

Brýlová optika



stručná osnova

jarní semestr

- základy geometrické optiky pro brýlovou optiku
- Gullstrandovo schématické oko, další modely oka
- fotoreceptory oka, vizus, optotypy
- myopie, hypermetropie, afakie a jejich korekce
- povaha axiální refrakce, velikost obrazu na sítnici

podzimní semestr

- akomodace oka
- presbyopie a její korekce
- brýlové čočky: výpočty, korekce vad
- prizmatický účinek
- bifokální, trifokální a multifokální čočky
- oční astigmatismus a jeho korekce

kontrola a hodnocení studia

jarní semestr

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)

zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1x opravit)

podzimní semestr

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)

zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1x opravit)

zkouška (ústní, celkové hodnocení se odvozuje z výsledku ústní zkoušky a bodového výsledku všech 4 kontrolních prací)

literatura

1. J. Polášek a kol.: **Technický sborník oční optiky**, 2. vyd. SNTL, Praha 1975.
2. R. Baštecký: **Praktická brýlová optika**. R+H optik, Praha 1997.
3. M. Rutrle: **Brýlová optika**. IDVPZ, Brno 1993.
4. A. H. Tunnacliffe: **Introduction to Visual Optics**. ABDO College, Canterbury 2004.
5. E. Keprt: **Teorie optických přístrojů III. Oko a jeho korekce**. SPN, Praha 1966.
6. J. Schwiegerling: **Field Guide to Visual and Ophthalmic Optics**. SPIE, Bellingham 2004.
7. B. Havelka: **Geometrická optika, I. a II. díl**. NČAV, Praha 1955.
Též na www.opto.cz

další informační příležitosti



www.bvv.cz/opta/opta-2020

Česká **O**ční **O**ptika

časopis Společenstva českých optiků a optometristů



www.4oci.cz

kontakt

prof. RNDr. Radim Chmelík, Ph.D.

Ústav fyzikálního inženýrství

FSI VUT v Brně

e-mail: chmelik@fme.vutbr.cz

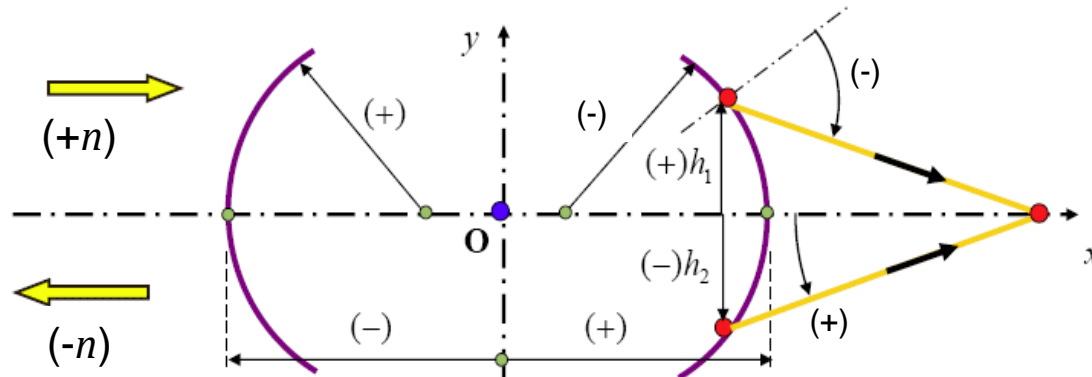
tel. 541 14 2795

požadované vstupní znalosti

1. zákony geometrické optiky, index lomu
2. disperze, Abbeovo číslo, základní vlastnosti optických materiálů
3. hranol, optický klín
4. zobrazení kulovou plochou obecně a v paraxiálním prostoru
5. základní (kardinální) body jedné kulové plochy
6. zobrazení soustavou kulových ploch, polohy základních (kardinálních) bodů soustavy, ohniskové vzdálenosti
7. zobrazovací rovnice (pro paraxiální prostor)
8. zobrazení tenkou čočkou, zobrazení tlustou čočkou
9. zobrazení soustavou čoček, trasování paprsků
10. omezení paprskových svazků v optické soustavě
11. zvětšení příčné, podélné, úhlové
12. základní optické vady

(Geometrická optika – 1. semestr)

znaménková konvence a symboly



- $X, X', (Y, Y')$... osový (mimoosový) předmětový a obrazový bod
 s, s' ... sečné vzdálenosti předmětového, obrazového bodu
 $s_X, s(X), x$... sečná vzdálenost bodu X
 a, a' ... vzdálenost od předmětové, obrazové hlavní roviny
 f, f' ... předmětová, obrazová ohnisková vzdálenost
 h ... výška paprsku (vzdálenost od optické osy)
 y, y' ... příčná souřadnice mimoosového bodu
 n, n' ... index lomu (před a za lámavou plochou, zrcadlo: $n' = -n$)
 φ', S' ... optická mohutnost, vrcholová lámavost

vergence vzdáleností se označují příslušnými velkými písmeny (A, S, X)
 pořadí lámavé plochy se značí číselným indexem

lom kulovou plochou

Snellův zákon:

$$n' \sin \sigma' = n \sin \sigma$$

$x, \alpha \rightarrow$

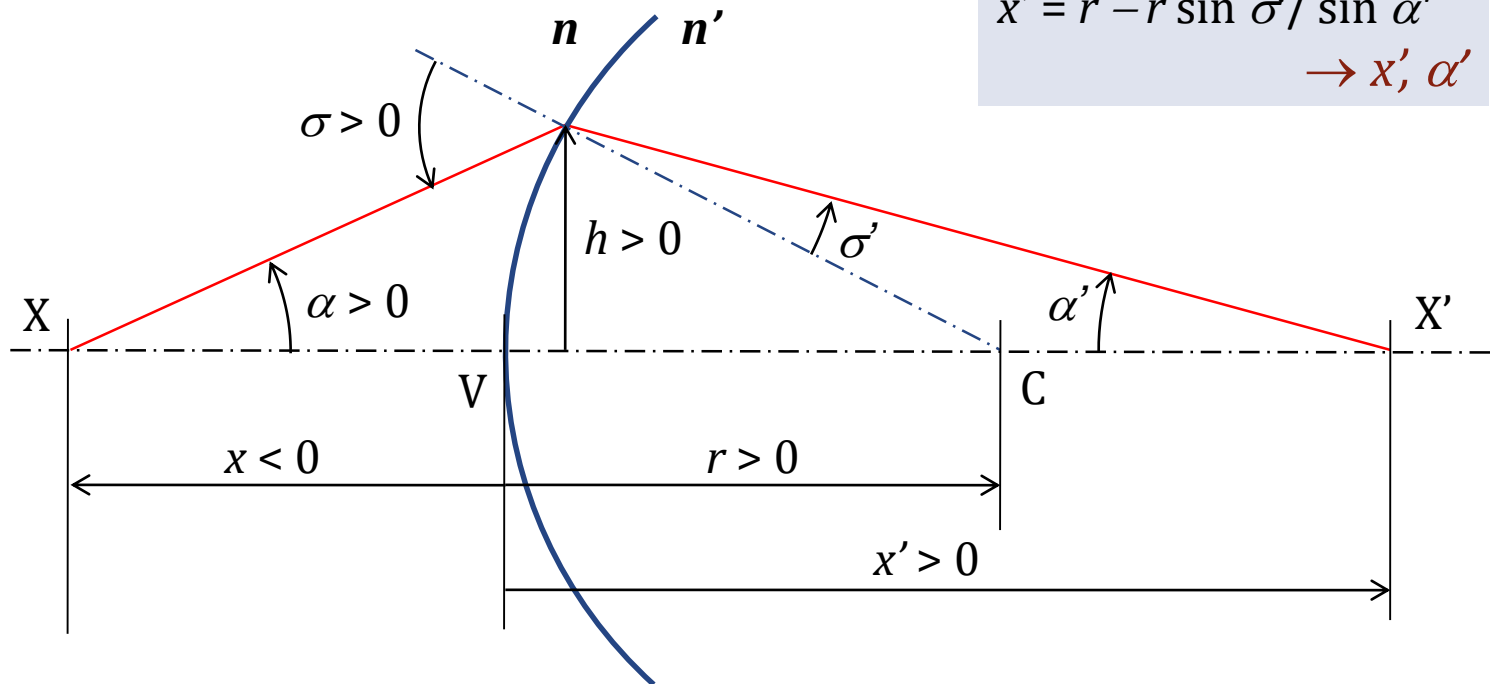
$$\sin \sigma = (r - x)/r \sin \alpha$$

$$\sin \sigma' = n/n' \sin \sigma$$

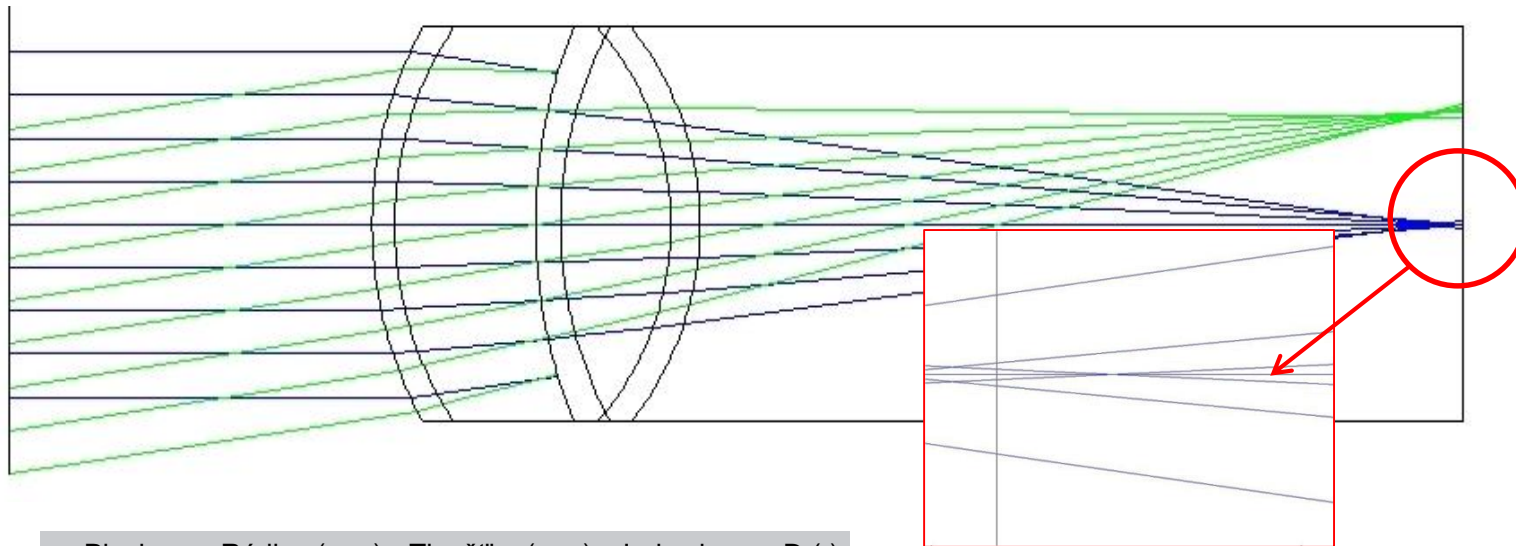
$$\alpha' = \alpha - \sigma + \sigma'$$

$$x' = r - r \sin \sigma' / \sin \alpha'$$

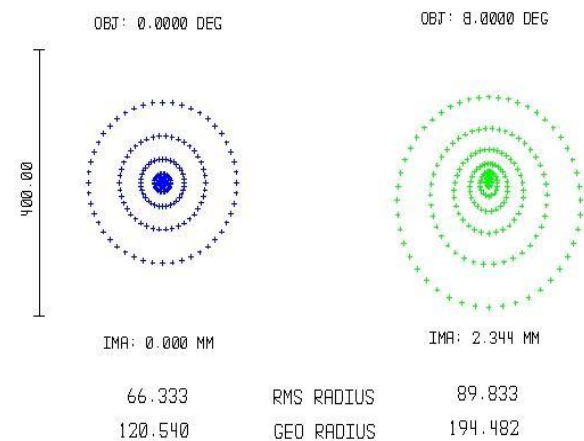
$\rightarrow x', \alpha'$



trasování paprsků (ray tracing)



Plocha	Rádus (mm)	Tloušťka (mm)	Index lomu nD (-)
Objekt	nekonečno	nekonečno	1,0000
2	7,70	0,50	1,3771
3	6,80	3,10	1,3374
STO	10,00	0,55	1,3860
5	7,91	2,42	1,4060
6	-5,76	0,64	1,3860
7	-6,00	16,79	1,3360



Gaussova zobrazovací rovnice

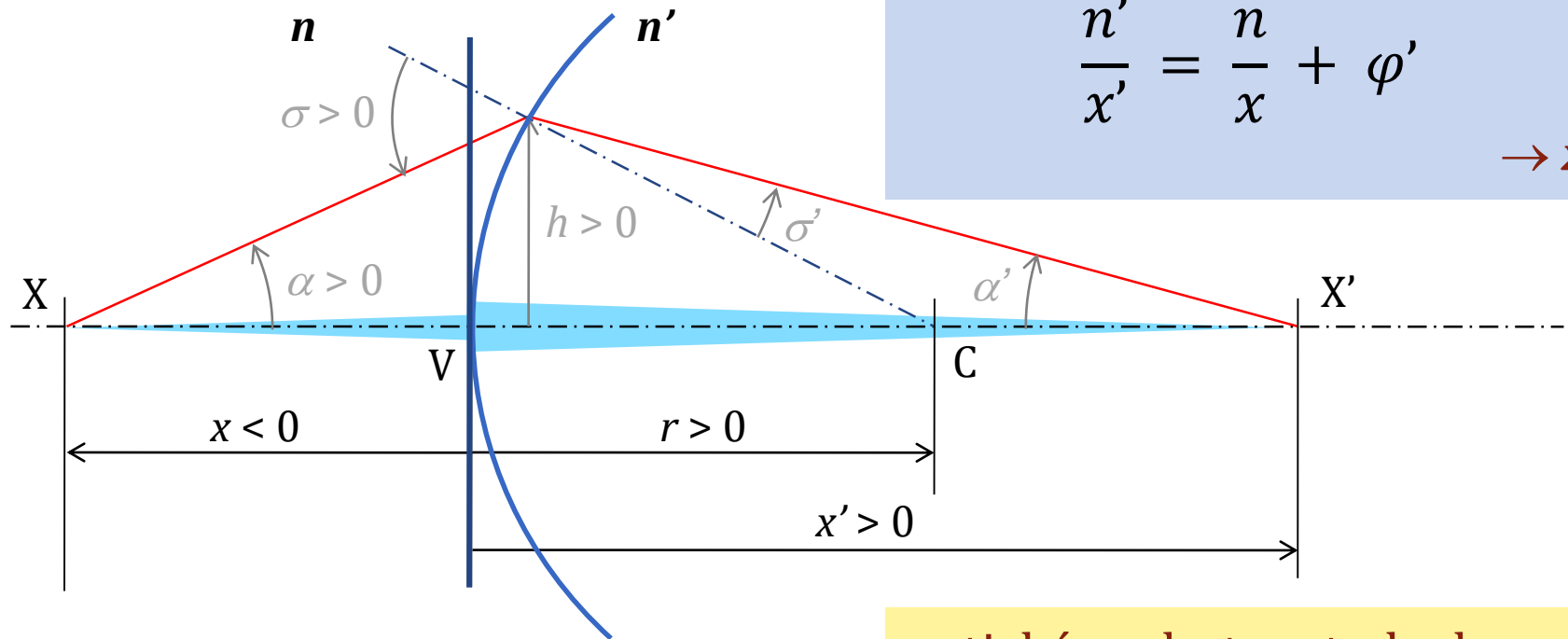
paraxiální aproximace: sklon paprsků menší než 5°

Gaussova zobrazovací rovnice:

$x \rightarrow$

$$\frac{n'}{x'} = \frac{n}{x} + \varphi'$$

$\rightarrow x'$



optická mohutnost plochy:

$$\varphi' = \frac{n' - n}{r}$$

vergence

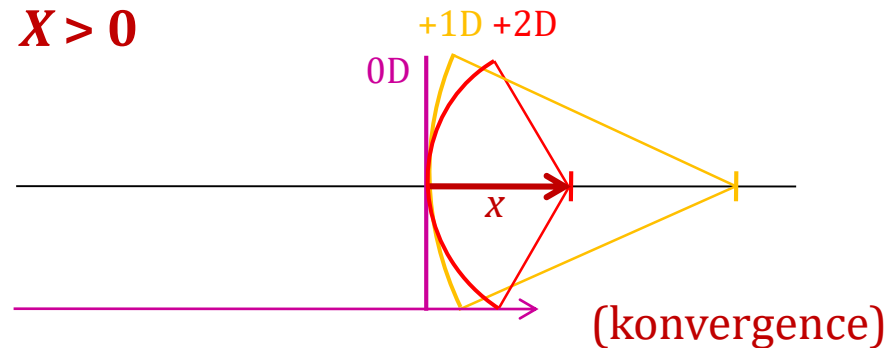
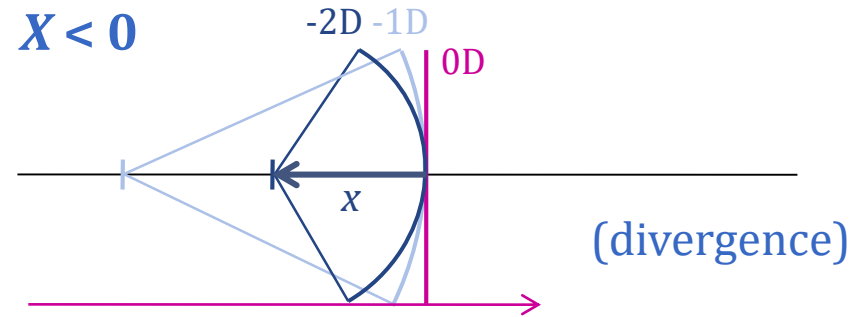
křivost geometrické vlnoplochy
svazku v dané rovině

$$X = n/x$$

x (m)	X (m^{-1} , D)
-0,1	-10
-0,2	-5
-0,25	-4
-0,33	-3
-0,5	-2
-1	-1
∞	0
+1	+1
+0,5	+2
+0,1	+10

redukována vzdálenost:

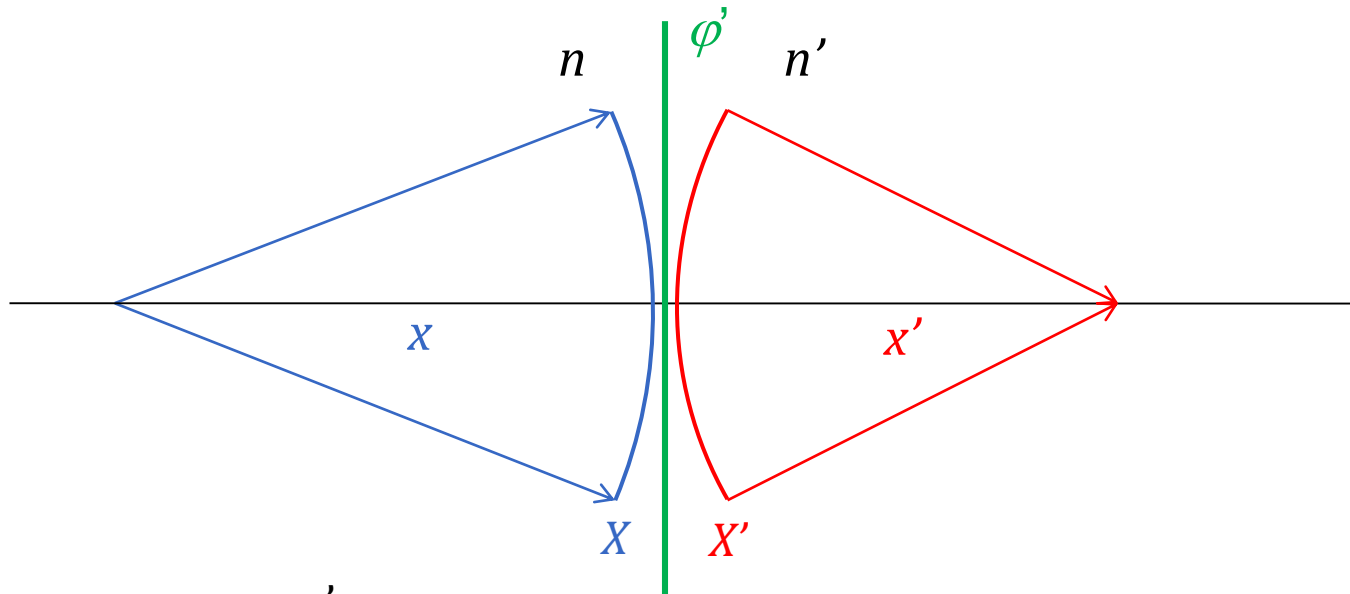
$$\bar{x} = x/n$$



lámavá plocha mění vergenci svazku

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{n}{x} + \varphi' = \frac{n'}{x'} \Rightarrow X + \varphi' = X'$$



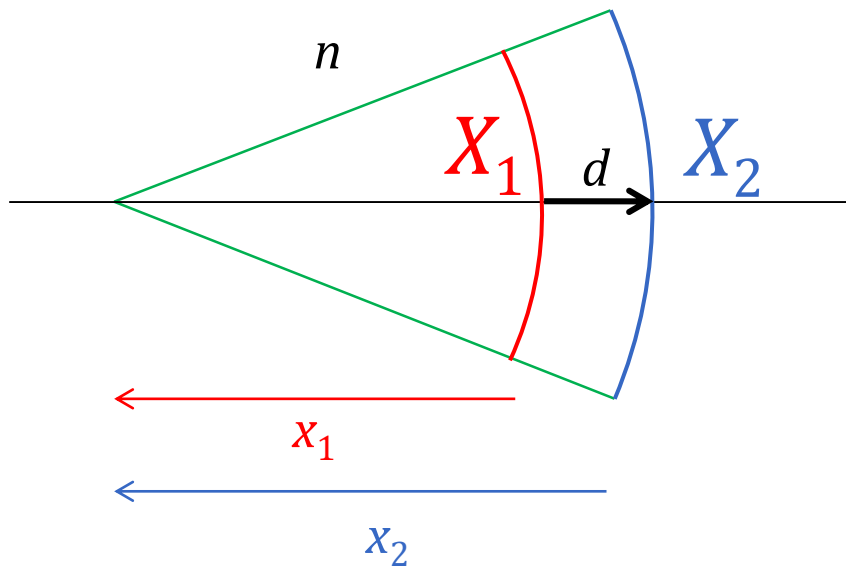
$$\Rightarrow 0 + \varphi' = \frac{n'}{f'}$$

optická mohutnost je **vergencí svazku**, který konverguje do ohniska, těsně za lámavou plochou.

