Šance

- Šance (odds) O(*A*) = 1:4 odpovídá P(*A*) = 1/5

$$O(A) = \frac{P(A)}{P(\neg A)} = \frac{P(A)}{1 - P(A)}$$

$$P(A) = \frac{O(A)}{1 + O(A)}$$

Podíl šancí

- *OR* (odds ratio)
- Podíl šance, že se vyskytne jev *A* za podmínky jevu *B* k šanci, že se jev A vyskytne, když *B* neplatí

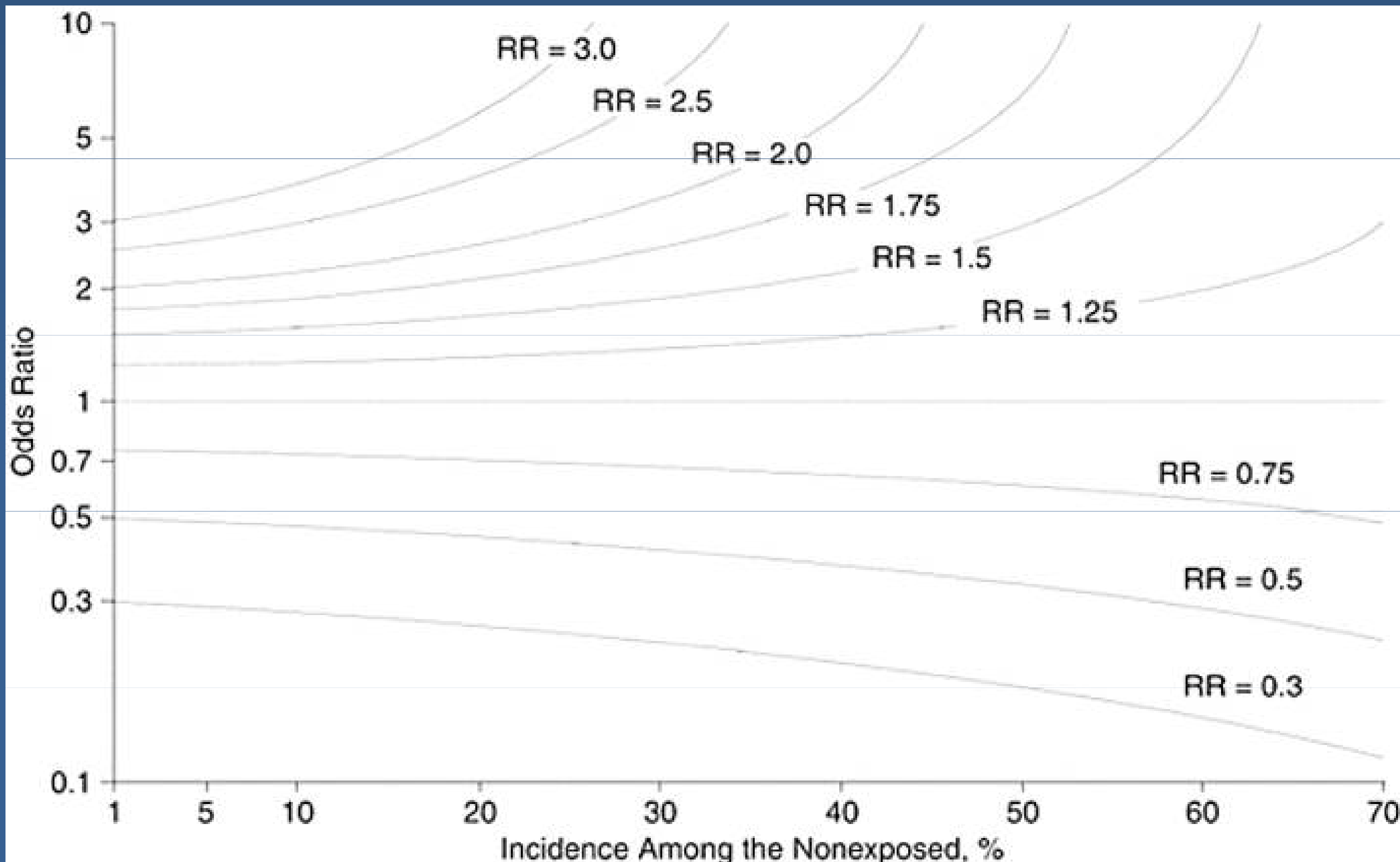
$$OR = \frac{O(A|B)}{O(A|\neg B)}$$

- Šance na výskyt rakoviny plic (jev *A*) u kuřáků (jev *B*) je 5/4, u nekuřáků (jev ¬*B*) 1/8

$$OR = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{40}{4} = 10$$

Relativní riziko (RR) vs. podíl šancí (OR)

RR	OR
Snadná interpretace rizik (% událostí)	Méně intuitivní interpretace
Určitá matematická omezení	Výhodné matematické vlastnosti
Závislé na bazálním riziku	Nezávislé na bazálním riziku (srovnání studií s různým bazálním rizikem)



Pro malé bazální riziko (< 10%) jsou RR a OR v podstatě srovnatelné

Zhang, J. et al. JAMA 1998;280:1690-1691.

