Ústav fyzikálního inženýrství
Fakulta strojního inženýrství
VUT v Brně

GEOMETRICKÁ OPTIKA

Přednáška 7

Obsah

- Základy geometrické (paprskové) optiky

Základní body jedné kulové plochy.

Zvětšení.

Ohniskové vzdálenosti.

Osnova kurzu

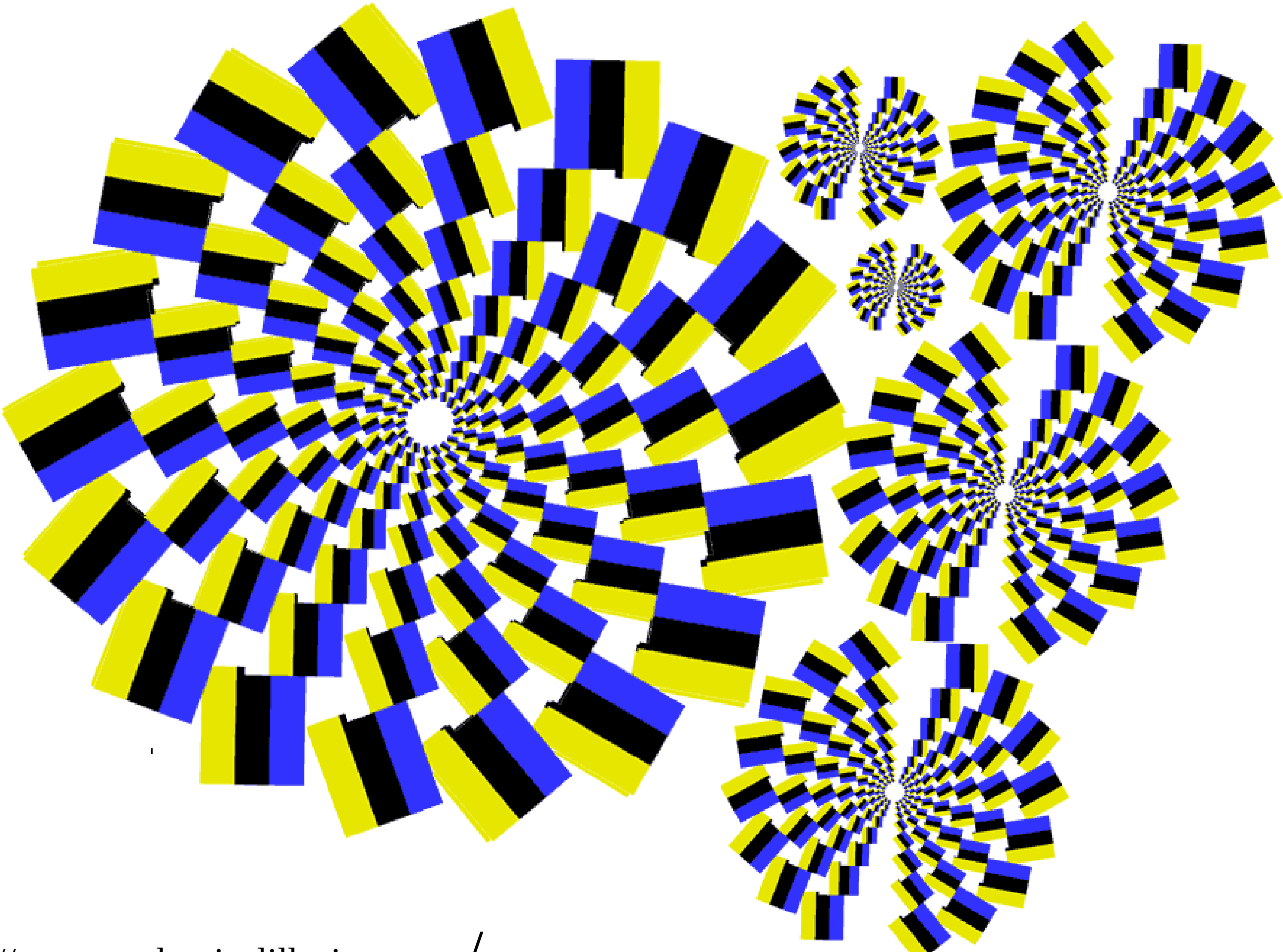
- **Geometrická optika – 1. semestr, 1/2**

1.Zákony geometrické optiky, index lomu prostředí, index lomu vzduchu, vzájemné vztahy. Fermatův princip, odvození zákona lomu a odrazu z tohoto principu.
2.Disperze, Abbéovo číslo, katalogy optických materiálů.
3.Planparalelní destička, hranol pro lom.
4.Minimální deviace, použití, optický klín.
5.Zobrazení kulovou plochou obecně a v paraxiálním prostoru.
6.Základní body jedné kulové plochy.
7.Zobrazení soustavou kulových ploch, polohy základních bodů soustavy, ohniskové vzdálenosti.
8.Zobrazovací rovnice (pro paraxiální prostor).
9.Zobrazení čočkou tenkou, reálné zobrazení čočkou tlustou.
10.Zobrazení soustavou čoček.
11.Omezení paprskových svazků v optické soustavě.
12.Maticová optika
13.Stručné zopakování probrané látky.
14.Písemný test.

