



Ústav fyzikálního inženýrství
Fakulta strojního inženýrství
VUT v Brně

GEOMETRICKÁ OPTIKA

Přednáška 3

Obsah

Optické zobrazení

- Omezení paprskových svazků v optické soustavě.
 - Pupila soustavy.
 - Vymezení svazků.
 - Aperturní clona.
 - Hlavní a aperturní paprsek.
 - Vignetace.
- Základní charakteristika optické soustavy I.
 - Zobrazení předmětů umístěných v konečné (blízké) vzdálenosti.
 - Zobrazení předmětů umístěných v nekonečné vzdálenosti.
 - Hloubka zobrazení.
 - Hloubka zaostřování.
 - Telecentrický chod hlavních paprsků.

Úvod



Nikon Small World Competition

First Place, 1977 Competition

James W. Smith

Independence, Ohio, USA

Crystals of rutile (titanium dioxide) and tridymite

(a polymorph of quartz) in a cobalt-rich glass (350x)

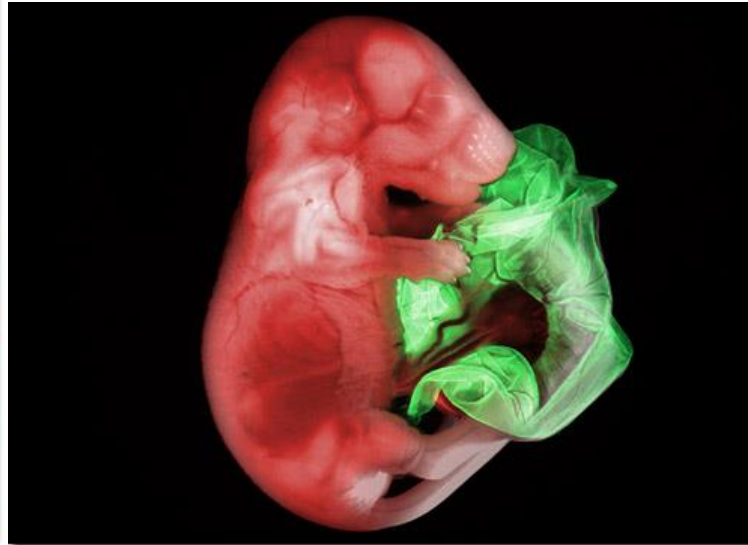
Combined oblique illumination and reflected light

Nomarski Interference Contrast

Utrpení je ten nejrychlejší kůň na cestě k poznání.

/Španělské přísloví/

Zdroj: <http://cs.wikiquote.org/>



First Place, 2007 Competition, Gloria Kwon

Memorial Sloan-Kettering Insititute

New York City, New York, USA

Double transgenic mouse embryo,

18.5 days (17x)

Brightfield, Darkfield, Fluorescence

Zdroj: <http://www.microscopyu.com/> 3

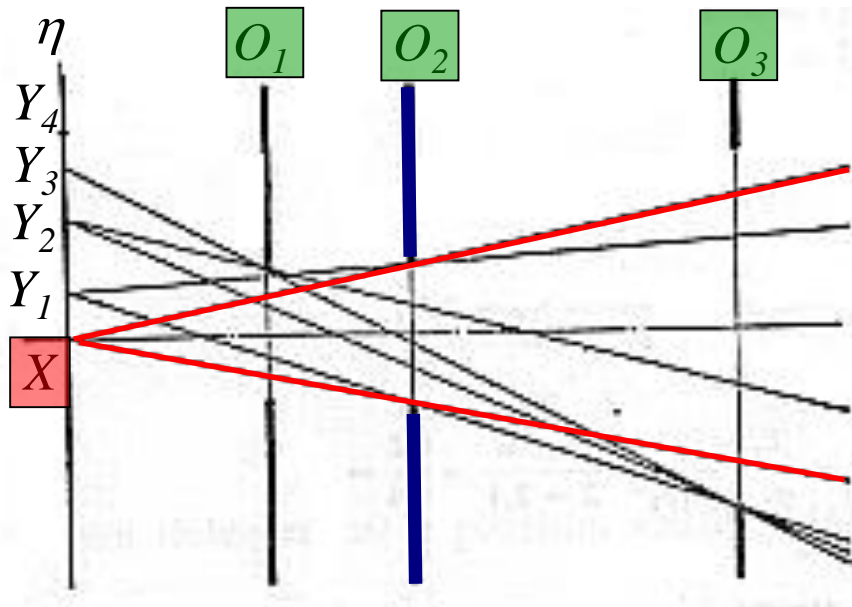
Omezení paprskových svazků v optické soustavě

- Zobrazení v paraxiálním prostoru – není přihlíženo k příčným rozměrům optické soustavy.
- V případě **skutečného zobrazení** – tj. **zobrazení mimo paraxiální prostor** je nutno studovat vliv ohraničení svazku a řadu vlastností odtud vyplývajících:
 - ***Hloubku zobrazovaného prostoru v závislosti na otvoru paprskových svazků vstupujících do soustavy.***
 - ***Aberační vlastnosti tj. strukturu svazků vycházejících z optické soustavy.***
 - ***Energetiku světelných svazků.***
 - ***Ohybové vlastnosti vyvolané vlnovou povahou světla.***

Příčiny omezení paprskových svazků

- Paprskové svazky jsou ohraničeny buď objímkami čoček (zrcadel) nebo zvláštními clonami.
- Dva způsoby ohraničení:
 - *Ohraničení týkající se **otvoru (apertury) svazků.***
 - *Ohraničení týkající se velikosti zobrazovaného předmětu neboli **zorného pole.***

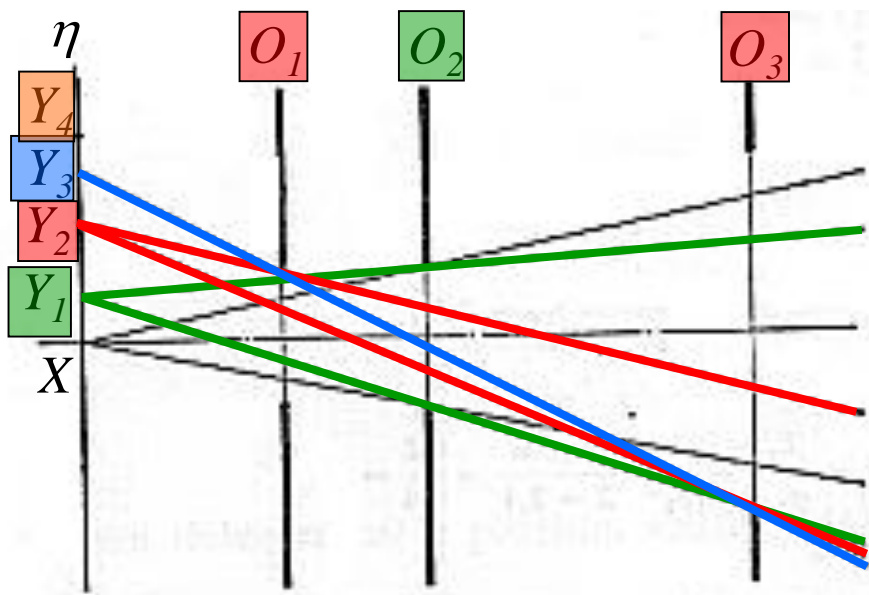
Optické zobrazení – Omezení paprskových svazků – pupila soustavy



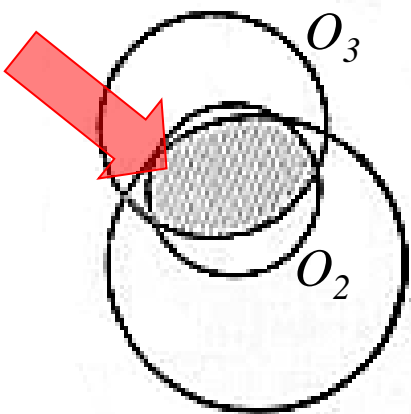
- $O_1, O_2, O_3 \dots$ – soustava osově symetrických kruhových otvorů,
- hledáme paprsky které projdou otvory a procházejí zvoleným bodem X .
- Určíme je, promítneme-li všechny otvory z bodu X .
- Pro bod X na ose je promítací kužel rotační, tedy také kužel vymežující paprsky jež soustavou projdou.

- Základnou tohoto kužele je otvor, který se jeví z bodu X nejmenší; nazývá se **pupila soustavy otvorů** pro uvažovaný osový bod X (O_2).
- Změní-li bod X na ose svou polohu, může se stát pupilou jiný otvor; je-li např. X v nekonečnu, je pupilou otvor O_1 a promítací kužel prochází v tomto případě ve válec.