Výpočet

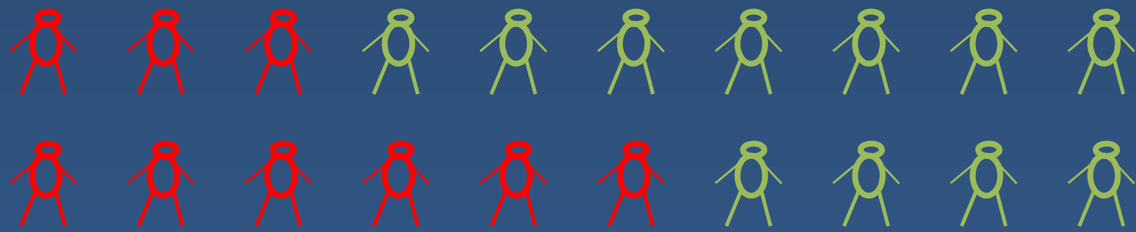
Srovnání výskytu událostí mezi rameny A a B

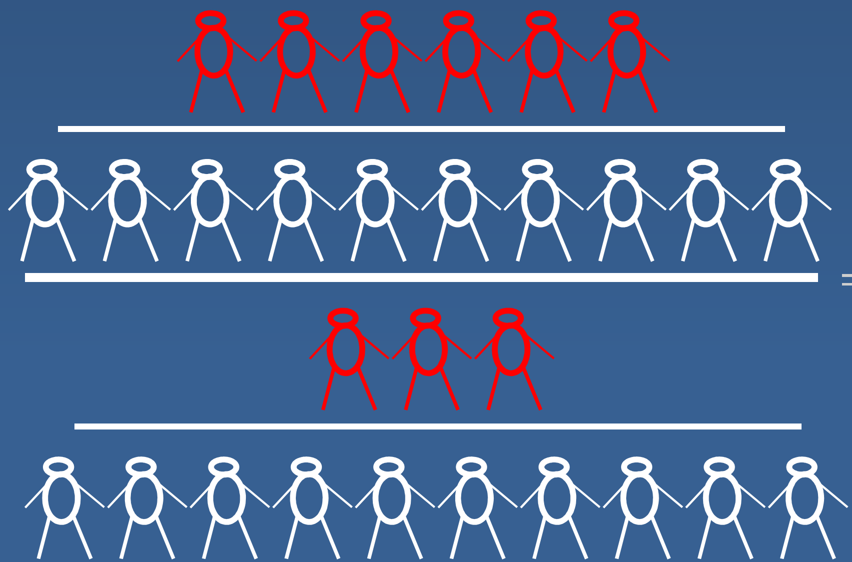
S událostí (výskyt onemocnění)

Bez události (zdraví)

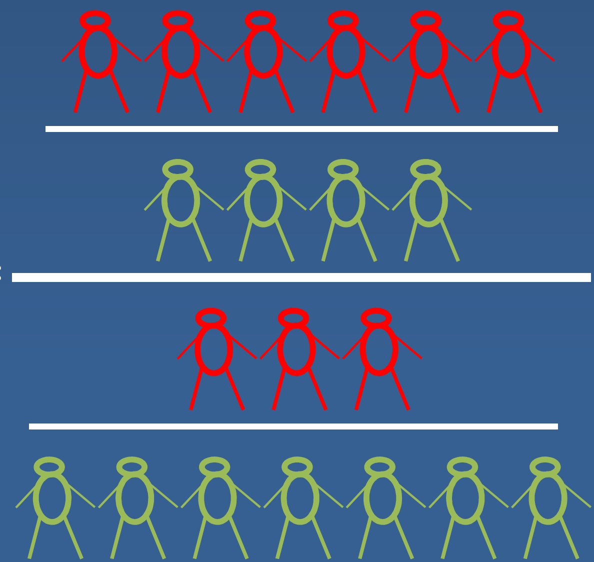
Rameno A

Rameno B



RR = 

$$= \frac{\frac{6}{10}}{\frac{3}{10}} = 2$$

OR = 

$$= \frac{\frac{6}{4}}{\frac{3}{7}} = 3{,}5$$

Věrohodnostní poměr

- LR (likelihood ratio)
- Podíl psti, že se vyskytne jev *A* za podmínky jevu *B* k psti, že se jev A vyskytne, když *B* neplatí