Úvod

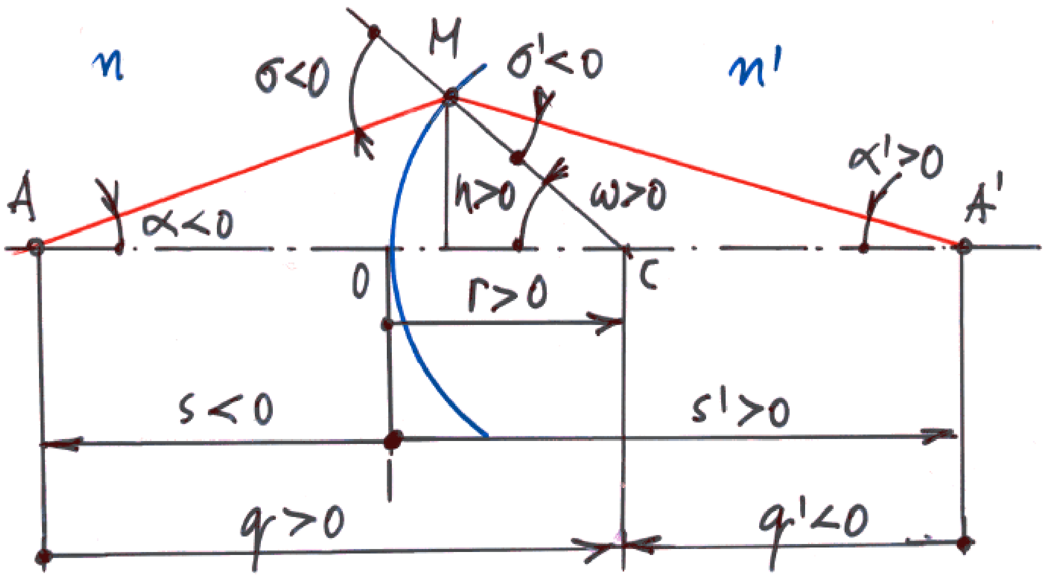
Audi, vide, tace, si vis vivere cum pace.

Poslouchej, dívej se a mlč, jestli chceš žít v klidu.



Zdroj: http://www.coolopticalillusions.com/

Optické zobrazení – Opakování
Lom paprsků sférickým rozhraním



Známe α, s hledáme α', s'

$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha, \qquad \sin\sigma' = \frac{n}{n'}\sin\sigma,$$

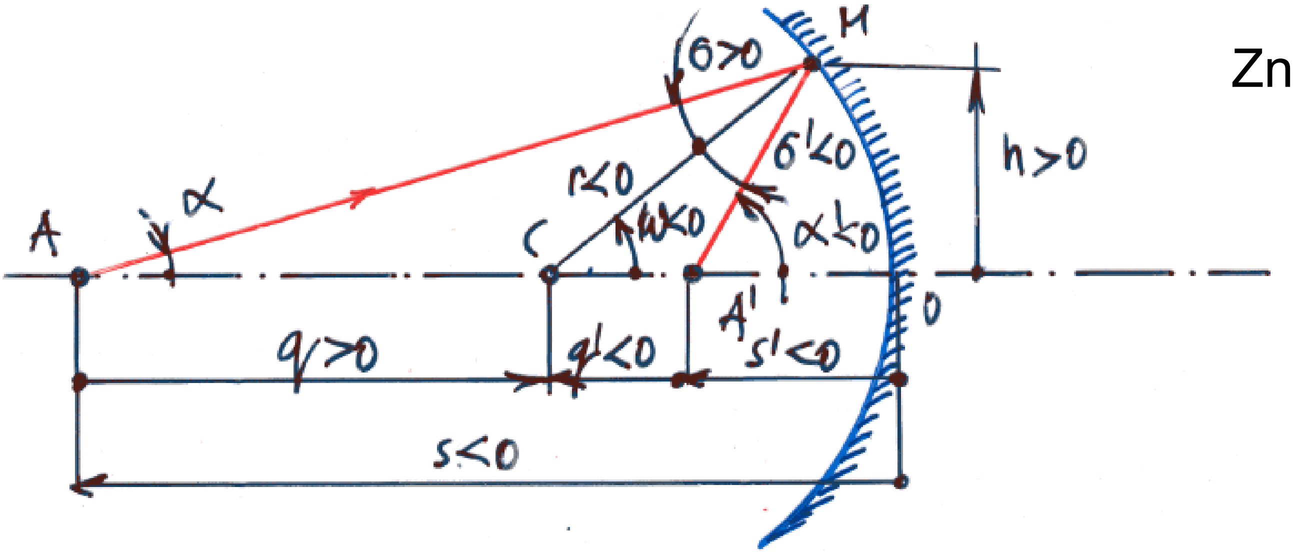
$$q = r - s, \qquad q' = r\frac{\sin\alpha'}{\sin\sigma'},$$

$$\alpha' = \alpha + \sigma' - \sigma, \qquad s' = r - q'.$$

Dopadová výška:

$$h = r\sin\omega = r\sin(\alpha' - \sigma') = r\sin(\alpha - \sigma).$$

Optické zobrazení - Opakování
Odraz paprsků od kulové plochy



Známe α, s hledáme α', s'

$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha,$$

$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha;\quad \sigma' = -\sigma;$$

$$q = r - s;\ q' = r\frac{\sin\sigma'}{\sin\alpha'};$$

$$\alpha' = \alpha + 2\sigma';\ s' = r - q'.$$

Porovnání s rovnicemi pro lom paprsku na kulové ploše:

$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha,\qquad \sin\sigma' = \frac{n}{n'}\sin\sigma,$$

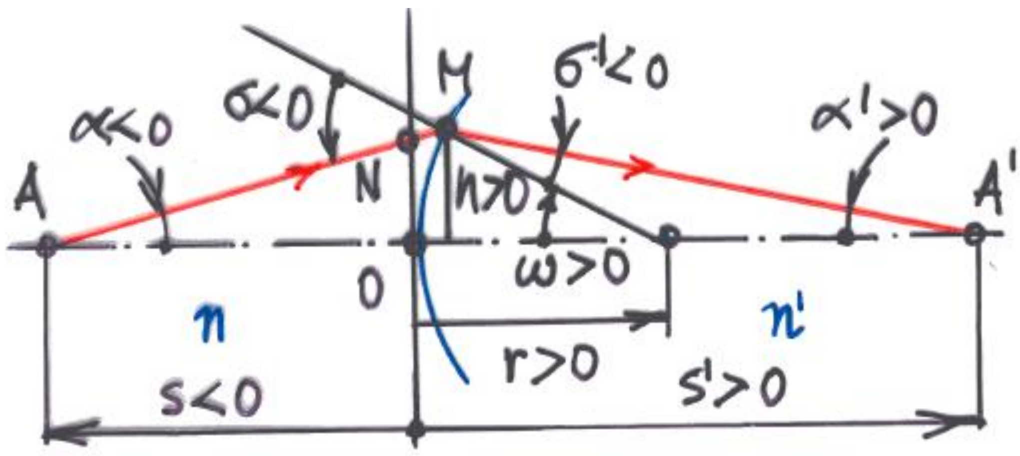
$$q = r - s;\qquad q' = r\frac{\sin\alpha'}{\sin\sigma'},$$

$$\alpha' = \alpha + \sigma' - \sigma,\qquad s' = r - q'.$$

Při odrazu platí:

$$n = n'.$$

Optické zobrazení - Opakování
Chod paraxiálních paprsků optickou soustavou



Paraxiálním paprskem je označován paprsek, který se šíří z osového bodu předmětu pod <u>malým úhlem</u> *α* a optickou soustavu protíná v <u>malé dopadové výšce</u> *h*.

$\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\alpha \approx \alpha,\ \cos\alpha \approx 1;$

$\sin\sigma \approx \sigma,\ \sin\sigma' \approx \sigma';$

NM ≈ 0, (bod na ploše je nahrazen bodem N na rovině kolmé k ose).

Snellův zákon: $n\sigma = n'\sigma'$.

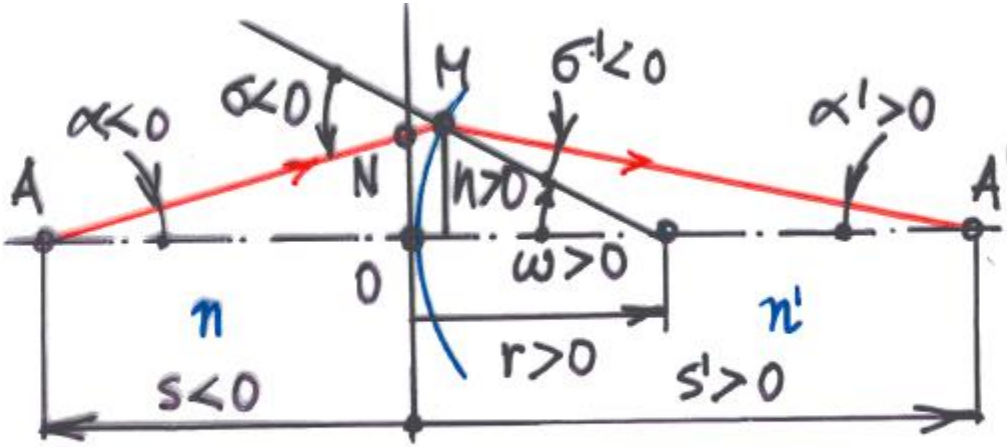
Z obrázku: $\sigma = \alpha - \omega;\ \sigma' = \alpha' - \omega.$

Po dosazení do Snellova zákona:

$$n(\alpha - \omega) = n'(\alpha' - \omega),$$

$$n\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right) = n'\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r}\right)$$ Invariant lomu.

Optické zobrazení - Opakování
Chod paraxiálních paprsků optickou soustavou



$$n\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{r}\right)=n'\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{r}\right)$$ Invariant lomu.

Rovnice pro zobrazení <u>lomem</u> na kulové ploše:

$$\boxed{\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}}.$$

Pro <u>odraz</u> n=n´: $$\boxed{\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{2}{r}}.$$

Pro $s\to-\infty$ je $s'=f'=\dfrac{n'r}{n'-n}$;

$s'\to\infty \qquad s=f=\dfrac{nr}{n-n'}$.