Optické zobrazení – Vymezení svazků

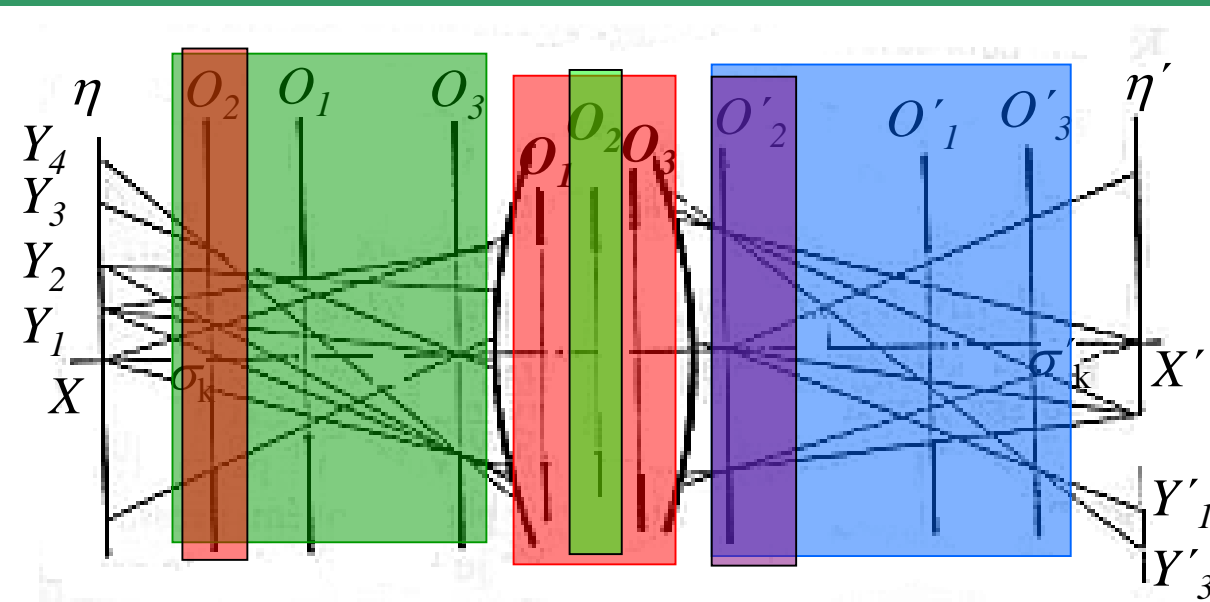


- Rovina η procházející bodem X je kolmá k optické ose; pro paprskový kužel vycházející z bodu Y_1 , jehož vzdálenost od X je malá, je O_2 opět základnou.
- Vzdaluje-li se bod na ose v uvažované rovině, projeví se vliv ostatních otvorů.
- Paprskový svazek vycházející z bodu Y_2 je omezen otvory O_1 a O_3 jeho základnou je jenom část pupily.



- Svazek se redukuje na jediný paprsek pro bod Y_3 .
- Z paprsků svazku vycházejících z bodu Y_4 neprojde ani jediný soustavou kruhových otvorů.

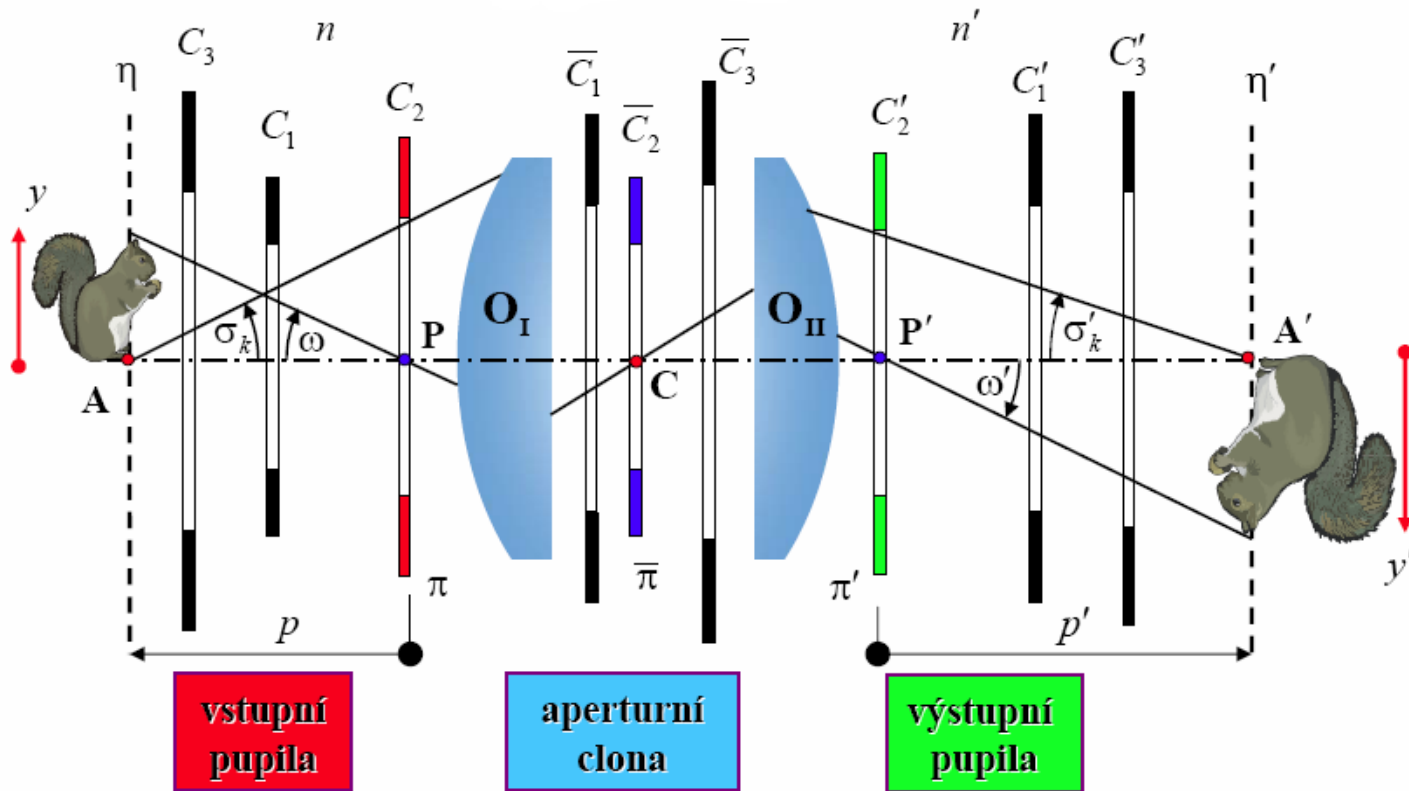
Omezení paprskových svazků – pupila soustavy



- Zobrazíme-li u o optické soustavy všechny objímky čoček a clony do prostoru předmětového resp. objektového předcházejícími resp. následujícími čočkami, dostaneme v obou prostorech řadu centrovaných kruhových otvorů.

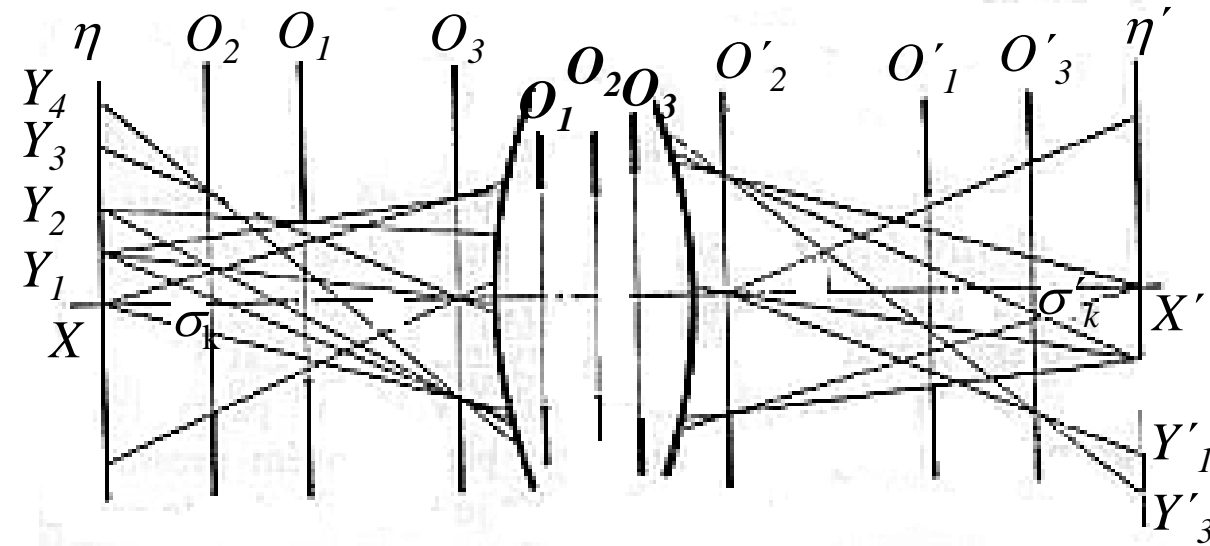
- Pupila v prostoru předmětovém resp. obrazovém se nazývá vstupní pupila resp. výstupní pupila optické soustavy.
- Příslušný skutečný otvor v soustavě se nazývá clona otvorová nebo aperturní.