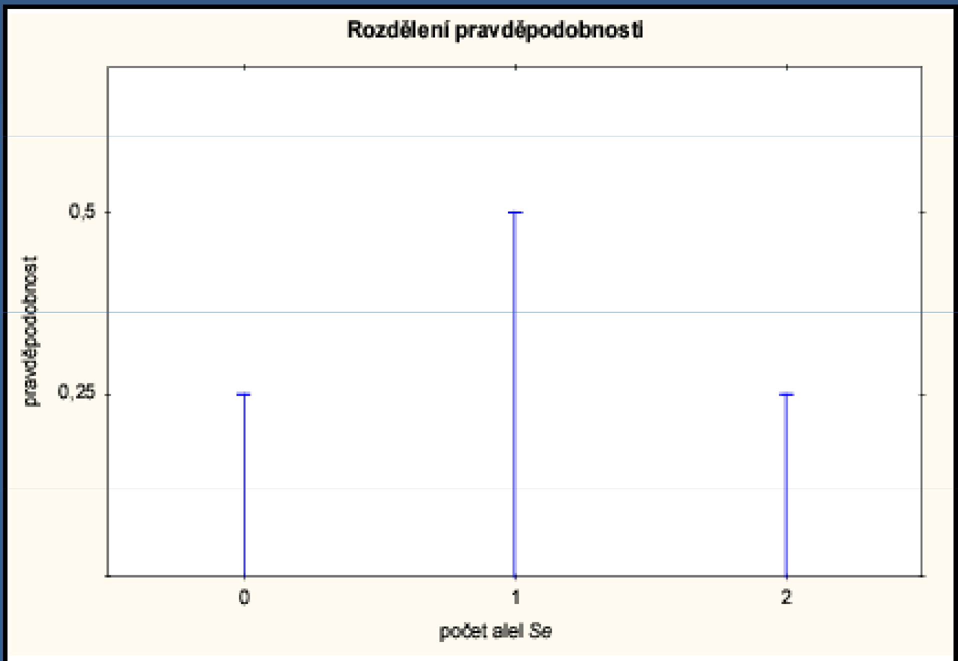
$$LR = \frac{P(A|B)}{P(A|\neg B)}$$

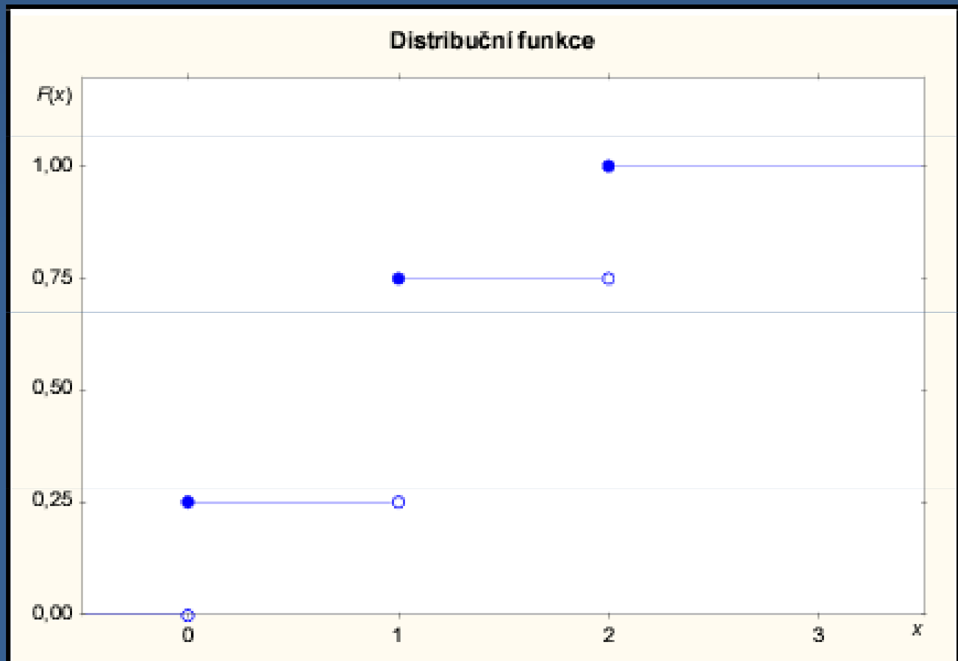
6. Náhodná veličina

- Realizace náhodného jevu
- Jak často určité hodnoty náhodné veličiny nastávají, je popsáno rozdělením psti

Diskrétní náhodná veličina

- Může nebývat jen určitých hodnot x_i, každé hodnotě x_i je přiřazena pst $P(X = x_i) > 0$
- Součet $P(X = x_i)$ je roven 1
- Psti $P(X = x_i)$ charakterizují diskrétní rozdělení psti
- Distribuční fce $F(x) = P(X \leq x)$, pro $-\infty < x < +\infty$

