

9. Parametrické testy



Pearsonova korelace

Kolmogorovův-Smirnovův (Lilieforsův) test

Shapiro-Wilkův test

Jednovýběrový a dvouvýběrový t-test

Párový t-test

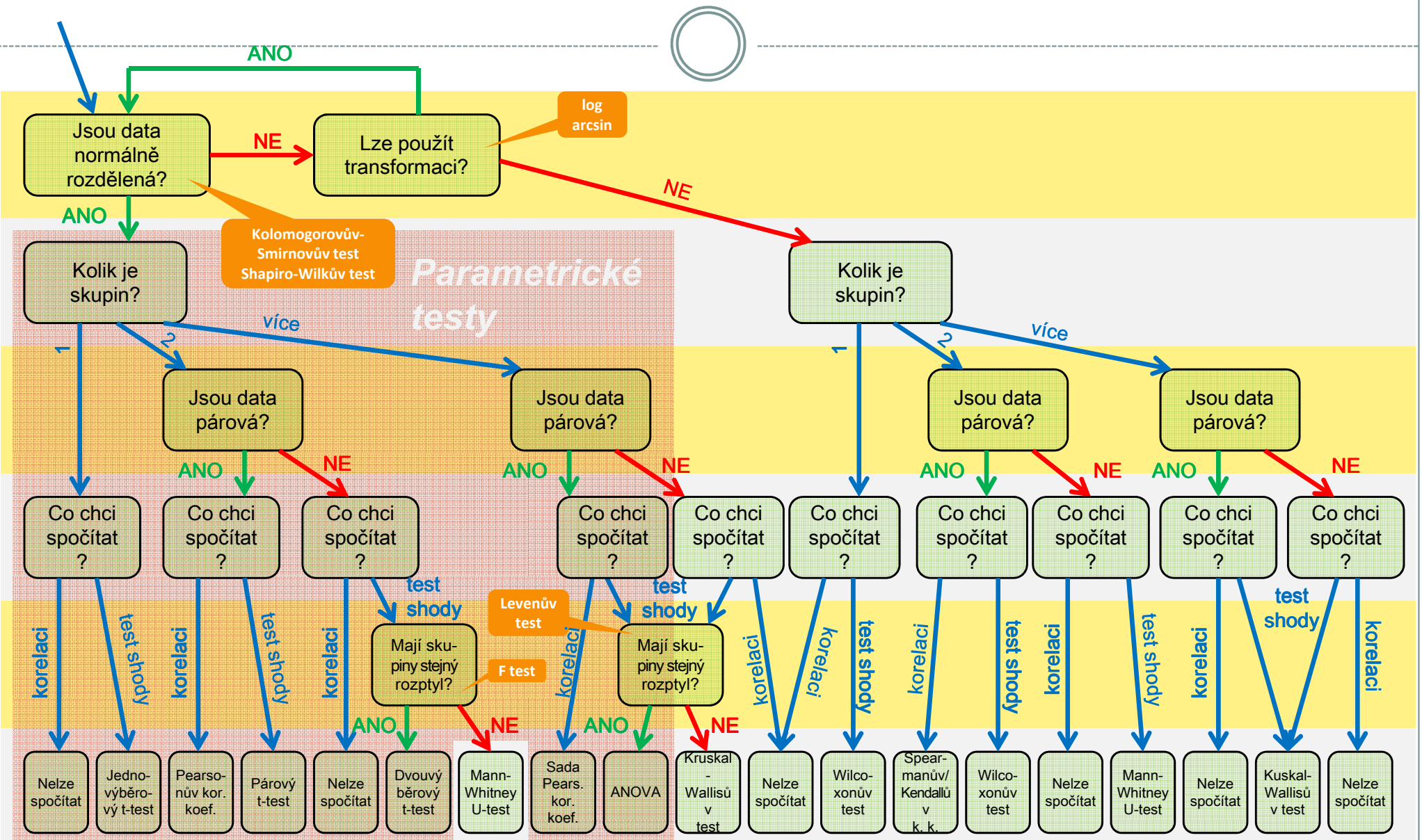
Levenův test

Shrnutí statistických testů



Typ srovnání	Nulová hypotéza	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat vs. etalon	Střední hodnota je rovna hodnotě etalonu.	jednovýběrový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
2 skupiny dat nepárově	Obě skupiny hodnot pochází ze stejného rozdělení.	nepárový t-test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově	Zkoumaný efekt mezi páry hodnot je nulový.	Párový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
shoda rozdělení	rozdělení dat ve skupině odpovídá teoretickému (vybranému) rozdělení.	Shapiro-Wilkův test; Kolmogorovův-Smirnovův test; Lilieforsův test	χ^2 test, test dobré shody
homoskedasticita (shoda rozptylů)	rozptyl obou (všech) skupin je shodný.	Levenův test	
více skupin nepárově	Zkoumaný efekt mezi skupinami hodnot je nulový.	ANOVA	Kruskal- Wallisův test
korelace	Neexistuje (příčinná, důsledková) vazba mezi skupinami hodnot.	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient; Kendallův koeficient

Shrnutí statistických testů



t-Test



Tři varianty parametrického t-testu:

jednovýběrový
dvouvýběrový
párový

Předpoklad:

Měřená náhodná veličina má normální rozdělení.



