2. Základní typy dat

Spojitá a kategoriální data
Základní popisné statistiky
Frekvenční tabulky
Grafický popis dat

Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
J. Jarkovský, L. Dušek, J. Kalina

Anotace

- Realitu můžeme popisovat různými typy dat, každý z nich se specifickými vlastnostmi, výhodami, nevýhodami a vlastní sadou využitelných statistických metod – od binárních přes kategoriální, ordinální až po spojitá data roste míra informace v nich obsažené.
- Základním přístupem k popisné analýze dat je tvorba frekvenčních tabulek a jejich grafických reprezentací – histogramů.

Typy proměnných (dat)

Binární = dummy data

Proměnná, která může nabývat pouze dvou hodnot. Bývá definovaná odpovědí na otázku (např. TRUE × FALSE, 1 × 0).

Nominální = kategoriální data

Proměnná, která může nabývat počtu hodnot ($n \in \mathbb{N}$), pro které neexistuje přirozené pořadí (např. barvy vzorků).

Ordinální data

Nominální proměnná, pro kterou ale existuje jasné pořadí kategorií (např. velikost oděvů S, M, L, XL).

Kardinální data

Ordinální proměnná, u které lze určit rozdíl mezi kategoriemi. Ty jsou stejně vzdálené (např. počet dětí v rodině).

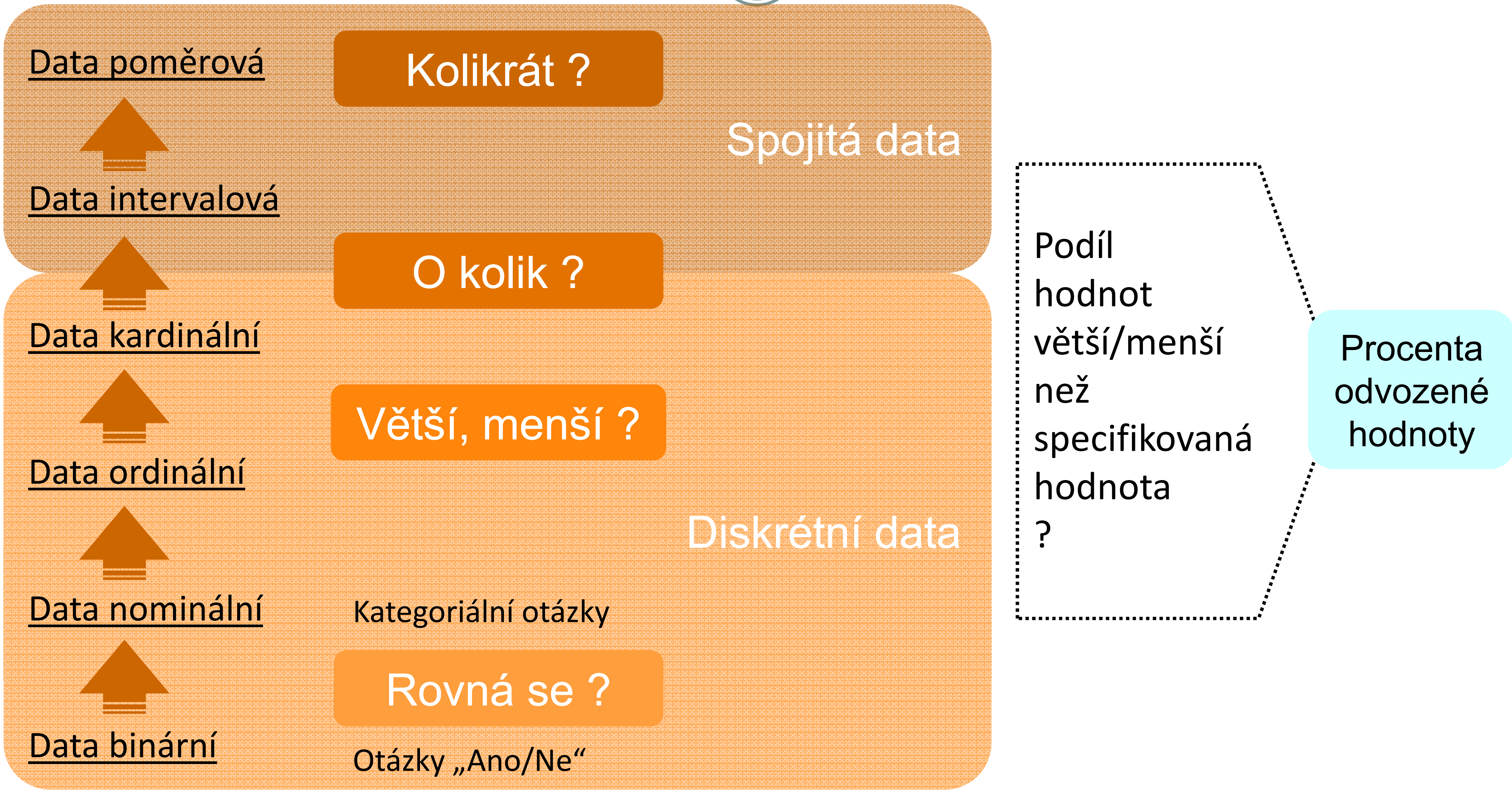
Intervalová data

Spojitá proměnná, u které lze určit rozdíl mezi kategoriemi – často jde o vzdálenost od 0 (např. teplota ve °C, čas).

Poměrová data

Intervalová proměnná, u které má smysl určovat podíly jednotlivých kategorií (např. hmotnost, vzdálenost).

Jak vznikají informace ?
– různé typy dat znamenají různou informaci



Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí…

Jak vznikají informace ?
– různé typy dat znamenají různou informaci

Data poměrová

Data intervalová

Spojitá data

PRŮMĚR

Data kardinální

MEDIÁN

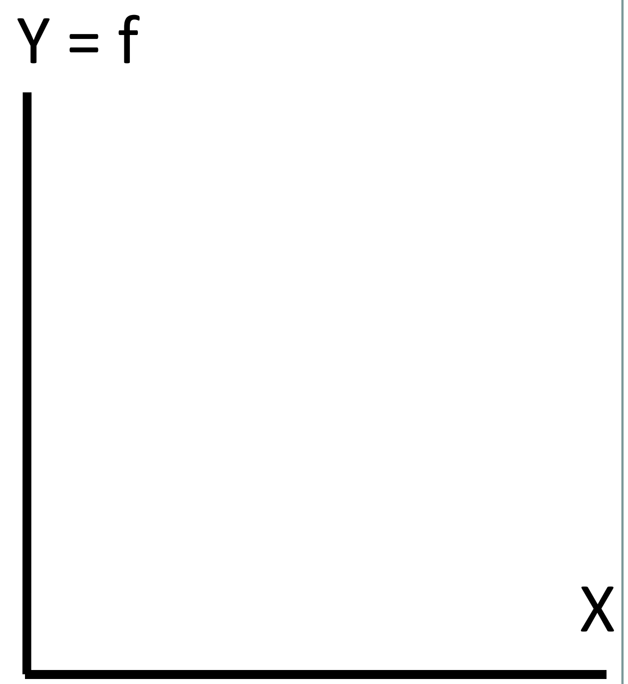
Data ordinální

Diskrétní data

Data nominální

MODUS

Data binární



Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí...

