

Brýlová optika: úvod, základy



stručná osnova

jarní semestr

- základy geometrické optiky pro brýlovou optiku
- Gullstrandovo schematické oko, další modely oka
- fotoreceptory oka, vizus, optotypy
- myopie, hypermetropie, afakie a jejich korekce
- povaha axiální refrakce, velikost obrazu na sítnici

podzimní semestr

- akomodace
- presbyopie a její korekce
- brýlové čočky: výpočty, korekce vad
- prizmatický účinek
- bifokální, trifokální a multifokální čočky
- oční astigmatismus a jeho korekce

kontrola a hodnocení studia

jarní semestr

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů): 12.4. a 31.5.

zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1x opravit)

podzimní semestr

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)

zápočet (podmínka udělení: > 49 bodů, lze 1x opravit)

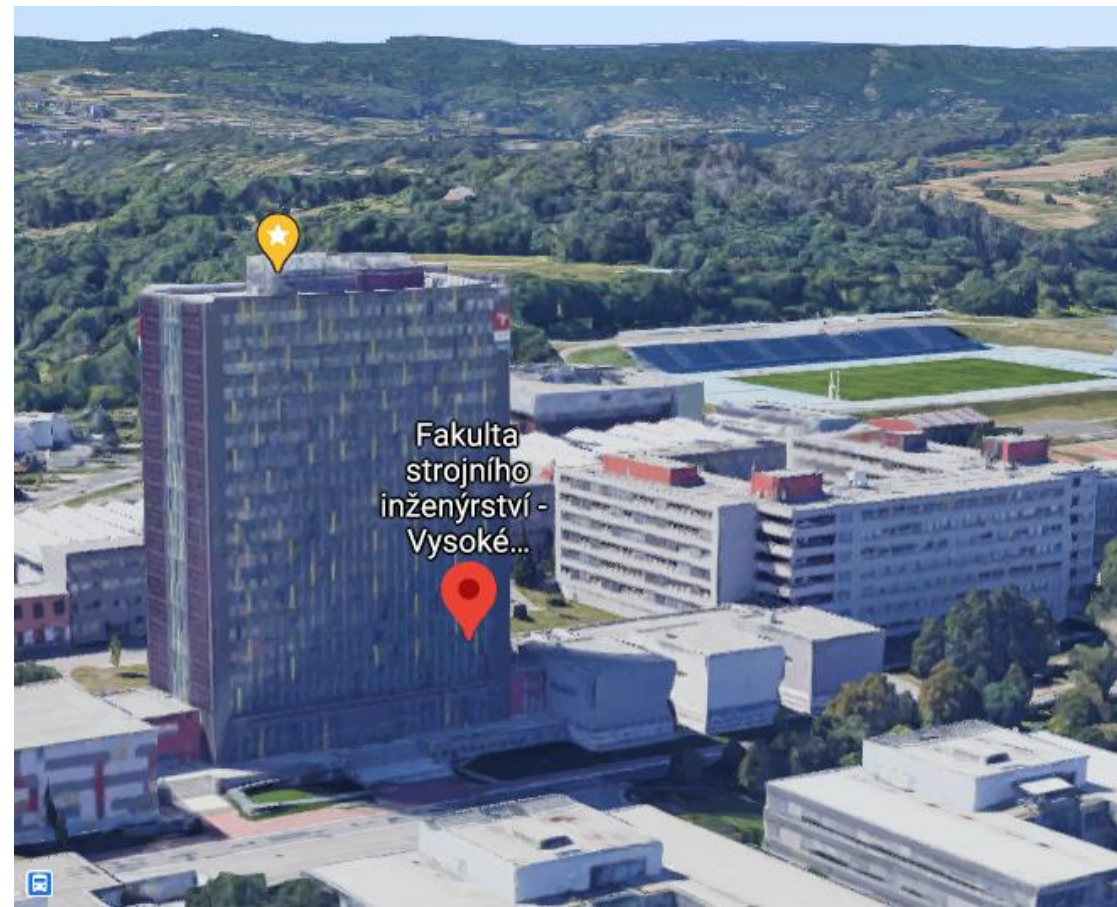
zkouška (ústní, celkové hodnocení se odvozuje z výsledku ústní zkoušky a bodového výsledku všech 4 kontrolních prací)

