

Analýza dat pro Neurovědy



RNDr. Eva Koritáková, Ph.D.
doc. RNDr. Ladislav Dušek, Dr.

Blok 3

Jak a kdy použít parametrické a
neparametrické testy I.

Osnova

1. Dvouvýběrové testy
2. Neparametrické testy

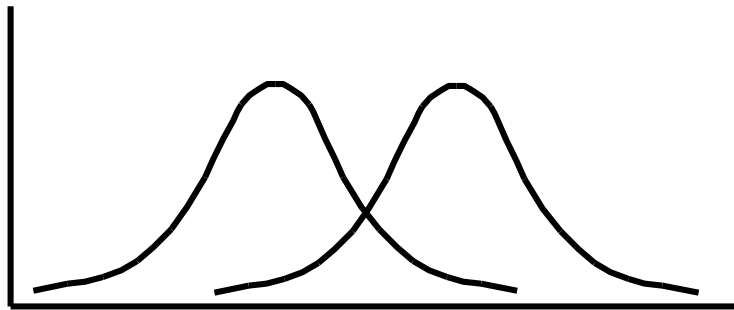
Parametrické a neparametrické testy pro kvantitativní data – přehled

Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat s referenční hodnotou – jednovýběrové testy:	Jednovýběrový t-test, jednovýběrový z-test	Wilcoxonův test
2 skupiny dat párově – párové testy:	Párový t-test	Wilcoxonův test, znaménkový test
2 skupiny dat nepárově – dvouvýběrové testy:	Dvouvýběrový t-test	Mannův-Whitneyův test, mediánový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskalův- Wallisův test

1. Dvouvýběrové testy

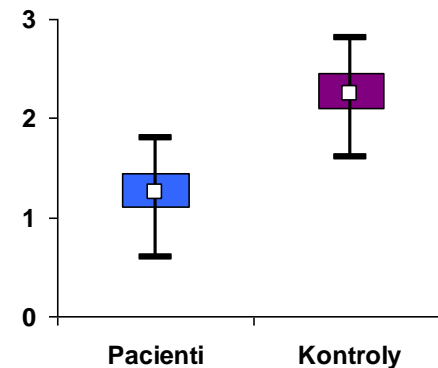
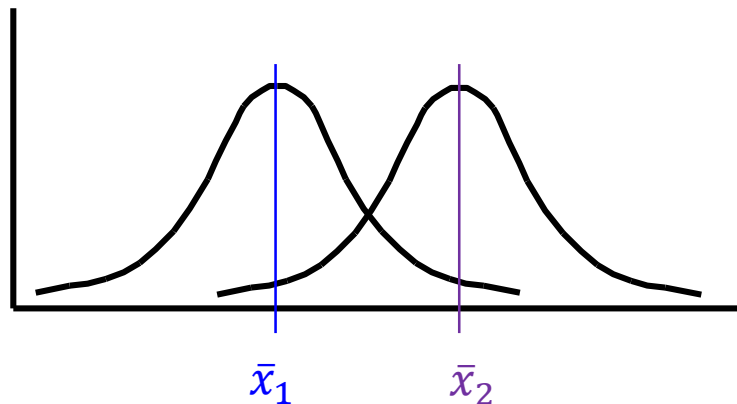
Dvouvýběrové („Two-Sample“) testy

- Srovnávají navzájem dva nezávislé vzorky („two samples“).
- V testu jsou srovnávány dvě rozložení hodnot.
- Otázka položená v testu může být opět vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.
- Parametrické dvouvýběrové testy, kterým se budeme věnovat:
 - **dvouvýběrový t-test** (test o rozdílu průměrů dvou nezávislých vzorků)
 - **F-test** (test o shodnosti rozptylů dvou nezávislých vzorků)



Dvouvýběrový t-test

- Srovnáváme dvě skupiny dat, které jsou na sobě nezávislé – mezi objekty neexistuje vazba.
- Příklady: srovnání objemu hipokampu u mužů a u žen, srovnání kognitivního výkonu podle dvou kategorií věku.



- Předpoklad: **normalita dat v OBOU skupinách, shodnost (homogenita) rozptylů** v obou skupinách
- Testová statistika: $T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - c}{s_* \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$, kde s_* je vážená směrodatná odchylka, c je konstanta, o kterou se rozdíl průměrů má lišit (většinou rovna 0)

Dvouvýběrový t-test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší objem putamenu podle pohlaví.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar: $H_0 : \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0$ a $H_1 : \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \neq 0$
- **Postup:**
 1. Popisná sumarizace objemu putamenu podle pohlaví.
 2. Ověření normality hodnot v OBOU skupinách pomocí histogramu (tzn. vykreslíme histogram zvlášť pro muže a zvlášť pro ženy).
 3. Ověření shodnosti rozptylů – vizuálně pomocí krabicových grafů a pomocí F-testu či Levenova testu.
 4. Aplikujeme statistický test.
 5. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:
 $p < 0,097 > 0,05$ → nezamítáme nulovou hypotézu → Neprokázali jsme rozdíl objemu putamenu podle pohlaví (na hladině významnosti $\alpha=0,05$.)