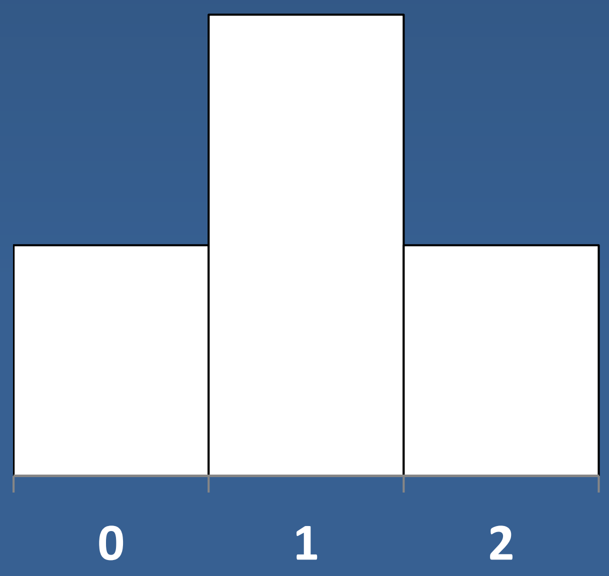


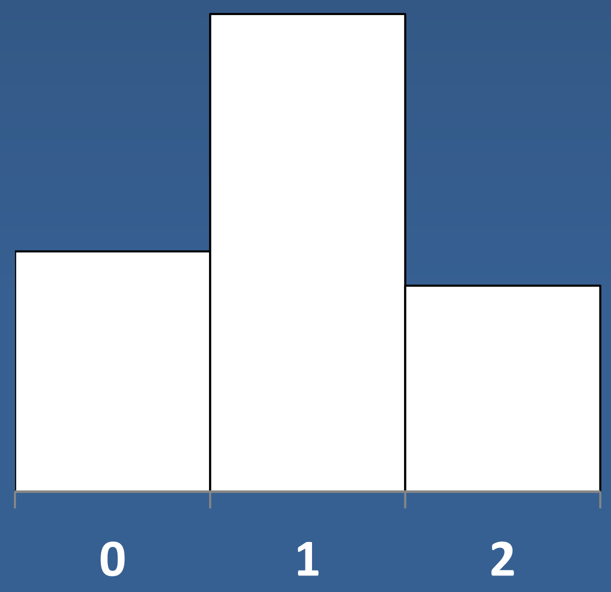


Model -> realita

- 1000xopakovaný hod 2 mincemi

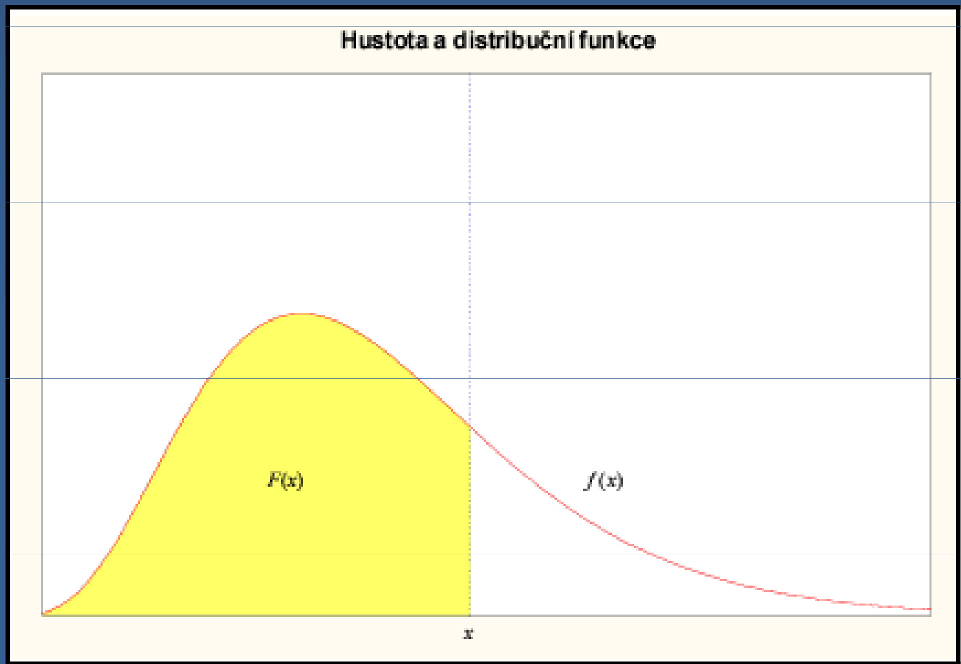
p(*x*)	*x*	n_x	n_x/n
0,25	0	260	0,260
0,5	1	517	0,517
0,25	2	223	0,223