doporučená literatura

1. J. Polášek a kol.: Technický sborník oční optiky, 2. vyd. SNTL, Praha 1975.
 2. R. Baštecký: Praktická brýlová optika. R+H optik, Praha 1997.
 3. M. Rutrle: Brýlová optika. IDVPZ, Brno 1993.
 4. A. H. Tunnacliffe: Introduction to Visual Optics. ABDO College, Canterbury 2004.
 5. E. Kepřt: Teorie optických přístrojů III. Oko a jeho korekce. SPN, Praha 1966.
 6. J. Schwiegerling: Field Guide to Visual and Ophthalmic Optics. SPIE, Bellingham 2004.
 7. B. Havelka: Geometrická optika, I. a II. díl. NČAV, Praha 1955.
- Též na www.opto.cz

kontakt

prof. RNDr. Radim Chmelík, Ph.D.
Ústav fyzikálního inženýrství
Fakulta strojního inženýrství
Vysoké učení technické v Brně
e-mail: radim.chmelik@vut.cz

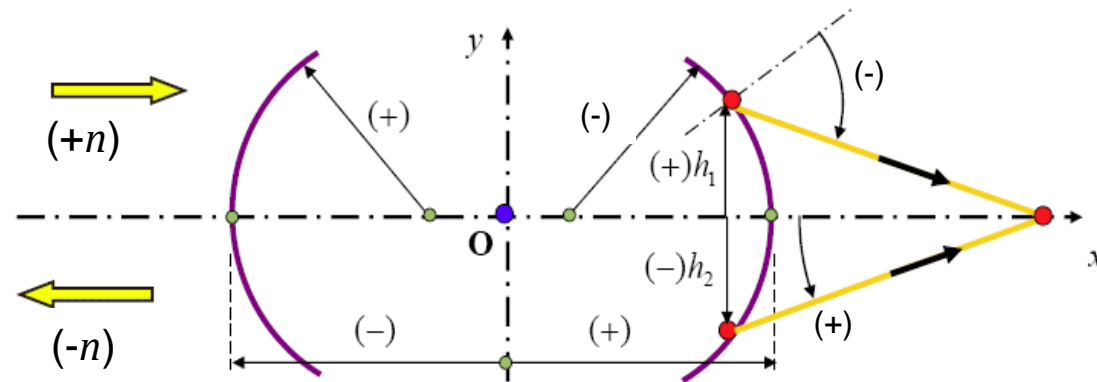


předpokládané vstupní znalosti

1. zákony geometrické optiky, index lomu
2. disperze, Abbeovo číslo, základní vlastnosti optických materiálů
3. hranol, optický klín
4. zobrazení kulovou plochou obecně a v paraxiálním prostoru
5. základní (kardinální) body jedné kulové plochy
6. zobrazení soustavou kulových ploch, polohy základních (kardinálních) bodů soustavy, ohniskové vzdálenosti
7. zobrazovací rovnice (pro paraxiální prostor)
8. zobrazení tenkou čočkou, zobrazení tlustou čočkou
9. zobrazení soustavou čoček, trasování paprsků
10. omezení paprskových svazků v optické soustavě
11. zvětšení příčné, podélné, úhlové
12. základní optické vady