Aperturní clona, vstupní a výstupní pupila



- **Aperturní clona** – omezuje nejvíce svazek paprsků z osového bodu předmětu.
- **Vstupní pupila** – je obrazem aperturní clony vytvořeného částí O_I .
- **Výstupní pupila** – je obrazem aperturní clony vytvořeného částí O_{II} .

Omezení paprskových svazků – apertura, aperturní paprsky



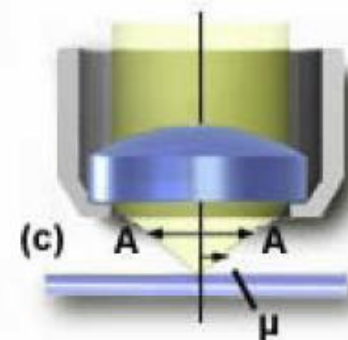
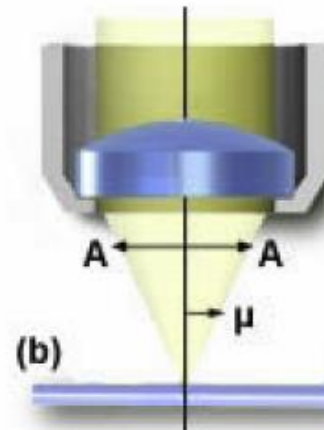
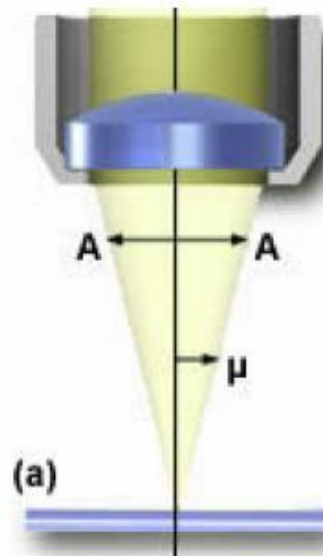
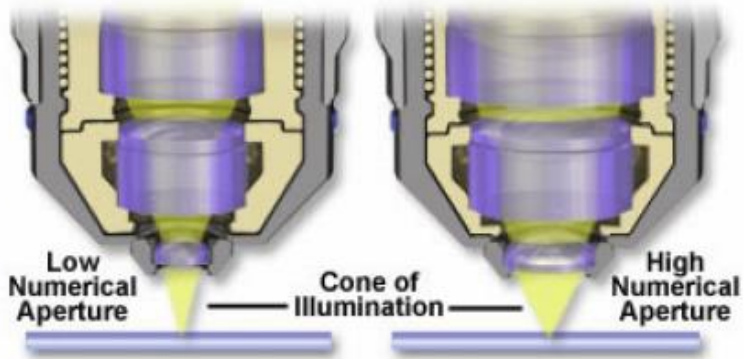
- Úhel $2\sigma_k$ paprskového kužele, jehož základnou je vstupní pupila, nazývá se **otvorový (aperturní) úhel** soustavy pro bod X ; hodnota $\sin \sigma_k$ se nazývá **číselný otvor** nebo **číselná (numerická) apertura** soustavy.

- Paprsky jdoucí bodem X se nazývají **paprsky otvorové (aperturní)**.