Jak vznikají informace ? – základní popisné statistiky

Data:

$$\{x_i\}_{i=1}^{n}$$

Průměr:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Rozptyl (výběrový):

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Směrodatná odchylka (výběrová):

$$s = \sqrt{s^2}$$

p-tý kvantil

$$q_p = x_j\colon \left|\{x_k\colon x_k \leq x_j\}\right| = p \cdot n$$

Medián:

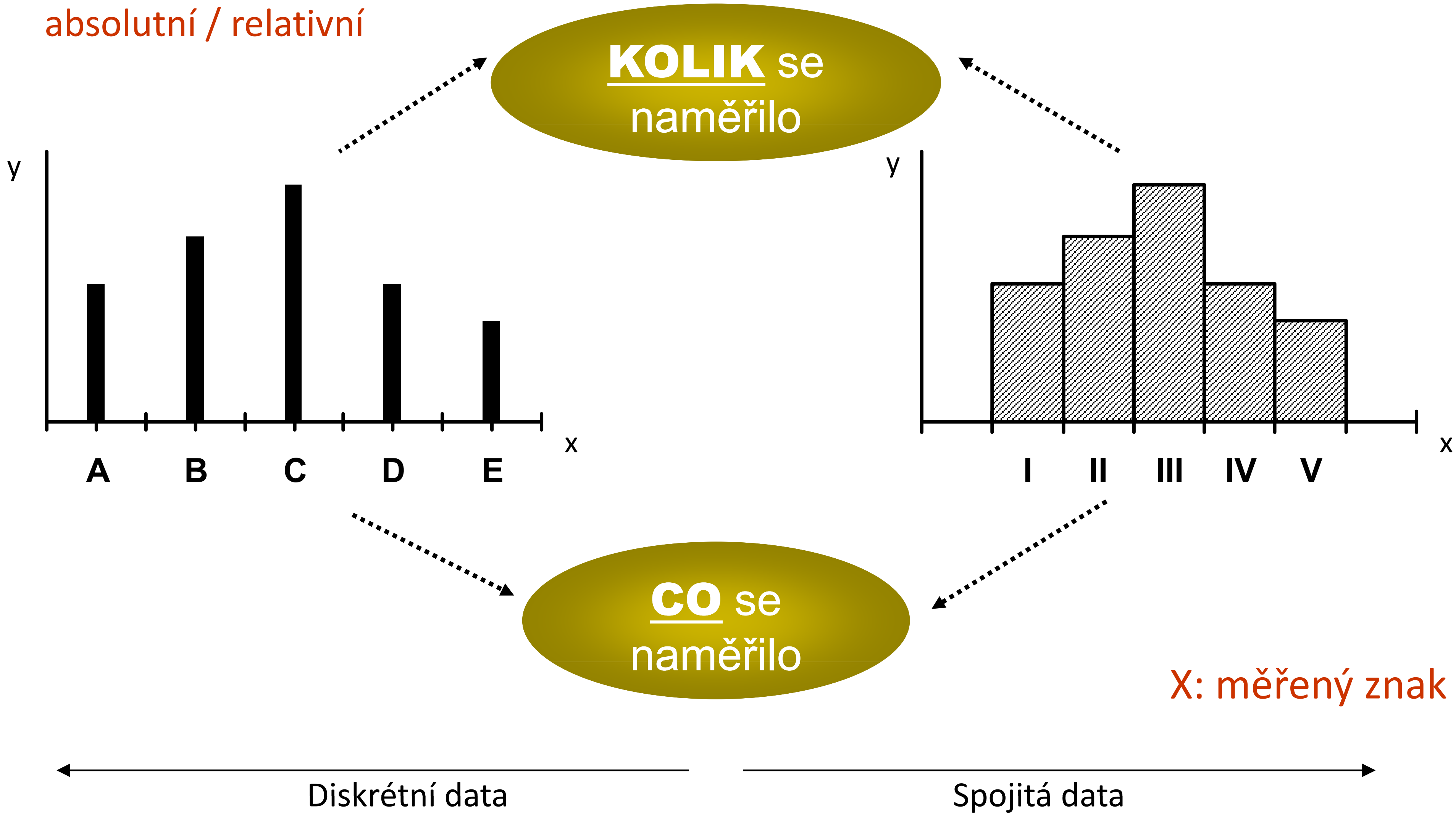
$$\tilde{x} = x_j\colon \left|\{x_k\colon x_k \leq x_j\}\right| = \frac{n}{2}$$

Modus:

$$\hat{x} = max_j \left|\{x_k\colon x_k = x_j\}\right|$$

JAK vznikají informace ?
- opakovaná měření informují rozložením hodnot

Y: frekvence -
absolutní / relativní



Odvozená data: Pozor na odvozené indexy

Příklad I:

Znak X: Hmotnost
Znak Y: Plocha

Příklad II:

X: Průměrný počet výrobků v prodejně
Y: Odhad prostoru průměrně nabízeného k vystavení výrobku

průměr : (min - max)

X: 1,2 : (1,15 - 1,24) → + / - 3,8 %

Y: 1,8 : (1,75 - 1,84) → + / - 2,5 %

$$X/Y = 0{,}667 : \left(\frac{1{,}15}{1{,}84} - \frac{1{,}24}{1{,}75}\right) \rightarrow + / - 6{,}2\ \%$$

