

# Biostatistika



**Opakování – základy testování hypotéz**

**Shrnutí statistických testů**

**Jednovýběrové parametrické testy**

**Dvouvýběrové parametrické testy**

# Opakování



1. Co je **nulová** a **alternativní hypotéza**?
2. Co je **testová statistika**?
3. Jakými **způsoby** můžeme **testovat hypotézy**?
4. Co je **chyba I. a II. druhu**?
5. Co vyjadřuje **p-hodnota**?
6. Jaký je rozdíl mezi **parametrickými** a **neparametrickými** testy?
7. Jaký je rozdíl mezi **jednovýběrovými** a **dvouvýběrovými** testy?
8. Jaký je rozdíl mezi **jednostrannými** a **oboustrannými** testy?
9. Jaký je rozdíl mezi **párovými** a **nepárovými** testy?

# Shrnutí statistických testů

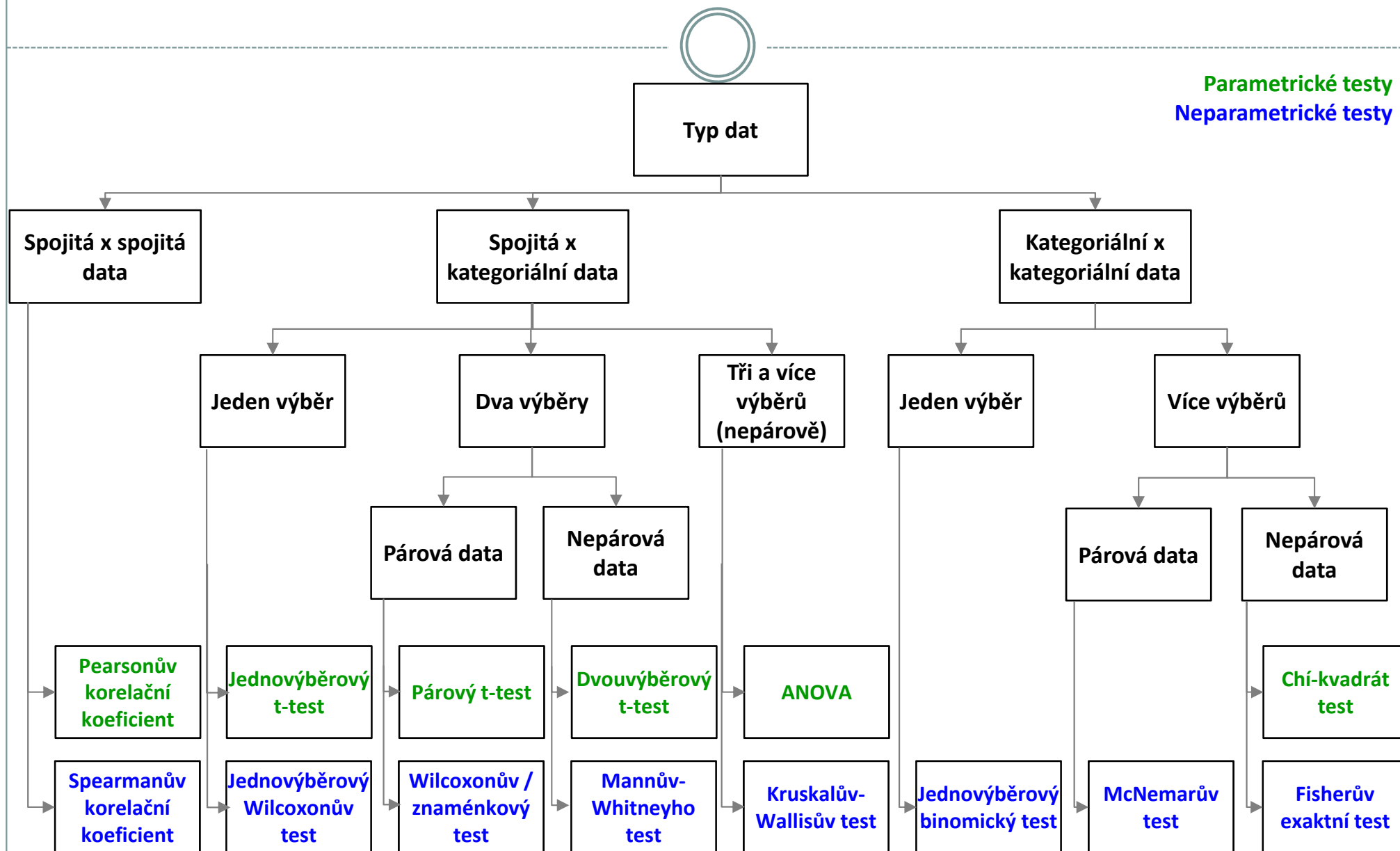


# Shrnutí statistických testů

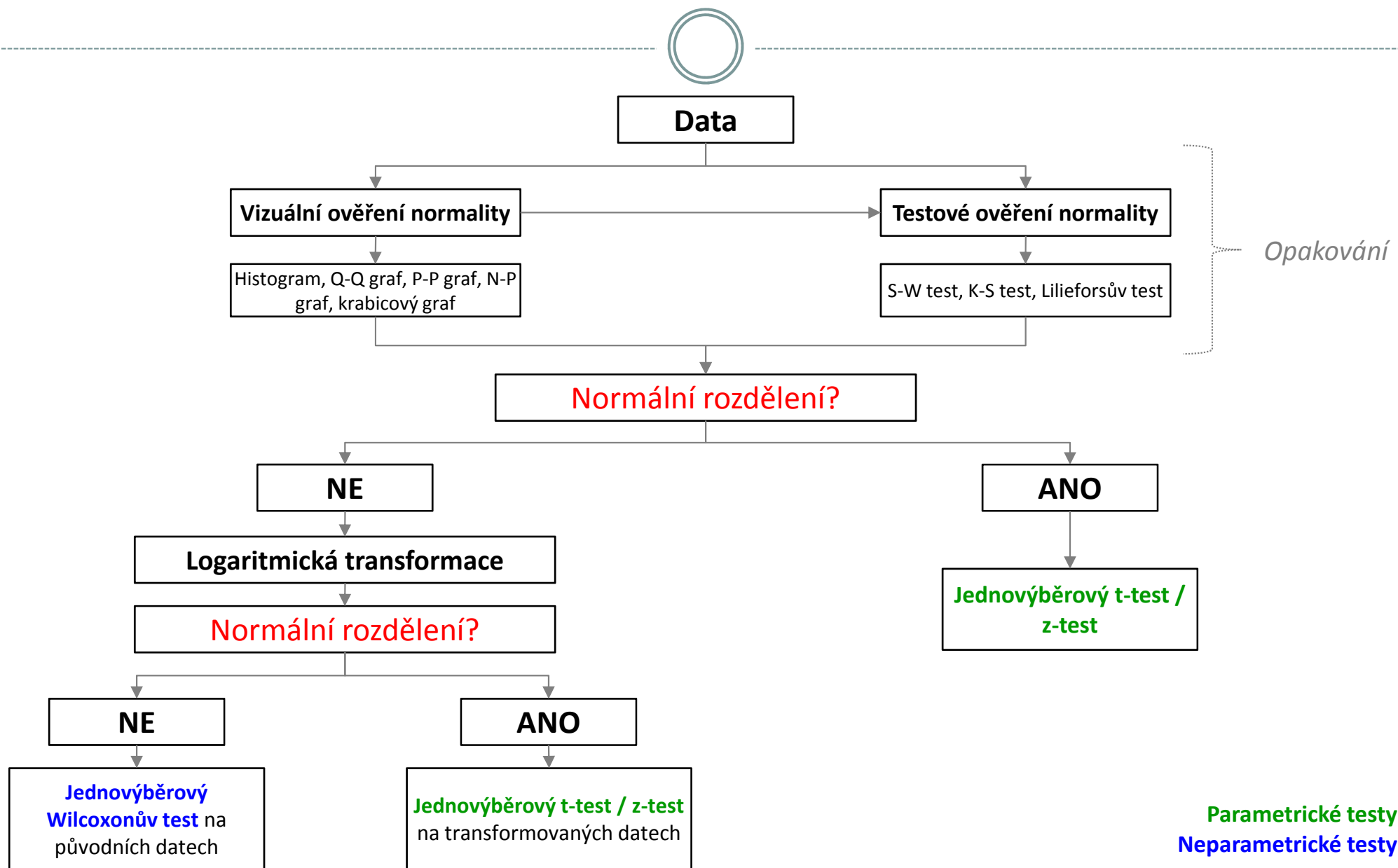


| Typ srovnání   | Nulová hypotéza  | Parametrický test                 | Neparametrický test   |
|--|--|-----------------------------------|---|
| <b>1 výběr dat vs. referenční hodnota</b>                              | Střední hodnota je rovna zvolené referenční hodnotě.       | jednovýběrový t-test / z-test     | Jednovýběrový Wilcoxonův test                                       |
| <b>2 nezávislé skupiny dat (test shody středních hodnot)</b>           | Střední hodnoty se mezi skupinami neliší.                  | nepárový t-test                   | Mannův-Whitneyho test   |
| <b>2 nezávislé skupin dat (test shody rozptylů = homoskedasticity)</b> | Rozptyl obou skupin je shodný.                             | F-test                            | Levenův test  |
| <b>2 párově závislé výběry dat</b>                                     | Rozdíl (diference) párových hodnot je nulový.              | párový t-test                     | Wilcoxonův test; znaménkový test                                    |
| <b>Shoda rozdělení výběru s teoretickým rozdělením</b>                 | Rozdělení dat odpovídá teoretickému (vybranému) rozdělení. | test dobré shody ( $\chi^2$ test) | Shapirův-Wilkův test; Kolmogorovův-Smirnovův test; Lilieforsův test |
| <b>3 a více skupin nepárově (test shody středních hodnot)</b>          | Střední hodnoty se mezi skupinami neliší.                  | ANOVA                             | Kruskalův-Wallisův test   |
| <b>Korelace</b>  | Neexistuje vztah mezi hodnotami dvou výběrů.               | Pearsonův korelační koeficient    | Spearmanův korelační koeficient                                     |