Dvouvýběrový t-test

Group Statistics

	Gender_rek	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Putamen_volume (mm3)	F	351	11175.292	198.4214	10.5910
	M	482	11152.113	199.2849	9.0772

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Putamen_volume (mm3)	Equal variances assumed	.088	.767	1.661	831	.097	23.1794	13.9581	-4.2180	50.5767
	Equal variances not assumed			1.662	756.160	.097	23.1794	13.9486	-4.2032	50.5619

Pokud p-hodnota u Levenova testu $\geq 0,05$

Pokud p-hodnota u Levenova testu $< 0,05$

V tomto případě $p=0,767 > 0,05 \rightarrow$ čteme p-hodnotu z 1. řádku.

Úkol 3.

- **Zadání:** Zjistěte, zda se liší objem thalamu podle pohlaví (nezapomeňte ověřit předpoklady).
- **Řešení:**

Group Statistics

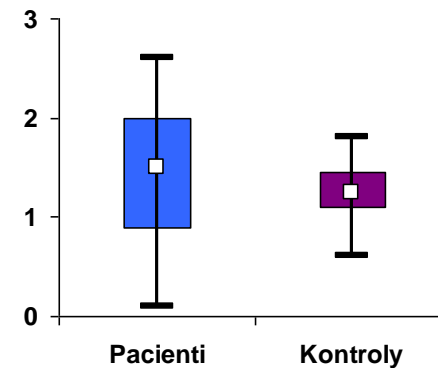
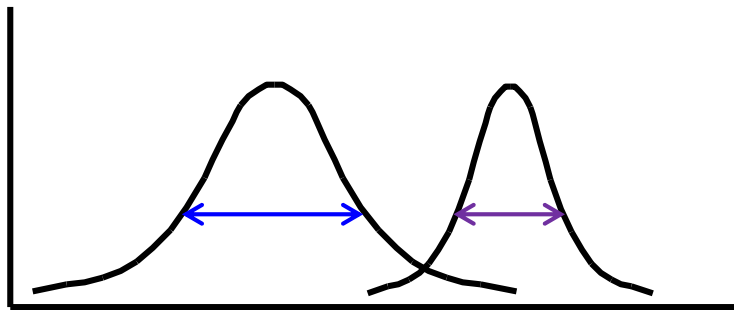
	Gender_rek	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Thalamus_volume (mm3)	M	482	12828,02	194,93	8,88
	F	351	12469,89	201,72	10,77

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Thalamus_volume (mm3)	Equal variances assumed	,053	,819	25,801	831	,000	358,135	13,881	330,890	385,380
	Equal variances not assumed			25,662	739,150	,000	358,135	13,956	330,737	385,532

F-test

- Srovnáváme rozptyly (variabilitu) dvou skupin dat, které jsou na sobě **nezávislé** (mezi objekty neexistuje vazba).
- F-test patří mezi dvouvýběrové parametrické testy.
- Příklady: srovnání variability objemu hipokampu u pacientů s AD a kontrol.
- Použití: ověření předpokladu shodnosti (homogenity) rozptylů u dvouvýběrového t-testu.



- Předpoklad: normalita dat v OBOU skupinách.
- Testová statistika: $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$, kde s_1^2 je rozptyl prvního výběru a s_2^2 je rozptyl druhého výběru

F-test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší variabilita objemu putamenu podle pohlaví.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar: $H_0 : \sigma_M^2 = \sigma_Z^2$ a $H_1 : \sigma_M^2 \neq \sigma_Z^2$
- **Postup:**
 1. Ověření normality hodnot v OBOU skupinách pomocí histogramu (tzn. vykreslíme histogram zvlášť pro muže a zvlášť pro ženy).
 2. Vykreslení krabicových grafů, které nám napoví, zda máme očekávat shodu nebo neshodu rozptylů.
 3. Aplikujeme statistický test (F-test je součástí dvouvýběrového t-testu v softwaru STATISTICA; v software SPSS můžeme použít Levenův test).
 4. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:
p=0,934 > 0,05 → nezamítáme nulovou hypotézu → Neprokázali jsme rozdíl ve variabilitě objemu putamenu podle pohlaví (na hladině významnosti $\alpha=0,05$.)