Nová veličina má jinou šířku rozpětí než ty, ze kterých je odvozená

Jak vznikají informace ?
- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

DISKRÉTNÍ DATA

Primární data

Počty epizod pro n = 100 hemofiliků

0
0
1
2
1
1
3
1
1
2
.
.
.
.
.
.
n = 100

Frekvenční sumarizace

N: 100 dětí (hemofiliků)
x: znak: počet krvácivých epizod za měsíc

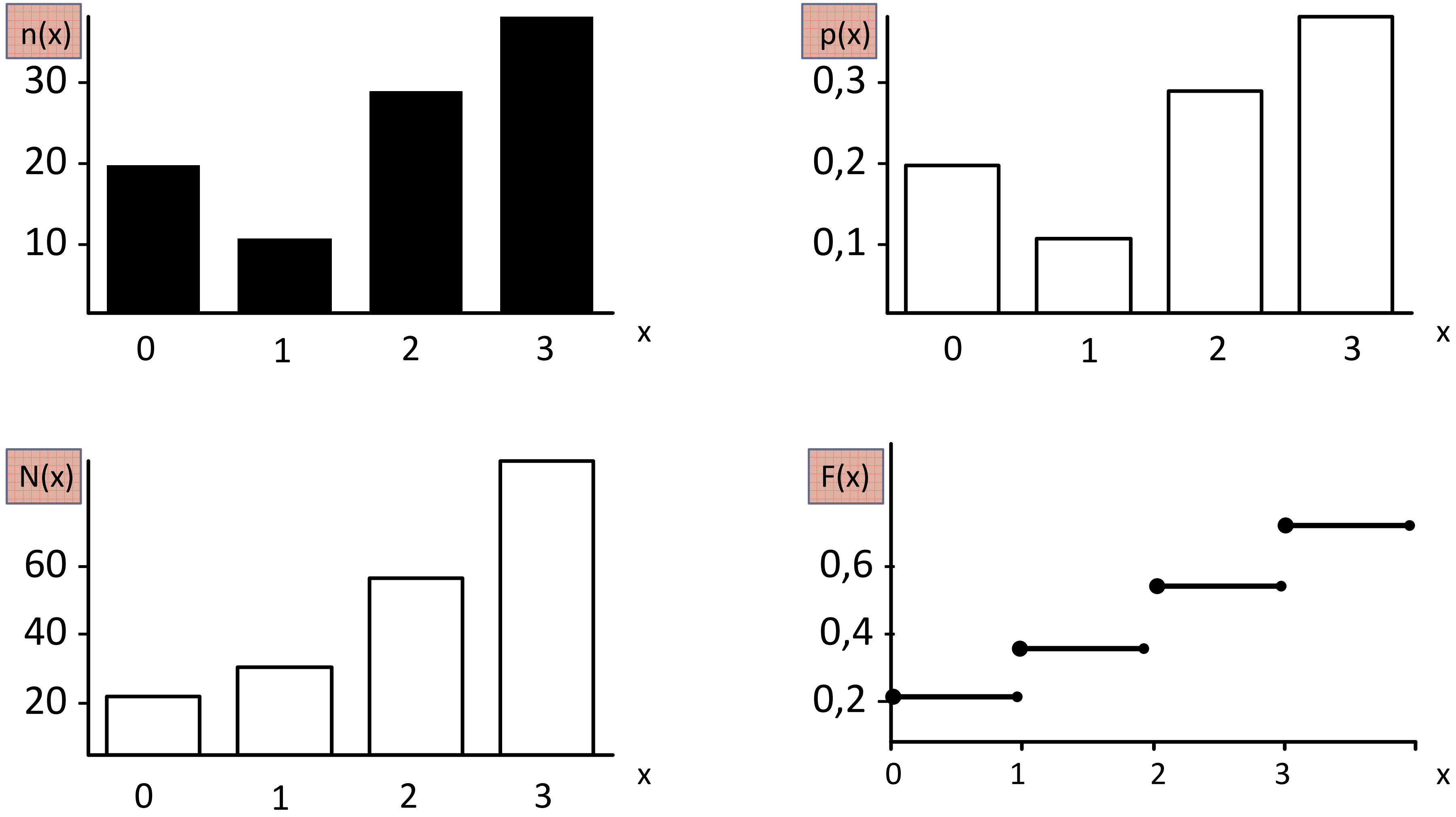
x	n(x)	N(x)	p(x)	F(x)
0	20	20	0,2	0,2
1	10	30	0,1	0,3
2	30	60	0,3	0,6
3	40	100	0,4	1,0

n(x) – absolutní četnost x
N(x) – kumulativní četnost hodnot nepřevyšujících x;

$$N(x) = \sum_{t \leq x} n(t)$$

p(x) – relativní četnost; p(x) = n(x) / n
F(x) – kumulativní relativní četnost hodnot nepřevyšujících x; F(x) = N(x) / n

Jak vznikají informace ?
Grafické výstupy z frekvenční tabulky



Jak vznikají informace ?
- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

SPOJITÁ DATA

<u>Příklad:</u> **x: koncentrace látky v krvi n = 100 pacientů**

Primární data

Hodnoty pro n = 100 osob

1,21
1,48
1,56
0,31
1,21
1,33
0,33
.
.
.
n = 100

Frekvenční sumarizace

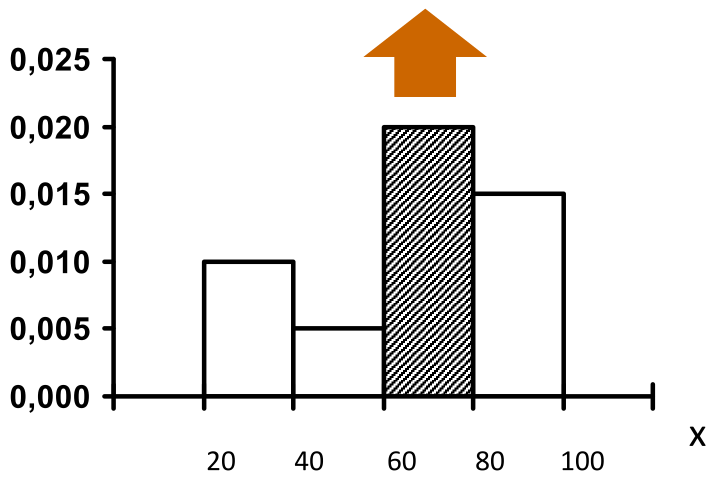
n = 100 opakovaných měření (100 pacientů)
x: koncentrace sledované látky v krvi (20 – 100 jednotek)

interv	d(I)	n(I)	n(I)/n	N(x'')	F(x'')
<20, 40)	20	20	0,2	20	0,2
<40, 60)	20	10	0,1	30	0,3
<60, 80)	20	40	0,4	70	0,7
<80, 100)	20	30	0,3	100	1,0

d(I) – šířka intervalu
n(I) – absolutní četnost
n(I) / n – intervalová relativní četnost
N(x'') – intervalová kumulativní četnost do horní hranice X''
F(x'') – intervalová relativní kumulativní četnost do horní hranice X''