vergence svazku se mění při šíření

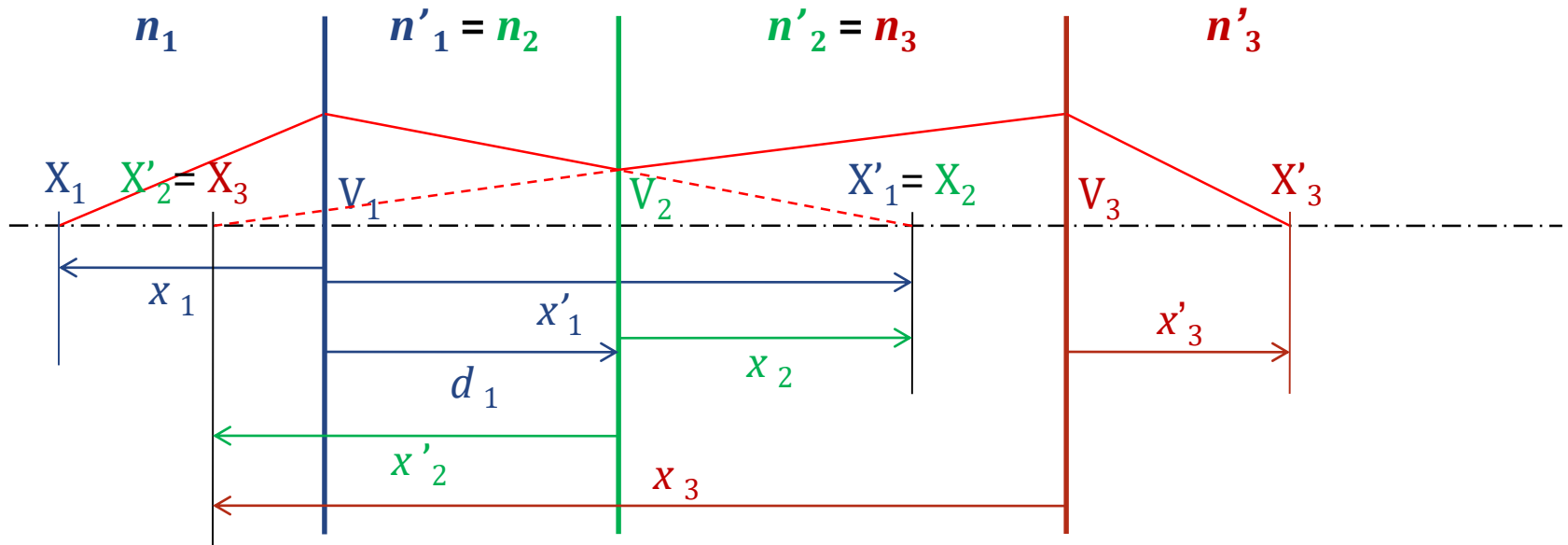
$$X_2 = \frac{X_1}{1 - \bar{d}X_1}$$

$$(x_2 = x_1 - d, \bar{d} = d/n)$$



soustava lámavých ploch

paraxiální aproximace



$$\varphi_i' = (n_i' - n_i) / r_i$$

$$n_i' / x_i' = n_i / x_i + \varphi_i'$$

$$x_{i+1} = x_i' - d_i$$

$$X_i' = X_i + \varphi_i'$$

$$X_{i+1} = \frac{X_i'}{1 - \bar{d}_i X_i'}$$

$$(\bar{d}_i = \frac{d_i}{n_i'})$$

soustava lámavých ploch

paraxiální aproximace, tabelární výpočet pomocí vergencí

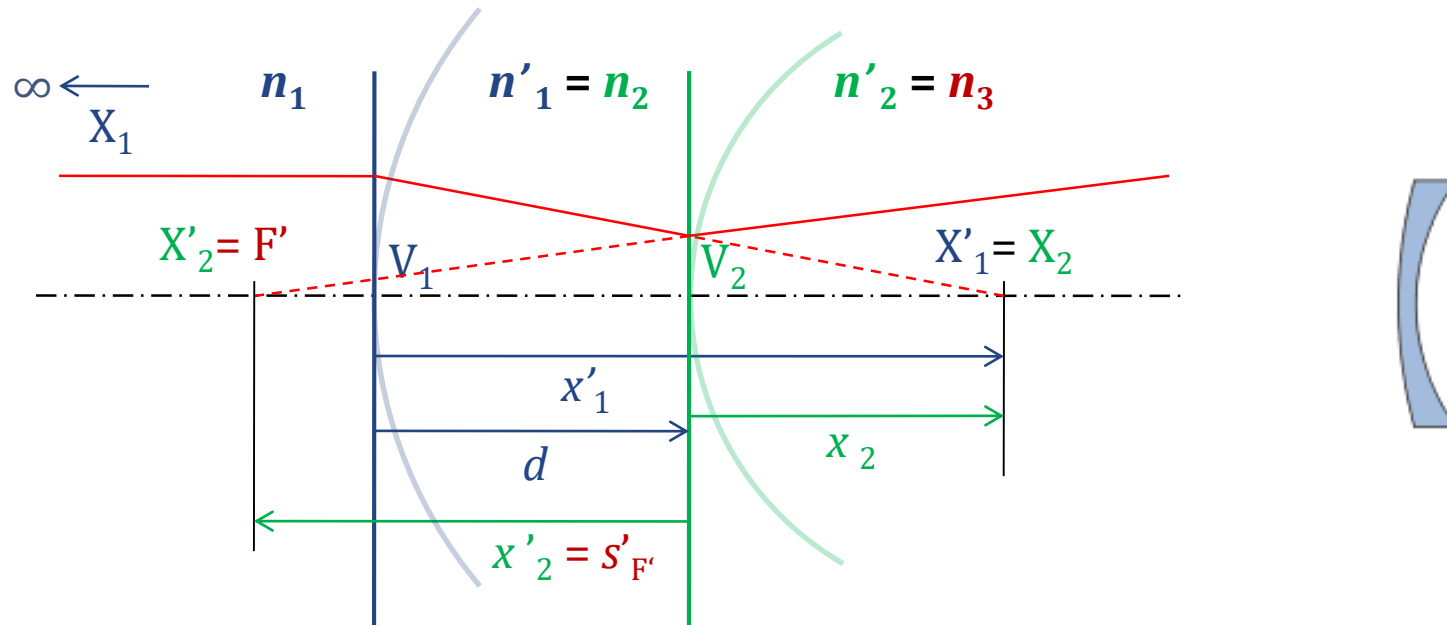
plocha č.	1	2	3	
n	1,000	1,525	1,603	... index lomu před lámavou plochou
n'	1,525	1,603	1,000	... index lomu za lámavou plochou
r	9,000	-1,000	-11,000	... rádius lámavé plochy
d	30	45		... vzdálenost lámavé plochy k následující
x	- 30,00			... poloha předmětového bodu
$X = n/x$	-0,0333	0,04919		... vergence předmětového svazku
$\varphi' = (n' - n)/r$	0,05833			... optická mohutnost plochy
$X' = X + \varphi'$	0,02500			... vergence obrazového svazku
$p = 1/(1 - X'd/n')$	1,96774			... faktor pro šíření svazku
pX'	0,04919			
$x' = n'/X'$			25,71	... poloha obrazového bodu

$$\varphi_i' = (n_i' - n_i)/r_i$$

$$X_i' = X_i + \varphi_i'$$

$$X_{i+1} = \frac{X_i'}{1 - \bar{d}_i X_i'} \quad (\bar{d}_i = \frac{d_i}{n_i'})$$

příklad: ohnisko rozptylky



$$\varphi_i' = (n_i' - n_i)/r_i$$

$$X_i' = X_i + \varphi_i'$$

$$X_{i+1} = \frac{X_i'}{1 - \bar{d}_i X_i'} \quad (\bar{d}_i = \frac{d_i}{n_i'})$$

příklad: obrazové ohnisko rozptylky

(tabelární výpočet polohy obrazového ohniska pomocí vergencí)

	plocha č.	
	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$		
$X' = X + \varphi'$		
$p = 1/(1 - X'd/n')$		
pX'		
$x' = n'/X'$		$s'_{F'}$

leží-li
předmětový bod
v nekonečnu



pak zde vychází
sečná vzdálenost
obrazového ohniska

příklad: obrazové ohnisko rozptylky

(tabelární výpočet polohy obrazového ohniska pomocí vergencí)

	plocha č.	
	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	0,018565
$\varphi' = (n' - n)/r$	0,017500	-0,026250
$X' = X + \varphi'$	0,017500	-0,007685
$p = 1/(1 - X'd/n')$	1,060869	
pX'	0,018565	
$x' = n'/X'$		-130,12

leží-li
předmětový bod
v nekonečnu



sečná vzdálenost
obrazového ohniska

příklad: předmětové ohnisko rozptylky

(tabelární výpočet polohy předmětového ohniska pomocí vergencí)

plocha č.	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$	0,017500	-0,026250
$X' = X + \varphi'$		
$p = 1/(1 - X'd/n')$		
pX'		
$x' = n'/X'$		$s'_{F'}$



plocha č.	2	1
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	-20	-30
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$	-0,026250	0,017500
$X' = X + \varphi'$		
$p = 1/(1 - X'd/n')$		
pX'		
$x' = n'/X'$		$-s_F$



příklad: předmětové ohnisko rozptylky

(tabelární výpočet polohy předmětového ohniska pomocí vergencí)

plocha č.	2	1
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	-20	-30
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	-0,0241698
$\varphi' = (n' - n)/r$	-0,026250	0,017500
$X' = X + \varphi'$	-0,026250	-0,0066698
$p = 1/(1 - X'd/n')$	0,9207547	
pX'	-0,0241698	
$x' = n'/X'$		-149,93