Numerická apertura mikroskopového objektivu

numerická apertura mikroskopového objektivu

Numerical Aperture Comparison



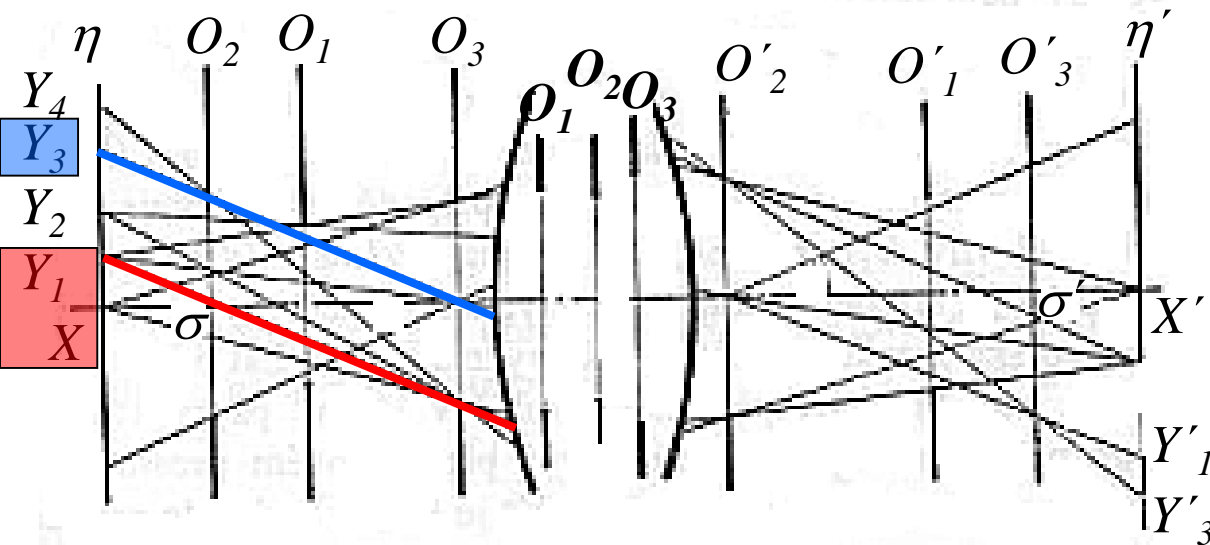
$$NA = (n)\sin(\mu)$$

(a) $\mu = 7^\circ$ NA = 0.12

(b) $\mu = 20^\circ$ NA = 0.34

(c) $\mu = 60^\circ$ NA = 0.87

Omezení paprskových svazků – hlavní paprsky, vignetace



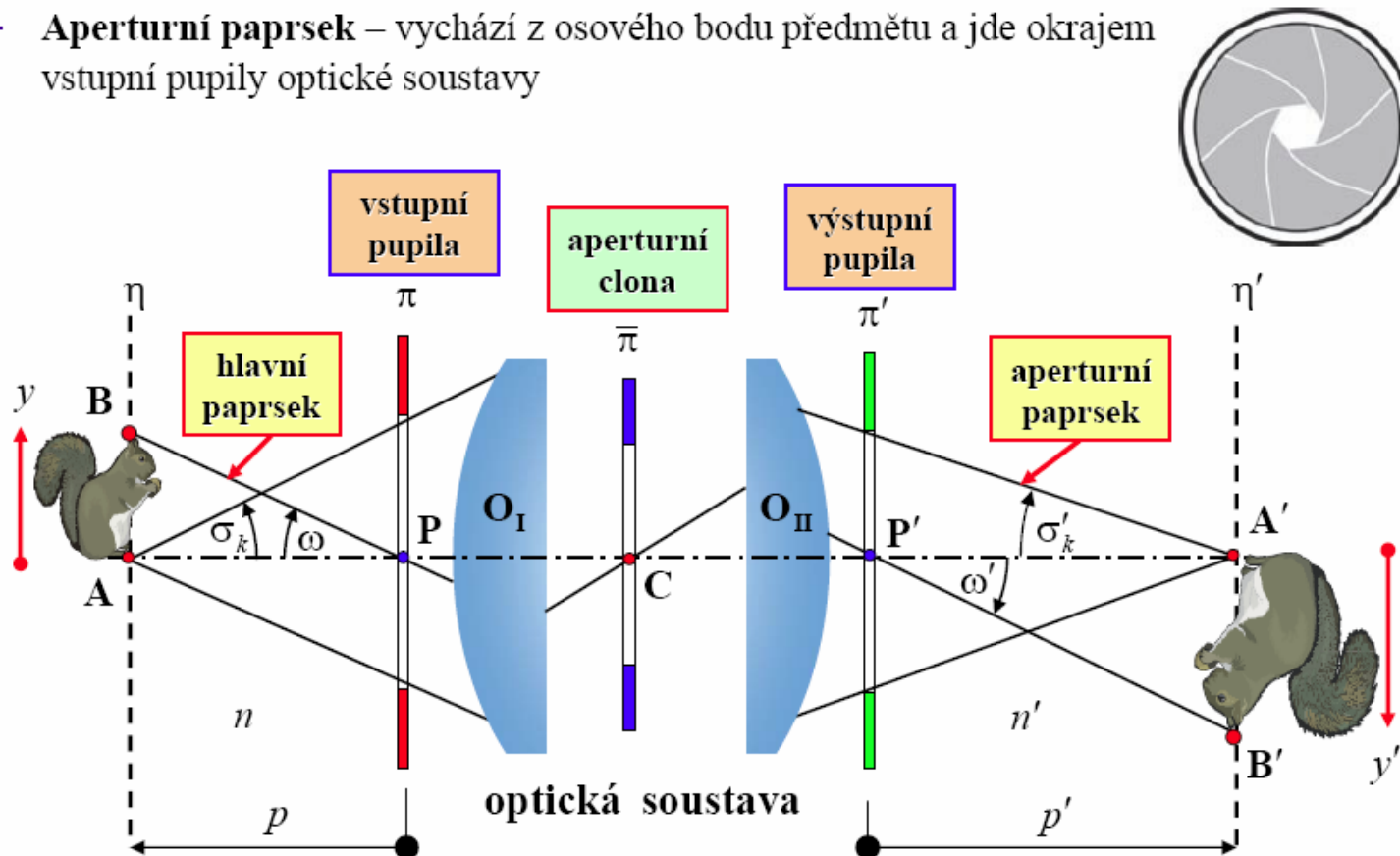
- Každý paprskový svazek vycházející z bodů předmětové roviny mezi X a Y_1 tvoří kužel, jehož podstavou je celá vstupní pupila.
- Osy těchto svazků procházejí **osou vstupní pupily** a nazývají se **paprsky hlavní**.
- Pro body ve větší vzdálenosti než Y_1 se projevuje vliv jiných clon a nastává **odclonění (vignetace)**. Osa svazku neprochází již středem vstupní pupily, hlavní paprsky přestávají být středovými paprsky svazků a ztrácejí svůj význam.
- Největší odclonění pro bod Y_3 , paprs. kužel přechází v jediný paprsek (**kraj zor. pole**).
- V obr. prostoru bod Y'_3 je krajní bod kde je osvětlení různé od nuly.

Pupily optické soustavy, hlavní a aperturní paprsek

Pupily optické soustavy

pupily omezují množství světla, které projde optickou soustavou

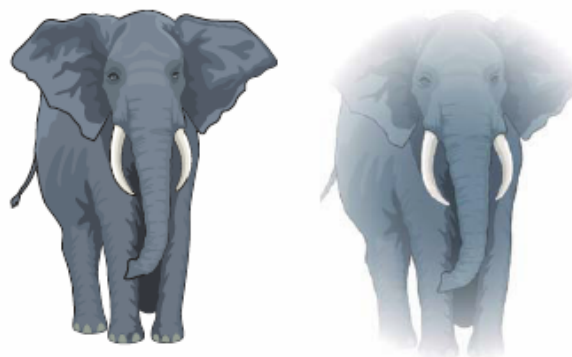
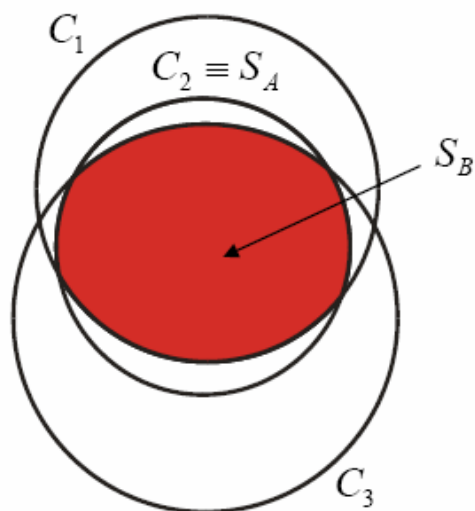
- ✦ **Hlavní paprsek** – vychází z mimoosového bodu předmětu a jde středem vstupní pupily optické soustavy
- ✦ **Aperturní paprsek** – vychází z osového bodu předmětu a jde okrajem vstupní pupily optické soustavy



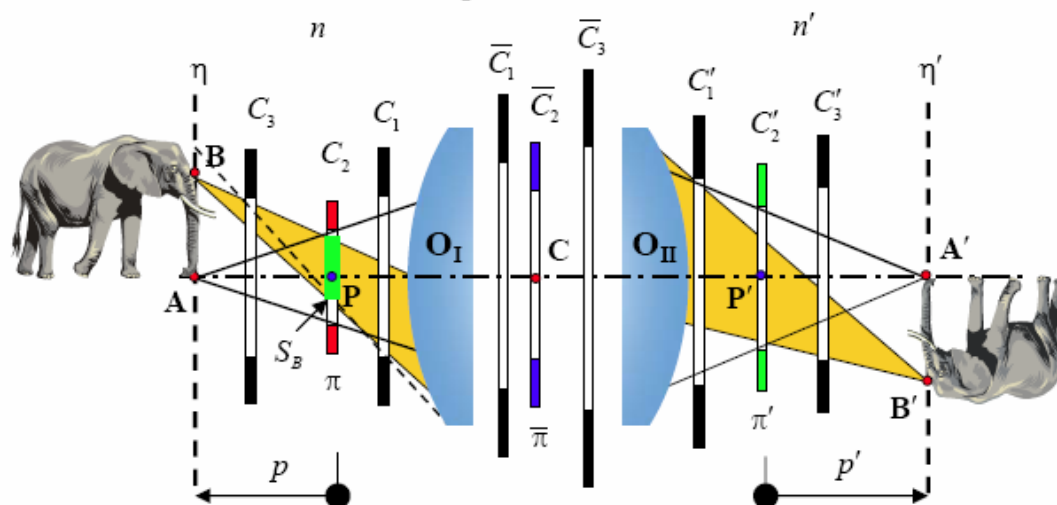
Optické zobrazení – Vignetace

Vignetace (odclonění):

✦ vignetace ovlivňuje množství světla, které projde optickou soustavou



optická soustava

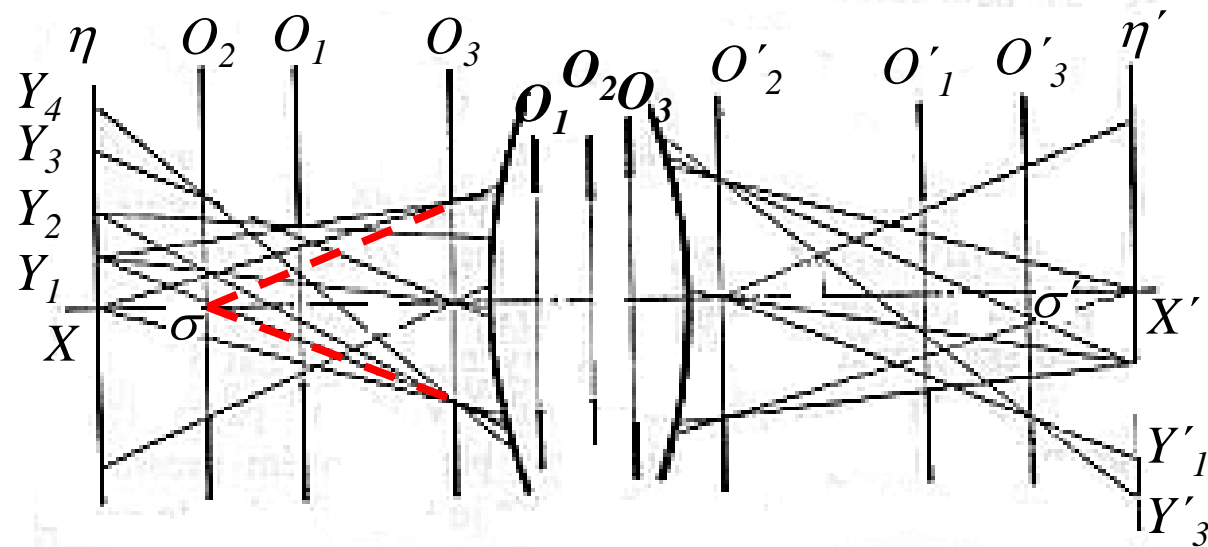


koeficient vignetace:

$$K_{\omega} = \frac{S_B}{S_A}$$

Omezení paprskových svazků – vstupní/výstupní průhled

V praxi:



- Volíme clonu zorného pole tak, aby **vstupní průhled splýval s předmětovou rovinou**.
- Toho se dosáhne **umístěním clony v rovině skutečného obrazu**.
- V tomto případě je zorné pole **ostře ohraničeno**.
- Za okraj prakticky upotřebitelného zorného pole volíme bod mezi Y_3 a Y_1 , aby příslušný paprskový svazek měl dostatečný otvor, tj. aby pokles osvětlení v obrazové rovině na okraji nebyl značný vzhledem ke střední oblasti pole.