Výběrový průměr má normální rozdělení se stejnou střední hodnotou, skutečný rozptyl ovšem neznáme.

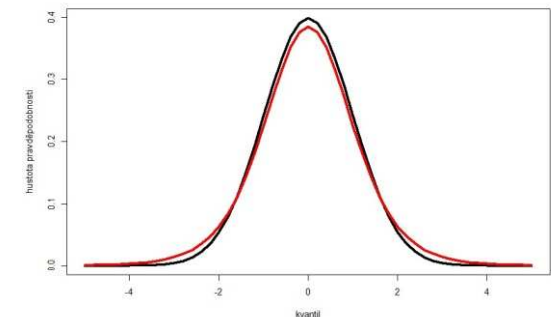


Rozdíl výběrového průměru od skutečné střední hodnoty má také normální rozdělení.



Při využití výběrového rozptylu má rozdíl t-rozdělení.

Kvantil	-3	-2	-1	0	1	2	3
Norm(0,1)	0,00	0,05	0,24	0,40	0,24	0,05	0,00
$t_7(0,1)$	0,01	0,06	0,23	0,38	0,23	0,06	0,01



t-Test



Princip:

podle určené hladiny pravděpodobnosti se stanoví maximální přípustná velikost rozdílu výběrového průměru a skutečné střední hodnoty. Testuje se velikost rozdílu.

Postup:

Výpočet normalizovaného rozdílu a jeho porovnání s tabelovanou hodnotou (jednostranná a dvoustranná varianta):

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n}$$

H_0	H_A	Testová statistika	Interval spolehlivosti
$\bar{x} \leq \mu$	$\bar{x} > \mu$	t	$t > t$
$\bar{x} \geq \mu$	$\bar{x} < \mu$	t	$t < t$
$\bar{x} = \mu$	$\bar{x} \neq \mu$	t	$ t > t$

t-Test



Koncentrace antibiotika v cílovém orgánu

Při 1000 měřeních antibiotika byla zjištěna v cílovém orgánu průměrná koncentrace 202,5 jednotek a směrodatná odchylka 44 jednotek.

Požadovaná koncentrace antibiotika je 200 jednotek.

- 1) Je daný rozdíl 2,5 významný vzhledem k variabilitě znaku na hladině významnosti 5 %?***
- 2) Jaká je skutečná hladina významnosti?***

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} = \frac{2,5}{44} \sqrt{1000} = 1,797$$

Levenův test



- Neparametrický test sloužící k rozhodnutí, zda mají dva nebo více vzorků stejný rozptyl.
- H_0 : rozptyl je stejný.
 H_A : rozptyl se liší.
- Testová statistika:

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k N_i (Z_i - Z)^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} N_i (Z_{i,j} - Z_i)^2}$$

N je celkový počet hodnot

N_i je počet hodnot v i -té skupině

k je počet skupin

\bar{x}_i je průměr hodnot i -té skupiny (resp. medián)

$Z_{i,j} = |x_{i,j} - \bar{x}_i|$

Z_i je průměr $Z_{i,j}$

Z je průměr všech $Z_{i,j}$

Párový t-test – předpoklady

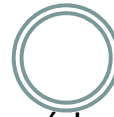


- Skupiny dat jsou spojeny přes objekt měření, příkladem může být měření parametrů pacienta před léčbou a po léčbě (nemusí jít přímo o stejný objekt, dalším příkladem mohou být např. krysy ze stejné linie).
- Oba soubory musí mít shodný počet hodnot, protože všechna měření v jednom souboru musí být spárována s měřením v druhém souboru. Při vlastním výpočtu se potom počítá se změnou hodnot (diferencí) subjektů v obou souborech.
- Před párovým testem je vhodné ověřit si zda existuje vazba mezi oběma skupinami – vynesení do grafu, korelace.

Existuje několik možných designů experimentu, stručně lze sumarizovat:

1. pokus je párový a jako párový se projeví
2. párové provedení pokusu – párově se neprojeví
 - možná párovost není
 - špatně provedený pokus – malé n, velká variabilita, špatný výběr jedinců
3. čekali jsme nezávislé a jsou
4. čekali jsem nezávislé a nejsou
 - vazba
 - náhoda

Párový t-test



- Tento test nemá žádné předpoklady o rozložení vstupních dat, protože je počítán až na základě jejich diferencí.
- Tyto difference by měly být normálně rozloženy a otázkou v párovém t-testu je, zda se průměrná hodnota diferencí rovná nějakému číslu, typicky jde o srovnání s nulou jako důkaz neexistence změny mezi oběma spárovanými skupinami.
- V podstatě jde o one sample t-test, kde místo rozdílu průměru vzorku a cílové populace je uveden průměr diferencí a srovnávané číslo (0 v případě otázky, zda není rozdíl mezi vzorky).