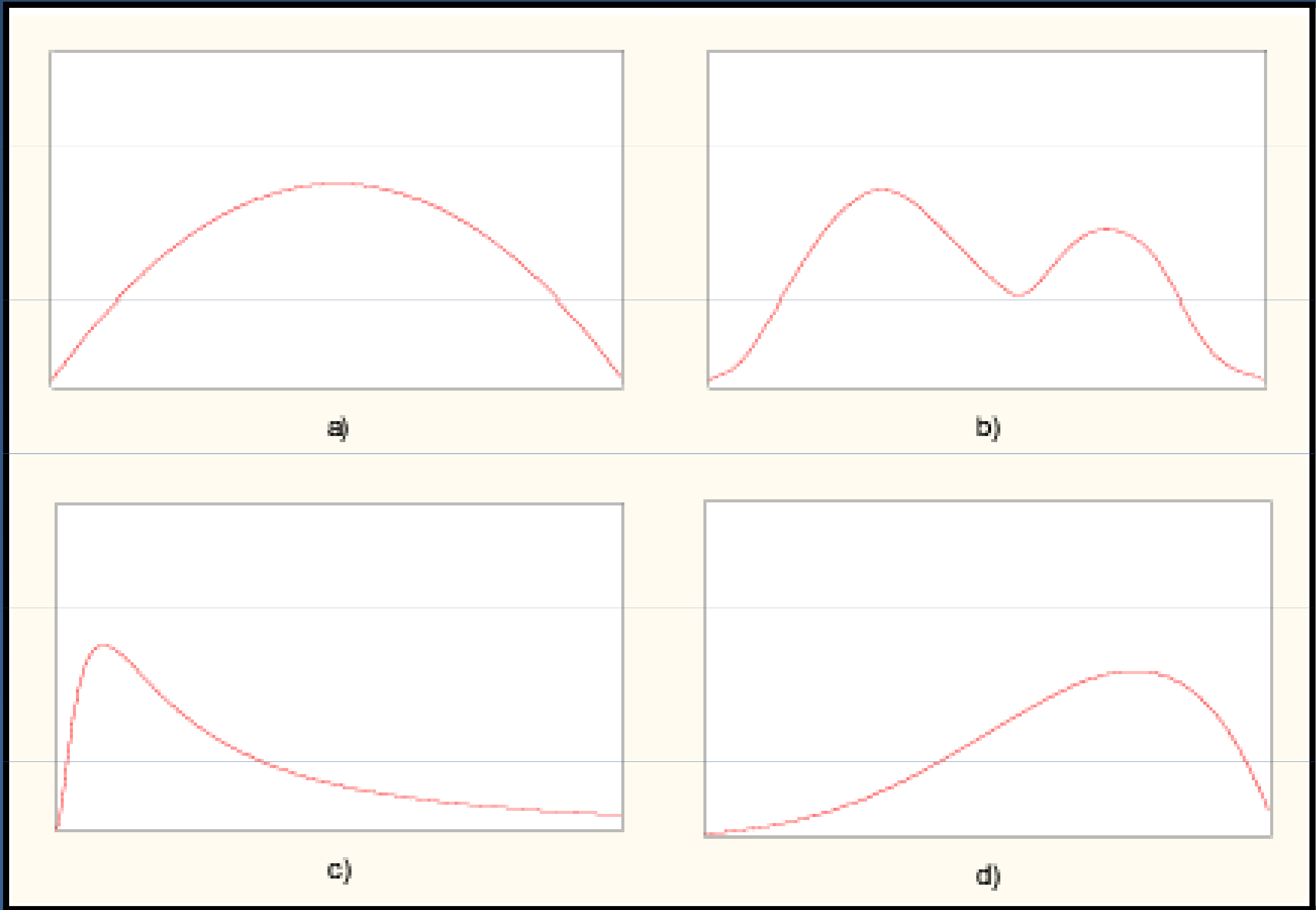
Spojitá náhodná veličina

- *X* nabývá hodnot *x* z určitého intervalu
- Reálná nezáporná fce *f(x)* – hustota (popisuje pstní rozdělení)
- Distribuční funkce *F(x)* je plocha pod hustotou



Tvar rozložení

Symetrické jednovrcholové Dvouvrcholové



Pravostranně asymetrické Levostranně asymetrické

Alternativní rozložení

- Jev může nabývat jednoho ze dvou stavů – 0 nebo 1

$$P(X=1)=p, P(X=0)=1-p$$

- $X \sim A(p)$

Binomické rozložení

- Diskrétní
- *n* nezávislých pokusů
- Úspěch x neúspěch
- Pst úspěchu π, pst neúspěchu 1 – π a jsou v každém pokusu stejné
- Celkový počet úspěchů *X* v *n* nezávislých pokusech
- Nabývá celočíselných hodnot od 0 do *n*

Binomické rozložení

- Pst, že v *n* nezávislých pokusech nastane právě *k* úspěchů
  $P(X=k)=\binom{n}{k}\pi^k(1-\pi)^{n-k}$, pro *k* = 0,1,2, …, *n*

  $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ počet *k*-členných kombinací z *n* objektů

  $n!=n(n-1)(n-2)\ldots1$

- *X ~ Bi(n,π)*

Binomické rozložení - příklad

- s jakou pravděpodobností neudělá 12 z 50 stejně připravených studentů zkoušku, když je pst neúspěchu 0,2
- bi(50,0,2)

$$P(X=12)=\binom{50}{12}\cdot 0{,}2^{12}\cdot 0{,}8^{38}=0{,}103$$

Poissonovo rozložení

- Řídké jevy

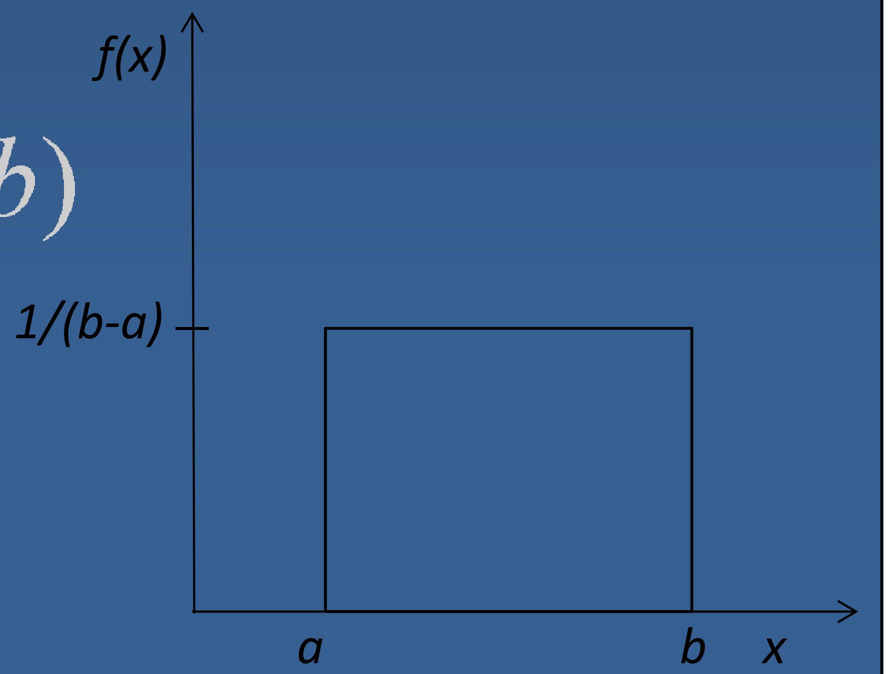
$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

- Kolikrát nastal jev během jednotkového časového intervalu, na jednotkové ploše, v jednotkovém objemu…
- $X \sim Po(\lambda),\ \lambda > 0$

Rovnoměrné rozložení

- Na intervalu (*a*,*b*), kde $-\infty < a < b < \infty$
- Ve všech bodech daného intervalu má konstantní hustotu pravděpodobnosti

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{pro} \quad x \in (a,b) \\ 0 & \text{pro} \quad x \notin (a,b) \end{cases}$$



Normální rozložení

- Tělesná výška, diastolický krevní tlak, vitální kapacita plic,…
- Gaussovo rozdělení

