

**MUNI**  
**MED**

# **BIOSTATISTIKA**

# Základy korelační analýzy

Korelace

Pearsonův korelační koeficient

Spearmanův korelační koeficient

# Proč hodnotit vztah dvou spojitých proměnných?

Vztah mezi dvěma spojitými veličinami zjišťujeme, když:

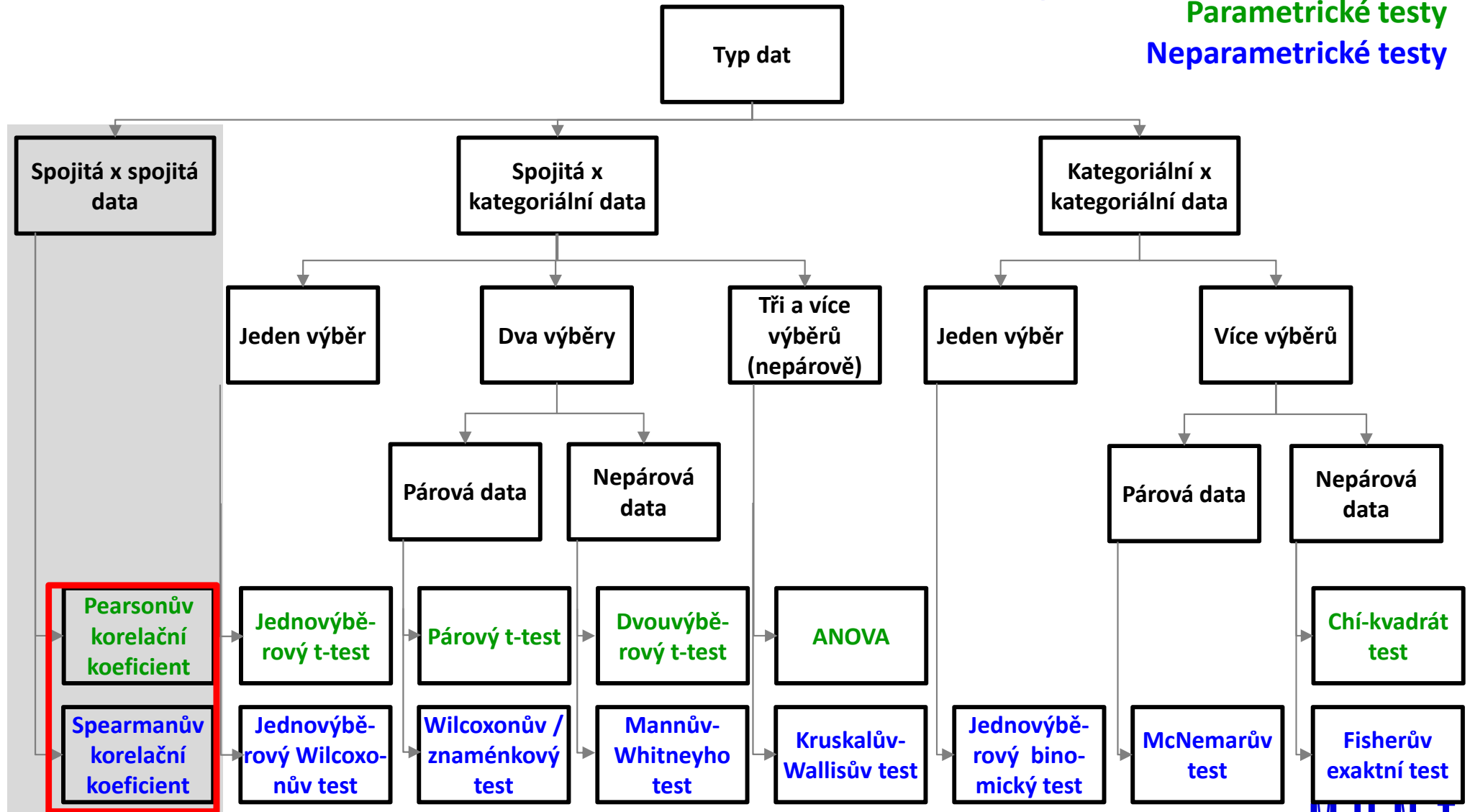
- chceme zjistit, jestli mezi nimi **existuje vztah** – např. jestli vyšší hodnoty jedné veličiny znamenají nižší hodnoty jiné veličiny;
- chceme **predikovat hodnoty** jedné veličiny na základě znalosti hodnot jiné veličiny;
- chceme **kvantifikovat vztah** mezi dvěma spojitými veličinami; např. pro použití jedné veličiny na místo druhé veličiny.