- Pro srovnání s 0 (testovou statistikou je t rozložení):
$$t = \frac{\bar{D}}{s} \sqrt{n} \quad v = n - 1$$

- Někdy je obtížné rozhodnout, zda jde nebo nejde o párové uspořádání, párový test by měl být použit pouze v případě, že můžeme potvrdit vazbu (korelace, vynesení do grafu), jedním z důvodů proč toto ověřovat je fakt, že v případě párového t-testu není nutné brát ohled na variabilitu původních dvou souborů, tento předpoklad však platí pouze v případě vazby mezi proměnnými. Výpočet obou typů testů se vlastně liší v použité s, jednou jde o s diferencí, v druhém případě o složený odhad rozptylu obou souborů.
- Zda je párové uspořádání efektivnější lze určit na základě:
 - Síly vazby
 - Je-li s_D výrazně menší než $s_{x_1-x_2}$

- Závislost je možné rozepsat pomocí vzorce:
$$s_D^2 \cong \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 - 2Cov(x_1; x_2)$$

- v případě $Cov=0$, tedy v případě neexistence vazby pak s_D^2 odpovídá součtu původních rozptylů, tedy přibližně $S_{x_1-x_2}$.

Párový t-test – příklad

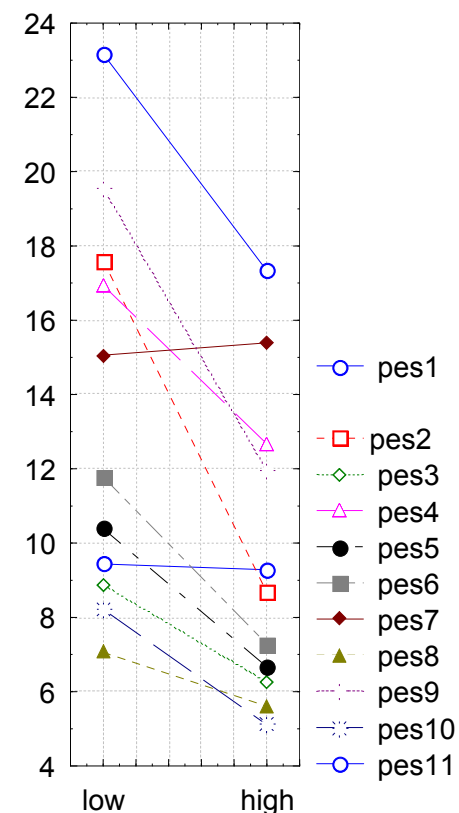


Byl prováděn pokus s dietou 11 diabetických psů, každý pes byl vystaven dvěma dietám s odlišným typem sacharidů (snadno vstřebatelné X pozvolna se rozkládající na glukózu), hodnoty krevní glukózy v průběhu jednotlivých diet mají být srovnány pro zjištění vlivu diety na hladinu krevní glukózy. Protože každý pes absolvoval obě diety, jde o párové uspořádání, kdy výsledky hodnoty v obou pokusech jsou spojeny přes pokusné zvíře.

- 1. Nulová hypotéza zní, že skutečný průměrný rozdíl mezi oběma dietami je 0, alternativní hypotéza zní, že to není 0.**
- 2. Pro každého psa je spočítán rozdíl mezi jeho hladinou glukózy při obou dietách a měly by být ověřeny předpoklady pro one sample t-test – tedy alespoň přibližně normální rozložení.**
- 3. Je spočítána testová charakteristika, výpočet vlastně probíhá jako one-sample t-test, kde je zjišťována významnost průměru diferencí obou souborů jako rozdíl mezi touto hodnotou a nulou (nula je hodnota, kterou by průměrná diference měla nabývat, pokud platí nulová hypotéza). $T=4.37$ s 10 stupni volnosti, skutečná hodnota $p=0,0014$ a tedy na hladině $p=0,05$ můžeme nulovou hypotézu zamítnout**

$$t = \frac{\text{rozdíl}_\text{průměru}_\text{vzorku}_\text{a}_\text{populace}}{SE(\text{průměru})} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n}$$

- 4. Závěrem můžeme říci, že nulová hypotéza neexistence rozdílu mezi oběma dietami byla zamítnuta, což znamená, že high-fibre dieta má významný vliv na snížení hladiny krevní glukózy.**



F test



- Parametrický test sloužící k rozhodnutí, zda mají dva nebo více vzorků stejný rozptyl, někdy nazýván Fisherův test.
- H_0 : rozptyl je stejný.
 H_A : rozptyl se liší.
- Testová statistika:

$$\frac{\frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}$$

n_1 je počet hodnot v 1. skupině

n_2 je počet hodnot ve 2. skupině