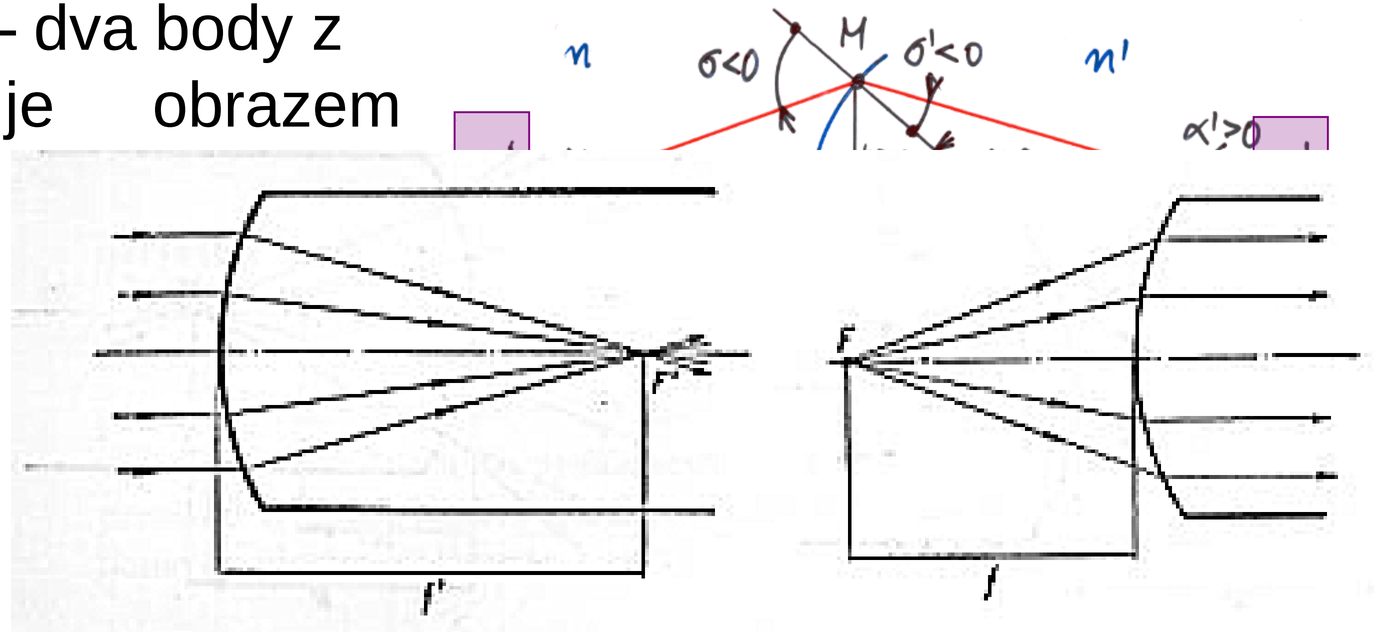
Platí $\dfrac{f'}{f}=-\dfrac{n'}{n}$; odkud

$$\boxed{\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f}=\Phi}$$ - optická mohutnost.

Pro odraznou plochu $f'=\dfrac{r}{2}$.

Optické zobrazení – Sdružené body

Sdružené body – dva body z nichž jeden je obrazem druhého.



Je-li bod *A* v nekonečnu, nazývá se sdružený bod *A´* **obrazovým ohniskem** a značí se ***F´***. V případě, že *A´* je v nekonečnu, nazývá se sdružený bod *A´* **předmětovým ohniskem** a značí se ***F***.

Pozn.: Je nutno jsi uvědomit, že ohniska ***F* a *F´* nejsou sdružené body** ale pro jednoduchost je ponecháno označení jako v případě sdružených bodů.

Optické zobrazení – Ohniska

Polohy ohnisek:

Pro $s \to -\infty$ je $s' = f' = s'_F = \dfrac{n'r}{n'-n}$;

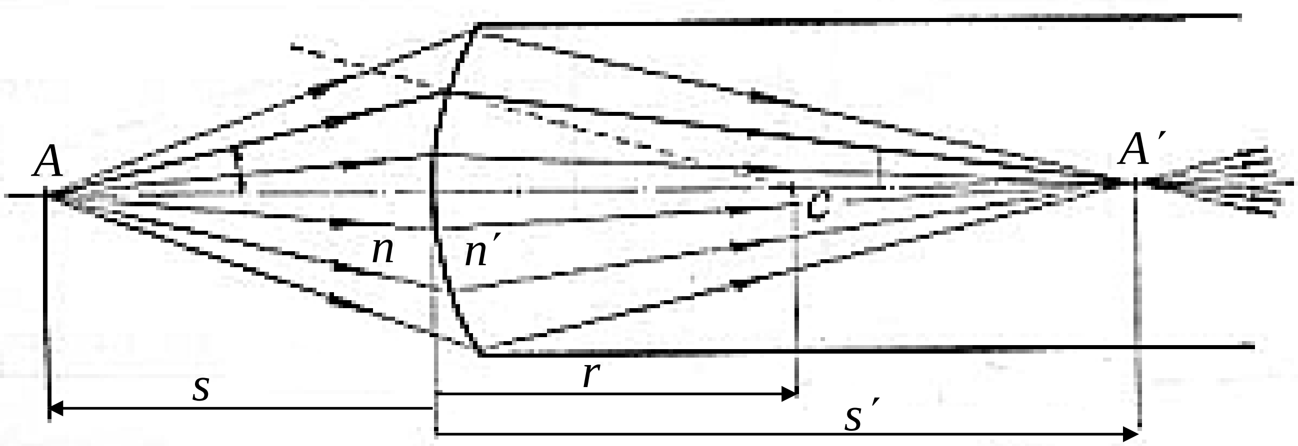
$s' \to \infty$ $\qquad s = f = s_F = \dfrac{nr}{n-n'}$.