# Korelační a regresní analýza

- **Korelační analýza** je využívána pro vyhodnocení míry **vztahu** dvou spojitých proměnných. Obdobně jako jiné statistické metody, i korelace mohou být **parametrické** nebo **neparametrické**.
- **Regresní analýza** vytváří **model vztahu** dvou nebo více proměnných, tedy jakým způsobem jedna proměnná (vysvětlovaná) závisí na jiných proměnných (prediktorech). Regresní analýza je obdobně jako ANOVA nástrojem pro vysvětlení variability hodnocené proměnné.

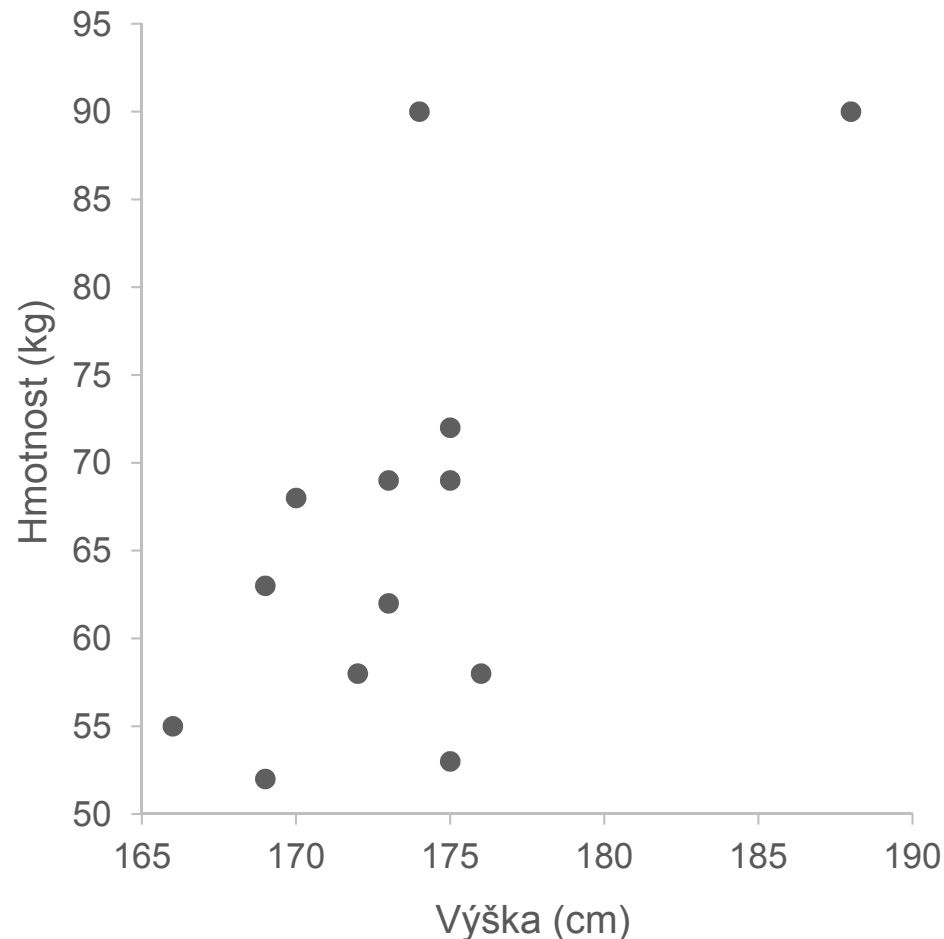
# Základní statistické testy

Parametrické testy  
Neparametrické testy



# Bodový graf – vizualizace vztahu dvou spojitých proměnných

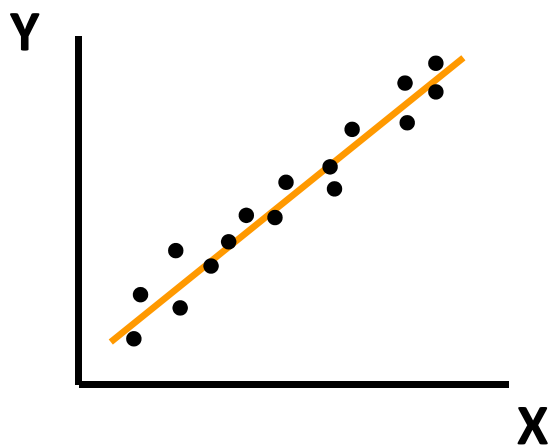
- Nejjednodušší formou je **bodový graf** (XY graf), tzv. *scatterplot*.
- Vztah výšky a hmotnosti studentů Biostatistiky (jaro 2010).