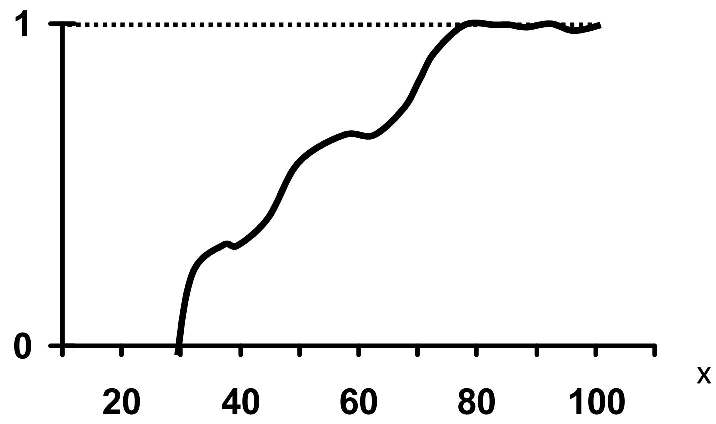
Jak vznikají informace ?
- frekvenční sumarizace spojitých dat

Histogram



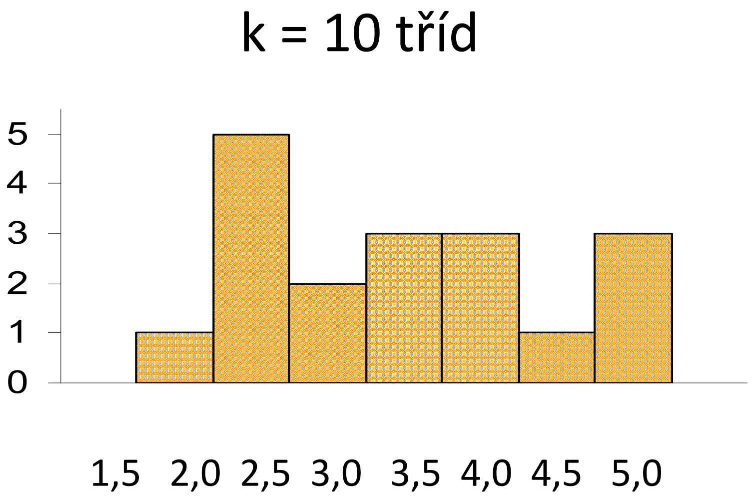
$$f(x) = \frac{n(I) / n}{d(I)}$$ ⇨ Intervalová hustota četnosti