3. Neparametrické testy

Parametrické a neparametrické testy pro kvantitativní data – přehled

Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat s referenční hodnotou – jednovýběrové testy:	Jednovýběrový t-test, jednovýběrový z-test	Wilcoxonův test
2 skupiny dat párově – párové testy:	Párový t-test	Wilcoxonův test, znaménkový test
2 skupiny dat nepárově – dvouvýběrové testy:	Dvouvýběrový t-test	Mannův-Whitneyův test, mediánový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskalův- Wallisův test

Neparametrické testy

- **Nemají předpoklady** o rozdělení vstupních dat, je tedy možné je použít při asymetrickém rozdělení nebo odlehlých hodnotách.
- Používání neparametrických testů je „bezpečnější“.
- Mají však **menší sílu**, protože dochází k redukci informační hodnoty původních dat z důvodu, že neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich pořadí („rank“).
- Menší sílu testu je možné vykompenzovat větší velikostí vzorku.
- Neparametrické testy:
 - **Wilcoxonův test** – jednovýběrový i párový test
 - Znaménkový test – párový test
 - **Mannův-Whitneyův test** – dvouvýběrový test
 - Mediánový test – dvouvýběrový test

Wilcoxonův test

- Neparametrická alternativa jednovýběrového i párového t-testu a z-testu.
- Je testem o mediánu – hypotézy mají tvar: $H_0 : \tilde{x} = c$ a $H_1 : \tilde{x} \neq c$
- Princip Wilcoxonova testu:
 1. Spočítáme difference všech hodnot x_1, x_2, \dots, x_n od c .
 2. Podíváme se, jestli je zhruba $\frac{1}{2}$ diferencí kladných a $\frac{1}{2}$ záporných. (To je ekvivalentní s tím, že zhruba polovina hodnot x_1, x_2, \dots, x_n je menších než c a polovina hodnot x_1, x_2, \dots, x_n je větších než c).
- Je zřejmé, že odlehlé hodnoty nebudou v tomto testu problémem, protože nehodnotíme velikost diferencí, ale pouze, zda je zhruba $\frac{1}{2}$ z nich kladných a $\frac{1}{2}$ záporných.

Wilcoxonův test jako jednovýběrový test

- **Příklad:** Chceme zjistit, zda se hodnoty MMSE skóre u 197 pacientů s Alzheimerovou chorobou v našem souboru liší od populačního mediánu 27,5.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar: $H_0 : \tilde{x} = 27,5$ a $H_1 : \tilde{x} \neq 27,5$
- **Postup:**
 1. Vykreslíme histogram a spočítáme popisnou statistiku, abychom viděli, že u MMSE skóre u pacientů s AD není splněn předpoklad normálního rozdělení → proto použijeme neparametrický test.
 2. Aplikujeme statistický test.*
 3. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:
 $p < 0,001 < 0,05$ → zamítáme nulovou hypotézu → Medián MMSE skóre u pacientů s AD v našem souboru se statisticky významně liší od populačního mediánu.

*Software STATISTICA neumožňuje počítat jednovýběrový Wilcoxonův test přímo. Lze to však obejít vytvořením nové proměnné, která ve všech řádcích bude mít hodnotu 27,5, a použitím párového Wilcoxonova testu

Wilcoxonův test jako párový test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší MMSE skóre u pacientů s MCI při vstupu do studie a 2 roky po zahájení studie.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar: $H_0 : \tilde{d} = 0$ a $H_1 : \tilde{d} \neq 0$
- **Postup:**
 1. Vykreslení histogramu nové proměnné s rozdíly MMSE skóre, abychom viděli, že u rozdílů není splněn předpoklad normálního rozdělení → proto použijeme neparametrický test.
 2. Aplikujeme statistický test.
 3. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:
 $p < 0,001 < 0,05$ → zamítáme nulovou hypotézu → **Rozdíl MMSE skóre u pacientů s MCI při vstupu do studie a 2 roky po zahájení studie je statisticky významný.**

Úkol 4.

- **Zadání:** Zjistěte, zda se liší váha u mužů v našem souboru od populačního mediánu 75 kg.