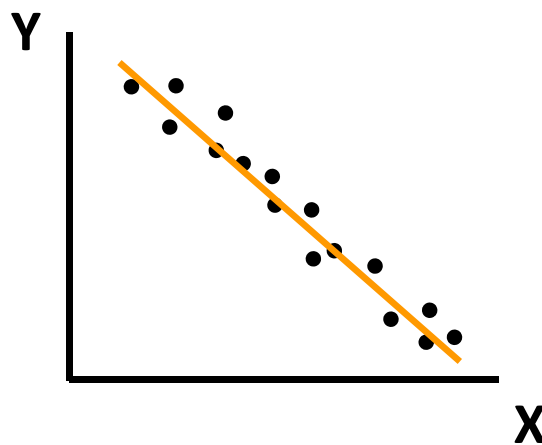
# Korelace

**Korelace = vztah (závislost) dvou znaků (parametrů)**

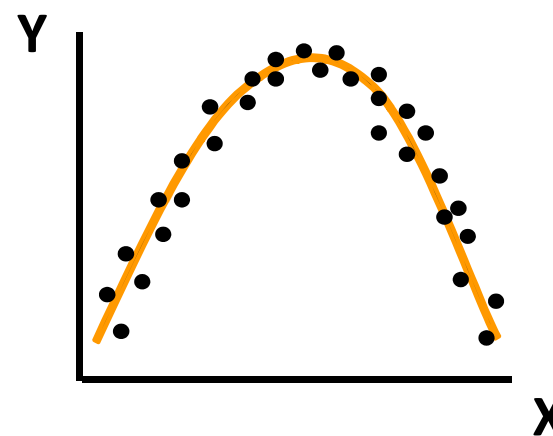
**Kladná korelace**



**Záporná korelace**



**Bez korelace**



# Korelační koeficienty

- **Korelační koeficient** ( $r$ ) – kvantifikuje míru vztahu mezi dvěma spojitými veličinami  $X$  a  $Y$ .
- **Pearsonův korelační koeficient** je parametrický; hodnotí míru lineární závislosti mezi dvěma spojitými proměnnými.  
**Předpoklad:** proměnné pocházejí z tzv. dvourozměrného **normálního rozdělení** (pro každou hodnotu  $X$  má proměnná  $Y$  normální rozdělení a pro každou hodnotu  $Y$  má proměnná  $X$  normální rozdělení)
- **Spearmanův korelační koeficient** je neparametrický; hodnotí míru závislosti pořadí hodnot dvou spojitých proměnných.
- Hodnota  $r$  je **kladná**, když vyšší hodnoty  $X$  souvisí s vyššími hodnotami  $Y$ . Naopak hodnota  $r$  je **záporná**, když nižší hodnoty  $X$  souvisí s vyššími hodnotami  $Y$ .



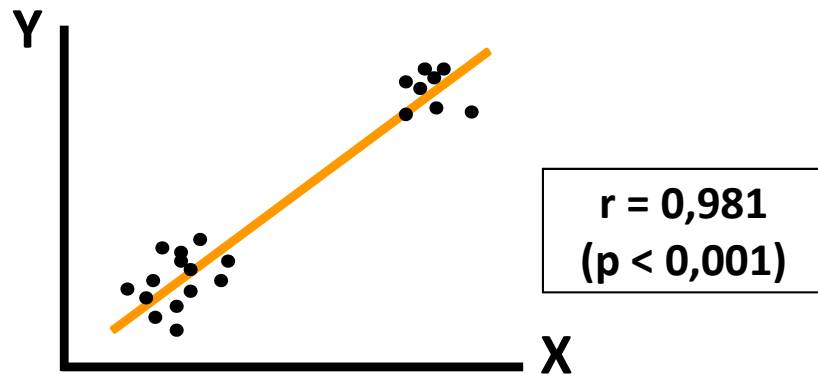
# Statistická významnost korelačního koeficientu

- Korelační koeficient nabývá hodnot od -1 do 1
  - $r = 0 \rightarrow$  nekorelované veličiny
  - $r > 0 \rightarrow$  kladně korelované veličiny
  - $r < 0 \rightarrow$  záporně korelované veličiny
- Testujeme hypotézu o nezávislosti spojitých proměnných:
  - $H_0$ : proměnné X a Y jsou nezávislé náhodné veličiny;  $r = 0$
  - $H_A$ : proměnné X a Y nejsou nezávislé náhodné veličiny;  $r \neq 0$
- Testování pomocí intervalu spolehlivosti nebo výpočet testové statistiky a srovnání s kritickou hodnotou nebo výpočet p-hodnoty.