Zobrazení vztažené na pupily – Gullstrandova zobrazovací rovnice - Opakování

Zobrazovací rovnice **Gullstrandova**, $\beta_z = \frac{D'}{D}$, kde D a D' jsou průměry **vstupní a výstupní** pupily.

$$\frac{D'^2 f'}{z'} + \frac{D^2 f}{z} = DD'; \quad \beta = -\frac{f}{f'} \frac{D}{D'} \frac{p'}{p}, \quad \text{nebo} \quad \frac{n'_j D'^2}{z'} - \frac{n_1 D^2}{z} = \frac{n'_j}{f'} DD'; \quad \beta = \frac{n_1}{n'_j} \frac{D}{D'} \frac{z'}{z}.$$

v případě $n_j=n_1$ a $\beta>0$ dostáváme:

$$\frac{D'^2}{z'} - \frac{D^2}{z} = \frac{DD'}{f'}; \quad \beta = \frac{D}{D'} \frac{z'}{z},$$

a v případě $n_j=n_1$ a $\beta<0$:

$$\frac{D'^2}{z'} - \frac{D^2}{z} = -\frac{DD'}{f'}; \quad \beta = -\frac{D}{D'} \frac{z'}{z}.$$

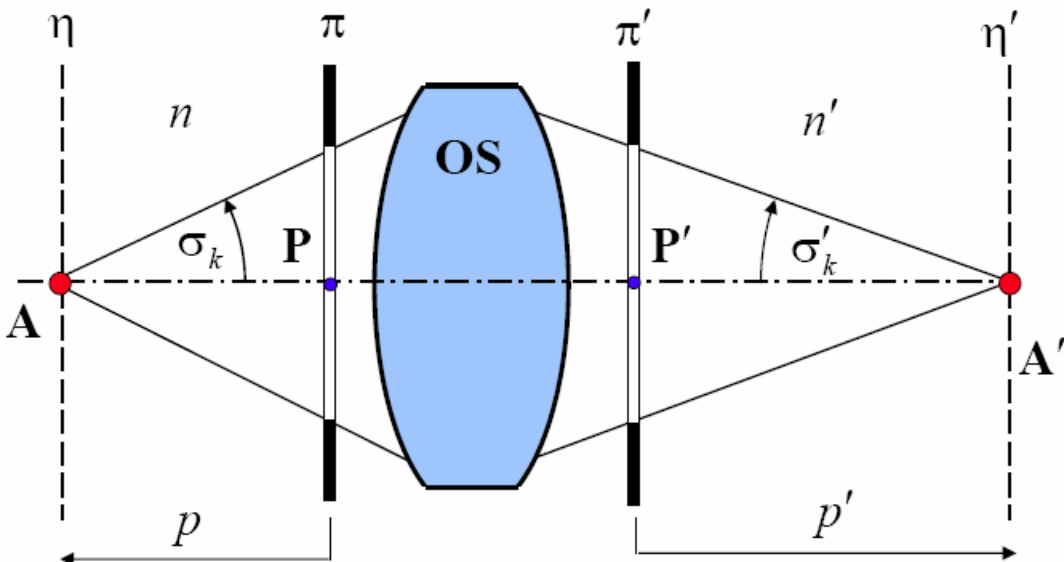
Pro afokální soustavu ($f' \rightarrow \infty$)

$$\frac{D'^2}{z'} - \frac{D^2}{z} = 0; \quad z' = z \left(\frac{D'}{D} \right)^2; \quad \beta = \frac{D}{D'}.$$

Základní charakteristiky optické soustavy

- Optické soustavy zobrazují:
 - a) Předměty umístěné v konečné vzdálenosti (lupa, mikroskop).
 - b) Předměty v nekonečnu (prakticky v značné vzdálenosti; fotografické objektivy, dalekohledy).
- U každé z těchto soustav je žádoucí, aby měla určitý otvor a zobrazila určité zorné pole.

Zobrazení předmětů umístěných v konečné vzdálenosti (např. mikroskopový objektiv)



- Otvor v tomto případě je charakterizován úhlem σ_k nebo veličinou $A = n \sin \sigma_k$; resp. $A' = n' \sin \sigma'_k$ tj. **číselnou aperturou** soustavy.

- **Clonové číslo** je definováno jako:

$$c = \frac{1}{2A'} = \frac{1}{2n' \sin \sigma'_k} = \frac{\beta}{2A}$$

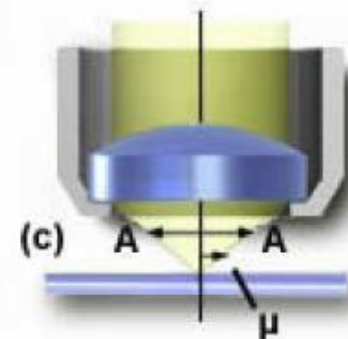
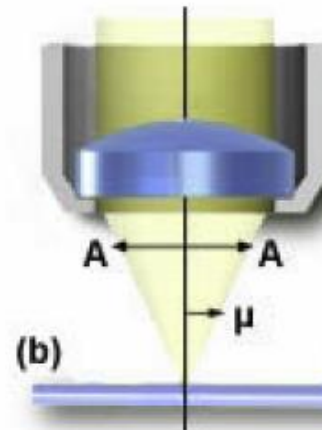
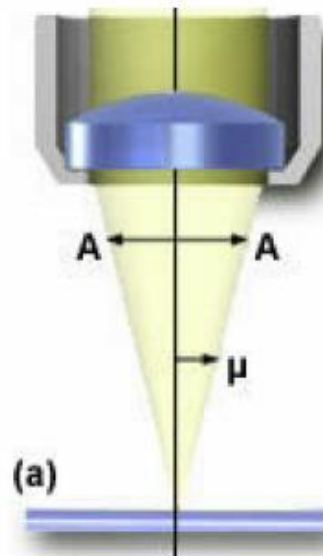
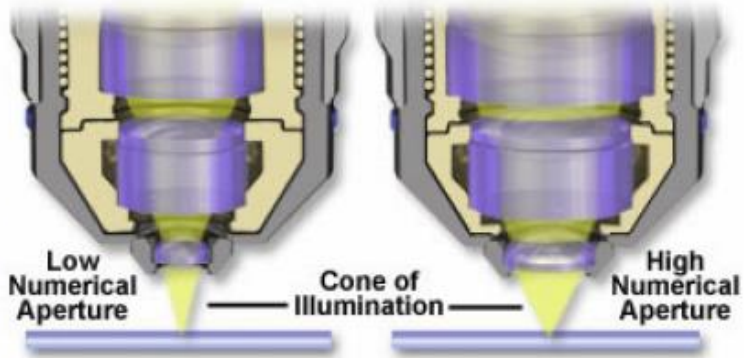
Aqueous Immersion Objectives