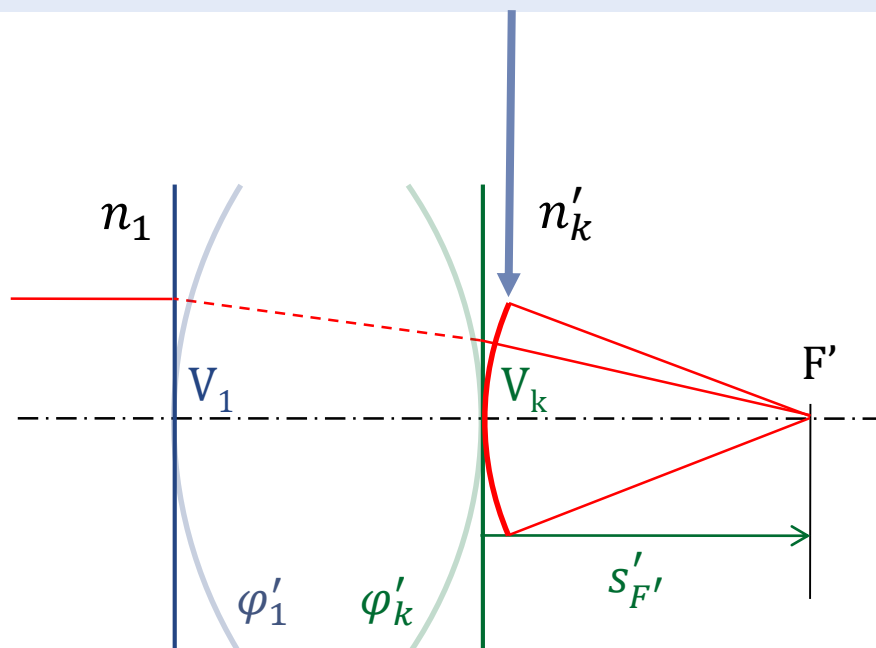


sečná vzdálenost předmětového
ohniska *s opačným znaménkem*

vrcholová lámavost

vrcholová lámavost je
vergencí svazku konvergujícího do obrazového
 ohniska těsně za poslední plochou soustavy

$$S' = \frac{n'_k}{S'_{F'}}$$

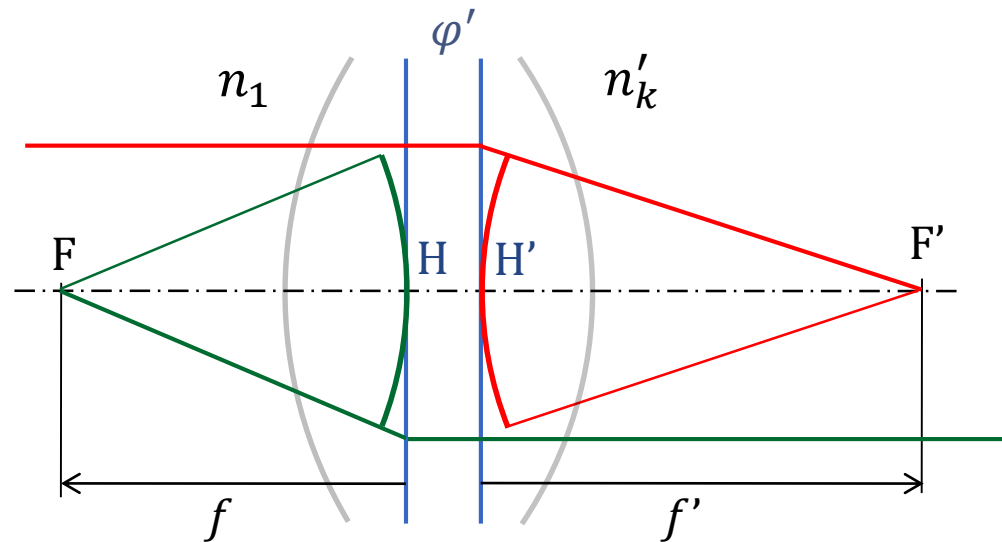


plocha č.	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$		
$X' = X + \varphi'$		S'
$p = 1/(1 - X'd/n')$		
pX'		
$x' = n'/X'$		$S'_{F'}$

hlavní roviny a optická mohutnost

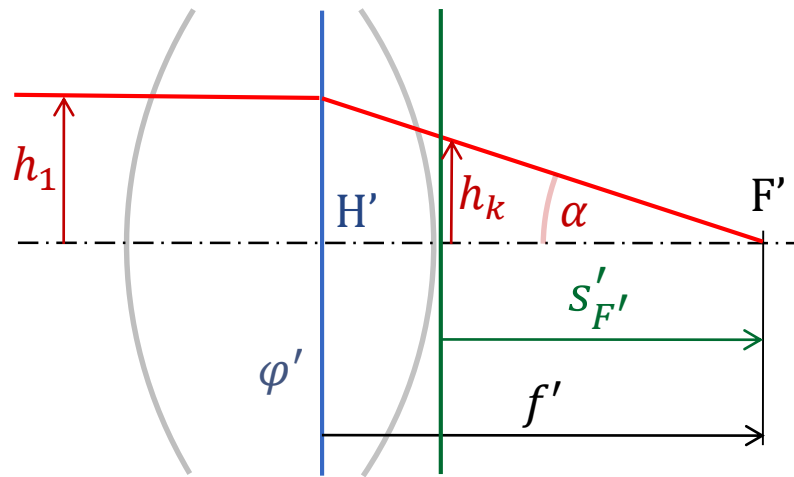
optická mohutnost je:

- vergencí **svazku konvergujícího do obrazového ohniska v obrazové hlavní rovině**
- záporně vzatou vergencí **svazku divergujícího z předmětového ohniska v předmětové hlavní rovině**



$$\varphi' = \frac{n'_k}{f'} = -\frac{n_1}{f}$$

optická mohutnost (tabelární výpočet)



Obrazová ohnisková vzdálenost:

$$f' = \frac{h_1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Sečná vzdálenost obrazového ohniska:

$$s'_{F'} = \frac{h_k}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$f' = \frac{h_1}{h_k} s'_{F'} = \frac{x'_1 x'_2 \dots x'_{k-1}}{x_2 x_3 \dots x_k} s'_{F'} = \frac{X_2 X_3 \dots X_k}{X'_1 X'_2 \dots X'_{k-1}} s'_{F'} = p_1 p_2 \dots p_{k-1} s'_{F'}$$

$$\varphi' = \frac{n'_k}{f'} = \frac{1}{p_1 p_2 \dots p_{k-1}} \frac{n'_k}{s'_{F'}} = \frac{1}{p_1 p_2 \dots p_{k-1}} S'$$

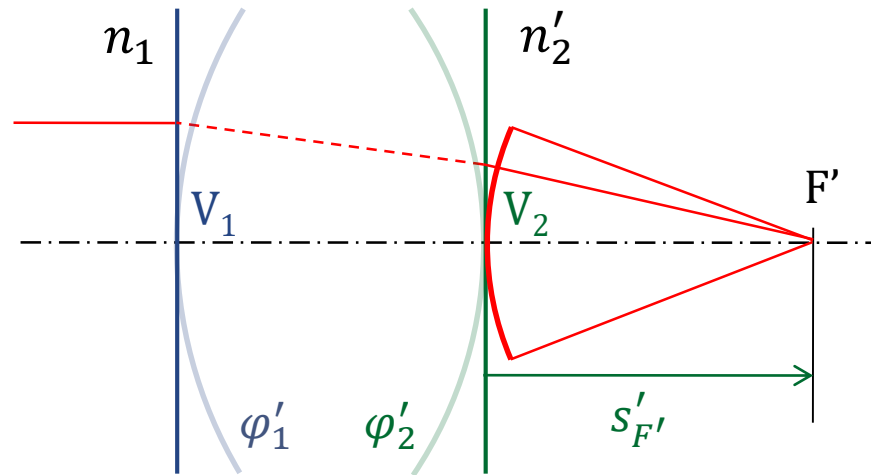
například pro 3 plochy:

$X' = X + \varphi'$			S'
$p = 1/(1 - X'd/n')$	p_1	p_2	
pX'			
$x' = n'/X'$			$s'_{F'}$

$$\varphi' = S' / p_1 p_2$$

$$f' = p_1 p_2 s'_{F'}$$

vrcholová lámavost (2 plochy)