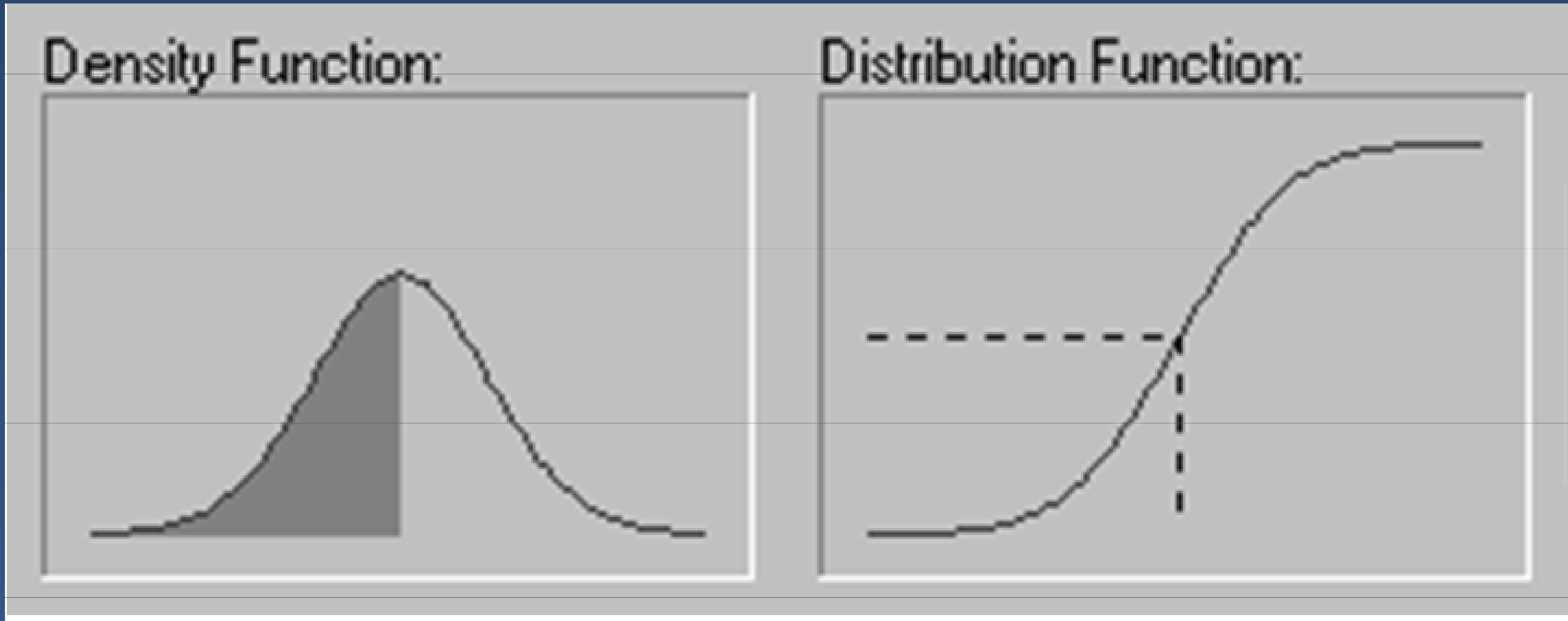
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

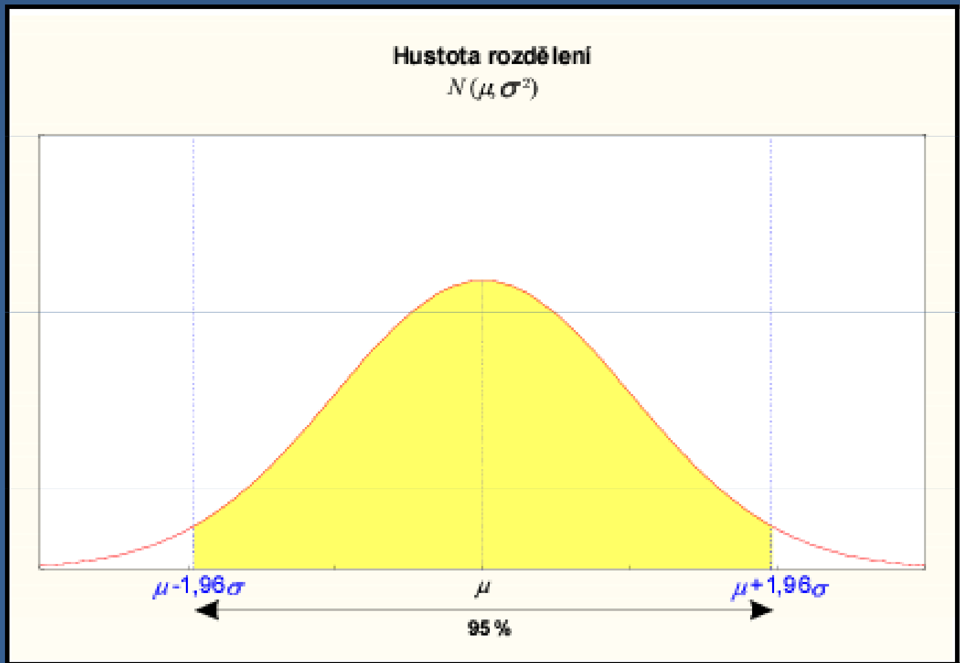
π = 3,14 a e = 2,72 (matematické konstanty)

μ , σ > 0 parametry určující polohu křivky na ose x a její „roztažení“ podél osy x

