaví.
  2. Ověření normality hodnot v OBOU skupinách pomocí histogramu (tzn. vykreslíme histogram zvlášť pro muže a zvlášť pro ženy).
  3. Ověření shodnosti rozptylů – vizuálně pomocí krabicových grafů a pomocí F-testu či Levenova testu.
  4. Aplikujeme statistický test.
  5. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:  
 **$p < 0,097 > 0,05$**  → nezamítáme nulovou hypotézu → Neprokázali jsme rozdíl objemu putamenu podle pohlaví (na hladině významnosti  $\alpha=0,05$ .)



# Úkol 3.

- **Zadání:** Zjistěte, zda se liší objem thalamu podle pohlaví (nezapomeňte ověřit předpoklady).
- **Řešení:**

**Group Statistics**

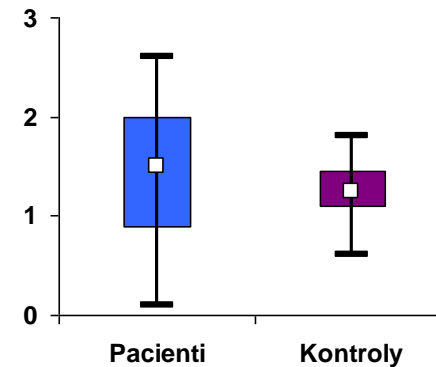
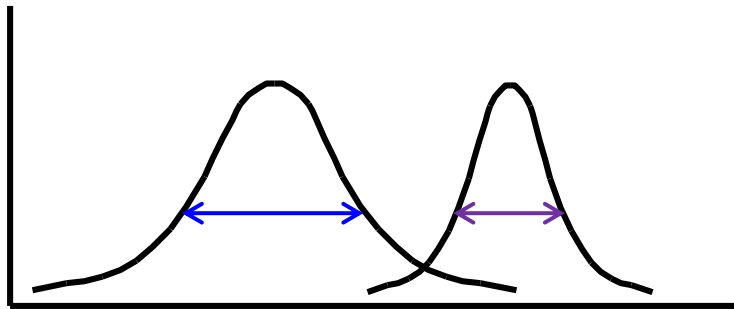
	Gender_rek	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Thalamus_volume (mm3)	M	482	12828,02	194,93	8,88
	F	351	12469,89	201,72	10,77

**Independent Samples Test**

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Thalamus_volume (mm3)	Equal variances assumed	,053	,819	25,801	831	,000	358,135	13,881	330,890	385,380
	Equal variances not assumed			25,662	739,150	,000	358,135	13,956	330,737	385,532

# F-test

- Srovnáváme rozptyly (variabilitu) dvou skupin dat, které jsou na sobě **nezávislé** (mezi objekty neexistuje vazba).
- F-test patří mezi dvouvýběrové parametrické testy.
- Příklady: srovnání variability objemu hipokampu u pacientů s AD a kontrol.
- Použití: ověření předpokladu shodnosti (homogenity) rozptylů u dvouvýběrového t-testu.



- Předpoklad: normalita dat v OBOU skupinách.
- Testová statistika:  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ , kde  $s_1^2$  je rozptyl prvního výběru a  $s_2^2$  je rozptyl druhého výběru

# F-test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší variabilita objemu putamenu podle pohlaví.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar:  $H_0 : \sigma_M^2 = \sigma_Z^2$  a  $H_1 : \sigma_M^2 \neq \sigma_Z^2$
- **Postup:**
  1. Ověření normality hodnot v OBOU skupinách pomocí histogramu (tzn. vykreslíme histogram zvlášť pro muže a zvlášť pro ženy).
  2. Vykreslení krabicových grafů, které nám napoví, zda máme očekávat shodu nebo neshodu rozptylů.
  3. Aplikujeme statistický test (F-test je součástí dvouvýběrového t-testu v softwaru STATISTICA (tedy zvolíme t-test, independent, by groups)).
  4. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:  
 **$p=0,934 > 0,05$**  → nezamítáme nulovou hypotézu → Neprokázali jsme rozdíl ve variabilitě objemu putamenu podle pohlaví (na hladině významnosti  $\alpha=0,05$ .)