vlastní
zvětšení

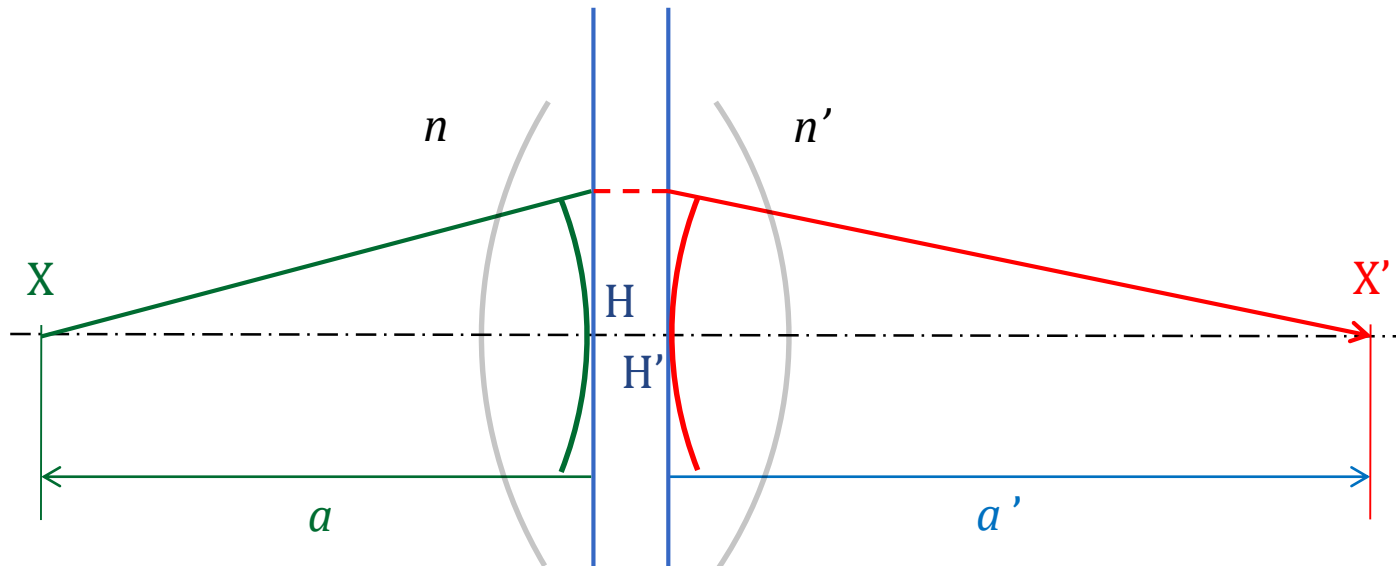
celková
optická
mohutnost

$$S' = \frac{n'_2}{s'_{F'}} = \frac{n'_2}{s'_{2}(F')} = \frac{\varphi'_1}{1 - \frac{d}{n_2} \varphi'_1} + \varphi'_2 = \frac{\varphi'_c}{1 - \frac{d}{n_2} \varphi'_1} = \Gamma' \varphi'_c$$

$$\text{Gullstrandův vztah: } \varphi'_c = \varphi'_1 + \varphi'_2 - \frac{d}{n_2} \varphi'_1 \varphi'_2$$

Gaussova zobrazovací rovnice

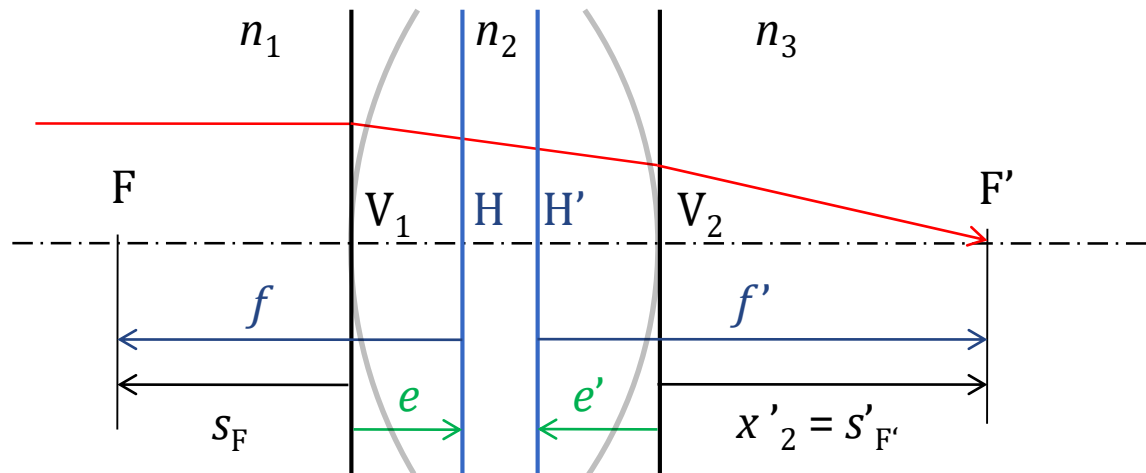
pro soustavu s více plochami má stejný tvar, jako pro jednu lámavou plochu, pokud předmětovou vzdálenost a a obrazovou vzdálenost a' měříme od příslušných hlavních bodů, resp.vergence A, A' měříme na příslušných hlavních rovinách



$$\frac{n'}{a'} = \frac{n}{a} + \varphi'_c \quad A' = A + \varphi'_c$$

poloha hlavních bodů (pro 2 plochy)

$$\varphi' = \frac{n'_k}{f'} = -\frac{n_1}{f} \Rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

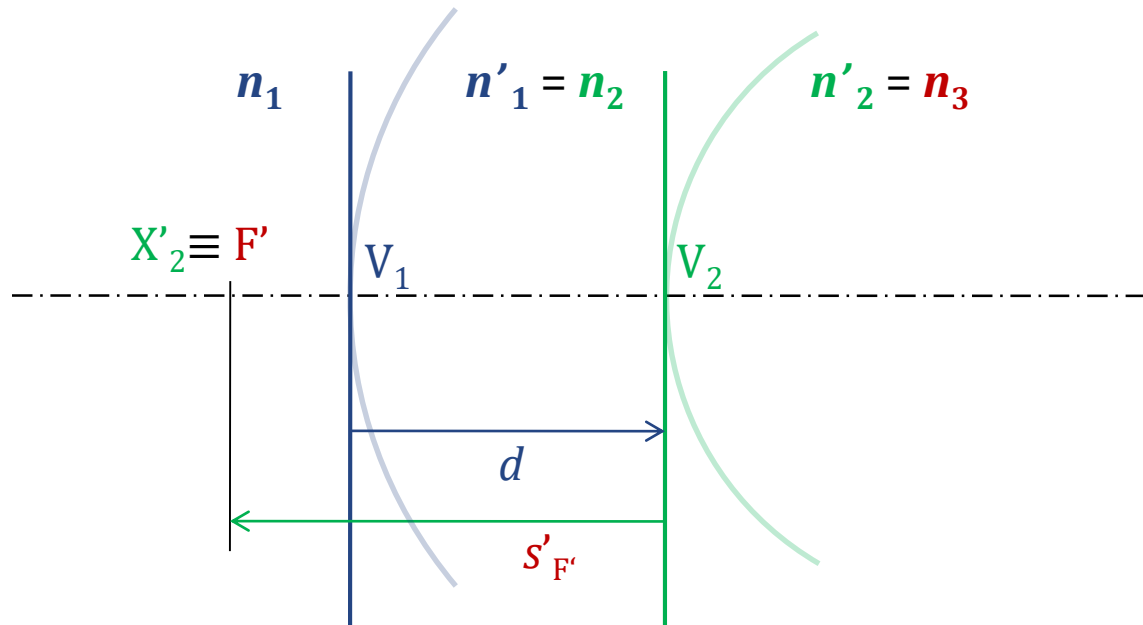


$$s_1(H) = s_1(F) - f = s_F - f = e \quad s'_2(H') = s'_2(F') - f' = s'_{F'} - f' = e'$$

$$e = + \frac{d}{n_2} \frac{\varphi'_2}{\varphi'_c} n_1$$

$$e' = - \frac{d}{n_2} \frac{\varphi'_1}{\varphi'_c} n_3$$

příklad: rozptylka

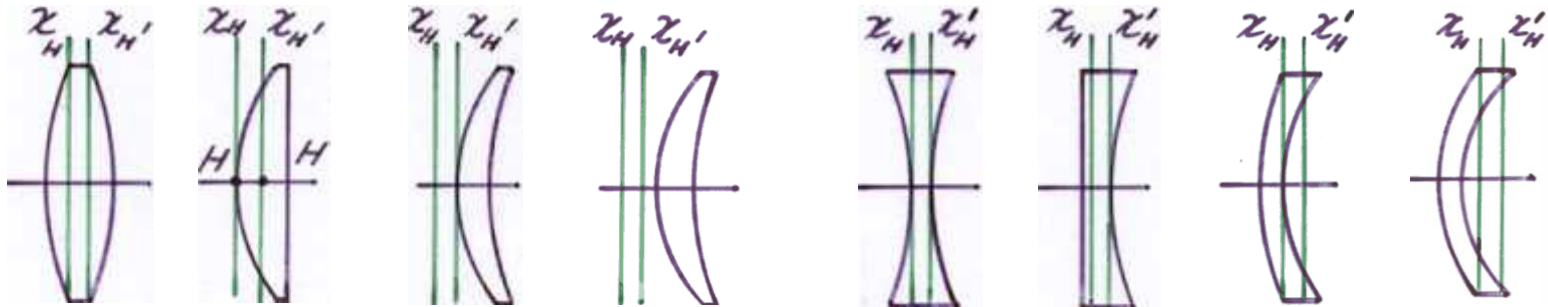


$$e = + \frac{d \varphi'_2}{n_2 \varphi'_c} n_1$$

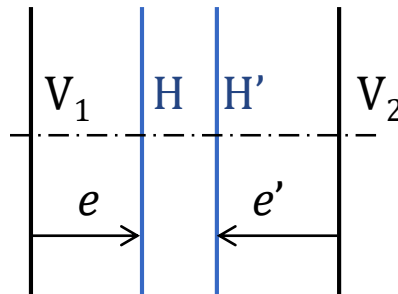
$$e' = - \frac{d \varphi'_1}{n_2 \varphi'_c} n_3$$