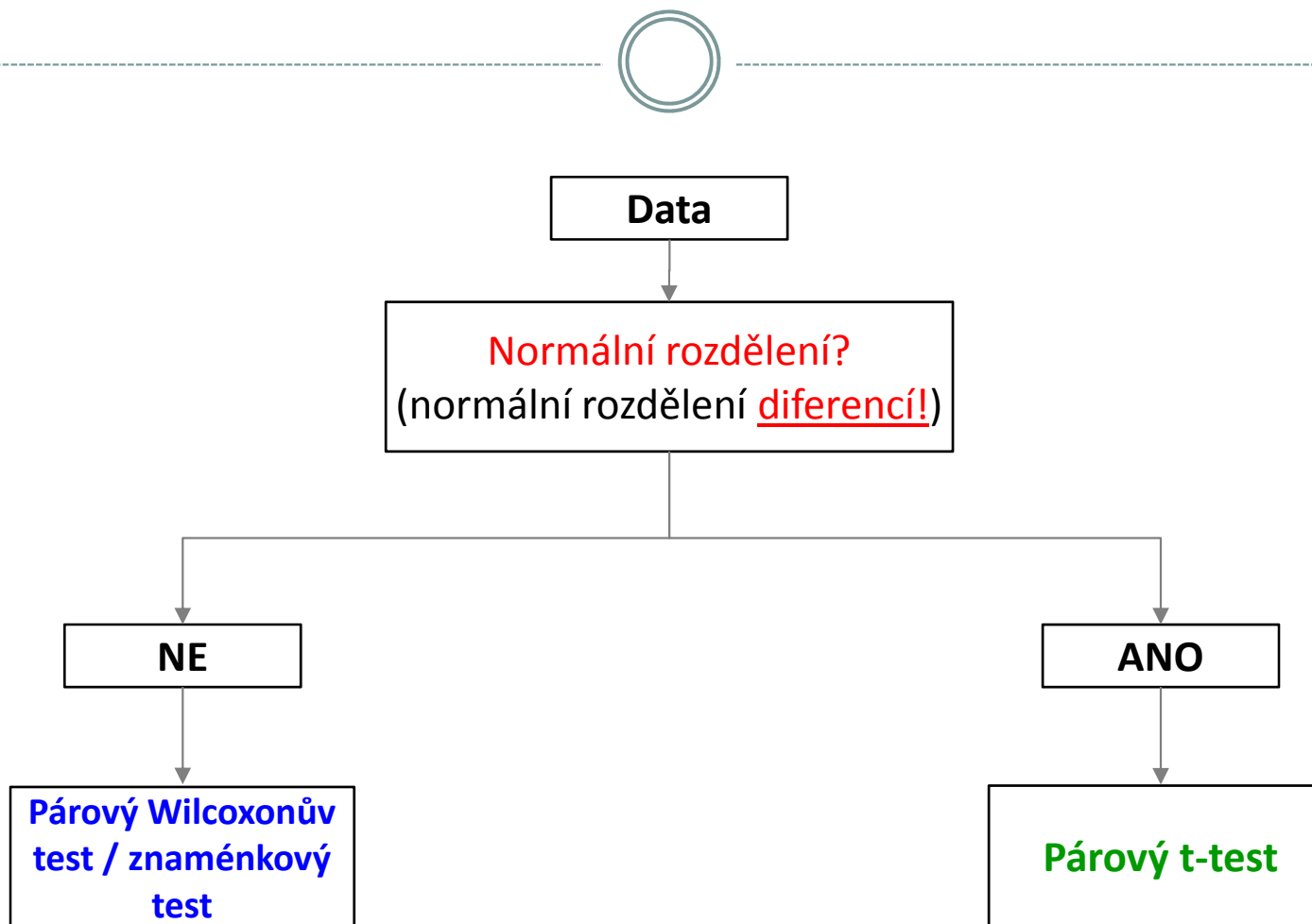
# Základní rozhodování o výběru statistických testů



# Schéma při testování pomocí jednovýběrových testů

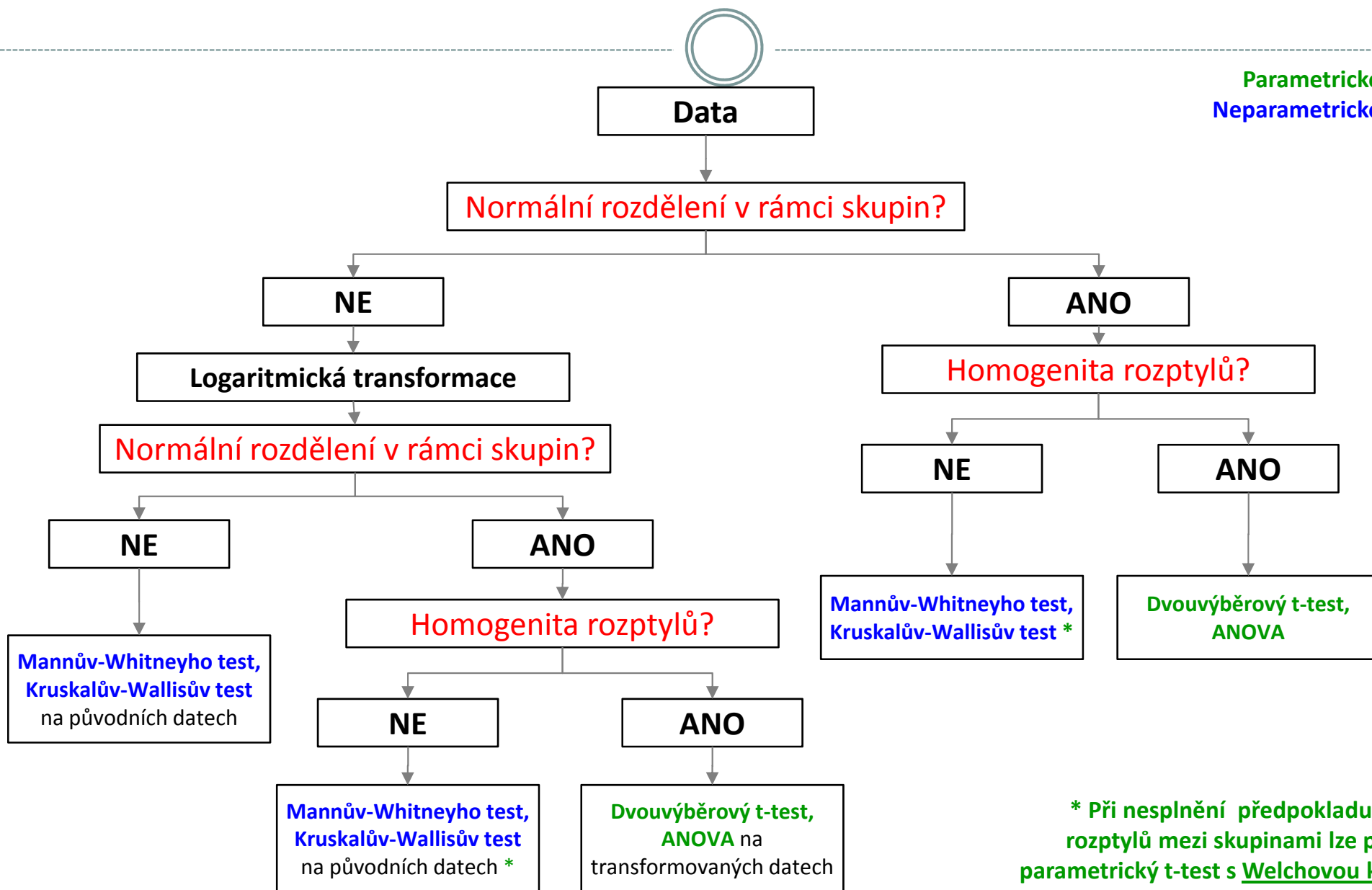


# Schéma při testování pomocí párových testů



Parametrické testy  
Neparametrické testy

# Schéma při testování 2 a více skupin



\* Při nesplnění předpokladu shody rozptylů mezi skupinami lze použít i parametrický t-test s Welchovou korekcí



# Parametrické testy



# Parametrické testy



- Předpoklad: **normalita dat**
- **Jednovýběrový z-test** (porovnání základního a výběrového souboru, známe střední hodnotu a rozptyl základního souboru)
- **Studentův t-test** (testování rozdílů dvou středních hodnot)
  1. **Jednovýběrový t-test** (porovnání základního a výběrového souboru, známe střední hodnotu ale neznáme rozptyl základního souboru; nahrazujeme jej výběrovým rozptylem našich dat)
  2. **Dvouvýběrový t-test** (porovnání dvou výběrových souborů, neznáme střední hodnotu základního souboru):
    - **párový** (závislé výběry)
    - **nepárový** (nezávislé výběry)
- **F-test** (testování rozdílů dvou rozptylů)

# 1. Statistické testy o parametrech jednoho výběru



## Jednovýběrový t-test

# Anotace



- Jednovýběrové statistické testy **srovnávají některou popisnou statistiku vzorku** (průměr, směrodatnou odchylku) **s jediným číslem**, jehož význam je ze statistického hlediska hodnota cílové populace
- Z hlediska statistické teorie jde o ověření, zda daný vzorek pochází z testované cílové populace.

# Příklad 1: Jednovýběrový t-test




- Určitá linka autobusové městské dopravy má v době dopravní špičky průměrnou rychlost 8 km/hod. Uvažovalo se o tom, zda změna trasy by vedla ke změně průměrné rychlosti. Nová trasa byla proto projeta v deseti náhodně vybraných dnech a byly zjištěny tyto průměrné rychlosti: 8,4; 7,9; 9,0; 7,8; 8,0; 7,8; 8,5; 8,2; 8,2; 9,3. Rozhodněte, zda změna trasy vede ke změně průměrné rychlosti. Předpokládáme normální rozdělení a  $\alpha=0,05$ .

- **Postup:**

1. Na hladině významnosti 0,05 testujeme **hypotézu  $H_0: \mu = 8$**  , proti  **$H_A: \mu \neq 8$**
2. Vypočteme **aritmetický průměr** a **rozptyl výběrového souboru**.
3. Vypočteme **testovou statistiku t**:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} = \frac{8,310 - 8}{0,507} \sqrt{10} = 1,934$$

4. Vypočtené **t porovnáme s kritickou hodnotou  $t_{1-\alpha/2(n-1)}$** :  $t_{0,975}(9) = 2,262$

5. Je-li  **$|t| \leq t_{1-\alpha/2(n-1)}$**   **statisticky nevýznamný rozdíl testovaných parametrů při zvolené  $\alpha$** ; nulovou hypotézu nezamítáme, na hladině významnosti  $\alpha=0,05$  se nepodařilo prokázat, že by změna trasy měla za následek změnu průměrné rychlosti.

# Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica I

- V menu **Statistics** zvolíme **Basic statistics**, vybereme **t-test, single sample**

The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Basic Statistics and Tables: doprava' dialog box is displayed. The 't-test, single sample' option is selected in the 'Quick' section of the dialog. A data table is visible in the background with the following values:

|    | 1 rychlos |
|----|-----------|
| 1  | 7         |
| 2  | 7,9       |
| 3  | 9         |
| 4  | 7,8       |
| 5  | 8         |
| 6  | 7,8       |
| 7  | 8,5       |
| 8  | 8,2       |
| 9  | 8,2       |
| 10 | 9,3       |

Green arrows indicate the steps: 1 points to the 'Statistics' menu, 2 points to the 'Basic Statistics' icon, and 3 points to the 't-test, single sample' option in the dialog box.

# Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnnou, kterou chceme testovat
- Na kartě **Advanced** napíšeme do okénka **Test all means against** velikost střední hodnoty populace (Ize také na kartě **Quick, Options**)
- **p-value for highlighting**- Úroveň p-hodnoty lze změnit
- Kliknutím na **Summary t-test** nebo na **Summary** získáme výstupy

The screenshot shows the Statistica software interface. The main window displays a data table with a column named 'rychlost' containing values: 7.8, 9, 7.8, 8, 7.8, 8.5, 8.2, 8.2, 9.3. A dialog box titled 'T-Test for Single Means: doprava' is open, showing the 'Advanced' tab. The 'Variables' field contains 'rychlost'. The 'Reference values' section has 'Test all means against' selected with a value of 8. The 'p-value for highlighting' is set to .05. The 'Summary' button is highlighted with a green arrow. Other tabs like 'Quick' and 'Options' are also visible.

|    | 1        |
|----|----------|
| 1  | rychlost |
| 2  | 7.8      |
| 3  | 9        |
| 4  | 7.8      |
| 5  | 8        |
| 6  | 7.8      |
| 7  | 8.5      |
| 8  | 8.2      |
| 9  | 8.2      |
| 10 | 9.3      |

# Řešení v softwaru Statistica III



Výběrový průměr  
(průměr pozorovaných dat)

Rozsah výběru

Standardní chyba

Hodnota testovacího kritéria

Stupeň volnosti

| Test of means against reference constant (value) (04_doprava.sta) |          |          |    |          |                    |          |    |          |
|---|----------|----------|----|----------|--------------------|----------|----|----------|
| Variable  | Mean     | Std.Dv.  | N  | Std.Err. | Reference Constant | t-value  | df | p        |
| rychlost  | 8,310000 | 0,506513 | 10 | 0,160174 | 8,000000           | 1,935401 | 9  | 0,084934 |

Výběrová směrodatná odchylka  
(pozorovaných dat)

Referenční konstanta-předpokládaná velikost střední hodnoty

**POZOR: Platí pro oboustranný test!!!**



# 2. Statistické testy o parametrech dvou výběrů



Dvouvýběrový párový a nepárový t-test

# Anotace

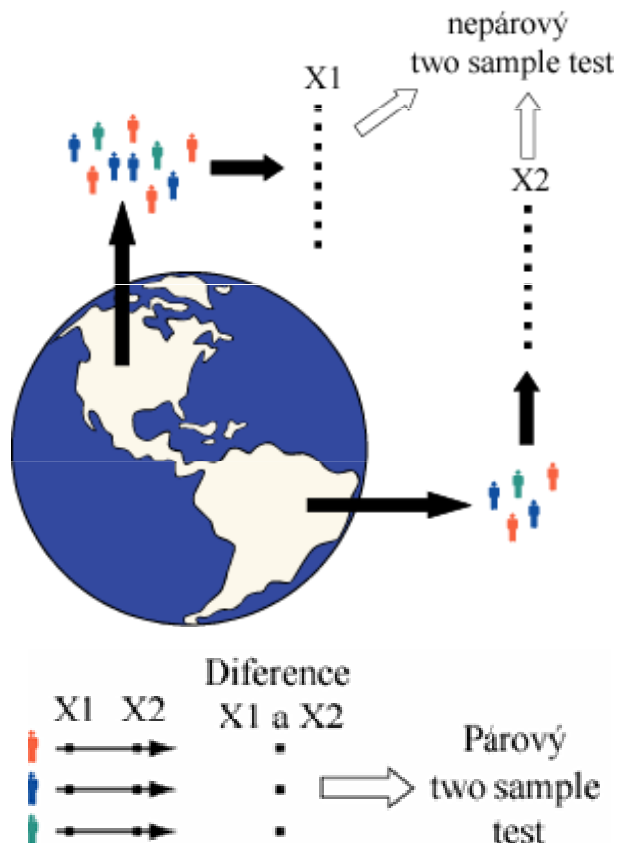


- Jedním z nejčastějších úkolů statistické analýzy dat je **srovnání spojitých dat ve dvou skupinách pacientů**. Na výběr je celá škála testů, výběr konkrétního testu se pak odvíjí od toho, zda je o srovnání **párové** nebo **nepárové** a zda je vhodné použít test **parametrický** (má předpoklady o rozložení dat) nebo **neparametrický** (nemá předpoklady o rozložení dat, nicméně má nižší vypovídací sílu).
- Nejznámějšími testy z této skupiny jsou tzv. t-testy používané pro srovnání průměrů dvou skupin hodnot

# Dvouvýběrové testy: párové a nepárové I



- Při použití dvouvýběrových testů srovnáváme spolu dvě rozložení. Jejich základním dělením je podle designu experimentu na testy párové a nepárové.

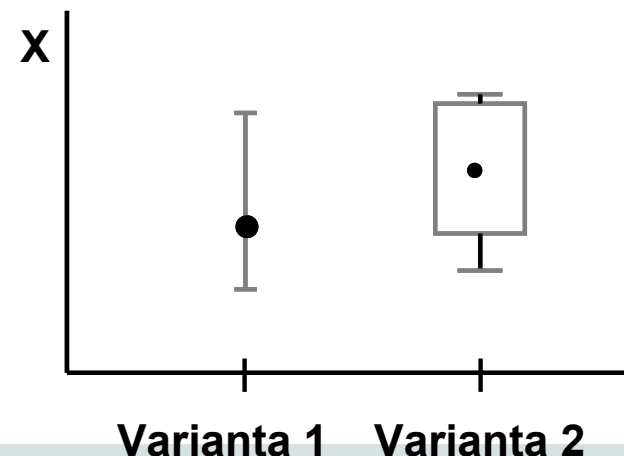
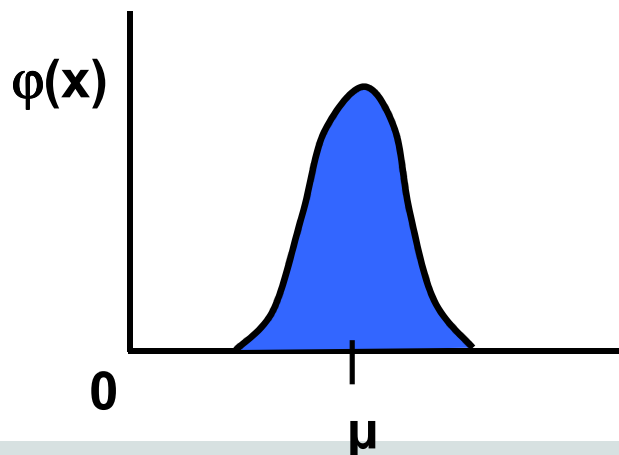


- Základním testem pro srovnání dvou nezávislých rozložení spojitých čísel je **nepárový dvouvýběrový t-test**
- Základním testem pro srovnání dvou závislých rozložení spojitých čísel je **párový dvouvýběrový t-test**

# Předpoklady nepárového dvouvýběrového t-testu



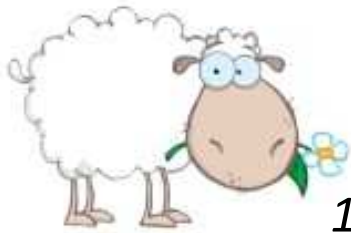
- Náhodný výběr subjektů jednotlivých skupin z jejich cílových populací
- Nezávislost obou srovnávaných vzorků
- Přibližně **normální rozložení proměnné v rámci skupin** (drobné odchylky od normality ovšem nejsou kritické, test je robustní proti drobným odchylkám od tohoto předpokladu). Normalita může být testována testy normality.
- **Rozptyl v obou vzorcích by měl být přibližně shodný** („homoskedasticita rozptylu“). Tento předpoklad je testován několika možnými testy – **Levenův test** nebo **F-test**.
- Vždy je vhodné prohlédnout histogramy proměnné v jednotlivých vzorcích pro okometrické srovnání a ověření předpokladů normality a homogenity rozptylu – nenahradí statistické testy, ale poskytne prvotní představu.



# Nepárový dvouvýběrový t-test – výpočet

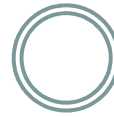


1. Nulová hypotéza: průměry obou skupin jsou shodné  
Alternativní hypotéza je, že nejsou shodné.
2. Prohlédnout průběh dat, průměr, medián apod.  
Ověřit normalitu dat (např. Shapiro-Wilk test)  
Ověřit homogenitu rozptylů (F-test)
  - V případě ověření homogenity je testována hypotéza shody rozptylů; v případě shodných rozptylů je vše v pořádku a je možné pokračovat ve výpočtu t-testu, v opačném případě není vhodné test počítat.
3. Vypočítat hodnotu testové statistiky a p-hodnotu. Když je vypočítaná p-hodnota menší než 0,05, zamítáme nulovou hypotézu.