# 3. Neparametrické testy

# Parametrické a neparametrické testy pro kvantitativní data – přehled

Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat s referenční hodnotou – jednovýběrové testy:	Jednovýběrový t-test, jednovýběrový z-test	<b>Wilcoxonův test</b>
2 skupiny dat párově – párové testy:	Párový t-test	<b>Wilcoxonův test, znaménkový test</b>
2 skupiny dat nepárově – dvouvýběrové testy:	Dvouvýběrový t-test	<b>Mannův-Whitneyův test, mediánový test</b>
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskalův- Wallisův test

# Neparametrické testy

- **Nemají předpoklady** o rozdělení vstupních dat, je tedy možné je použít při asymetrickém rozdělení nebo odlehlých hodnotách.
- Používání neparametrických testů je „bezpečnější“.
- Mají však **menší sílu**, protože dochází k redukci informační hodnoty původních dat z důvodu, že neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich pořadí („rank“).
- Menší sílu testu je možné vykompenzovat větší velikostí vzorku.
- Neparametrické testy:
  - **Wilcoxonův test** – jednovýběrový i párový test
  - Znaménkový test – párový test
  - **Mannův-Whitneyův test** – dvouvýběrový test
  - Mediánový test – dvouvýběrový test

# Wilcoxonův test

- Neparametrická alternativa jednovýběrového i párového t-testu a z-testu.
- Je testem o mediánu – hypotézy mají tvar:  $H_0 : \tilde{x} = c$  a  $H_1 : \tilde{x} \neq c$
- Princip Wilcoxonova testu:
  1. Spočítáme difference všech hodnot  $x_1, x_2, \dots, x_n$  od  $c$ .
  2. Podíváme se, jestli je zhruba  $\frac{1}{2}$  diferencí kladných a  $\frac{1}{2}$  záporných. (To je ekvivalentní s tím, že zhruba polovina hodnot  $x_1, x_2, \dots, x_n$  je menších než  $c$  a polovina hodnot  $x_1, x_2, \dots, x_n$  je větších než  $c$ ).
- Je zřejmé, že odlehlé hodnoty nebudou v tomto testu problémem, protože nehodnotíme velikost diferencí, ale pouze, zda je zhruba  $\frac{1}{2}$  z nich kladných a  $\frac{1}{2}$  záporných.

# Wilcoxonův test jako párový test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší MMSE skóre u pacientů s MCI při vstupu do studie a 2 roky po zahájení studie.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar:  $H_0 : \tilde{d} = 0$  a  $H_1 : \tilde{d} \neq 0$
- **Postup:**
  1. Vykreslení histogramu nové proměnné s rozdíly MMSE skóre, abychom viděli, že u rozdílů není splněn předpoklad normálního rozdělení → proto použijeme neparametrický test.
  2. Aplikujeme statistický test.
  3. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:  
 **$p < 0,001 < 0,05$  → zamítáme** nulovou hypotézu → **Rozdíl MMSE skóre u pacientů s MCI při vstupu do studie a 2 roky po zahájení studie je statisticky významný.**



# Wilcoxonův test jako jednovýběrový test

- **Příklad:** Chceme zjistit, zda se hodnoty MMSE skóre u 197 pacientů s Alzheimerovou chorobou v našem souboru liší od populačního mediánu 27,5.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar:  $H_0 : \tilde{x} = 27,5$  a  $H_1 : \tilde{x} \neq 27,5$
- **Postup:**
  1. Vykreslíme histogram a spočítáme popisnou statistiku, abychom viděli, že u MMSE skóre u pacientů s AD není splněn předpoklad normálního rozdělení → proto použijeme neparametrický test.
  2. Aplikujeme statistický test.\*
  3. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:  
 **$p < 0,001 < 0,05$  → zamítáme** nulovou hypotézu → **Medián MMSE skóre u pacientů s AD v našem souboru se statisticky významně liší od populačního mediánu.**

\*Software STATISTICA neumožňuje počítat jednovýběrový Wilcoxonův test přímo. Lze to však obejít vytvořením nové proměnné, která ve všech řádcích bude mít hodnotu 27,5, a použitím párového Wilcoxonova testu

# Úkol 4.

- **Zadání:** Zjistěte, zda se liší váha u mužů v našem souboru od populačního mediánu 75 kg.