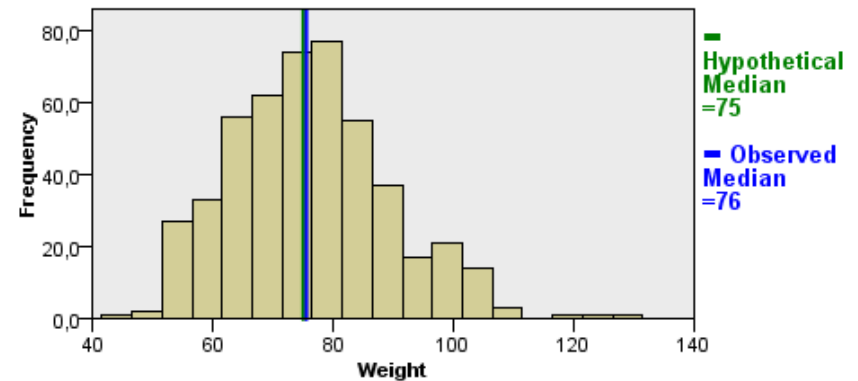
- **Řešení:**

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of Weight equals 75.	One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test	295,000	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test



Total N	482
Test Statistic	57 939,000
Standard Error	2 926,481
Standardized Test Statistic	1,048
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,295

Mannův-Whitneyův (U) test

- Někdy nazýván jako dvouvýběrový Wilcoxonův test.
- Neparametrická alternativa dvouvýběrového t-testu.
- Testuje se, zda jsou srovnatelné distribuční funkce.
- Hypotézy mají tvar: $H_0 : F(x) = F(y)$ a $H_1 : F(x) \neq F(y)$
- Princip Mannova-Whitneyova testu:
 1. Všechny hodnoty z obou výběrů dohromady (tedy n_1+n_2 hodnot) uspořádáme vzestupně podle velikosti → každé hodnotě přiřadíme pořadí.
 2. Spočítáme součet pořadí hodnot prvního výběru a součet pořadí hodnot druhého výběru.
 3. Na základě těchto dvou součtů vypočteme testové statistiky.
- Je zřejmé, že odlehlé hodnoty nebudou v tomto testu problém, protože pracujeme s pořadími namísto původních hodnot.

Mannův-Whitneyův (U) test

- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší objem hipokampu podle pohlaví.
- Tzn. hypotézy budou mít tvar: $H_0 : F(x) = F(y)$ a $H_1 : F(x) \neq F(y)$
- **Postup:**
 1. Popisná sumarizace objemu hipokampu podle pohlaví.
 2. Vykreslení histogramů objemu hipokampu u mužů a u žen, abychom viděli, že není splněn předpoklad normálního rozdělení → proto použijeme neparametrický test.
 3. Aplikujeme statistický test.
 4. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:
 $p < 0,001 < 0,05 \rightarrow$ **zamítáme** nulovou hypotézu → **Objem hipokampu je u mužů a u žen statisticky významně odlišný.**

Úkol 5.

- **Zadání:** Zjistěte, zda se liší MMSE skóre u kontrolních subjektů a pacientů s AD.
- **Řešení:**

	Group_3kat	N	Mean Rank	Sum of Ranks
MMSE	CN	230	311,92	71742,50
	AD	197	99,67	19635,50
	Total	427		

	MMSE
Mann-Whitney U	132,500
Wilcoxon W	19635,500
Z	-17,916
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Grouping Variable:
Group_3kat

Poznámka 1

- Všechny dosud uvedené testy se zabývají hodnocením **spojitých náhodných veličin** (mohou nabývat jakýchkoliv hodnot v určitém rozmezí).
- Příklady: výška, váha, vzdálenost, čas, teplota.
- Uvedené testy lze ale použít i pro hodnocení diskrétních náhodných veličin – ale **musí to být odůvodnitelné** (např. velký počet možných hodnot).
- Příklady: počet krevních buněk, počet hospitalizací, počet krvácivých epizod za rok.

Poznámka 2

- **Parametrické a neparametrické testy nemusí vycházet stejně.** Důvody:
 1. Nesplněné předpoklady parametrického testu.
 2. Malá síla neparametrického testu.
- Jsou-li však splněny předpoklady parametrického testu a je-li dostatek dat, bude to vycházet stejně.
- **Měli bychom preferovat parametrické testy, ALE pouze po důkladném ověření jejich předpokladů!**

Úkol 6.

- **Zadání:** Chceme ověřit, zda se liší objem jednotlivých mozkových struktur podle pohlaví. Vykreslete histogramy a rozmyslete si, jaký test (jaké testy) byste použili.

Poděkování...

Příprava výukových materiálů předmětu „DSAN01 Analýza dat pro Neurovědy “ byla finančně podporována prostředky projektu FRVŠ č. 942/2013 „Inovace materiálů pro interaktivní výuku a samostudium předmětu Analýza dat pro Neurovědy“