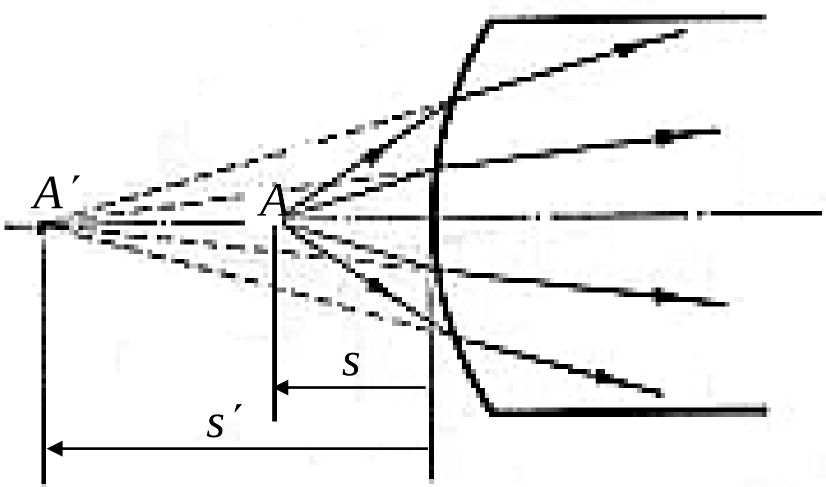
Příklad: pro n=1, n'=1,5 a r =10 mm je f= s_F= -20 mm; f'=$s_{F'}$= 30 mm

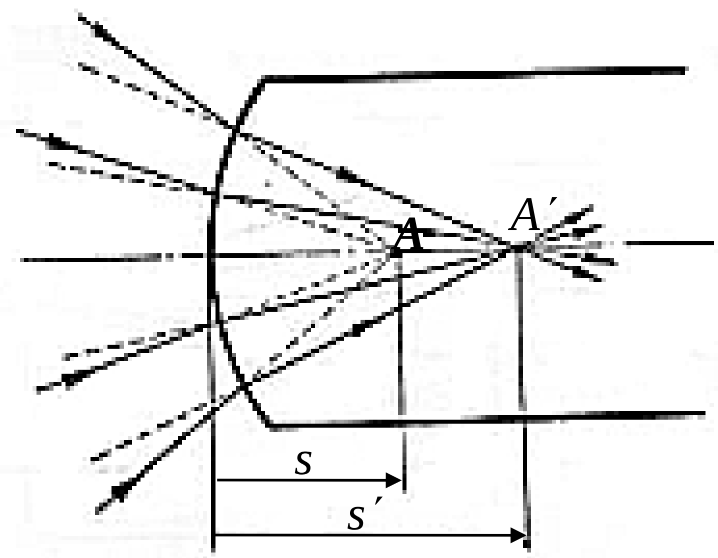
Paprsek dopadající rovnoběžně s osou prochází v obrazovým prostoru obrazovým ohniskem *F´*, a paprsek procházející předmětovým ohniskem *F* probíhá v obrazovém prostoru rovnoběžně s osou.

Těchto význačných paprsků využíváme ke konstrukci obrazu daného předmětu.