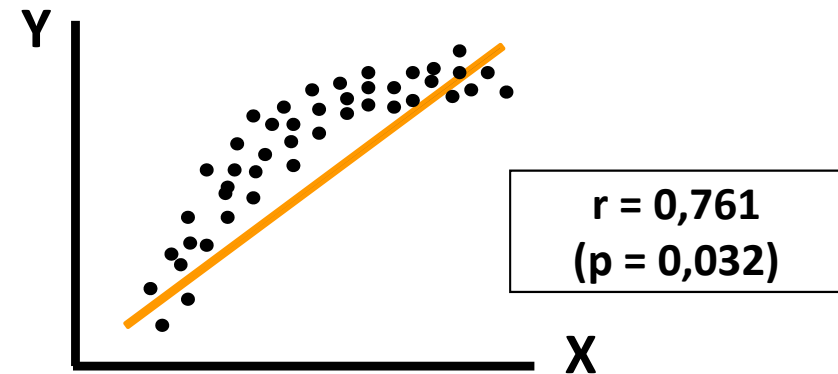


# Možné problémy s výpočtem $r$

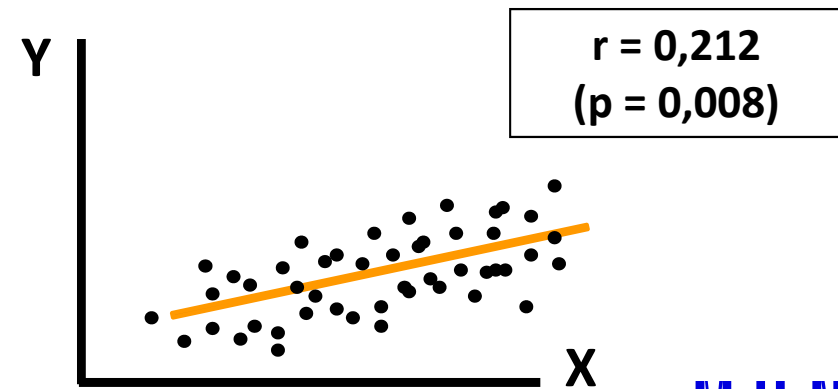
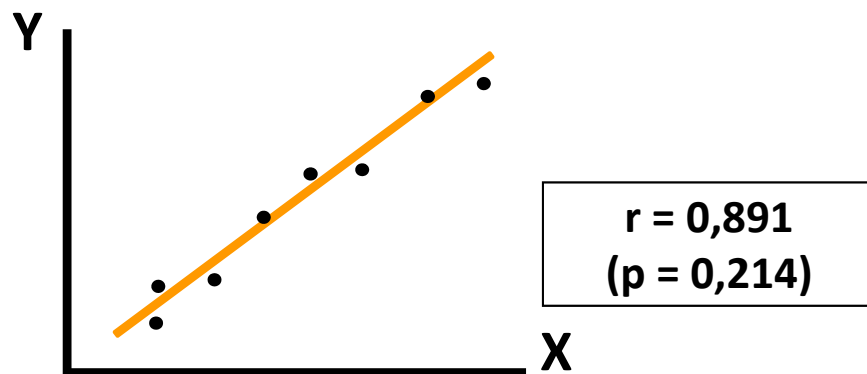
## Problém více skupin



## Nelineární vztah



## Problém velikosti výběru



**MUNI  
MED**

# **Praktické cvičení v programu Statistica**



# Datový soubor

## Rehabilitace po mozkovém infarktu

Data: 02\_Biostatistika\_Data02.sta\* (24v by 407c)

	Rehabilitace po mozkovém infarktu: data									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	ID	Pohlavi	Vek	Etiologie	Lokalizace	Terapie	Komorbid	Barthel_inc	Kategorie_zavislosti_p	Ukoncen
1	1	muž	82	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	25	vysoce závislý	propuště
2	2	žena	81	embolie	mozkové tepny	jiná farmakolog	2	20	vysoce závislý	přeložen
3	3	muž	55	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	35	vysoce závislý	propuště
4	4	žena	46	embolie	mozkové tepny	intravenózní trc	0	20	vysoce závislý	propuště
5	5	muž	76	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	45	částečně soběstačný	propuště
6	6	muž	72	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	25	vysoce závislý	přeložen
7	7	muž	62	trombóza	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	40	vysoce závislý	propuště
8	8	muž	64	trombóza	přívodní tepny	jiná farmakolog	0	15	vysoce závislý	propuště
9	9	žena	82	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	10	vysoce závislý	přeložen
10	10	muž	58	trombóza	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	25	vysoce závislý	propuště
11	11	muž	84	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	40	vysoce závislý	propuště
12	12	žena	92	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	30	vysoce závislý	propuště
13	13	žena	79	embolie	mozkové tepny	jiná farmakolog	1	40	vysoce závislý	propuště
14	14	muž	69	trombóza	mozkové tepny	jiná farmakolog	3	45	částečně soběstačný	propuště