# Příklad 2: Nepárový dvouvýběrový t-test

## 1. skupina, N=30



Průměrná hmotnost ovcí v čase páření byla srovnávána pro kontrolní skupinu a skupinu krmenou zvýšenou dávkou potravy. Kontrolní skupina obsahuje 30 ovcí, skupina se zvýšeným příjmem potravy pak 24 ovcí.

- Vlastní experiment byl prováděn tak, že na začátku máme 54 ovcí (ideálně stejného plemene, stejně staré atd.), které náhodně rozdělíme do dvou skupin (náhodné rozdělování objektů do pokusných skupin je objektem celého specializovaného odvětví statistiky nazývaného randomizace). Poté co experiment proběhne, musíme nejprve ověřit teoretický předpoklad pro využití nepárového t-testu. Pro obě skupiny jsou vykresleny grafy (můžeme též spočítat základní popisnou statistiku), na kterých můžeme posoudit normalitu a homogenitu rozptylu, kromě okometrického pohledu můžeme pro ověření normality použít testy normality, pro ověření homogenity rozptylu pak F-test.
- Pokud platí všechny předpoklady dvouvýběrového nepárového t-testu, můžeme spočítat testovou statistiku, výsledné  $t$  je 2,43 s 52 stupni volnosti, podle tabulek je  $t_{0,975(52)} = 2,01$ , tedy  $|t| > t_{0,975(52)}$  a nulovou hypotézu můžeme zamítnout, skutečná pravděpodobnost je pak 0,018. Rozdíl mezi skupinami je 1,59 kg ve prospěch skupiny se zvýšeným příjmem.

$$t = \frac{\text{Rozdil. prumeru}}{SE(\text{rozdil. prumeru})} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad v = n_1 + n_2 - 2$$

- Pro rozdíl mezi oběma soubory jsou spočítány 95% intervaly spolehlivosti jako  $1,59 \pm 2.01 * (0,655)$  kg, což odpovídá rozsahu 0,28 až 2,91 kg. To, že interval spolehlivosti nezahrnuje 0 je dalším potvrzením, že mezi skupinami je významný rozdíl – jde o další způsob testování významnosti rozdílů mezi skupinami dat – nulovou hypotézu o tom, že rozdíl průměrů dvou skupin dat je roven nějaké hodnotě zamítáme v případě, kdy 95% interval spolehlivosti rozdílu nezahrnuje tuto hodnotu (v tomto případě 0).

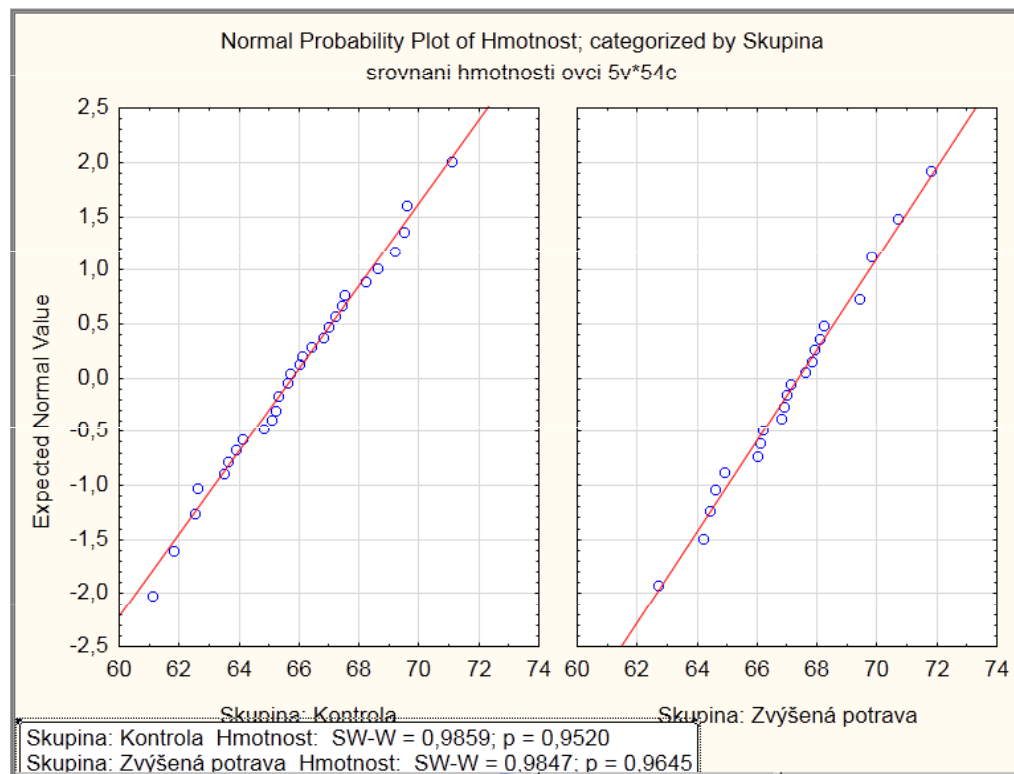
$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{0,975} SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{0,975} \sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$



# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica



- Nejprve ověřte normalitu hmotnosti jednak ve skupině kontroly a ve skupině se zvýšenou potravou



- V obou případech se tečky odchylují od přímky jenom málo a p-hodnoty S-W testu převyšují 0,05. Předpoklad o normálním rozložení dat v obou skupinách je oprávněný.

# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica I



- V menu **Statistics** zvolíme **Basic statistics**, vybereme **t-test, independent, by groups**



The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Basic Statistics and Tables' dialog box is displayed. The 't-test, independent, by groups' option is selected. The background shows a data table with columns 'most' and 'Skupina'.

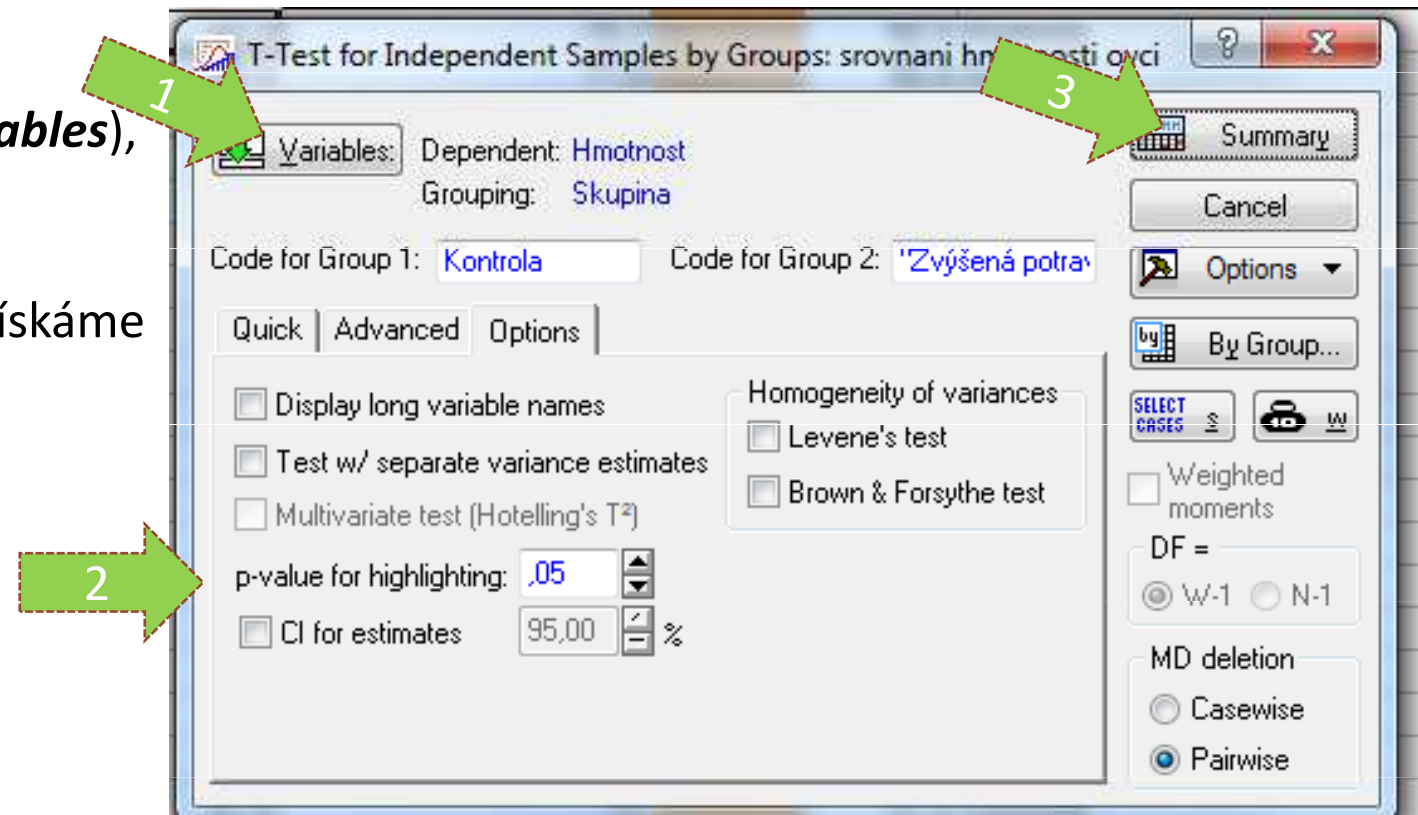
| most | Skupina  |
|------|----------|
| 62,5 | Kontrola |
| 66,8 | Kontrola |
| 69,5 | Kontrola |
| 64,1 | Kontrola |
| 65,3 | Kontrola |
| 65,6 | Kontrola |
| 66,4 | Kontrola |
| 66,1 | Kontrola |
| 68,6 | Kontrola |
| 62,5 | Kontrola |
| 63,9 | Kontrola |
| 65,7 | Kontrola |
| 67,2 | Kontrola |
| 65,2 | Kontrola |
| 63,5 | Kontrola |
| 65,3 | Kontrola |
| 65,1 | Kontrola |



# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica II



- Zvolíme proměnné (**Variables**),
- Kliknutím na **Summary** získáme výstupy



# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica III

**•POZOR: Výstupní tabulku vyhodnocujeme zezadu!!!**

Výběrový průměr u 1. skupiny

Výběrový průměr u 2. skupiny

Výběrová směrodatná odchylka u 2. skupiny

Rozsah výběru 1. skupiny

Rozsah výběru 2. skupiny

| T-tests; Grouping: Skupina (srovnani hmotnosti ovcí) |                  |                            |          |    |          |                      |                                |                      |                                |                      |                |
|--|------------------|----------------------------|----------|----|----------|----------------------|--------------------------------|----------------------|--------------------------------|----------------------|----------------|
| Group 1: Kontrola                                    |                  |                            |          |    |          |                      |                                |                      |                                |                      |                |
| Group 2: Zvýšená potrava                             |                  |                            |          |    |          |                      |                                |                      |                                |                      |                |
| Variable   | Mean<br>Kontrola | Mean<br>Zvýšená<br>potrava | t-value  | df | p        | Val<br>N<br>Kontrola | Val<br>N<br>Zvýšená<br>potrava | Std.Dev.<br>Kontrola | Std.Dev.<br>Zvýšená<br>potrava | F-ratio<br>Variances | p<br>Variances |
| Hmotnost   | 65,77333         | 67,36667                   | -2,43226 | 52 | 0,018483 | 30                   | 24                             | 2,497162             | 2,252470                       | 1,229066             | 0,617383       |

Hodnota testové statistiky  
(pro test shody středních hodnot)

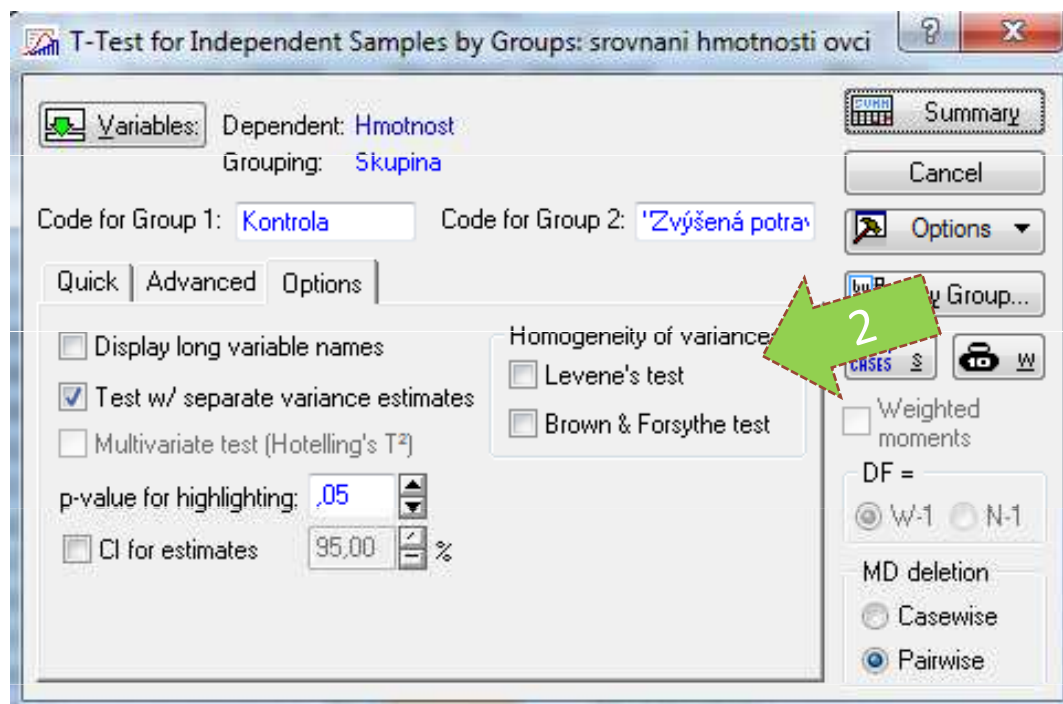
Počet stupňů volnosti

Testová statistika pro test shody rozptylů  
(F-test)

**Tyto sloupce lze interpretovat pouze  
pokud rozdíl mezi rozptyly byl neprůkazný !!!**

# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica IV, F-test

- Pokud F-test prokázal odlišnost rozptylů, je nutné na záložce **Options** odškrtnout **Test w/separate variance estimates (t-test se samost. odhady rozptylů)**



- Chceme-li homogenitu rozptylů testovat ještě jiným testem, než F-testem, vybereme test z nabídky **Homogeneity of variances**

# Párový dvouvýběrový t-test



- **Skupiny dat jsou spojeny přes objekt měření**, příkladem může být měření parametrů pacienta před léčbou a po léčbě (nemusí jít přímo o stejný objekt, dalším příkladem mohou být např. krysy ze stejné linie).
- Oba soubory musí mít **shodný počet hodnot**, protože všechna měření v jednom souboru musí být spárována s měřením v druhém souboru. Při vlastním výpočtu se potom **počítá se změnou hodnot (diferencí)** subjektů v obou souborech.
- V případě, že se nejedná o měření na témže subjektu je vhodné si před párovým testem ověřit si, zda existuje vazba mezi oběma skupinami – vynesení do grafu, **korelace**.

# Příklad 3: Párový dvouvýběrový t-test



Byl prováděn pokus s dietou u 18 diabetických krys, každá krysa byla vystavena dvěma dietám (jedné nové speciální a jedné kontrolní dietě). Protože každá krysa absolvovala obě diety, jde o párové uspořádání, kdy hodnoty v obou pokusech jsou spojeny přes pokusné zvíře. Zjistěte, zda testovaná dieta způsobí změnu hmotnosti u krys (zda se liší hmotnost krys po nové speciální a po kontrolní dietě).

1. **Nulová hypotéza** zní, že skutečný průměrný rozdíl v hmotnosti krys po speciální a kontrolní dietě je nulový (speciální dieta nevedla ke změně hmotnosti ve srovnání s kontrolní dietou), **alternativní hypotéza** zní, že rozdíl hmotností je odlišný od nuly (speciální dieta vedla ke změně hmotnosti ve srovnání s kontrolní dietou).
2. Pro každou krysu je spočítán rozdíl hmotností naměřených po obou dietách a měly by být ověřeny předpoklady pro jednovýběrový t-test – alespoň přibližně **normální rozložení diferencí**.
3. Je spočítána **testová statistika**, výpočet vlastně probíhá jako jednovýběrový t-test, kde je zjišťována významnost průměru diferencí obou souborů jako rozdíl mezi touto hodnotou a nulou (0 je hodnota, kterou by průměrná diference měla nabývat, pokud platí nulová hypotéza).  $T = -1,72$  s 17 stupni volnosti, skutečná p-hodnota = 0,102 a tedy na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$  nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout.

$$t = \frac{\text{rozdíl}_\text{průměru}_\text{vzorku}_\text{a}_\text{populace}}{SE(\text{průměru})} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n}$$

4. Závěrem můžeme říci, že nulová hypotéza neexistence rozdílu vlivu na snížení váhy mezi oběma dietami nebyla zamítnuta, což znamená, že speciální dieta nemá významný vliv na snížení hmotnosti.



# Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica I



- V menu **Statistics** zvolíme **Basic statistics**, vybereme **t-test, dependent samples**

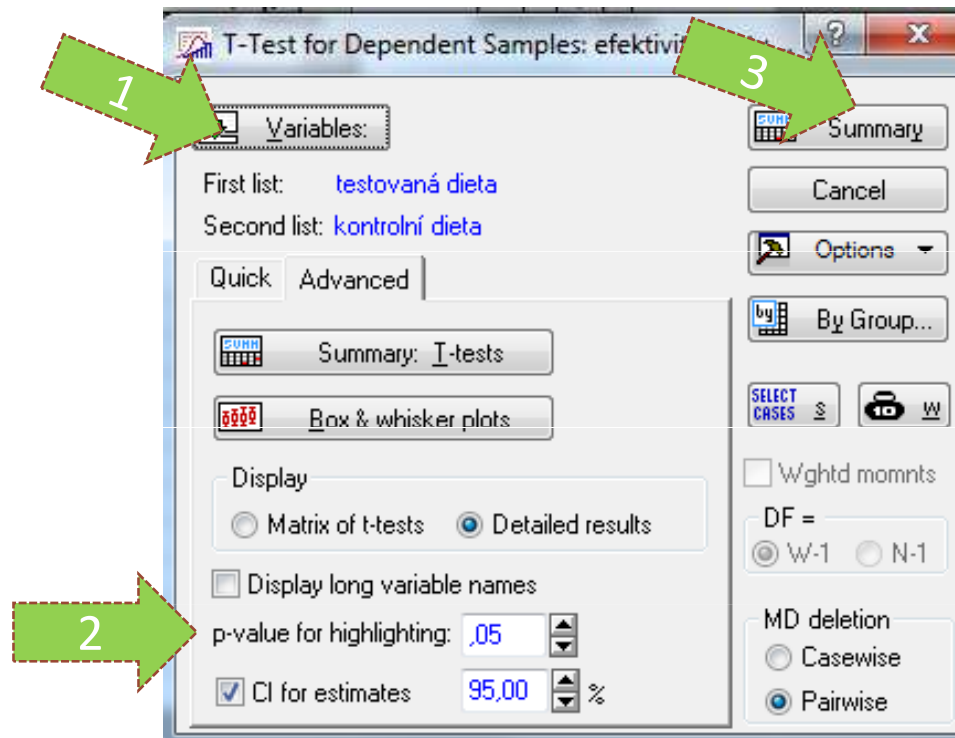
The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Basic Statistics' option is selected. A dialog box titled 'Basic Statistics and Tables: efektivita die...' is open, showing a list of statistical tests. The 't-test, dependent samples' option is selected. A data table is visible in the background, showing the results of the experiment.

|    | 1<br>testovaná dieta | 2<br>kontrolní dieta |
|----|----------------------|----------------------|
| 1  | 243                  | 265                  |
| 2  | 161                  | 165                  |
| 3  | 318                  | 361                  |
| 4  | 270                  | 270                  |
| 5  | 214                  | 235                  |
| 6  | 97                   | 83                   |
| 7  | 189                  | 176                  |
| 8  | 151                  | 143                  |
| 9  | 143                  | 143                  |
| 10 | 117                  | 121                  |
| 11 | 177                  | 174                  |
| 12 | 204                  | 211                  |
| 13 | 190                  | 192                  |
| 14 | 134                  | 131                  |
| 15 | 154                  | 160                  |
| 16 | 273                  | 291                  |
| 17 | 126                  | 131                  |
| 18 | 188                  | 190                  |

# Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica II



- Zvolíme proměnné (*Variables*),
- Kliknutím na *Summary* získáme výstupy



# Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica III



Výběrový průměr

Výběrová směrodatná odchylka

Počet pozorování

| T test for Dependent Samples (efektivita diety pro krysy) |          |          |    |          |               |          |    |          |
|---|----------|----------|----|----------|---------------|----------|----|----------|
| Marked differences are significant at $p < ,05000$        |          |          |    |          |               |          |    |          |
| Variable  | Mean     | Std.Dv.  | N  | Diff.    | Std.Dv. Diff. | t        | df | p        |
| testovaná dieta   | 186,0556 | 59,52011 |    |          |               |          |    |          |
| kontrolní dieta   | 191,7222 | 69,65022 | 18 | -5,66667 | 13,91994      | -1,72714 | 17 | 0,102266 |

Průměrná hodnota diferencí

Hodnota testovacího kritéria

Výběrová směrodatná odchylka diferencí



# Samostatné cvičení



**Samostatné cvičení:**  
**Jednovýběrový t-test**  
**Dvouvýběrový nepárový t-test**  
**Dvouvýběrový párový t-test**

# 1. Příklad k procvičení



- Načtěte data 04\_1\_priklad. U 21 lidí byla zjištěna výška postavy. Výsledky měření považujeme za realizace náhodného výběru z normálního rozložení.
1. Na hladině významnosti testujte hypotézu, že střední hodnota výšky lidí je 175 cm proti oboustranné alternativě. Před provedením testu ověřte normalitu dat pomocí N-P plotu a S-W testu.
  2. Na hladině významnosti testujte hypotézu, že střední hodnota výšky lidí je 181 cm proti oboustranné alternativě.

## 2. Příklad k procvičení



- Načtěte data 04\_2\_priklad, která obsahují následující sloupce: 1. sloupec - výška v 1. skupině, 2. sloupec - výška v 2. skupině, 3. sloupec - výška, 4. sloupec - skupina (1-muži, 2-ženy).
1. Ověřte normalitu výšky v 1. skupině a ve 2. skupině pomocí N-P plotu a histogramu, teprve potom pomocí testů.
  2. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že rozptyly výšek skupiny 1 a 2 jsou shodné.
  3. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že střední hodnoty výšek skupiny 1 a 2 jsou shodné.
  4. Výstupy doplňte krabicovými grafy (box-ploty).

# 3. Příklad k procvičení



- 5 žen vyzkoušelo novou dietu. Načtěte data 04\_3\_priklad, který obsahuje následující údaje: 1. sloupec - hmotnost před dietou, 2. sloupec - hmotnost po dietě.
1. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že dieta neměla významný vliv na změnu hmotnosti, tj. že rozdíl středních hodnot hmotnosti se neliší.

## 4. Příklad k procvičení



- Načtěte data 04\_4\_příklad. Dle studie se zkoumá vliv léku - hydrochlorothiazidu na krevní tlak v náhodném výběru 11 hypertoniků (člověk trpící vysokým tlakem krve). Každý pacient dostal nejprve placebo a o měsíc později hydrochlorothiazid. Uvedené hodnoty v datech představují systolický tlak (v mm Hg).
1. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že lék neměl významný vliv na změnu krevního tlaku.

# 5. Příklad k procvičení



- Načtěte data 04\_5\_příklad. Výrobce udává, že průměrná spotřeba paliva je 12,5 l/100 km. Testovací jezdec podrobil 14 vybraných vozů měření spotřeby.
- 1. Na hladině významnosti 0,05 otestujte, zda se skutečná spotřeba tohoto automobilu odlišuje od toho, co udává výrobce.

# Samostatné cvičení – vyhodnocení



## Výsledky samostatného cvičení

# 1. Příklad k procvičení



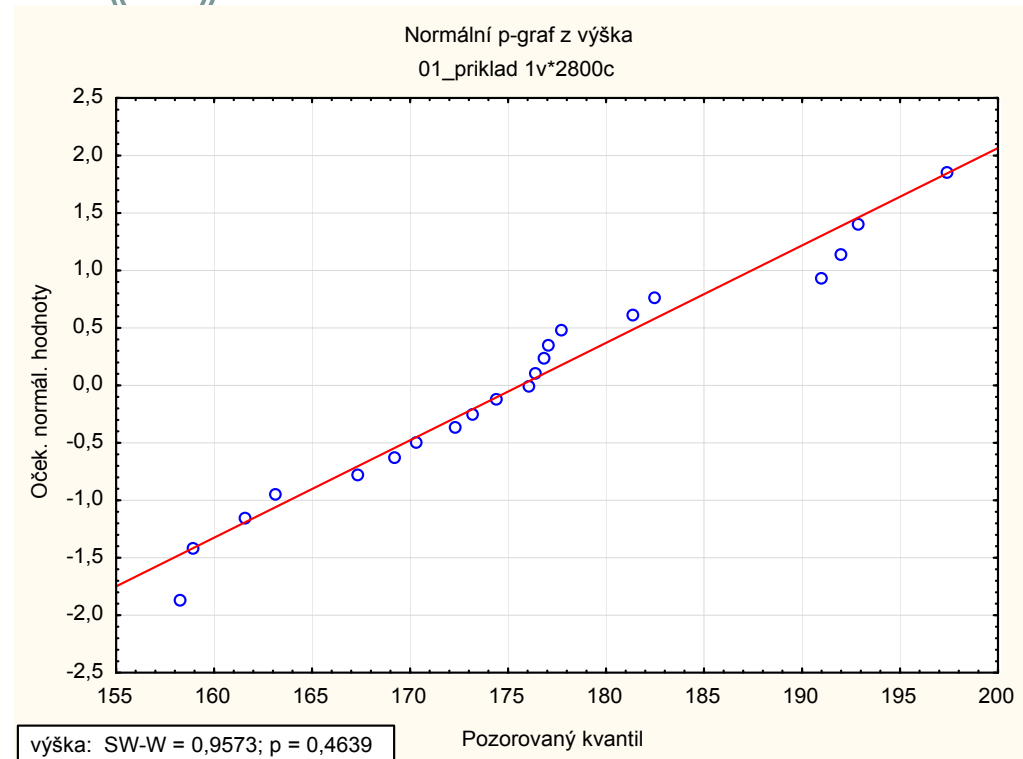
- Načtěte data 04\_1\_priklad. U 21 lidí byla zjištěna výška postavy. Výsledky měření považujeme za realizace náhodného výběru z normálního rozložení.
1. Na hladině významnosti testujte hypotézu, že střední hodnota výšky lidí je 175 cm proti oboustranné alternativě. Před provedením testu ověřte normalitu dat pomocí N-P plotu a Shapirova-Wilkova (S-W) testu.
  2. Na hladině významnosti testujte hypotézu, že střední hodnota výšky lidí je 181 cm proti oboustranné alternativě.



# 1. Příklad k procvičení

1.  $H_0: \mu = 175 \text{ cm}; H_A: \mu \neq 175 \text{ cm}$
2.  $H_0: \mu = 181 \text{ cm}; H_A: \mu \neq 181 \text{ cm}$

**Ověření normality – Shapiro-Wilkův test** ( $\alpha = 0,05$ ): Nezamítáme nulovou hypotézu o tom, že výběrový soubor pochází z normálního rozdělení ( $p = 0,464$ ).



1. úkol – jednovýběrový t-test ( $\alpha = 0,05$ ):

| Proměnná | Test průměrů vůči referenční konstantě (hodnotě) (01_příklad) |          |    |          |                      |          |    |          |
|----------|---|----------|----|----------|----------------------|----------|----|----------|
|          | Průměr  | Sm.odch. | N  | Sm.chyba | Referenční konstanta | t        | SV | p        |
| výška    | 175,6374  | 11,08757 | 21 | 2,419507 | 175,0000             | 0,263461 | 20 | 0,794891 |

$H_0$  nezamítáme. Neprokázali jsme, že by střední hodnota výšky lidí byla statisticky významně odlišná od 175 cm.

2. úkol – jednovýběrový t-test ( $\alpha = 0,05$ ):

| Proměnná | Test průměrů vůči referenční konstantě (hodnotě) (01_příklad) |          |    |          |                      |          |    |          |
|----------|---|----------|----|----------|----------------------|----------|----|----------|
|          | Průměr  | Sm.odch. | N  | Sm.chyba | Referenční konstanta | t        | SV | p        |
| výška    | 175,6374  | 11,08757 | 21 | 2,419507 | 181,0000             | -2,21638 | 20 | 0,038422 |

$H_0$  zamítáme. Prokázali jsme, že se v našem výběrovém souboru střední hodnota výšky lidí statisticky významně liší od 181 cm.