Optické zobrazení – Sdružené body

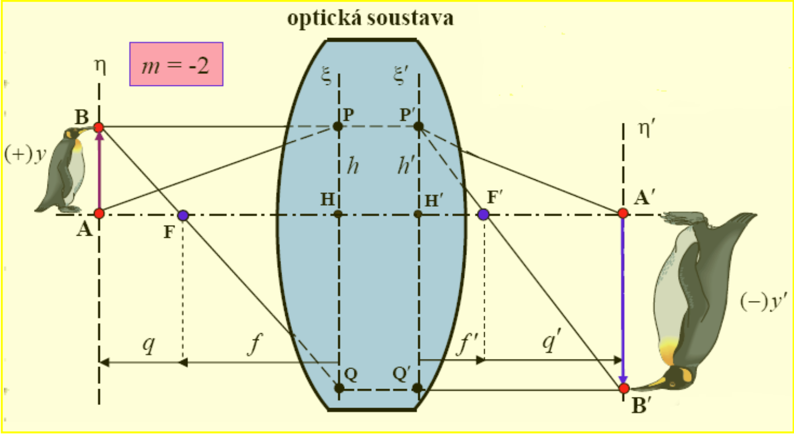


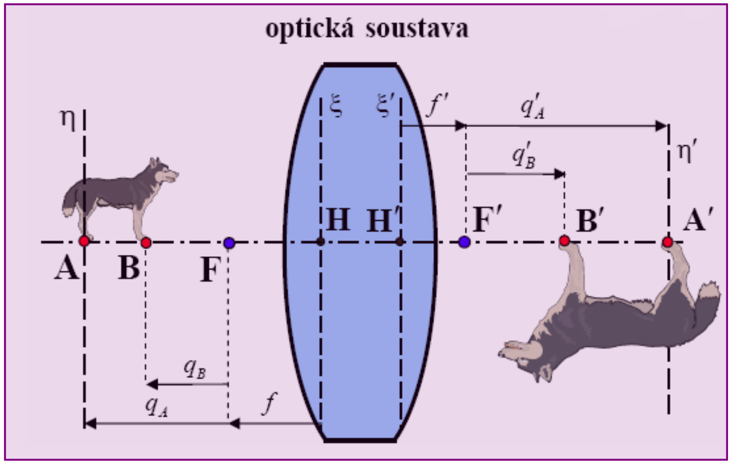


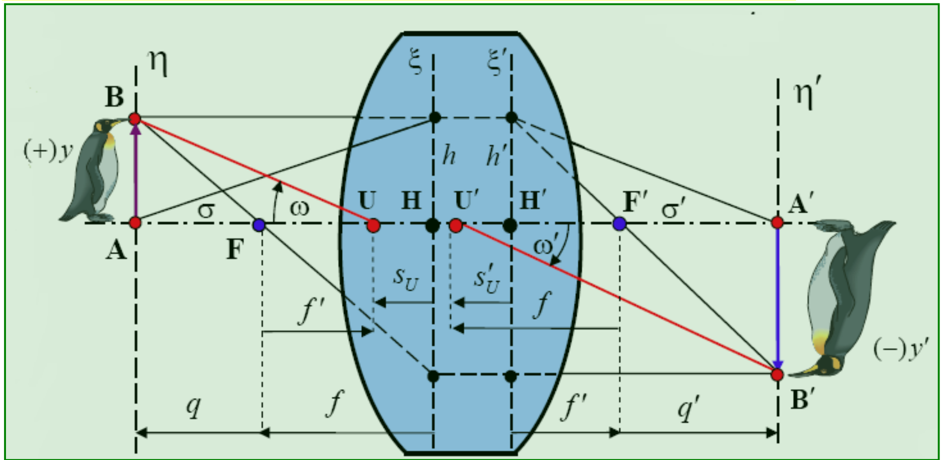


Optické zobrazení – Zvětšení

Zvětšení – Podíl dvou sdružených veličin nazýváme zvětšením optické soustavy. Největší (praktický) význam mají *podíl úseček kolmých k ose* (***příčné zvětšení***), *podíl úhlů, které svírají sdružené paprsky s optickou osou* (***úhlové zvětšení***) a *podíl úseček v ose* (***podélné*** nebo ***osové zvětšení***).

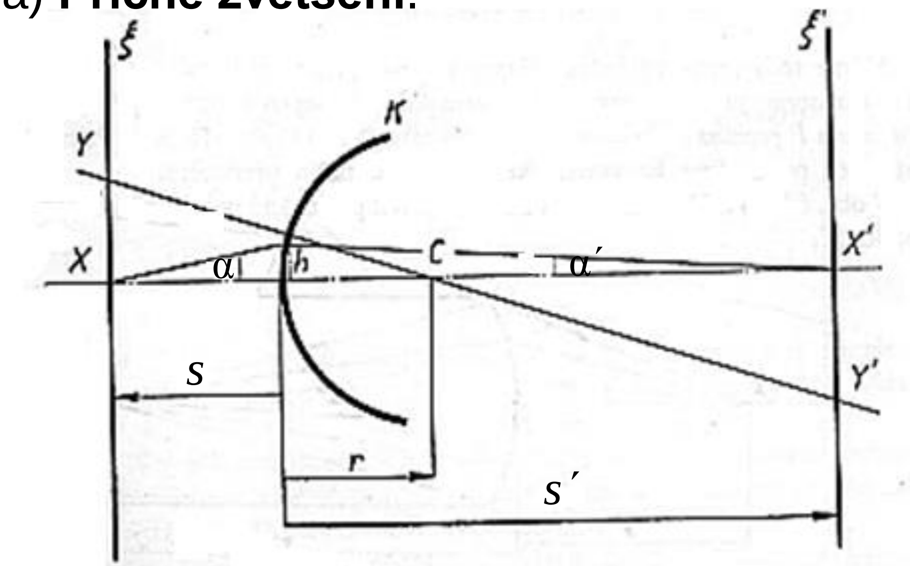






Optické zobrazení – Příčné zvětšení

a) **Příčné zvětšení**.