# Rehabilitace po mozkovém infarktu

- Cvičný datový soubor obsahuje záznamy o **celkem 407 pacientech hospitalizovaných pro mozkový infarkt** na neurologickém oddělení akutní péče, kde jim byla poskytnuta terapie pro obnovu krevního oběhu v postižené části mozku.
- Po zvládnutí akutní fáze byl u pacientů vyhodnocen stupeň soběstačnosti v základních denních aktivitách (ADL) pomocí tzv. **indexu Barthelové (BI)** a byli přeloženi na **rehabilitační oddělení**.
- Po dvou týdnech byl opět dle BI vyhodnocen stupeň soběstačnosti a pacienti byli buď propuštěni do ambulantní péče, nebo přeloženi na oddělení následné péče.

# Rehabilitace po mozkovém infarktu

## Sbírané informace:

- základní demografické údaje (**pohlaví a věk**),
- informace o samotné diagnóze mozkové příhody (**etiologie a lokalizace uzávěru cévy**),
- informace o léčbě (typ indikované **terapie a výskyt komplikací**)
- informace o **způsobu ukončení rehabilitace**.
- Stupeň soběstačnosti před rehabilitací byl dodatečně zjištěn z neurologie a na konci rehabilitace byl vyplněn nový dotazník pro určení výsledného **indexu Barthelové**.

# **Pearsonův korelační koeficient**

# Úkol č. 1 – Pearsonův korelační koeficient

Zadání: „ U pacientů hospitalizovaných s mozkovým infarktem bylo při propuštění vyhodnoceno zlepšení míry soběstačnosti vyjádřené diferencí hodnot indexu Barthelové. Zjistěte, zda má věk vliv na úspěšnost terapeutické a rehabilitační péče. Jinými slovy, určete, zda věk koreluje s diferencí indexu Barthelové.“




## Postup:

1. Ověříme předpoklady použití Pearsonova korelačního koeficientu (normalita rozložení věku a diferencí BI).



# Úkol č. 1 – Pearsonův korelační koef.

**Postup** (po ověření předpokladů):

1. Na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$  testujeme hypotézu  $H_0: r = 0$  proti  $H_A: r \neq 0$
2. Graficky znázorníme závislost obou proměnných pomocí bodového XY grafu.
3. Vypočítáme hodnotu **korelačního koeficientu  $r$**  a odpovídající **p-hodnotu**:  $r = 0,099 \Rightarrow p = 0,046$
4. Porovnáme p-hodnotu s hladinou významnosti  $\alpha = 0,05$ .
5. Je-li **p-hodnota  $\leq \alpha$**   **zamítáme  $H_0$ . Věk pacienta má vliv na zlepšení míry soběstačnosti po léčbě mozkového infarktu. Pozitivní korelace značí, že u starších pacientů je zlepšení menší (diference jsou vypočítány tak, že nižší hodnoty odpovídají většímu zlepšení).**