Numerická apertura mikroskopového objektivu

numerická apertura mikroskopového objektivu

Numerical Aperture Comparison



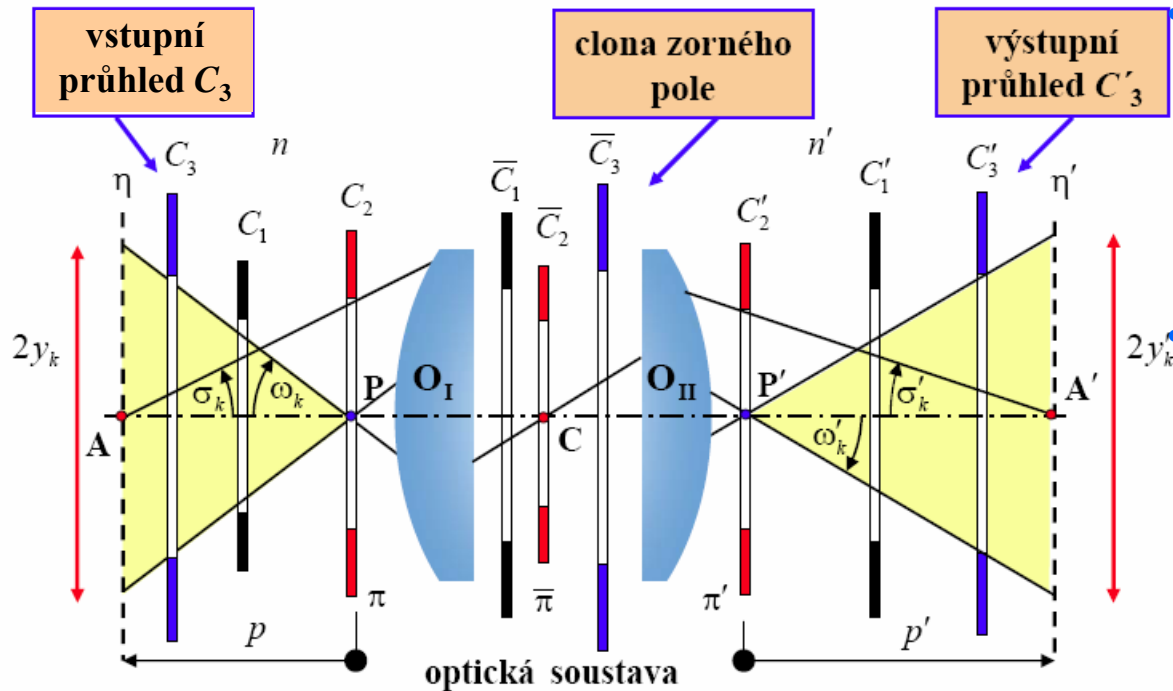
$$NA = (n)\sin(\mu)$$

(a) $\mu = 7^\circ$ NA = 0.12

(b) $\mu = 20^\circ$ NA = 0.34

(c) $\mu = 60^\circ$ NA = 0.87

Zobrazení předmětů umístěných v konečné vzdálenosti – zorné pole



Zorné pole je maximální velikost předmětu, kterou je optická soustava schopna zobrazit.

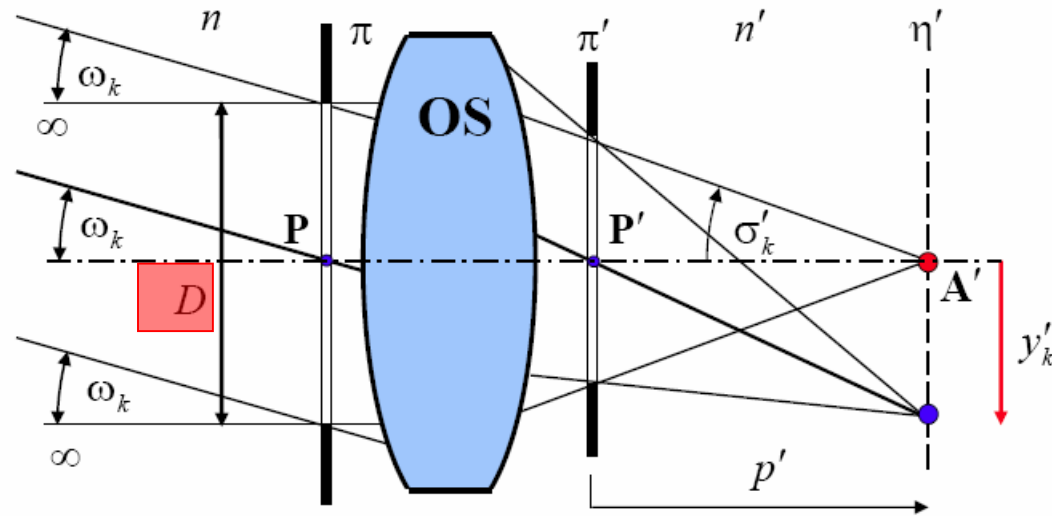
Je dáno buď v prostoru předmětovém hodnotou $2y_k$ nebo v prostoru obrazovém hodnotou $2y'_k$.

Zdroj: <http://webfyzika.fsv.cvut.cz/>

- Bývá předepsána vzdálenost b obrazové roviny od předmětové (u mikroskopů $b = 195 \text{ mm}$) a příčné zvětšení β .
- Za předpokladu, že vzdálenost b je stálá, základní charakteristiky optického soustavy zobrazující blízké předměty jsou:

číselná apertura $A = \sin \sigma_k$, příčné zvětšení β a zorné pole $2y'_k$

Zobrazení předmětů umístěných v nekonečné vzdálenosti (např. dalekohled)



- Otvor v tomto případě je charakterizován **průměrem D vstupní pupily**.
- **Zorné pole** je předepsáno buď v předmětovém prostoru (úhel $2\omega_k$) nebo v obrazovém prostoru (hodnota $2y'_k$).

Zdroj: <http://webfyzika.fsv.cvut.cz/>

- Místo údajů b a β zde nastoupí ohnisková vzdálenost f' .
- Základní charakteristiky optického soustavy zobrazující daleké předměty jsou:

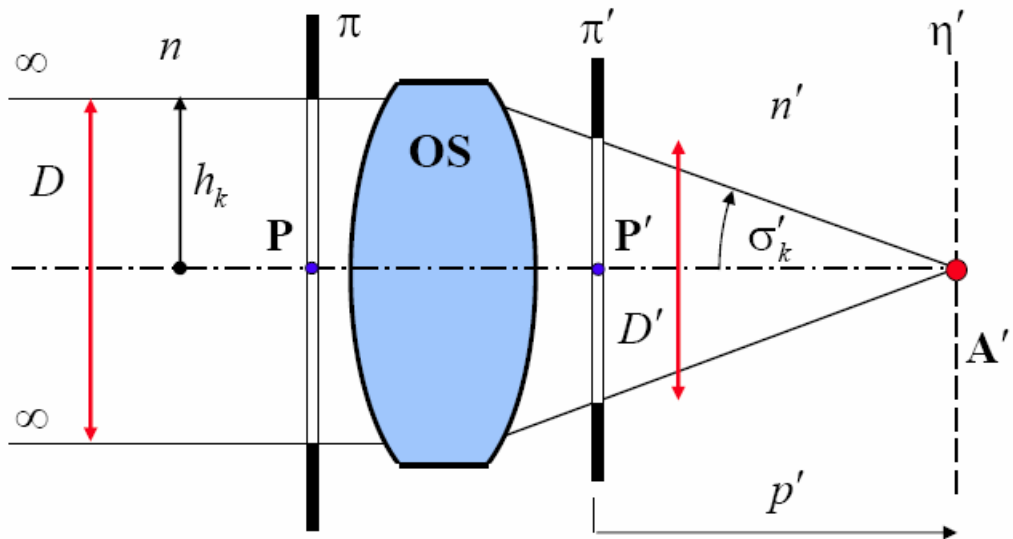
průměr vstupní pupily D , ohnisková vzdálenost f' , a zorné pole $2\omega_k$ nebo $2y'_k$

Mikroskopový objektiv: $A=0,3$; $\beta^*=10$; $2y'_k=20$ mm.

Objektiv dalekohledu: $D=30$ mm; $f'=120$ mm; $2\omega_k=8^\circ$.

* Pozn. Příčné zvětšení se často značí i písmenem m .