- $X \sim N(\mu,\sigma^2)$

Normální rozložení

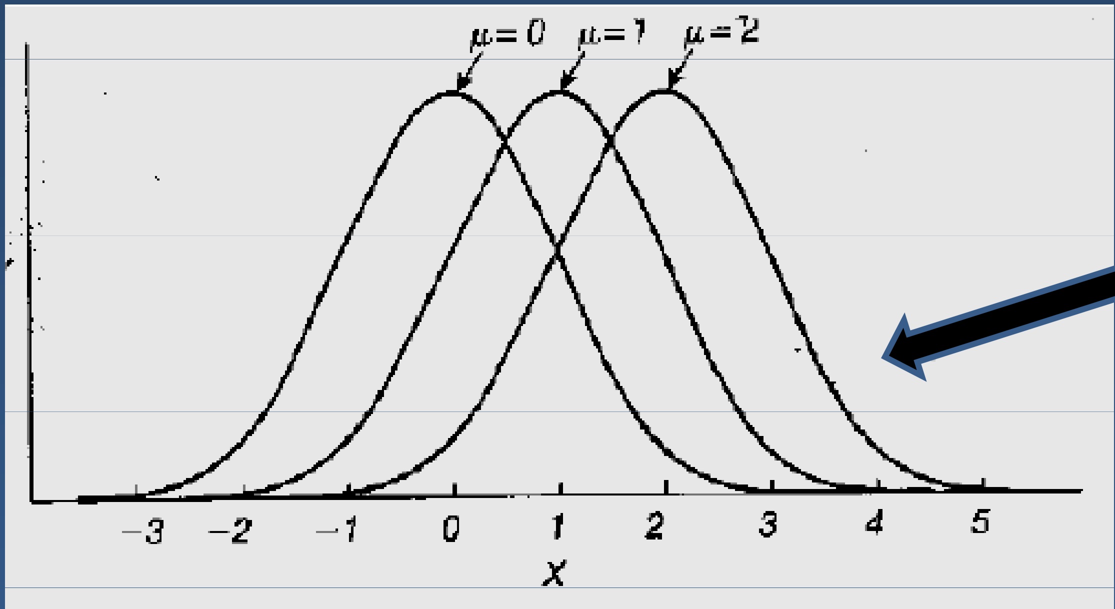




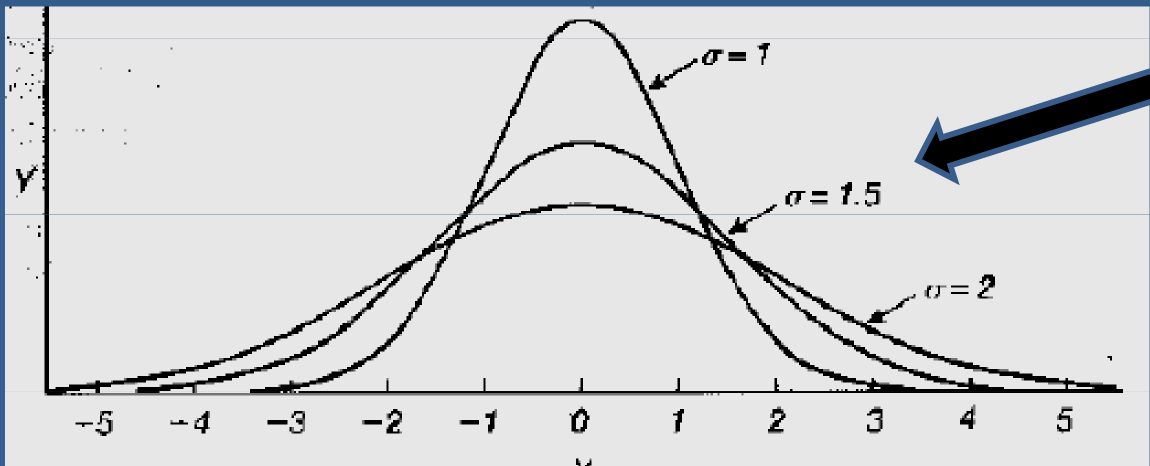
Pst, že náhodná veličina nabude hodnot z určitého intervalu = plocha pod hustotou nad tímto intervalem

68,27% leží mezi $\mu \pm 1\sigma$
95% leží mezi $\mu \pm 1{,}96\sigma$
99% leží mezi $\mu \pm 2{,}576\sigma$