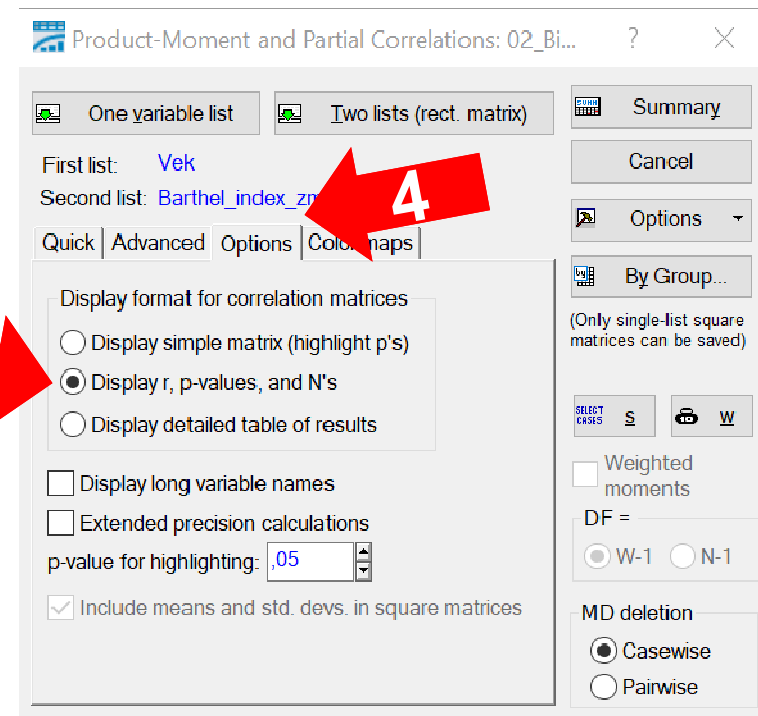
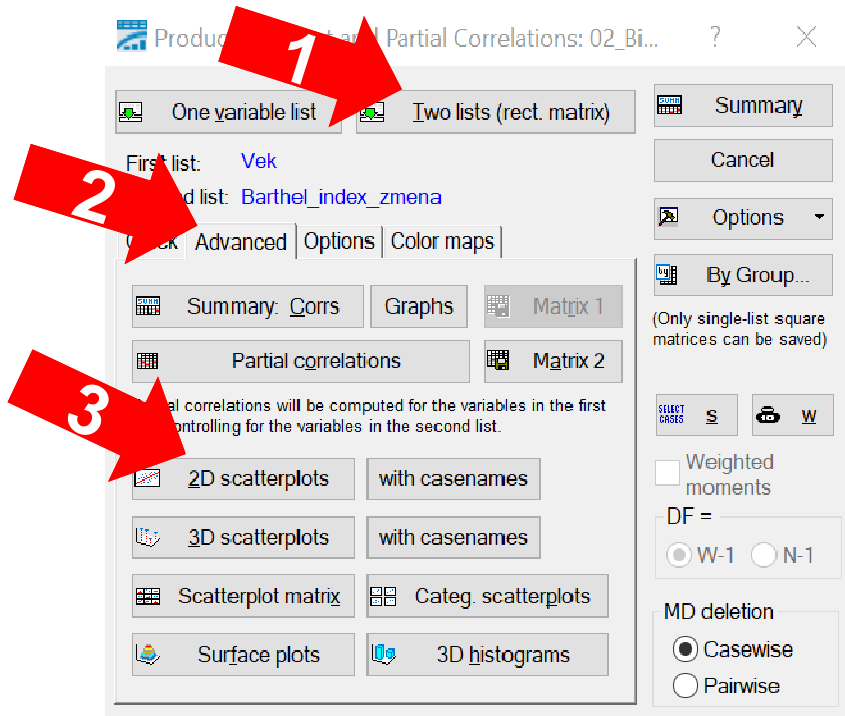
# Úkol č. 1 – Řešení v programu Statistica

- V menu **Statistics** zvolíme **Basic statistics**, vybereme **Correlation matrices**.

The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Basic Statistics and Tables' dialog box is displayed. The 'Correlation matrices' option is selected in the 'Quick' section of the dialog box. Red arrows indicate the steps: 1 points to the 'Statistics' menu, 2 points to the 'Basic Statistics' icon, and 3 points to the 'Correlation matrices' option in the dialog box.

	Rehabilitace po mozkovem infarktu: data	10	11
9			
	Kategorie_zavislosti_p		
1	vysoce závislý		
2	vysoce závislý		
3	vysoce		
4	vysoce		
5	částečně soběstačný		
6	vysoce závislý		
7	vysoce závislý		
8	vysoce závislý		
9	vysoce závislý		
10	vysoce závislý		
11	vysoce závislý		
12	vysoce závislý		
13	vysoce závislý		
14	částečně soběstačný		
15	vysoce závislý		
16	vysoce závislý		

# Úkol č. 1 – Řešení v programu Statistica



- Vybereme obě proměnné, které chceme testovat (**Two lists**)
- V záložce **Advanced** kliknutím na **2D scatterplots** získáme grafické znázornění závislosti vybraných proměnných.

- Poté v záložce **Options** zvolíme možnost **Display r, p-values, and N's** a přes **Summary** zobrazíme výsledky.