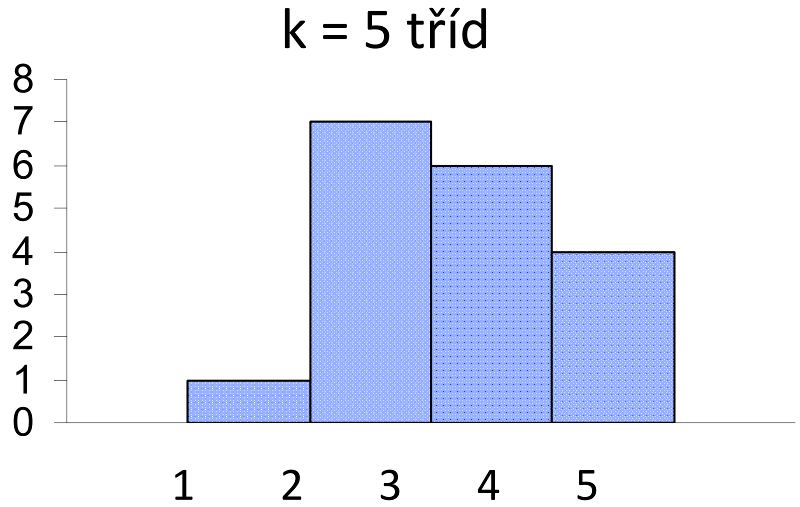
Výběrová distribuční funkce

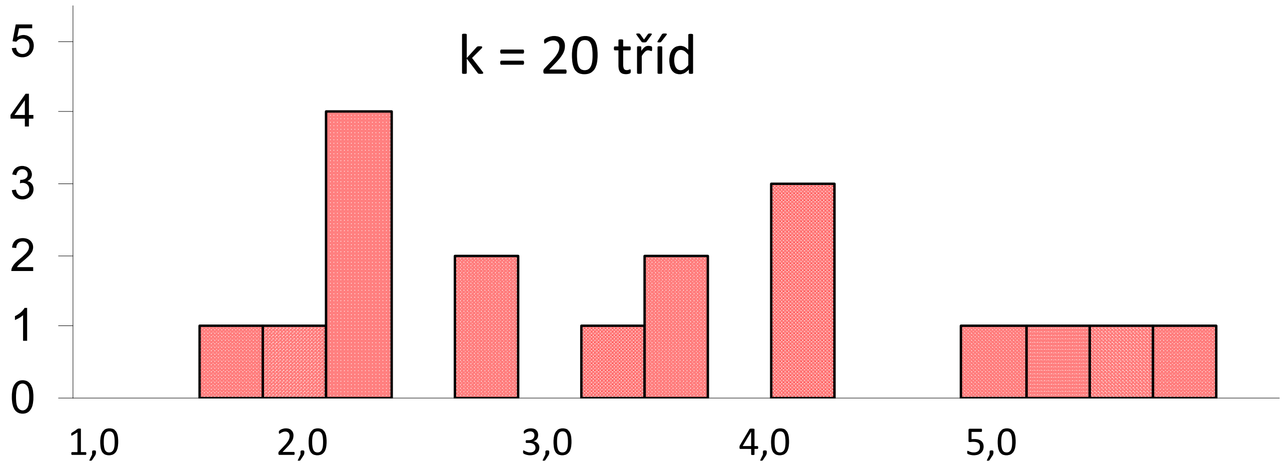


F(x) ⇨ Intervalová relativní kumulativní četnost

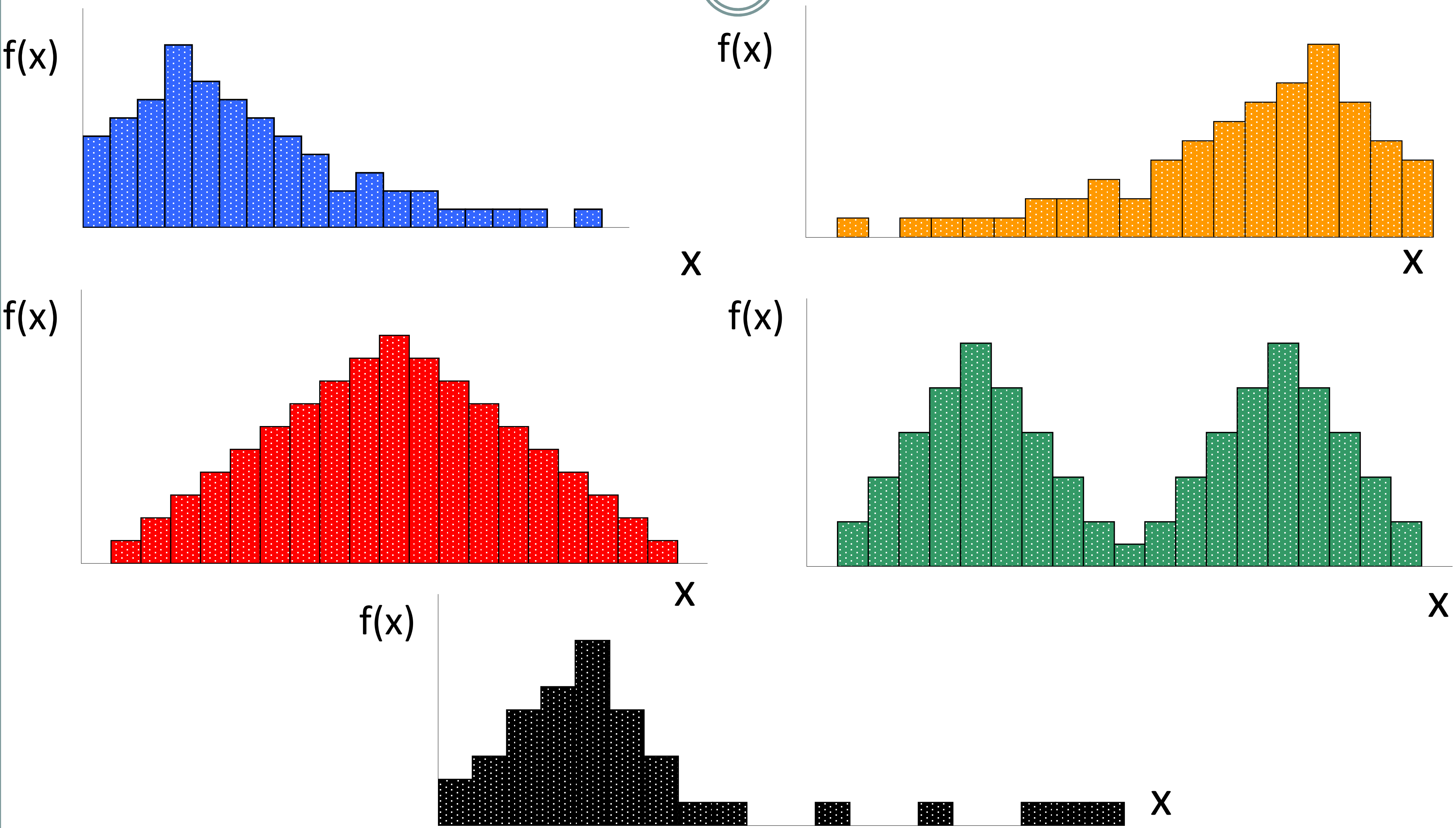
Počet zvolených tříd a velikost souboru určují kvalitu výstupu