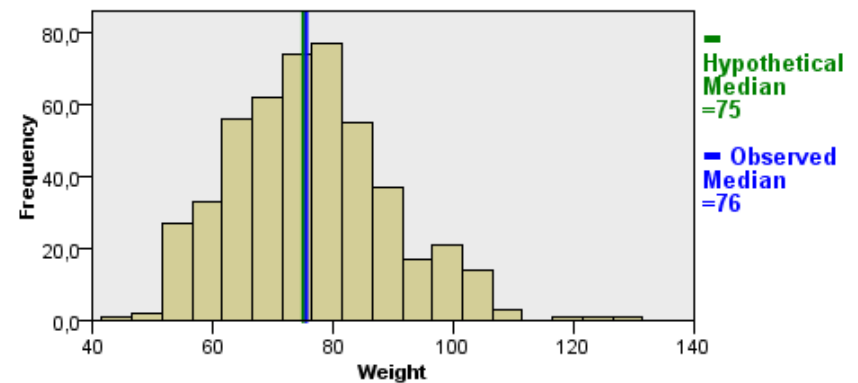
- **Řešení:**

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of Weight equals 75.	One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test	295,000	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test



Total N	482
Test Statistic	57 939,000
Standard Error	2 926,481
Standardized Test Statistic	1,048
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,295

# Mannův-Whitneyův (U) test

- Někdy nazýván jako dvouvýběrový Wilcoxonův test.
- Neparametrická alternativa dvouvýběrového t-testu.
- Testuje se, zda jsou srovnatelné distribuční funkce.
- Hypotézy mají tvar:  $H_0 : F(x) = F(y)$  a  $H_1 : F(x) \neq F(y)$
- Princip Mannova-Whitneyova testu:
  1. Všechny hodnoty z obou výběrů dohromady (tedy  $n_1+n_2$  hodnot) uspořádáme vzestupně podle velikosti  $\rightarrow$  každé hodnotě přiřadíme pořadí.
  2. Spočítáme součet pořadí hodnot prvního výběru a součet pořadí hodnot druhého výběru.
  3. Na základě těchto dvou součtů vypočteme testové statistiky.
- Je zřejmé, že odlehlé hodnoty nebudou v tomto testu problém, protože pracujeme s pořadími namísto původních hodnot.

# Mannův-Whitneyův (U) test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší objem hipokampu podle pohlaví.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar:  $H_0 : F(x) = F(y)$  a  $H_1 : F(x) \neq F(y)$
- **Postup:**
  1. Popisná sumarizace objemu hipokampu podle pohlaví.
  2. Vykreslení histogramů objemu hipokampu u mužů a u žen, abychom viděli, že není splněn předpoklad normálního rozdělení → proto použijeme neparametrický test.
  3. Aplikujeme statistický test.
  4. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:  
 $p < 0,001 < 0,05 \rightarrow$  **zamítáme** nulovou hypotézu → **Objem hipokampu je u mužů a u žen statisticky významně odlišný.**

# Úkol 5.

- **Zadání:** Zjistěte, zda se liší MMSE skóre u kontrolních subjektů a pacientů s AD.

- **Řešení:**

	Group_3kat	N	Mean Rank	Sum of Ranks
MMSE	CN	230	311,92	71742,50
	AD	197	99,67	19635,50
	Total	427		

## Test Statistics<sup>a</sup>

	MMSE
Mann-Whitney U	132,500
Wilcoxon W	19635,500
Z	-17,916
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Grouping Variable:  
Group\_3kat

# Poznámka 1

---

- Všechny dosud uvedené testy se zabývají hodnocením **spojitých náhodných veličin** (mohou nabývat jakýchkoliv hodnot v určitém rozmezí).
- Příklady: výška, váha, vzdálenost, čas, teplota.
  
- Uvedené testy lze ale použít i pro hodnocení diskrétních náhodných veličin – ale **musí to být odůvodnitelné** (např. velký počet možných hodnot).
- Příklady: počet krevních buněk, počet hospitalizací, počet krvácivých epizod za rok.

# Poznámka 2

---

- **Parametrické a neparametrické testy nemusí vycházet stejně.** Důvody:
  1. Nesplněné předpoklady parametrického testu.
  2. Malá síla neparametrického testu.
- Jsou-li však splněny předpoklady parametrického testu a je-li dostatek dat, bude to vycházet stejně.
- **Měli bychom preferovat parametrické testy, ALE pouze po důkladném ověření jejich předpokladů!**

# Úkol 6.

---

- **Zadání:** Chceme ověřit, zda se liší objem jednotlivých mozkových struktur podle pohlaví. Vykreslete histogramy a rozmyslete si, jaký test (jaké testy) byste použili.



# Poděkování...

Příprava výukových materiálů předmětu „DSAN01 Analýza dat pro Neurovědy “ byla finančně podporována prostředky projektu FRVŠ č. 942/2013 „Inovace materiálů pro interaktivní výuku a samostudium předmětu Analýza dat pro Neurovědy“