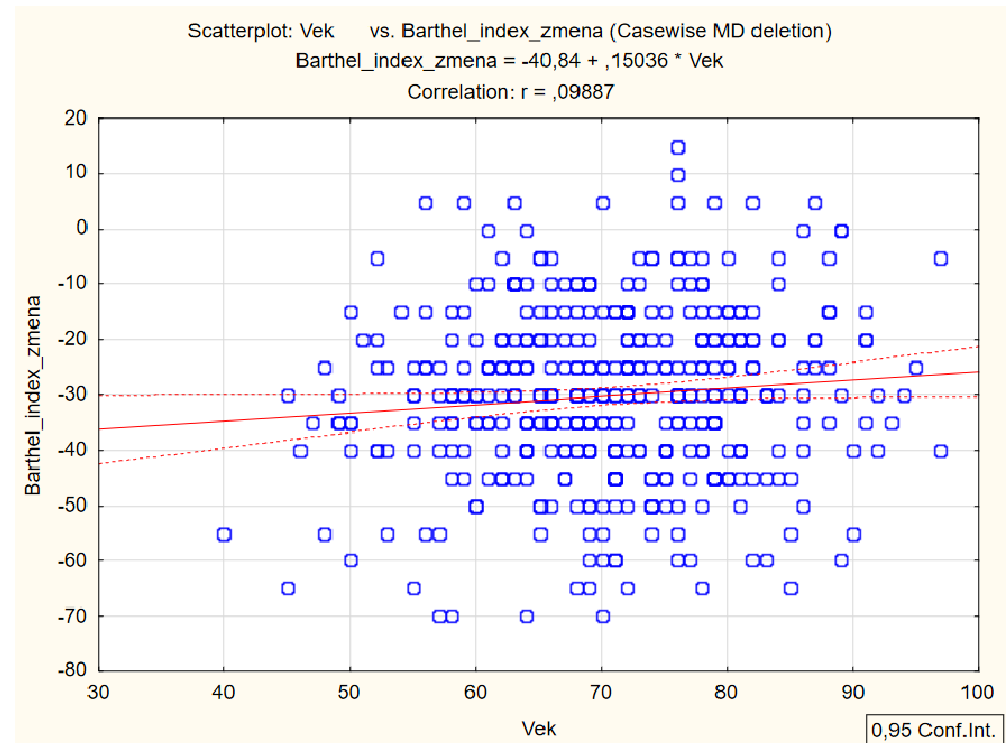
# Úkol č. 1 – Výsledky v Statistica

① Z grafu sice není nikterak výrazná závislost přímo patrná, nicméně je možné, že je přítomen mírně pozitivní trend.

Correlations (02_Biostatist	
Marked correlations are si	
N=407 (Casewise deletion	
Variable	Barthel_index_zmena
Vek	,0989
	p=,046



Korelační koeficient  
a p-hodnota



P-hodnota statistické významnosti korelace je  $p = 0,046$ , což na hladině významnosti 0,05 značí **významný výsledek** a ze získaných dat jsme tedy **prokázali, že věk pacienta má vliv na zlepšení míry soběstačnosti po léčbě mozkového infarktu**. Přesto je potřeba výsledek interpretovat s opatrností, neboť samotná korelace je velmi slabá (0,099).

# **Spearmanův korelační koeficient**


# Úkol č. 2 – Spearmanův korelační koeficient

Zadání: „ U pacientů hospitalizovaných s mozkovým infarktem bylo při propuštění vyhodnoceno zlepšení míry soběstačnosti vyjádřené diferencí hodnot indexu Barthelové. Zjistěte, zda má věk vliv na úspěšnost terapeutické a rehabilitační péče. Jinými slovy, určete, zda věk koreluje s diferencí indexu Barthelové.“



# Úkol č. 2 – Spearmanův korelační koef.

**Postup** (po nemožnosti použít Pearsonův korelační koeficient):

1. Na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$  testujeme hypotézu  
 $H_0: r = 0$  proti  $H_A: r \neq 0$
2. Graficky znázorníme závislost obou proměnných pomocí bodového XY grafu.
3. Vypočítáme hodnotu **korelačního koeficientu**  $r_s$  a odpovídající **p-hodnotu**:  $r_s = 0,074 \Rightarrow p = 0,136$
4. Porovnáme p-hodnotu s hladinou významnosti  $\alpha = 0,05$ .
5. Je-li **p-hodnota**  $> \alpha$   **nezamítáme**  $H_0$ . Neprokázali jsme, že by **věk pacienta měl vliv na zlepšení míry soběstačnosti po léčbě mozkového infarktu.**

# Úkol č. 2 – Řešení v programu Statistica

- V menu **Statistics** zvolíme **Nonparametrics**, vybereme **Correlation (Spearman, ...)**.