## 2. Příklad k procvičení



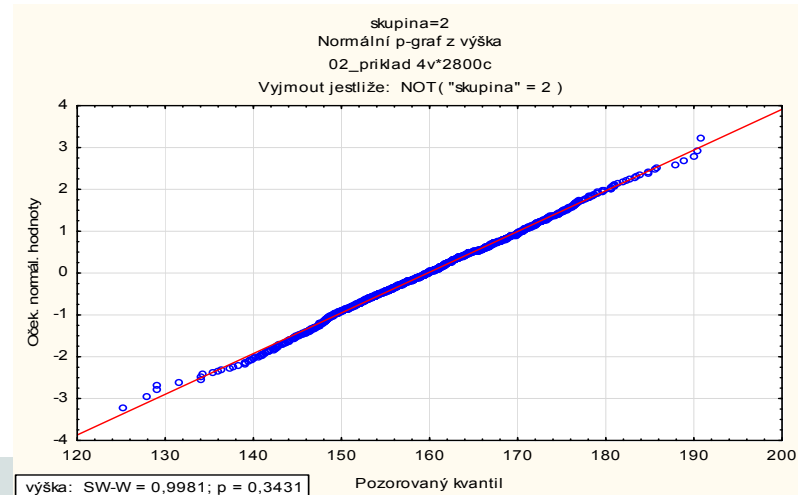
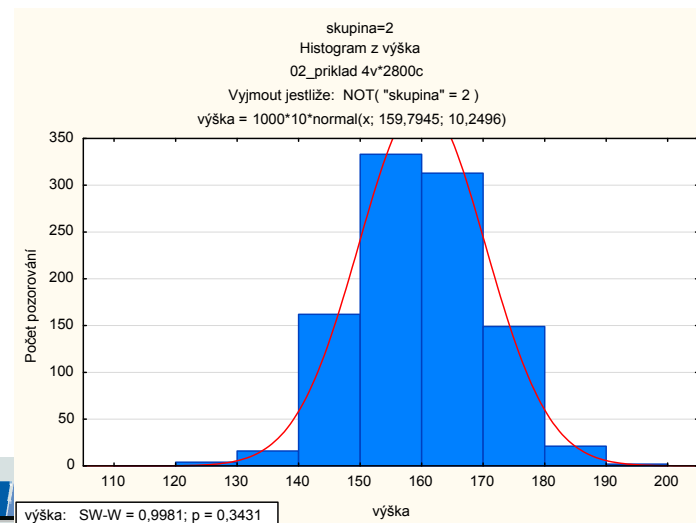
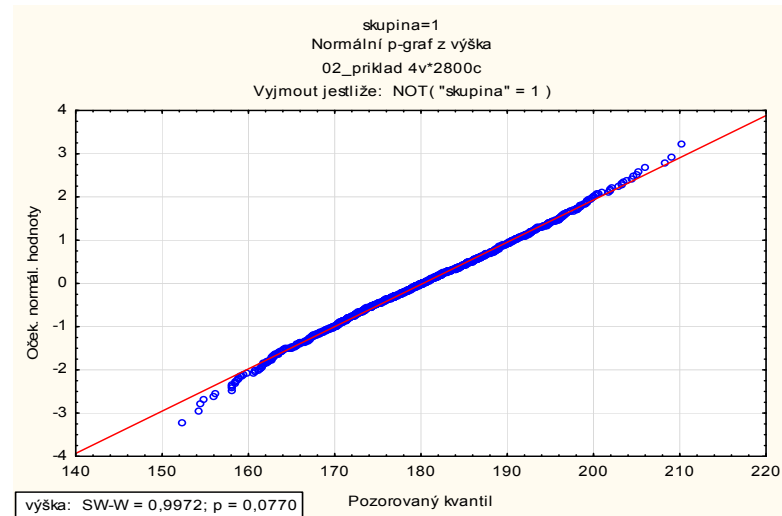
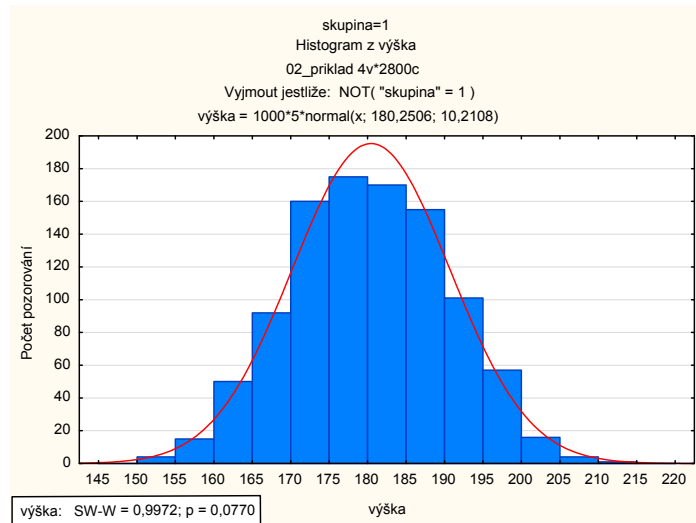
- Načtěte data 04\_2\_priklad, která obsahují následující sloupce: 1. sloupec - výška v 1. skupině, 2. sloupec - výška v 2. skupině, 3. sloupec - výška, 4. sloupec - skupina (1-muži, 2-ženy).
1. Ověřte normalitu výšky v 1. skupině a ve 2. skupině pomocí N-P plotu a histogramu, teprve potom pomocí testů.
  2. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že rozptyly výšek skupiny 1 a 2 jsou shodné.
  3. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že střední hodnoty výšek skupiny 1 a 2 jsou shodné.
  4. Výstupy doplňte krabicovými grafy (box-ploty).

# 2. Příklad k procvičení

## 1. úkol - ověření normality – Shapiro-Wilkův test ( $\alpha = 0,05$ ):

Nezamítáme nulovou hypotézu o tom, že výběrový soubor (skupina 1) pochází z normálního rozdělení ( $p = 0,077$ ).

Nezamítáme nulovou hypotézu o tom, že výběrový soubor (skupina 2) pochází z normálního rozdělení ( $p = 0,343$ ).



# 2. Příklad k procvičení

## 2. úkol – testování shody rozptylů - F-test / Levenův test ( $\alpha = 0,05$ ):

Nezamítáme nulovou hypotézu o tom, že jsou rozptyly výběrových souborů shodné (skupina 1 a skupina 2).

F-test:  $p = 0,905$ , Levenův test:  $p=0,791$

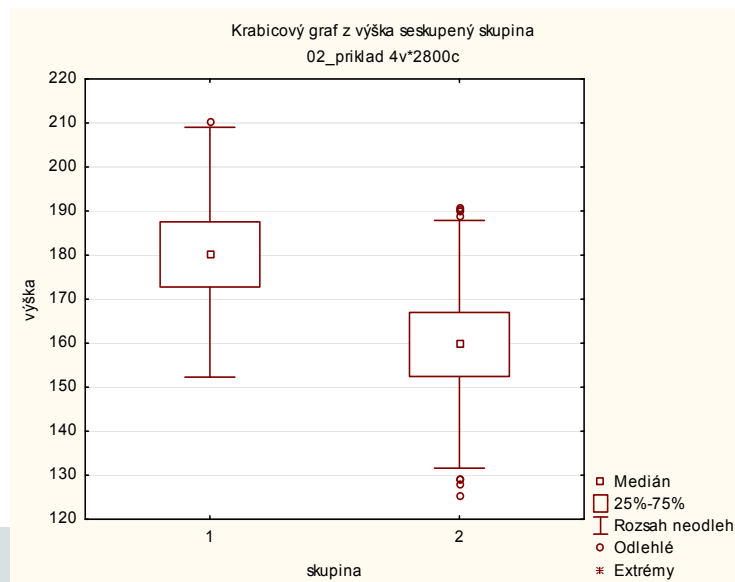
## 3. úkol – dvouvýběrový t-test ( $\alpha = 0,05$ ):

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ ;  $H_A: \mu_1 \neq \mu_2$

Zamítáme nulovou hypotézu o shodě středních hodnot dvou výběrových souborů. Střední hodnota výšky skupiny 1 je statisticky významně větší než u skupiny 2 ( $p < 0,001$ ).

| t-testy; grupováno: skupina (02_příklad) |          |          |          |      |      |            |             |            |            |                  |            |                |           |          |
|--|----------|----------|----------|------|------|------------|-------------|------------|------------|------------------|------------|----------------|-----------|----------|
| Skup. 1: 1                               |          |          |          |      |      |            |             |            |            |                  |            |                |           |          |
| Skup. 2: 2                               |          |          |          |      |      |            |             |            |            |                  |            |                |           |          |
| Proměnná                                 | Průměr 1 | Průměr 2 | t        | sv   | p    | Poč.plat 1 | Poč.plat. 2 | Sm.odch. 1 | Sm.odch. 2 | F-poměr Rozptyly | p Rozptyly | Levene F(1,sv) | sv Levene | p Levene |
| výška                                    | 180,2506 | 159,7945 | 44,71177 | 1998 | 0,00 | 1000       | 1000        | 10,21082   | 10,24963   | 1,007616         | 0,904578   | 0,070571       | 1998      | 0,790535 |

## 4. úkol – krabicové grafy:



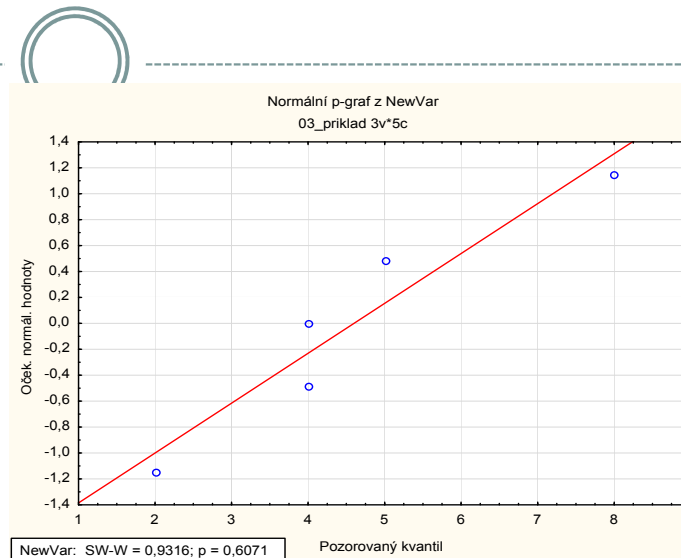
# 3. Příklad k procvičení



- 5 žen vyzkoušelo novou dietu. Načtěte data 04\_3\_priklad, který obsahuje následující údaje: 1. sloupec- hmotnost před dietou, 2. sloupec - hmotnost po dietě.
1. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že dieta neměla významný vliv na změnu hmotnosti, tj. že rozdíl středních hodnot hmotnosti se neliší.

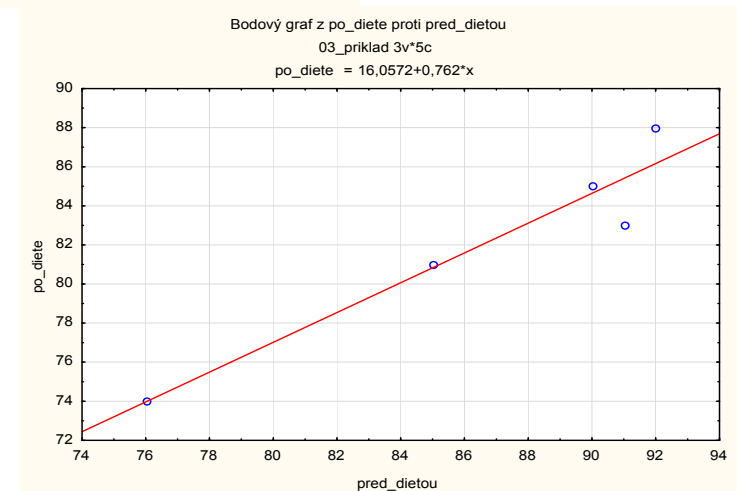
# 3. Příklad k procvičení

**Ověření normality – Shapiro-Wilkův test ( $\alpha = 0,05$ ):**  
 Nezamítáme nulovou hypotézu o tom, že difference pochází z normálního rozdělení ( $p = 0,607$ ).