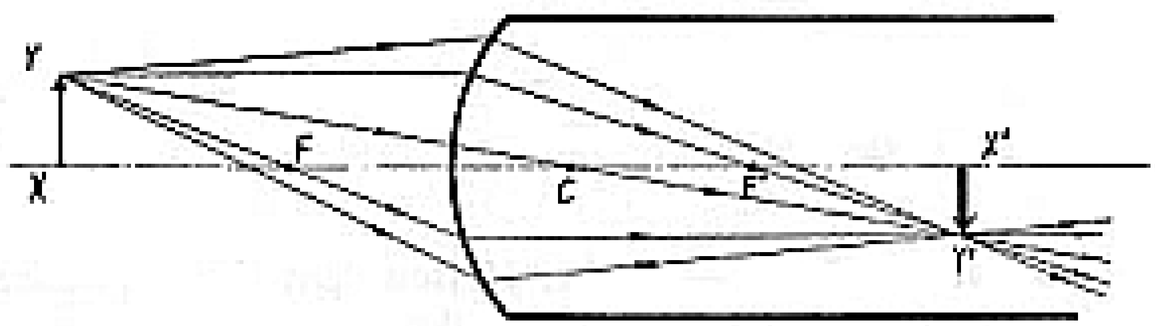


Označíme-li $y = \left|XY\right|, y' = \left|X'Y'\right|,$

nazýváme podíl $\beta = \dfrac{y'}{y},$

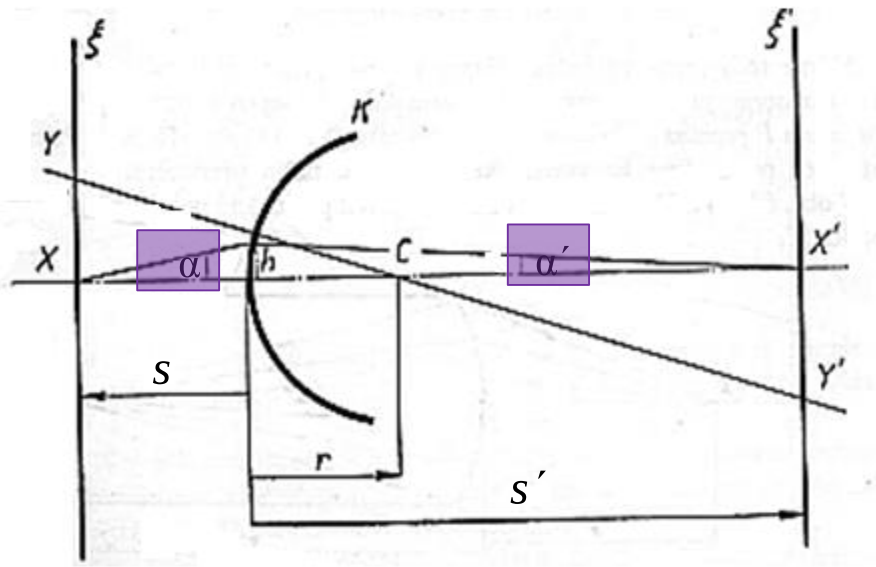
příčným zvětšením. Když sledujeme paprsek který je veden bodem Y a prochází středem lámavé plochy (tento paprsek dopadá kolmo na lámavou plochu a neláme se), pak z podobnosti trojúhelníků XYC a CX´Y´ plyne:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'-r}{s-r}, \quad \text{využitím: } \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r} \quad \text{dostaneme: } \beta = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}.$$



Optické zobrazení – Úhlové zvětšení

b) **Úhlové zvětšení**.



Podle definice $\boxed{\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha}}$.

Je-li *h* dopadová výška paprsků,

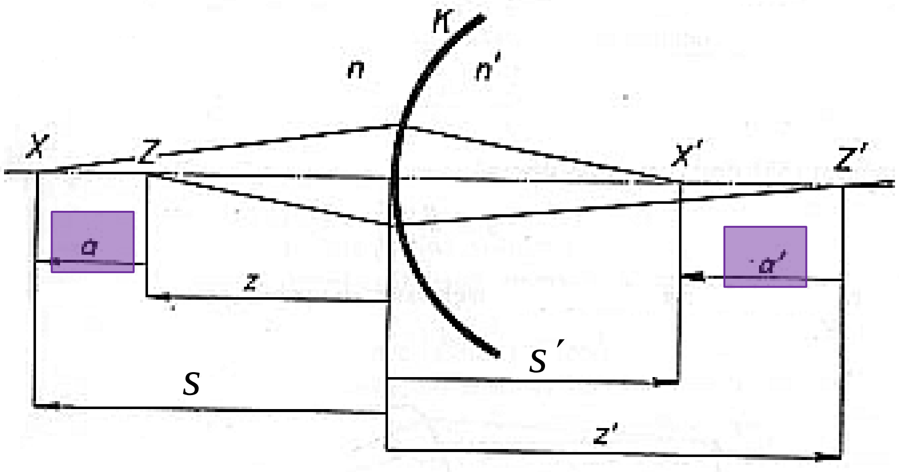
$$\alpha = \frac{h}{s}, \alpha' = \frac{h}{s'},$$

a po dosažení:

$$\gamma = \frac{s}{s'}, \quad \text{nebo} \quad \gamma = \frac{n}{n'}\frac{1}{\beta}.$$

Optické zobrazení – Podélné zvětšení

c) Podélné (osové) zvětšení.



Jsou dány dva páry sdružených bodů X, X´ a Z, Z´ lámavé plochy K; podíl

$$\boxed{\alpha = \frac{z' - s'}{z - s} = \frac{a'}{a}},$$

se nazývá osovým zvětšením. Poněvadž:

$$s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} + \frac{n' - n}{r}}, z' = \frac{n'}{\frac{n}{z} + \frac{n' - n}{r}},$$

dostaneme: $z' - s' = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}\frac{z'}{z}(z - s)$, a tak $\alpha = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}\frac{z'}{z}$.

platí: $\alpha = \frac{n'}{n}\beta_X\beta_Z$, a jsou-li úsečky na ose malé, pro příčná zvětšení platí $\beta_X \approx \beta_Z \approx \beta$,

a $\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2$.

Optické zobrazení
Základní body optické soustavy

- Pro charakteristiku optické soustavy jsou důležité dvojice sdružených hodnot, v nichž zvětšení nabývají význačných hodnot, tj. 0, ∞, ±1. Praktický význam mají tyto dvojice:

$\beta=0$ – předmětový bod v někonečnu – obrazové ohnisko *F´*,
$\beta\rightarrow\infty$ – předmětové ohnisko *F* – obrazový bod v nekonečnu,
$\beta=+1$ – hlavní body (*H*, *H´*)*
$\gamma=+1$ – uzlové body (*N*, *N´*)*

- Ohniska, hlavní a uzlové body se nazývají základní body optické soustavy, roviny jdoucí těmito body kolmo k optické ose soustavy se nazývají roviny ohniskové, hlavní a uzlové.