$$\frac{f'}{f} = - \frac{n'_k}{n_1}$$

polohy hlavních rovin u čoček



$$e = + \frac{d}{n_2} \frac{\varphi'_2}{\varphi'_c} n_1$$



$$e' = - \frac{d}{n_2} \frac{\varphi'_1}{\varphi'_c} n_3$$

vergence a korekce refrakční vady oka

emetropické oko (bez vady)

vidí ostře bod R v nekonečnu:

$$A'_R = A_R + \varphi'_O{}^E = 0 + \varphi'_O{}^E$$

ametropické oko (s refrakční vadou) vidí

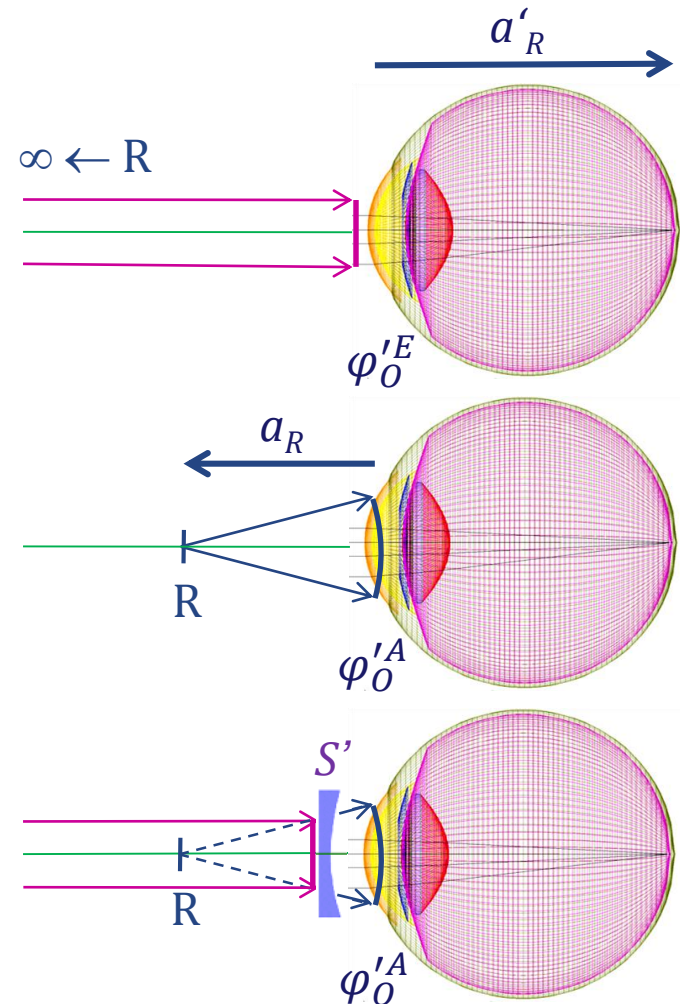
ostře bod R ve vzdálenosti a_R :

$$A'_R = A_R + \varphi'_O{}^A$$

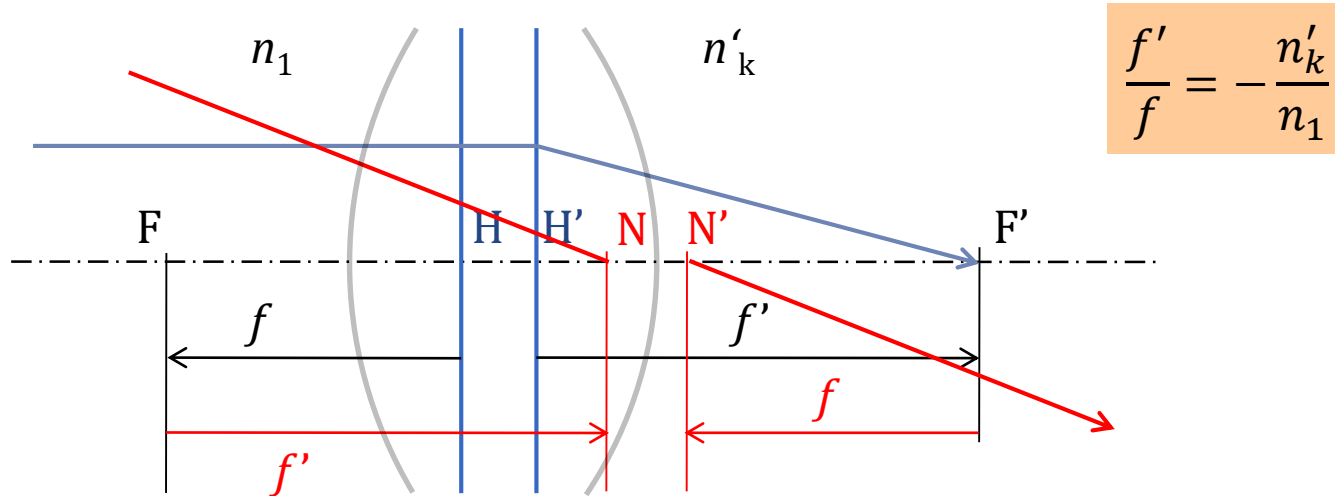
korekční čočka s vrcholovou lámavaostí

S' převádí svazek s vergencí 0 na svazek vstupující do oka s vergencí A_R , pokud platí:

$$A_R = \frac{S'}{1 - dS'}$$



uzlové body (k ploch)



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

sečné vzdálenosti od 1. plochy

$$s(N) = s(F) + f'$$

$$s(H) = s(F) - f$$

$$\begin{aligned} s(N) &= s(H) + f' + f \\ &= s(H) + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right) \end{aligned}$$

sečné vzdálenosti od plochy k

$$s'(N') = s'(F') + f$$

$$s'(H') = s'(F') - f'$$

$$\begin{aligned} s'(N') &= s'(H') + f' + f \\ &= s'(H') + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right) \end{aligned}$$