Normální rozložení

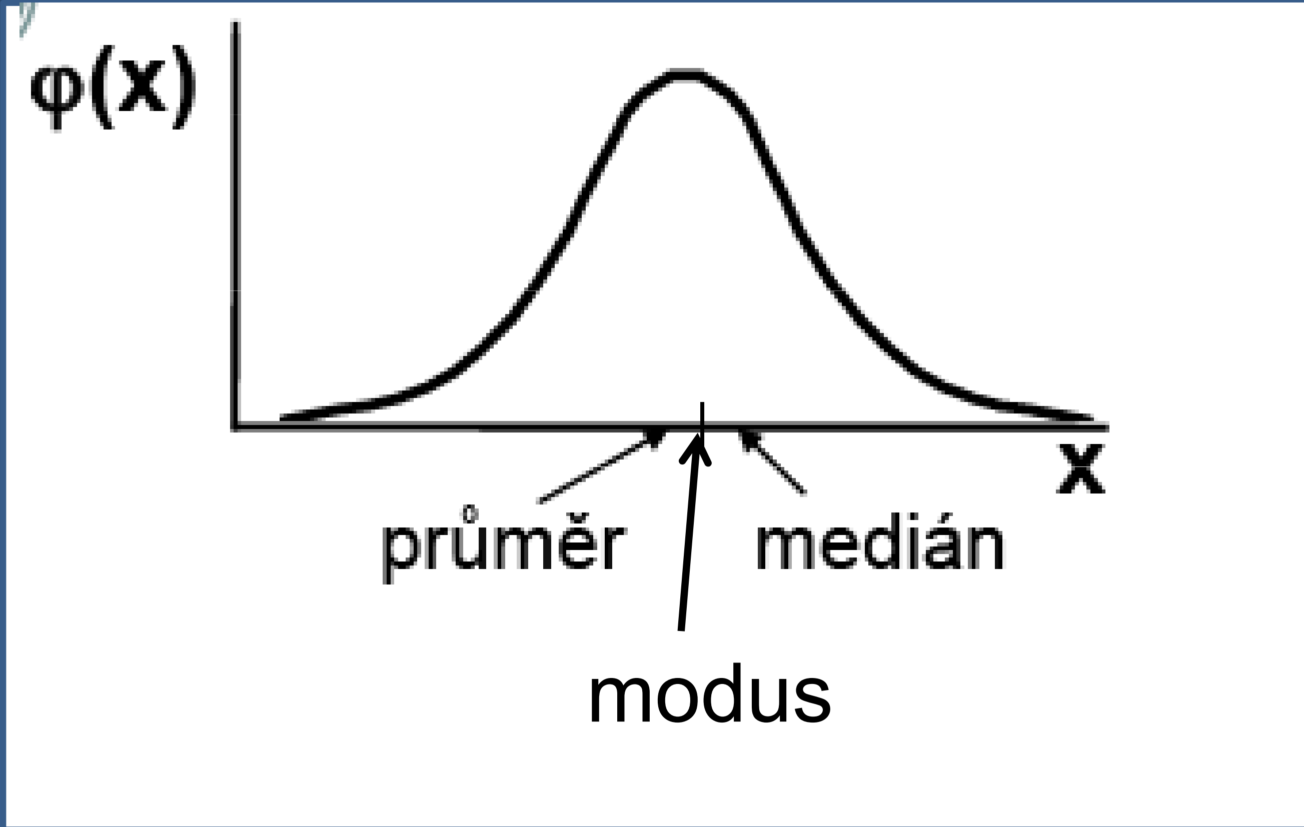


Různá μ, stejné σ



Různá σ, stejné μ

Normální rozložení

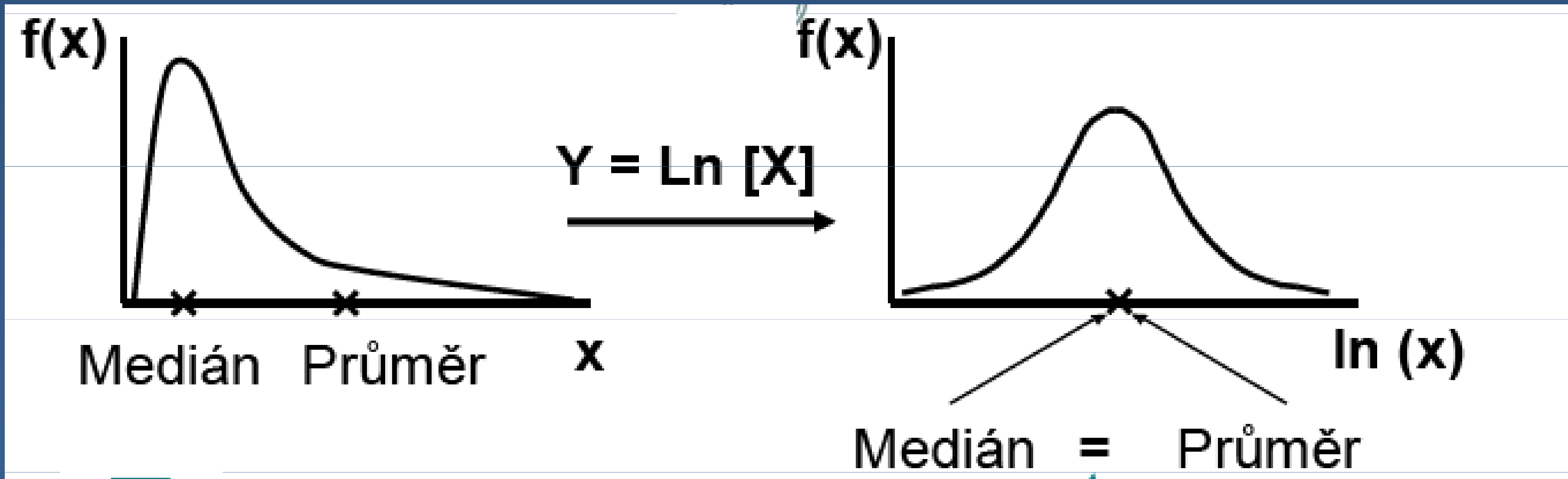


Standardizované normální rozložení

- $Z \sim N(0,1)$
- Libovolné $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ můžeme transformovat na veličinu $Z = (X - \mu)/\sigma$, která má standardizované normální rozdělení $Z \sim N(0,1)$

Log-normální rozložení

- $X \sim LN(\mu,\sigma^2) \Leftrightarrow Y = \ln X \sim N(\mu,\sigma^2)$
- Tělesná hmotnost, doba přežití po jedné dávce ozáření,...



Zešikmená data

- Transformujeme původní veličinu na novou, pro kterou je model normálního rozložení přijatelný
- Analýzu provedeme na transformované veličině
- Výsledky analýzy (průměr, intervaly spolehlivosti) lze zpětně transformovat
- Pokud vhodná transformace neexistuje

=> neparametrické metody