- Optická soustava je úplně charakterizována, známe-li polohy ohnisek a polohy hlavních nebo uzlových bodů.

* V některé literatuře se zavádějí taky záporné hlavní a uzlové body s $\beta=-1$ a $\gamma=-1$.

Optické zobrazení
Základní body optické soustavy

Pro hlavní body, tj. β=+1 z rovnice $\beta = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}$ vyplývá $\frac{n}{s} = \frac{n'}{s'}$,co vede na

$$s_H = s'_H = 0$$

tj. **v případě jedné lámavé plochy hlavní body splývají s vrcholem *S* lámavé plochy**.

Pro uzlové body, tj. γ=1 plyne z rovnice $\gamma = \frac{s}{s'}$: *s´* = *s*, takže ze zobrazovací rovnice $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$ obdržíme $s'_N = s_N = r$.

tj. **v případě jedné lámavé plochy uzlové body splývají se středem *C* lámavé plochy**.

Optické zobrazení
Ohniskové vzdálenosti

Vzdálenost **předmětového ohniska** *F* od **předmětového hlavního** bodu *H* se nazývá **předmětovou ohniskovou vzdáleností** a značí se *f*.

Vzdálenost **obrazového ohniska** *F´* od **obrazového hlavního bodu** *H´* se nazývá **obrazovou ohniskovou vzdáleností** a značí se *f´*.

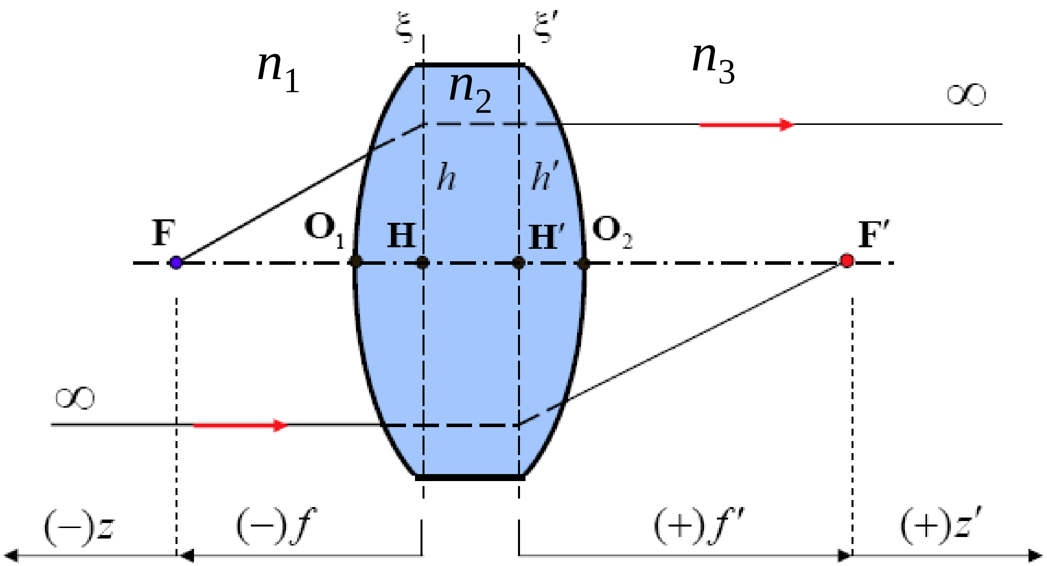
$$f = \overline{HF};\ \ f' = \overline{H'F'}$$

Pozn.: Je nutno zdůraznit že úsečky *f* a *f´* **nejsou sdružené**.

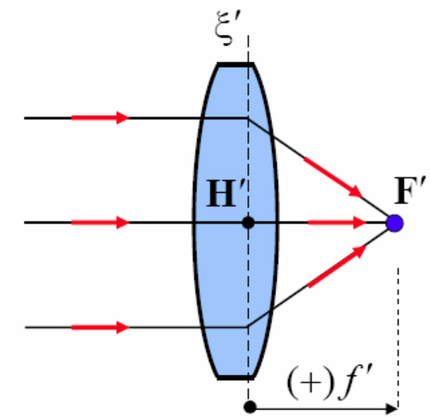
Poněvadž **v případě jedné lámavé plochy** splývají hlavní body jejím vrcholem, *S*, je $f = s_F = \overline{SF};\ \ f' = s'_f = \overline{SF'}$.

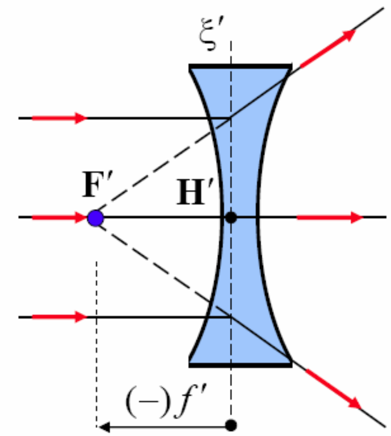
Optické zobrazení
Ohniskové vzdálenosti

Je-li obrazová ohnisková vzdálenost kladná, tj. pořadí ohnisek a hlavních bodů je F → H → H´ → F´ nazývá se lámavá plocha **spojnou**.



Zdroj: http://webfyzika.fsv.cvut.cz/





Je-li obrazová ohnisková vzdálenost záporná, tj. pořadí ohnisek a hlavních bodů je F´ → H´ → H → F nazývá se lámavá plocha **rozptylnou**.