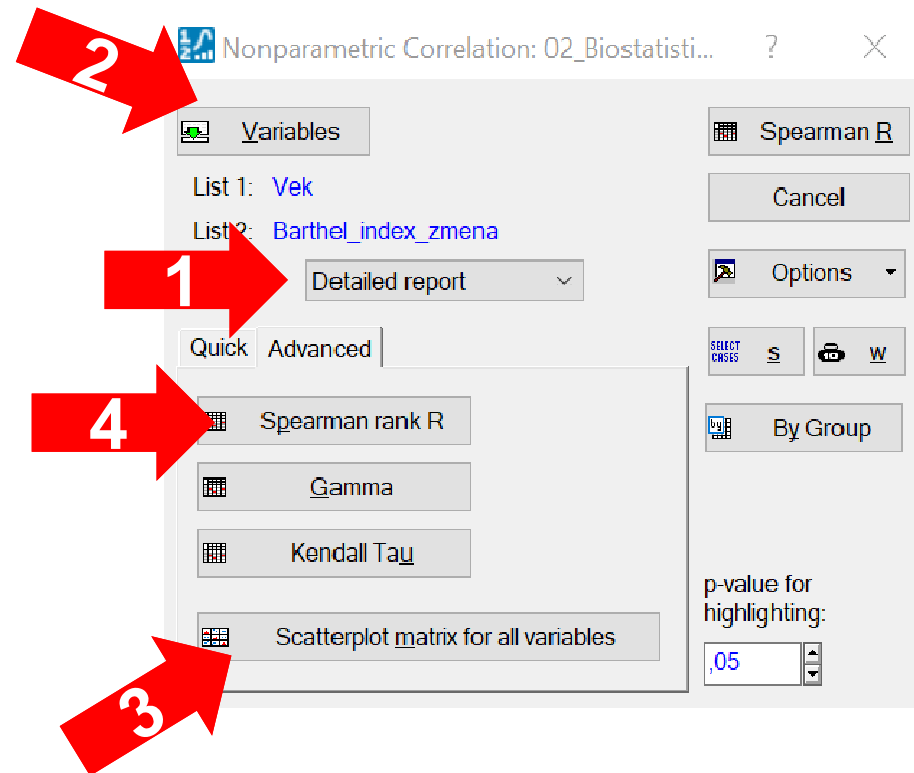
The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Nonparametrics' option is selected. A red arrow labeled '1' points to the 'Statistics' menu, and another red arrow labeled '2' points to the 'Nonparametrics' option. Below the menu, a data table is visible with columns: ID, Pohlaví, Vek, Etiologie, Lokalizace, Terapie, and Komorbidity. A dialog box titled 'Nonparametric Statistics: 02\_Biostatistika\_Data02...' is open, showing a list of statistical tests. A red arrow labeled '3' points to the 'Correlations (Spearman, Kendall tau, gamma)' option in the dialog box.

	1	2	3	4	5	6	7
	ID	Pohlaví	Vek	Etiologie	Lokalizace	Terapie	Komorbidity
	17	17 žena					
	18	18 žena					
	19	19 muž					
	20	20 muž					
	21	21 žen					
	22	22 muž					
	23	23 mu					
	24	24 muž					
	25	25 muž					
	26	26 muž					
	27	27 muž					
	28	28 žena					
	29	29 muž					
	30	30 žena					
	31	31 muž					



# Úkol č. 2 – Řešení v programu Statistica

- V možnostech **Compute**: vybereme **Detailed report**.
- Vybereme jednotlivé proměnné, které chceme testovat (**Variables**).
- V záložce **Advanced** kliknutím na **Scatterplot matrix** získáme grafické znázornění závislosti vybraných proměnných.
- Poté přes **Spearman rank R** zobrazíme výsledky.



# Úkol č. 2 – Výsledky v Statistica

Correlations (02\_Biostatistika\_Data02.sta 24v\*407c)

Spearman Rank Order Correlations (02\_Biostatistika\_Data02.sta 24v\*407c)  
MD pairwise deleted  
Marked correlations are significant at  $p < 0.05000$

Pair of Variables	Valid N	Spearman R	t(N-2)	p-value
Věk & Barthel_index_zmena	40	0,073994	1,493195	0,136165



**Korelační koeficient  
a p-hodnota**

① Z grafu není nikterak výrazná závislost patrná, nicméně je možné, že je přítomen mírně pozitivní trend.

② P-hodnota statistické významnosti korelace je  $p = 0,136$ , což na hladině významnosti 0,05 značí **nevýznamný výsledek** a ze získaných dat jsme tedy neprokázali, že by věk pacienta měl vliv na zlepšení míry soběstačnosti po léčbě mozkového infarktu.