souhrn výpočetních možností

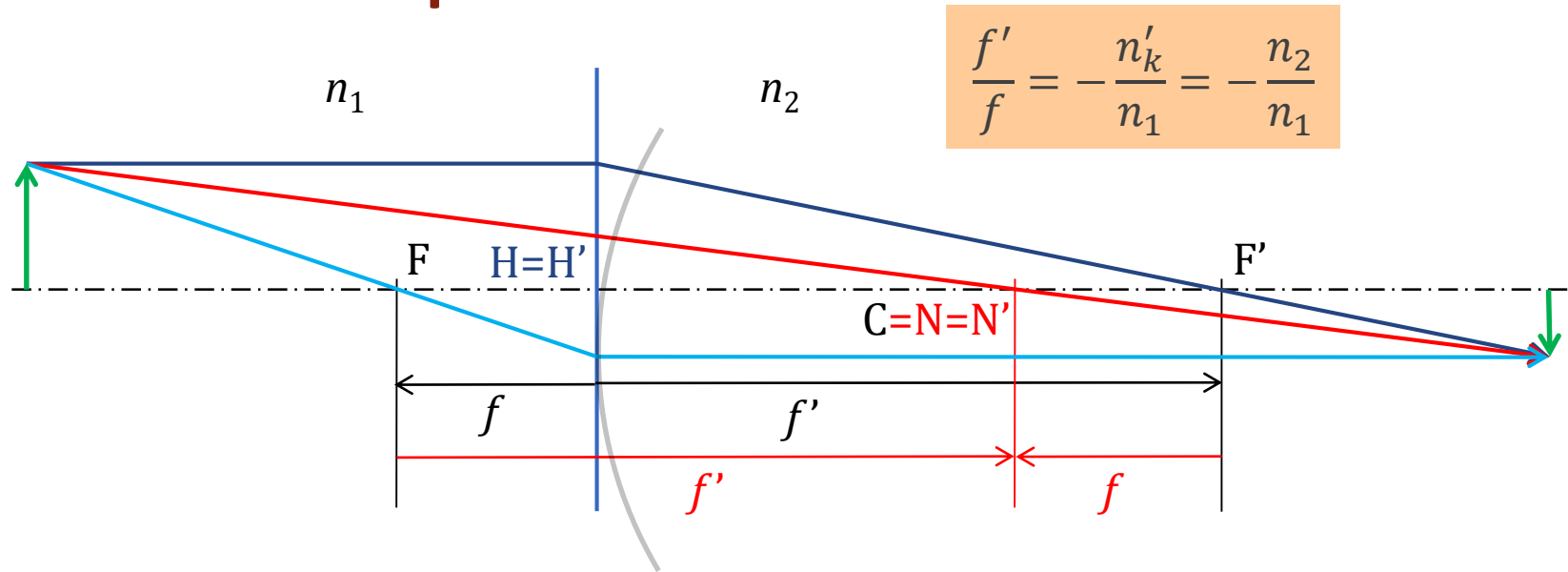
soustava se 2 plochami

- z indexů lomu a poloměrů křivosti ploch \rightarrow mohutnosti ploch (φ'_1, φ'_2)
- z mohutností ploch a jejich redukované vzdálenosti \rightarrow celková mohutnost soustavy (φ'_c , Gullstrandova rovnice) a ohniskové vzdálenosti (f, f') , polohy hlavních bodů vůči vrcholům ploch (e, e') , sečné vzdálenosti ohnisek $(s_F, s'_{F'})$
 \rightarrow **známe polohy ohnisek a hlavních bodů vůči vrcholům ploch**
- z polohy ohnisek vůči plochám a ohniskových vzdáleností
 \rightarrow **polohy uzlových bodů vůči vrcholům ploch**

soustava s k plochami

- z indexů lomu a poloměrů křivosti ploch \rightarrow (tabelárně) sečné vzdálenosti ohnisek od první a poslední plochy $(s_F, s'_{F'})$, ohniskové vzdálenosti (f, f') \rightarrow mohutnosti ploch $(\varphi'_1, \varphi'_2, \dots)$, polohy hlavních bodů vůči vrcholům první a poslední plochy (e, e') , polohy uzlových bodů vůči vrcholům první a poslední plochy
 \rightarrow **známe polohy ohnisek, hlavních a uzlových bodů vůči vrcholům ploch**

1 lámavá plocha



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1} = -\frac{n_2}{n_1}$$

$$s(H) = s(F) - f = 0$$

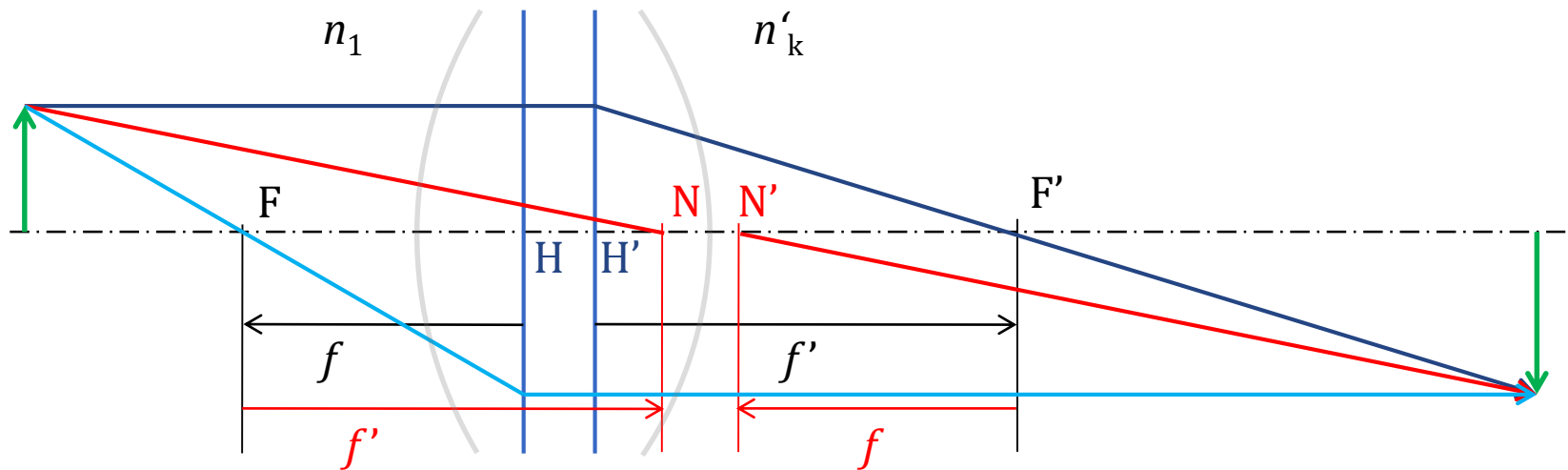
$$s'(H') = s'(F') - f' = 0$$

$$\begin{aligned} s(N) &= s(F) + f' \\ &= s(H) + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right) \\ &= f' \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = r \end{aligned}$$

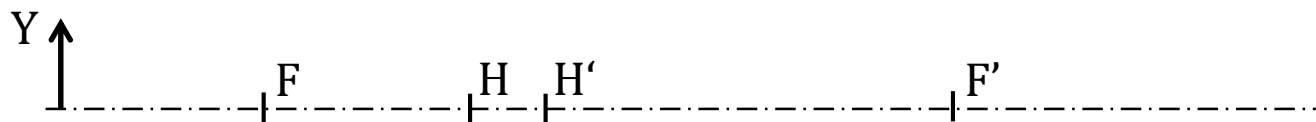
$$\begin{aligned} s'(N') &= s'(F') + f \\ &= s'(H') + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right) \\ &= f' \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = r \end{aligned}$$

konstrukce zobrazení (k ploch)

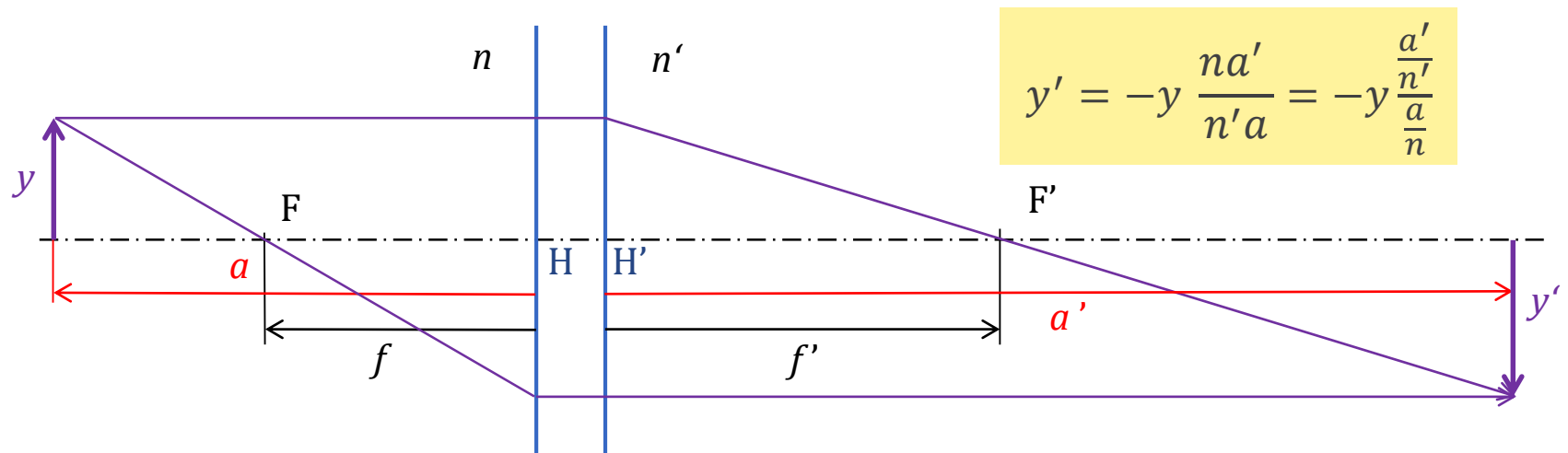
$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$



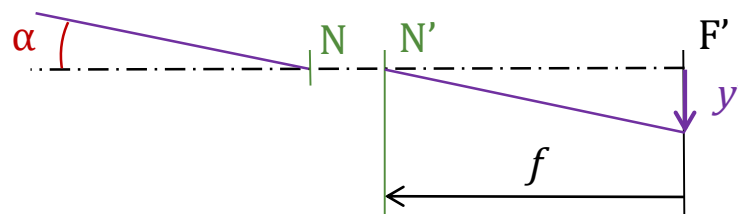
úlohy na konstrukci zobrazení



velikost zobrazení



$$y' = -y \frac{na'}{n'a} = -y \frac{a'}{a} \frac{n}{n'}$$



$$y' = -f \frac{y}{x} = -f \operatorname{tg} \alpha$$