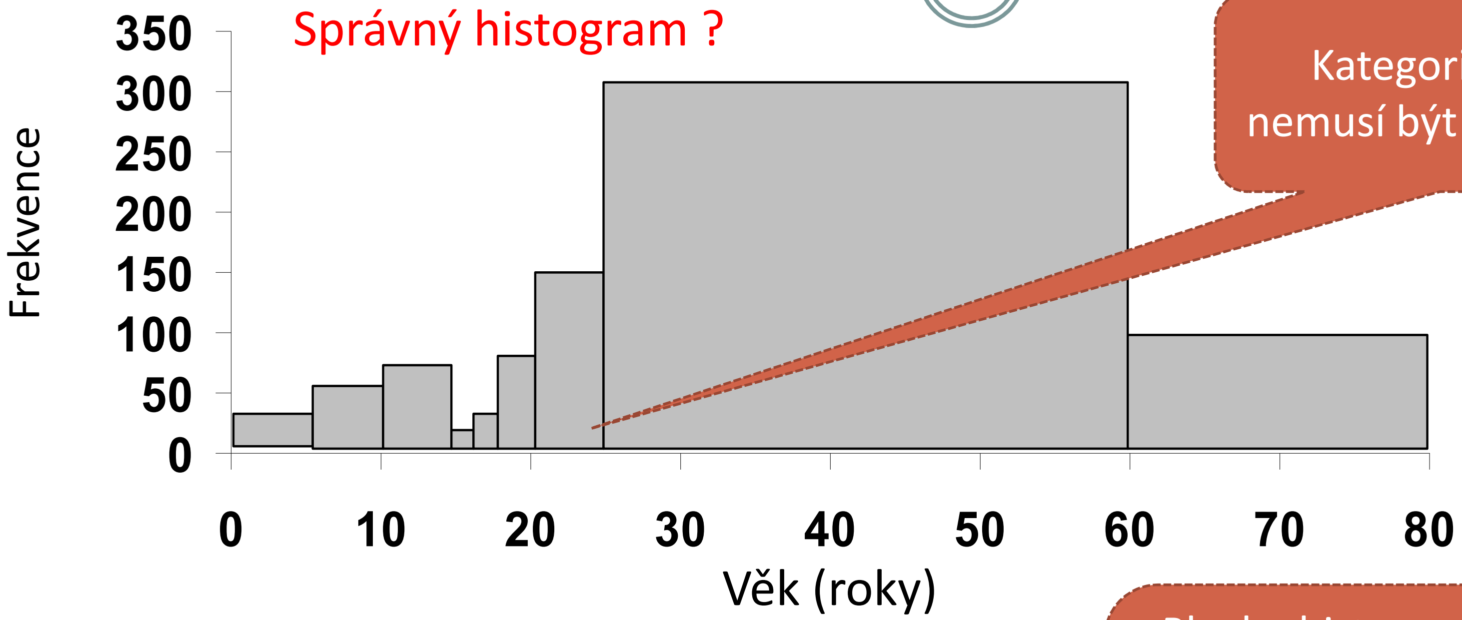


Histogram vyjadřuje tvar výběrového rozložení



Příklad: věk účastníků vážných dopravních nehod

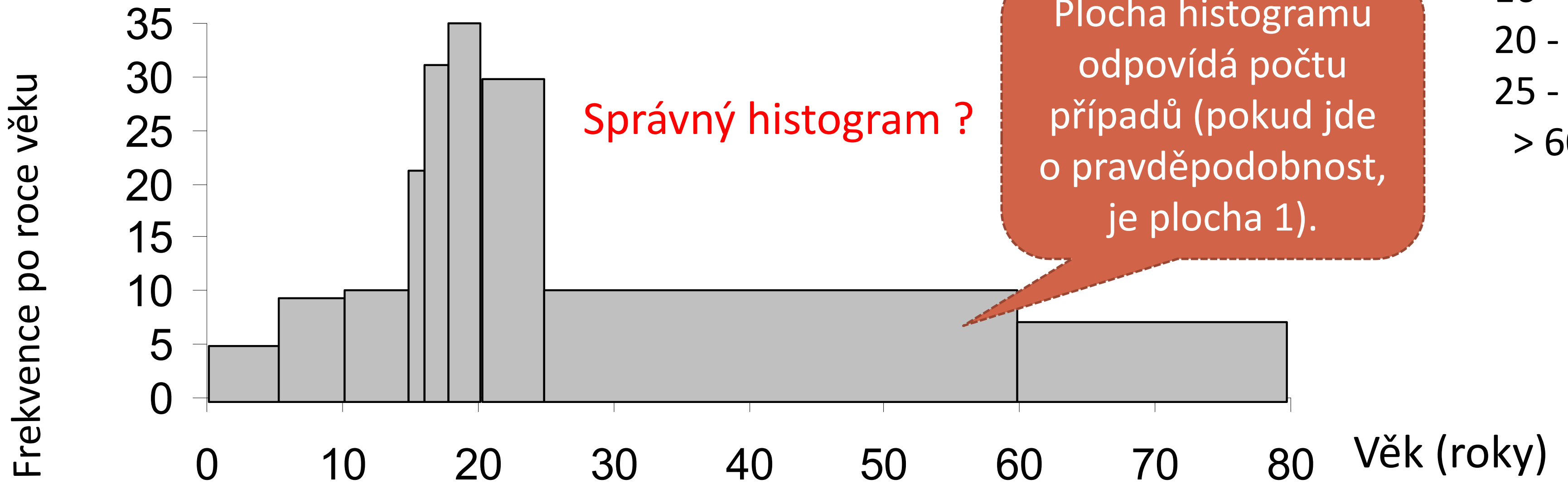
Správný histogram ?



Kategorie na ose x nemusí být ekvidistantní.

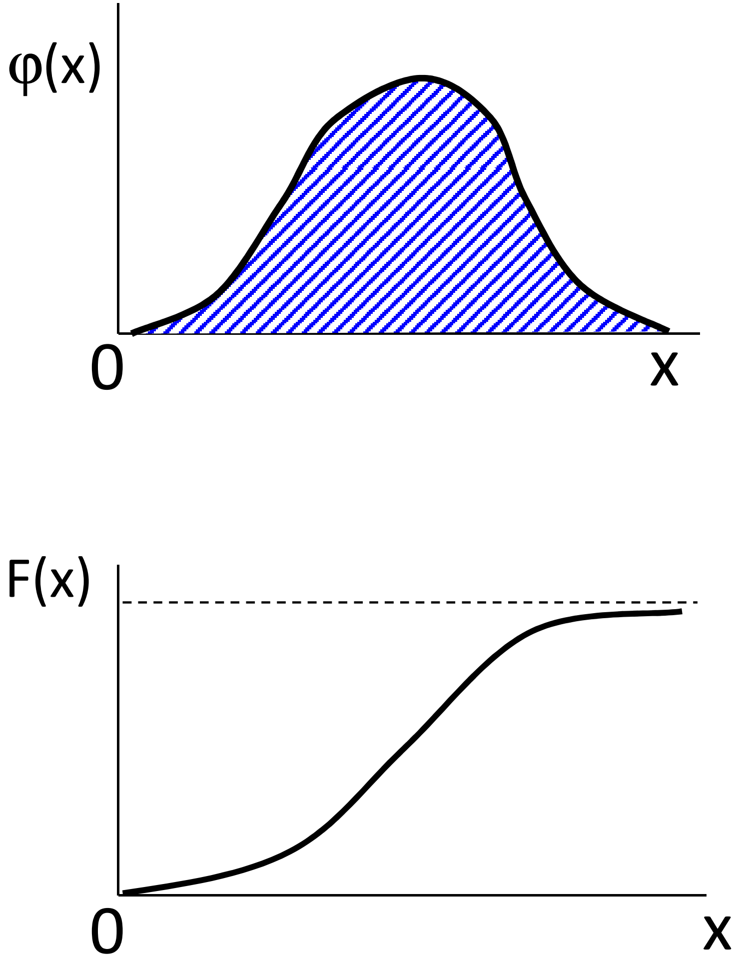
Věk	f
0 - 4	28
5 - 9	46
10 - 15	58
16 - 19	20
20 - 24	114
25 - 59	316
> 60	103

Správný histogram ?



Plocha histogramu odpovídá počtu případů (pokud jde o pravděpodobnost, je plocha 1).