Zobrazení předmětů umístěných v nekonečné vzdálenosti – clonové číslo



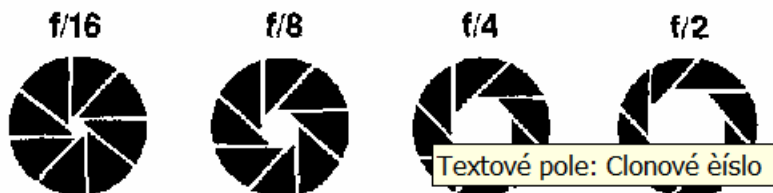
- **Clonové číslo**, objekt v nekonečnu ($\beta=0$) (dalekohled, fotogr. obj.):

$$c_0 = \frac{f'}{n'D}$$

- **Clonové číslo**, objekt v konečné vzdálenosti (fotografický objektiv zaostřený blízko)

$$c \approx c_0 \left(1 - \beta \frac{D}{D'} \right)$$

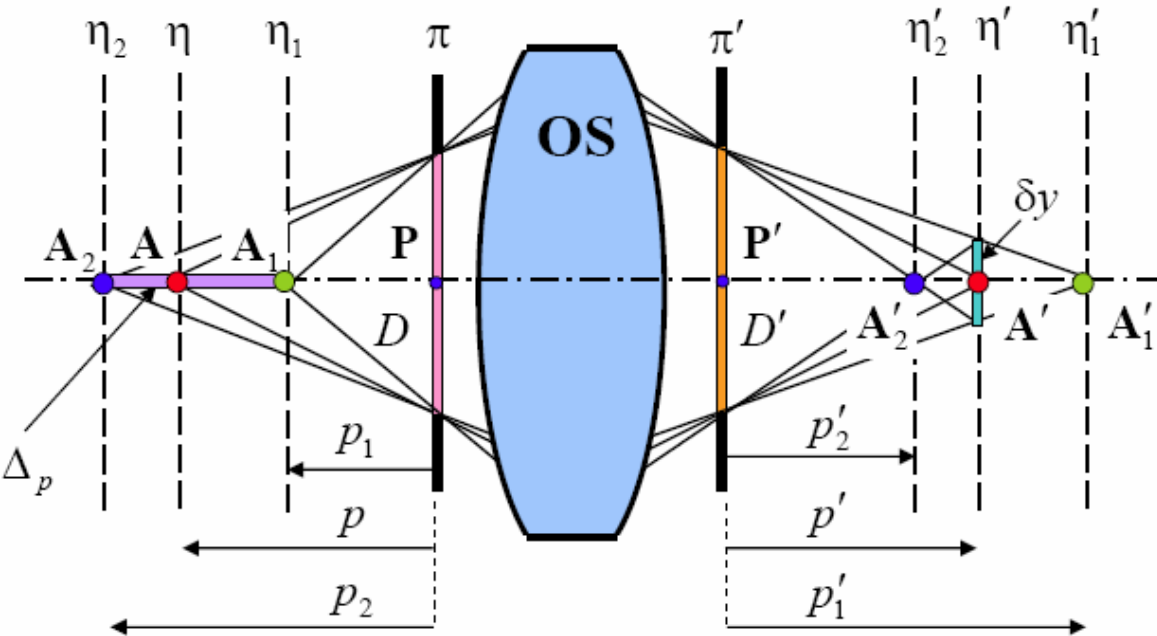
- Standardní řada clonových čísel $f'/\#$: **1,4; 2; 2,8; 4; 5,6; 8; 11; 16; 22**
- Čísla jsou $\sqrt{2}$ násobky, osvětlení v obrazové rovině je přímo úměrné čtverci průměru vstupní pupily D . Zacloněním o jedno clonové číslo výše snížíme osvětlení obrazu na polovinu.



Zobrazení bodů prostoru v jedné rovině (hloubka zobrazení)

- Zobrazení optickou soustavou – zkoumáme zobrazení předmětové roviny kolmé k optické ose.
- Zobrazení rovinného předmětu – speciální případ (např. promítací přístroje) ale většinou se zobrazují optickými soustavami části prostoru, kde jednotlivé body jsou v různých vzdálenostech od vstupní pupily optické soustavy (např. fotografický objektiv).

Zobrazení bodů prostoru v jedné rovině (hloubka zobrazení)

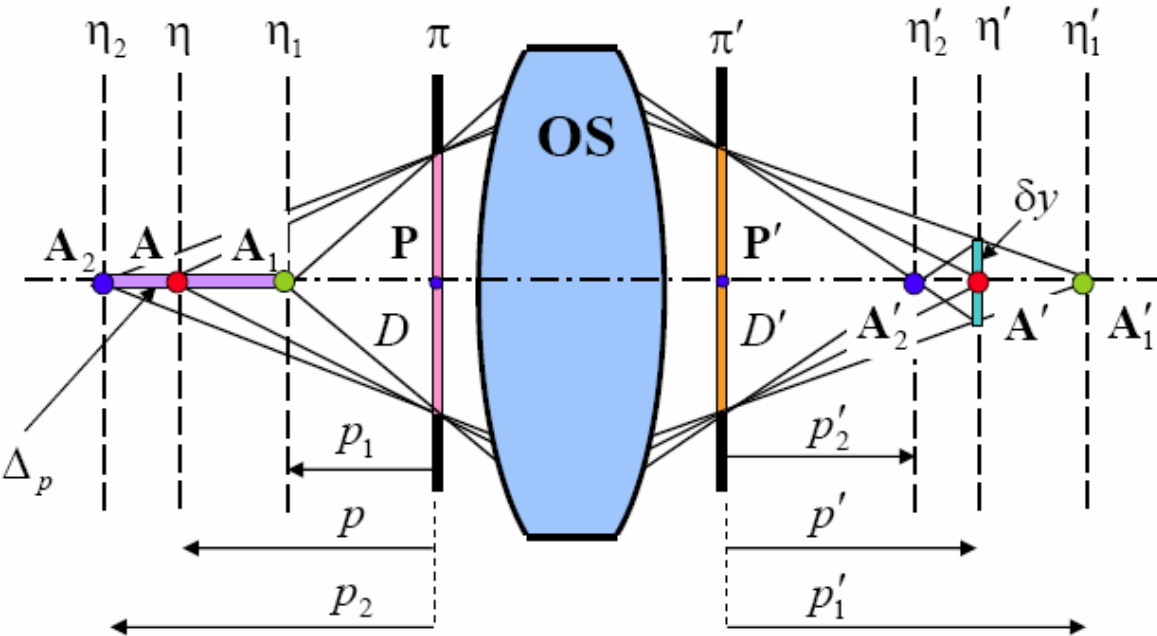


- Optická soustava zobrazí ostře v jedné rovině η' jen určitou rovinu η .
- Body které jsou mimo tuto rovinu se zobrazí jako rozptylové kroužky.

Zdroj: <http://webfyzika.fsv.cvut.cz/>

- Tyto kroužky se jeví oku jako body, je-li jejich průměr menší než hodnota y_0 .
- Při pozorování z konvenční zrakové vzdálenosti (25 cm) je $y_0 \approx 0,075$ mm.
- Chceme znát **hloubku zobrazení** tzn. vzdálenost rovin η_1 a η_2 od vstupní pupily, a tím prostor, který se zobrazí v rovině η' s uvedenou tolerancí neostrosti.

Zobrazení bodů prostoru v jedné rovině (hloubka zobrazení)



- Vyšetřujeme zobrazení osových bodů.
- Body A_1 roviny η_1 a A_2 roviny η_2 se zobrazí v η' jako kruhová ploška o průměru $y_0=2\delta y$.
- Když π a π' jsou vstupní a výstupní pupily a D a D' jejich průměry, platí:

Zdroj: <http://webfyzika.fsv.cvut.cz/>

$\frac{y_0}{D'} = \frac{p'_1 - p'}{p'_1} = \frac{p' - p'_2}{p'_2}$. Z Gullstrandovy zobrazovací rovnice vychází:

$$p' = \frac{D'^2}{\frac{DD'}{f'} + \frac{D}{p}}, p'_1 = \frac{D'^2}{\frac{DD'}{f'} + \frac{D}{p_1}}, p'_2 = \frac{D'^2}{\frac{DD'}{f'} + \frac{D}{p_2}}.$$

Zobrazení bodů prostoru v jedné rovině (hloubka zobrazení)

Po dosazení a úpravě dostaneme:

$$p_1 = \frac{Gp}{G+p}, p_2 = \frac{Gp}{G-p}.$$

Kde G je tzv. **hyperfokální vzdálenost**

$$G = -\frac{fD}{y_0} \frac{1}{1 + \frac{D}{D'} \frac{f'}{p}}.$$

Hloubka pole: $\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{2Gp^2}{p^2 - G^2}.$

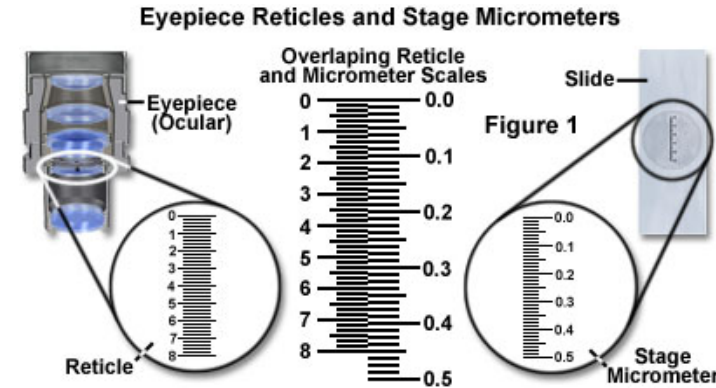
Pozn.: je-li $p \gg f'$ (např. při fotografování) je $\frac{D}{D'} \frac{f'}{p} \rightarrow 0$, takže $G = -\frac{fD}{y_0}.$