N-P graf  
diferencí

Bodový graf -  
korelace



## 1. úkol - párový t-test ( $\alpha = 0,05$ ):

$$H_0: \mu_{\text{před}} - \mu_{\text{po}} = 0; H_A: \mu_{\text{před}} - \mu_{\text{po}} \neq 0$$

Zamítáme nulovou hypotézu, dieta měla statisticky významný vliv na změnu hmotnosti (průměrné snížení o 4,6 kg),  $p = 0,009$ .

| t-test pro závislé vzorky (03_příklad)             |          |          |   |          |                  |          |    |          |                        |                        |
|--|----------|----------|---|----------|------------------|----------|----|----------|------------------------|------------------------|
| Označ. rozdíly jsou významné na hlad. $p < ,05000$ |          |          |   |          |                  |          |    |          |                        |                        |
| Proměnná   | Průměr   | Sm.odch. | N | Rozdíl   | Sm.odch. rozdílu | t        | sv | p        | Int. spolehl. -95,000% | Int. spolehl. +95,000% |
| pred_dietou  | 86,80000 | 6,610598 |   |          |                  |          |    |          |                        |                        |
| po_diete   | 82,20000 | 5,263079 | 5 | 4,600000 | 2,190890         | 4,694855 | 4  | 0,009344 | 1,879650               | 7,320350               |

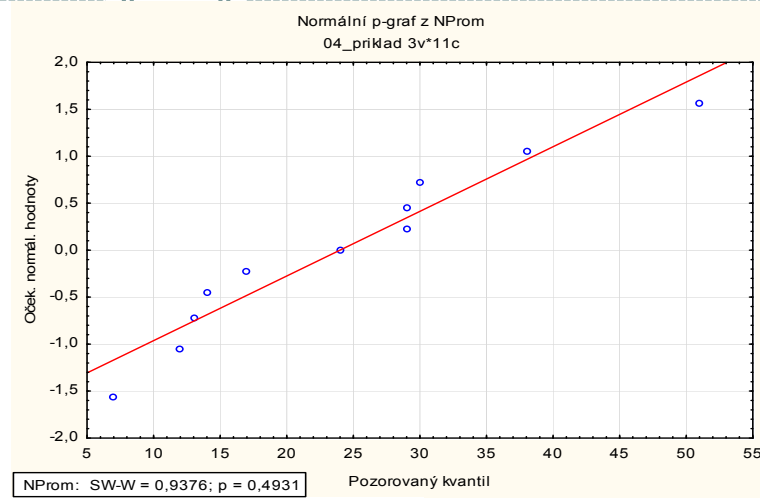
## 4. Příklad k procvičení



- Načtěte data 04\_4\_příklad. Dle studie se zkoumá vliv léku-hydrochlorothiazidu na krevní tlak v náhodném výběru 11 hypertoniků (člověk trpící vysokým tlakem krve). Každý pacient dostal nejprve placebo a o měsíc později hydrochlorothiazid. Uvedené hodnoty v datech představují systolický tlak (v mm Hg).
1. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že lék neměl významný vliv na změnu krevního tlaku.

# 4. Příklad k procvičení

**Ověření normality – Shapiro-Wilkův test ( $\alpha = 0,05$ ):**  
 Nezamítáme nulovou hypotézu o tom, že difference pochází z normálního rozdělení ( $p = 0,493$ ).



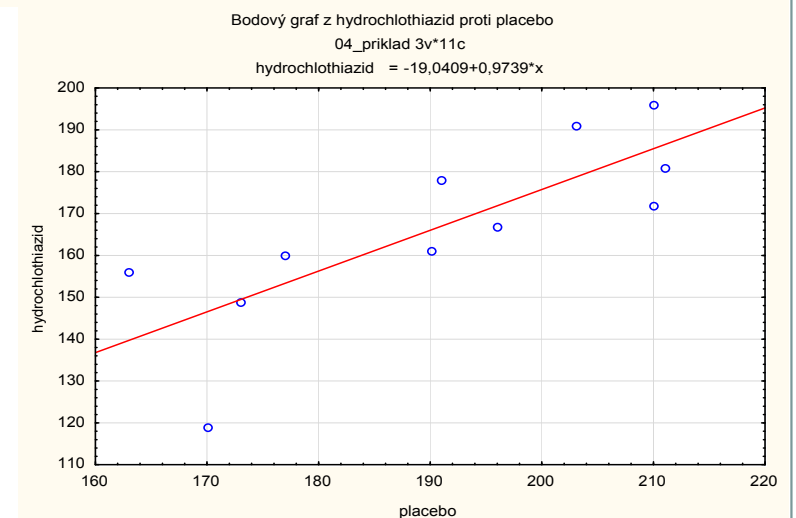
N-P graf  
diferencí

Bodový graf -  
korelace

1. úkol - párový t-test ( $\alpha = 0,05$ ):

$$H_0: \mu_{\text{lék}} - \mu_{\text{placebo}} = 0; H_A: \mu_{\text{lék}} - \mu_{\text{placebo}} \neq 0$$

Zamítáme nulovou hypotézu, lék měl statisticky významný vliv na hodnotu krevního tlaku (průměrné snížení o 24 mm Hg),  $p < 0,001$ .



|                    |          | t-test pro závislé vzorky (04_příklad)             |    |          |                  |          |    |          |                        |                        |
|--------------------|----------|--|----|----------|------------------|----------|----|----------|------------------------|------------------------|
|                    |          | Označ. rozdíly jsou významné na hlad. $p < ,05000$ |    |          |                  |          |    |          |                        |                        |
| Proměnná           | Průměr   | Sm.odch.   | N  | Rozdíl   | Sm.odch. rozdílu | t        | sv | p        | Int. spolehl. -95,000% | Int. spolehl. +95,000% |
| hydrochlorothiazid | 166,3636 | 21,42089   |    |          |                  |          |    |          |                        |                        |
| placebo            | 190,3636 | 17,41421   | 11 | -24,0000 | 13,09198         | -6,07998 | 10 | 0,000119 | -32,7953               | -15,2047               |



# 5. Příklad k procvičení



- Načtěte data 04\_5\_příklad. Výrobce udává, že průměrná spotřeba paliva je 12,5 l/100 km. Testovací jezdec podrobil 14 vybraných vozů měření spotřeby.
- 1. Na hladině významnosti 0,05 otestujte, zda se skutečná spotřeba tohoto automobilu odlišuje od toho, co udává výrobce.

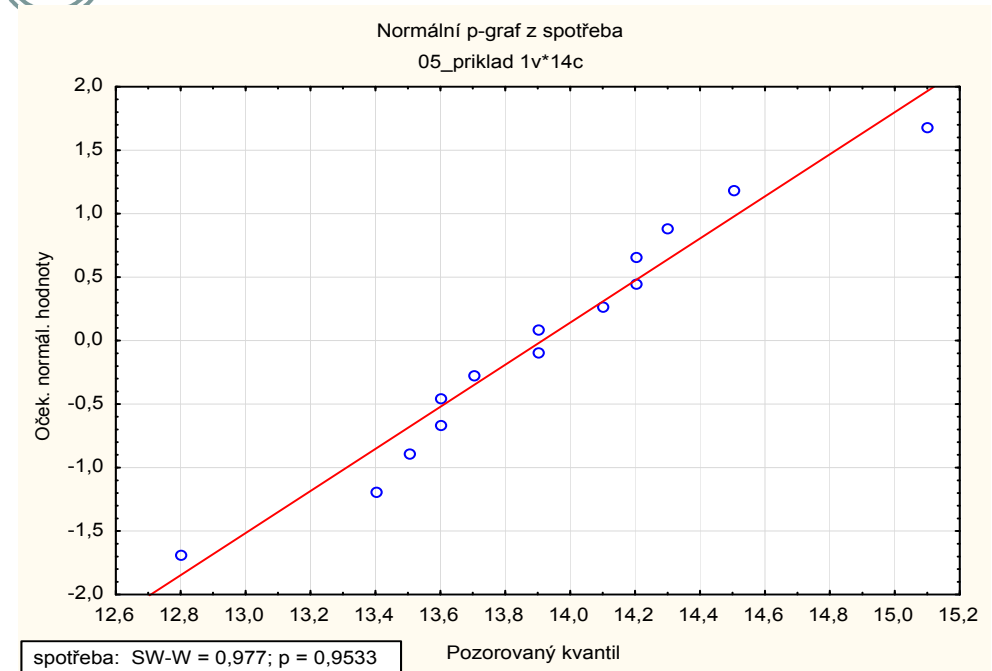
# 5. Příklad k procvičení

**Ověření normality – Shapiro-Wilkův test ( $\alpha = 0,05$ ):**  
 Nezamítáme nulovou hypotézu o tom, že výběrový soubor pochází z normálního rozdělení ( $p = 0,953$ ).

## 1. úkol - jednovýběrový t-test ( $\alpha = 0,05$ ):

$H_0: \mu = 12,5$  l/100km;  $H_A: \mu \neq 12,5$  l/100km

Zamítáme nulovou hypotézu,  $p < 0,001$ . Na základě výběrového souboru jsme prokázali, že spotřeba automobilu je vyšší než udává prodejce (průměrná spotřeba je o 1,4 l/100km vyšší, než udává prodejce).



| Proměnná | Test průměrů vůči referenční konstantě (hodnotě) (05_příklad) |          |    |          |                      |          |    |          |
|----------|---|----------|----|----------|----------------------|----------|----|----------|
|          | Průměr  | Sm.odch. | N  | Sm.chyba | Referenční konstanta | t        | SV | p        |
| spotřeba | 13,91429  | 0,555888 | 14 | 0,148567 | 12,50000             | 9,519502 | 13 | 0,000000 |