Pojem ROZLOŽENÍ - příklad spojitých dat

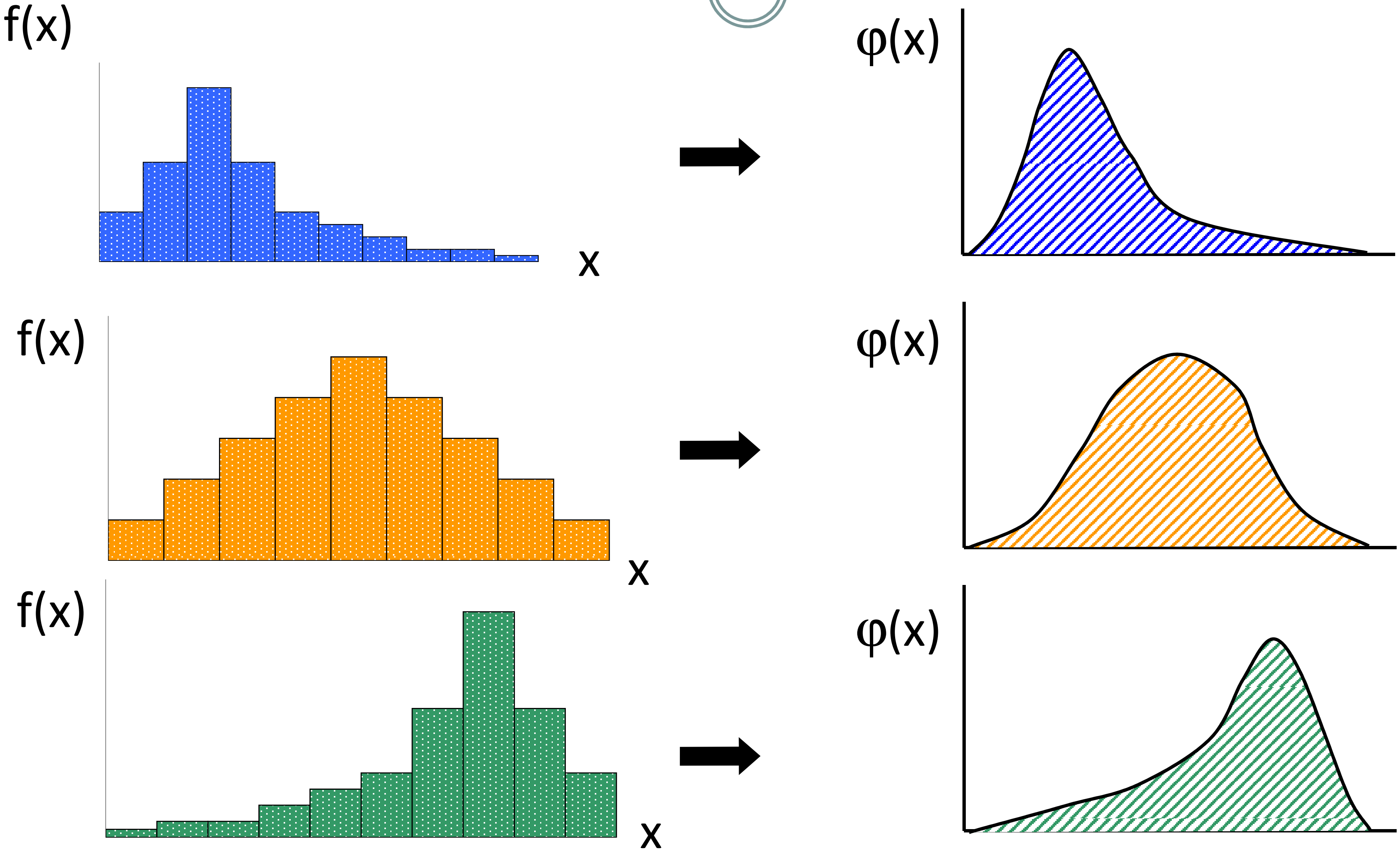


Rozložení

Distribuční funkce

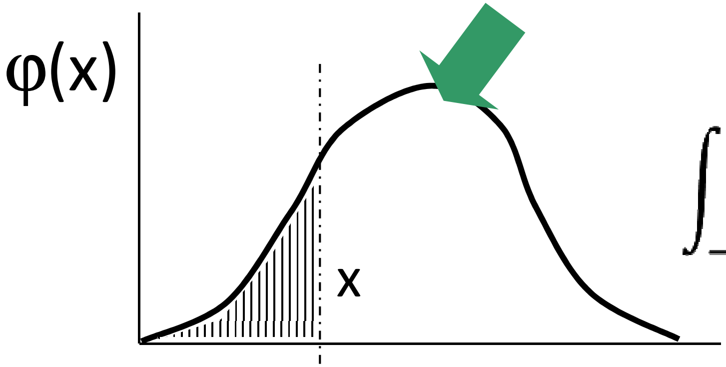
Je - li dána distribuční funkce, je dáno rozložení

Výběrové rozložení hodnot lze modelově popsat a odhadnout tak pravděpodobnost výskytu X

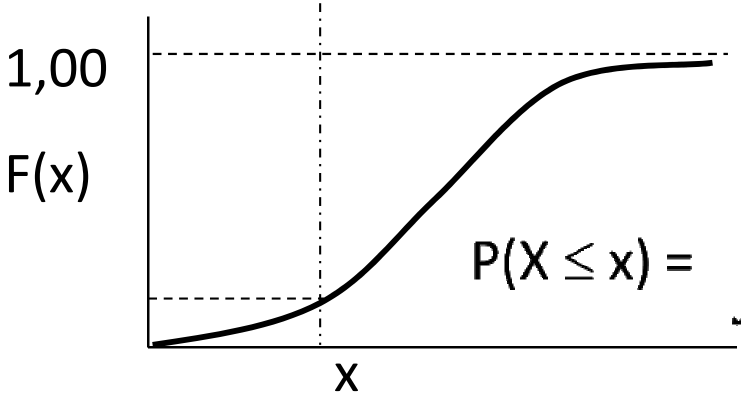


Distribuční funkce jako užitečný nástroj pro práci s rozložením

Plocha = relativní četnost



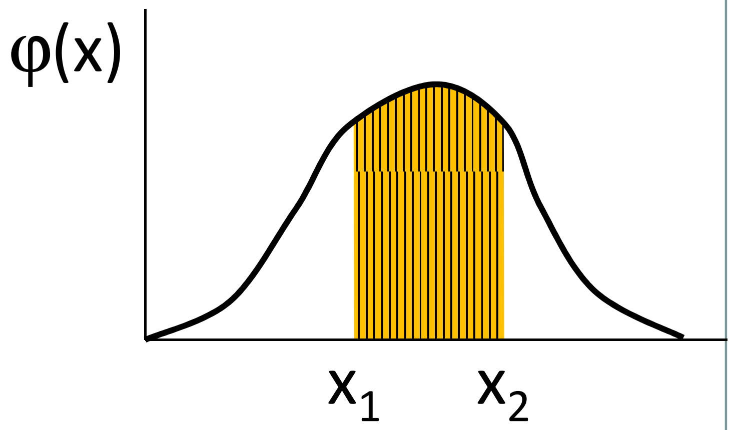
$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\ d(x) = 1$$



$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(x) = F(x)$$

$\Phi(x)$ … distribuční funkce

F(x): Pravděpodobnost, že se X vyskytuje v intervalu $(-\infty;x)$.