Příklad: pro $f' = 100$ mm, $y_0 = 1$ mm, $D = 20$ mm, $p = -5$ m vychází

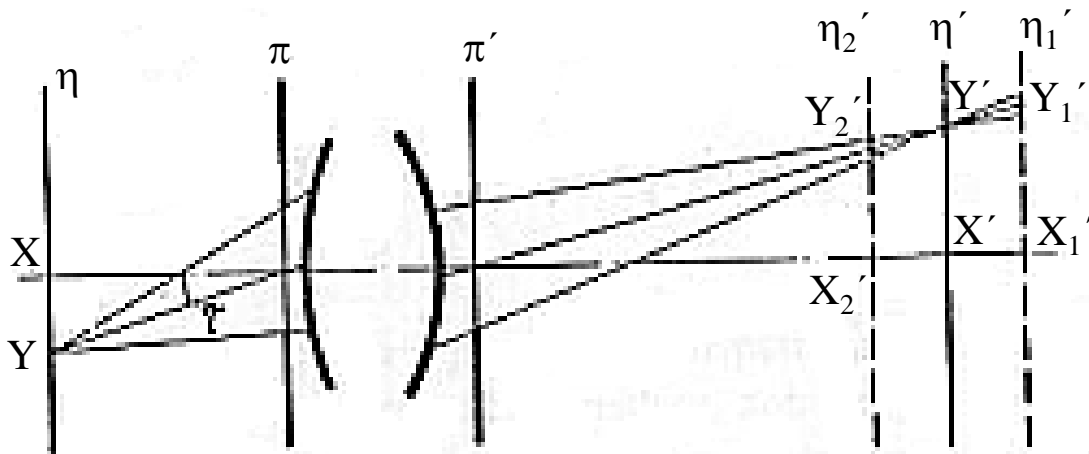
$G = -20$ m, $p_1 = -4$ m, $p_2 = -6,6$ m a hloubka pole $\Delta p = 2,6$ m.

Telecentrický chod hlavních paprsků

- **S hloubkou zaostřování** souvisí přesnost měření optických přístrojů používaných k měření délek.
- Měření spočívá např. v tom, že obraz měřené úsečky se srovnává se stupnicí, jejíž dělení je známé.
- Při měření je nutné, aby rovina stupnice přesně splývala s rovinou měřené úsečky, nesplývají se obě roviny, říkáme, že vzniká **paralaxa**.



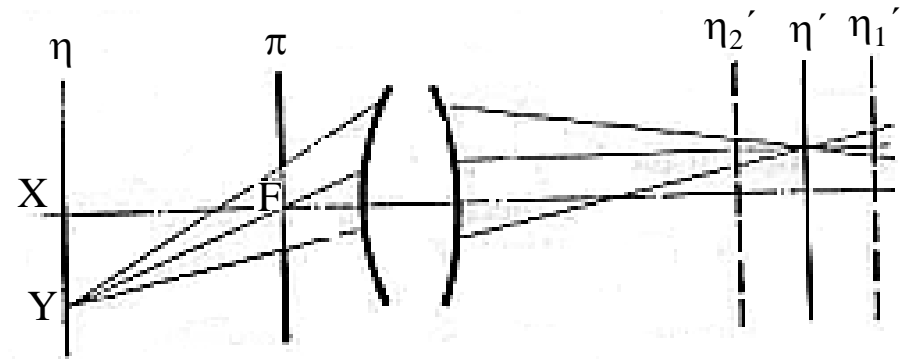
Zdroj: <http://www.microscopyu.com/>



Kvůli nenulové hloubce zaostřování můžeme v krajním případě za velikost obrazu, kterou měříme pokládat $(X_1'Y_1')$ nebo $(X_2'Y_2')$ které se mohou hodně lišit od hledané hodnoty $(X'Y')$.

Telecentrický chod hlavních paprsků

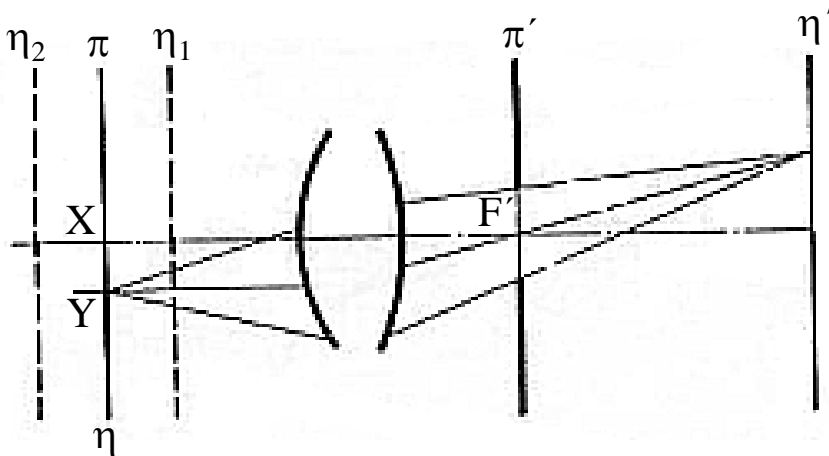
- Vliv paralaxy odstraníme, **umístíme-li vstupní pupilu v předměťovém ohnisku soustavy.**
- Hlavní paprsky jsou tak v obrazovém prostoru rovnoběžné s optickou osou a tak velikost obrazu nezáleží na poloze η' .
- Toto uspořádání charakterizujeme jako **telecentrický chod hlavních paprsků na straně obrazové.**
- Důležité pro dalekohledy, kde předmět je ve značné vzdálenosti, která se málo mění, a okulár, v jehož ohniskové rovině je stupnice, vlákno apod., nastavujeme na obrazovou rovinu.



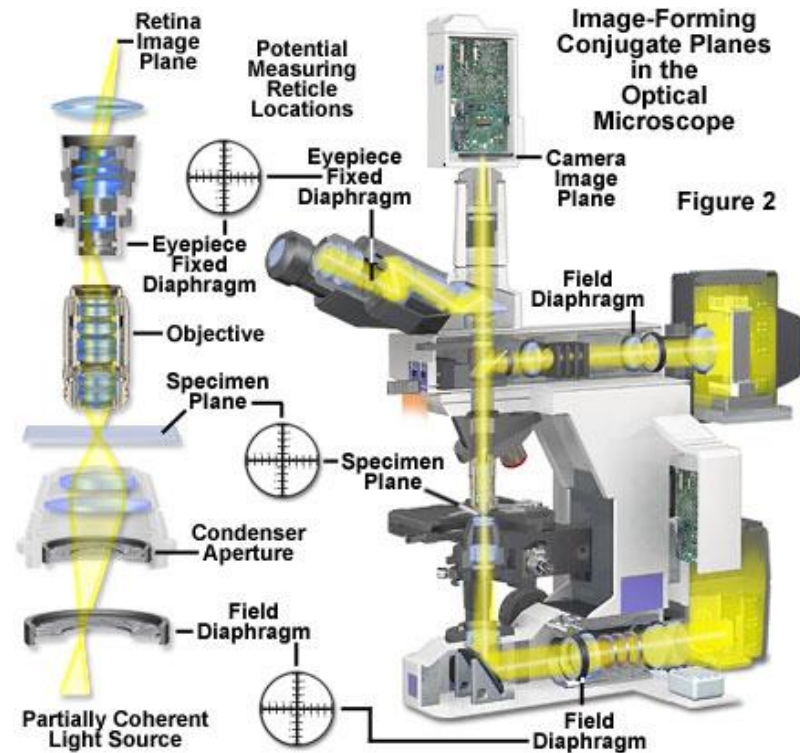
Zdroj: <http://www.czub.cz/>
<http://www.shop-nikon.cz/>

Telecentrický chod hlavních paprsků

- V případě měření např. mikroskopem, kde je obrazová rovina v neproměnné vzdálenosti od objektivu, a nastavujeme na předmět tak, že posouváme celý mikroskop, pak je nutno uskutečnit **telecentrický chod hlavních paprsků na straně předmětové**.



Telecentrický chod hlavních paprsků na straně předmětové zajistíme tím, že výstupní pupilu umístíme v obrazovém ohnisku soustavy.



Zdroj: <http://www.microscopyu.com/>