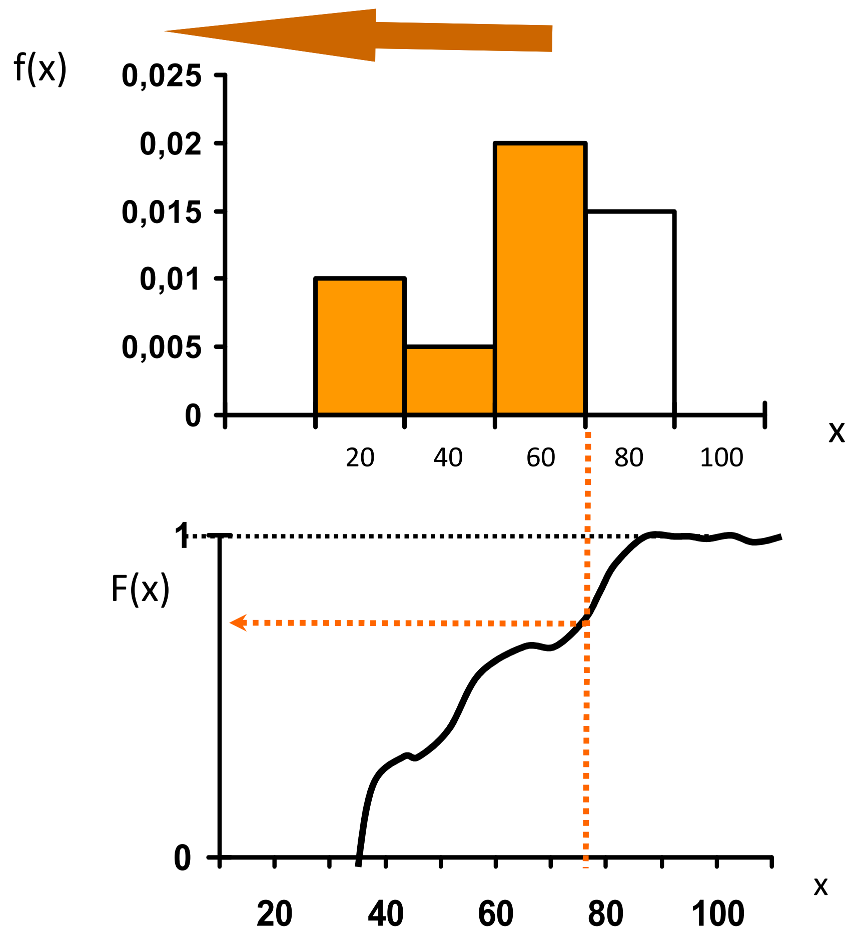


$$P(X \in (x_1;x_2)) = \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) = F(x_2)-F(x_1)$$

Známe-li distribuční funkci, pak známe rozložení sledované veličiny.
Pro jakoukoli množinu hodnot (M) lze určit P, že X do této množiny patří.

Jak vznikají informace ?
- frekvenční sumarizace spojitých dat

Grafické výstupy z frekvenční tabulky – spojitá data



Uspořádání čísel podle velikosti a konstrukce rozložení umožňuje <u>pravděpodobnostní zařazení</u> každé jednotlivé hodnoty

KVANTIL

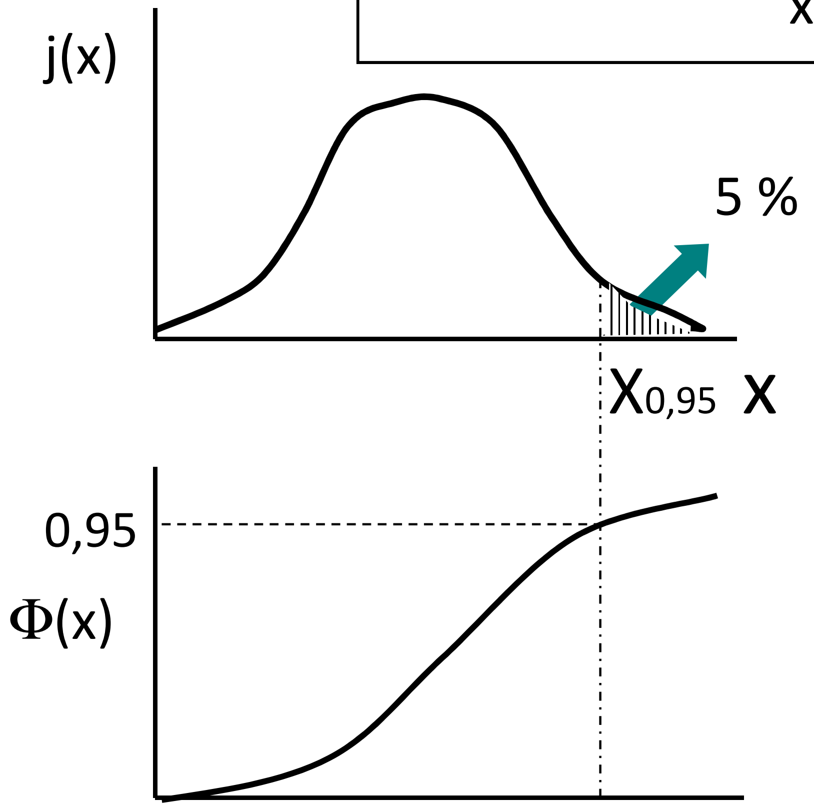
$X_{0.1}$; $X_{0.9}$; $X_{0.5}$; X_{θ}

Otázka: Jak velké musí být X, aby 5 % všech hodnot bylo nad ním?

θ = 0,95 … pravděpodobnost

<u>Hledáme:</u> $P(X > x_\theta) = 0{,}95 = \theta$

$x_\theta = (\mathbf{X}_{0,95}) = ?$



$F(x\theta) = \theta$

Kvantil je číslo, jehož hodnota distribuční funkce je rovna P, pro kterou je kvantil definován

Jakékoliv číslo na ose x je kvantilem*

* za předpokladu omezeného definičního oboru distribuční funkce