(Geometrická optika – 1. semestr)

znaménková konvence a symboly



$X, X', (Y, Y')$... osový (mimoosový) předmětový a obrazový bod
s, s'	... sečné vzdálenosti předmětového, obrazového bodu
$s_X, s(X), x$... sečná vzdálenost bodu X
a, a'	... vzdálenost od předmětové, obrazové hlavní roviny
f, f'	... předmětová, obrazová ohnisková vzdálenost
h	... výška paprsku (vzdálenost od optické osy)
d	... vzdálenost elementů, rozměr
y, y'	... příčná souřadnice mimoosového bodu
n, n'	... index lomu (před a za lámavou plochou, zrcadlo: $n' = -n$)
φ', S'	... optická mohutnost, vrcholová lámavost

vergence se označují příslušnými velkými písmeny (A, S, X)

pořadí lámavé plochy se značí číselným indexem

lom kulovou plochou

Snellův zákon:

$$n' \sin \sigma' = n \sin \sigma$$

$x, \alpha \rightarrow$

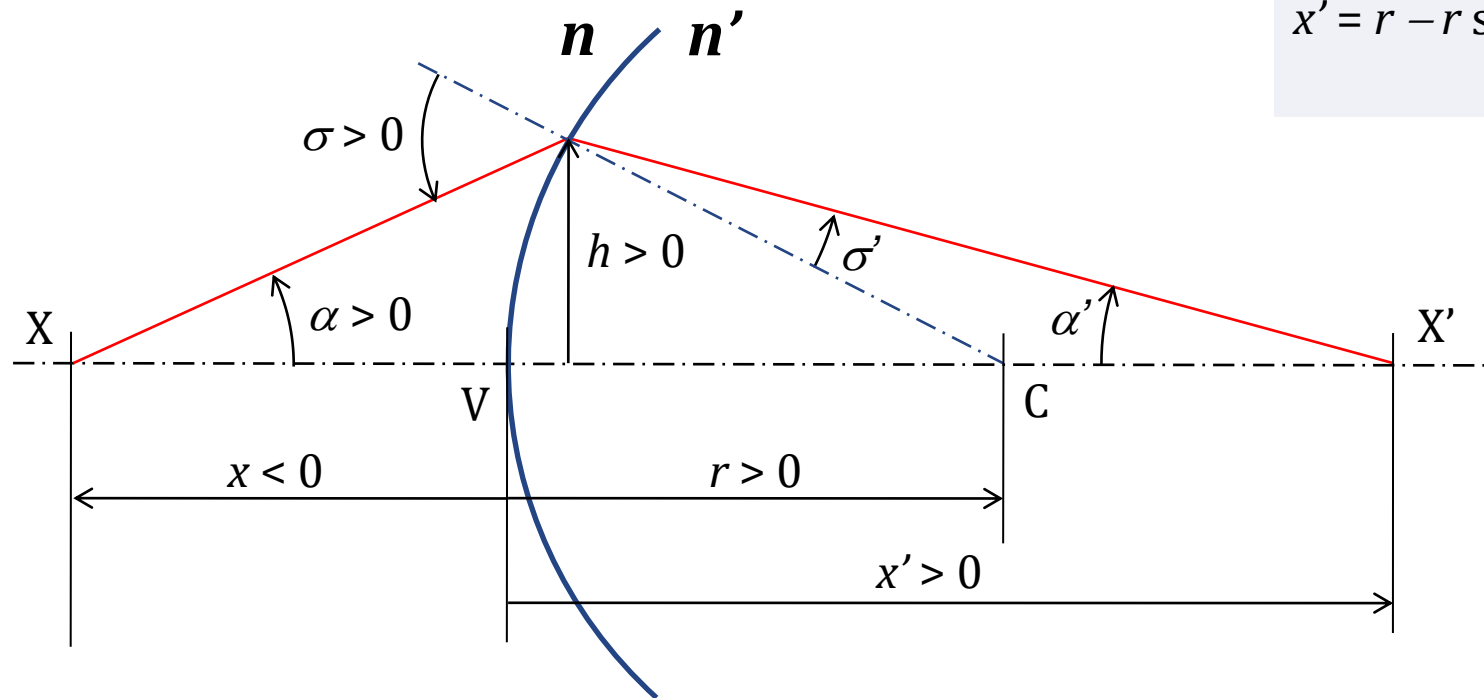
$$\sin \sigma = (r - x)/r \sin \alpha$$

$$\sin \sigma' = n/n' \sin \sigma$$

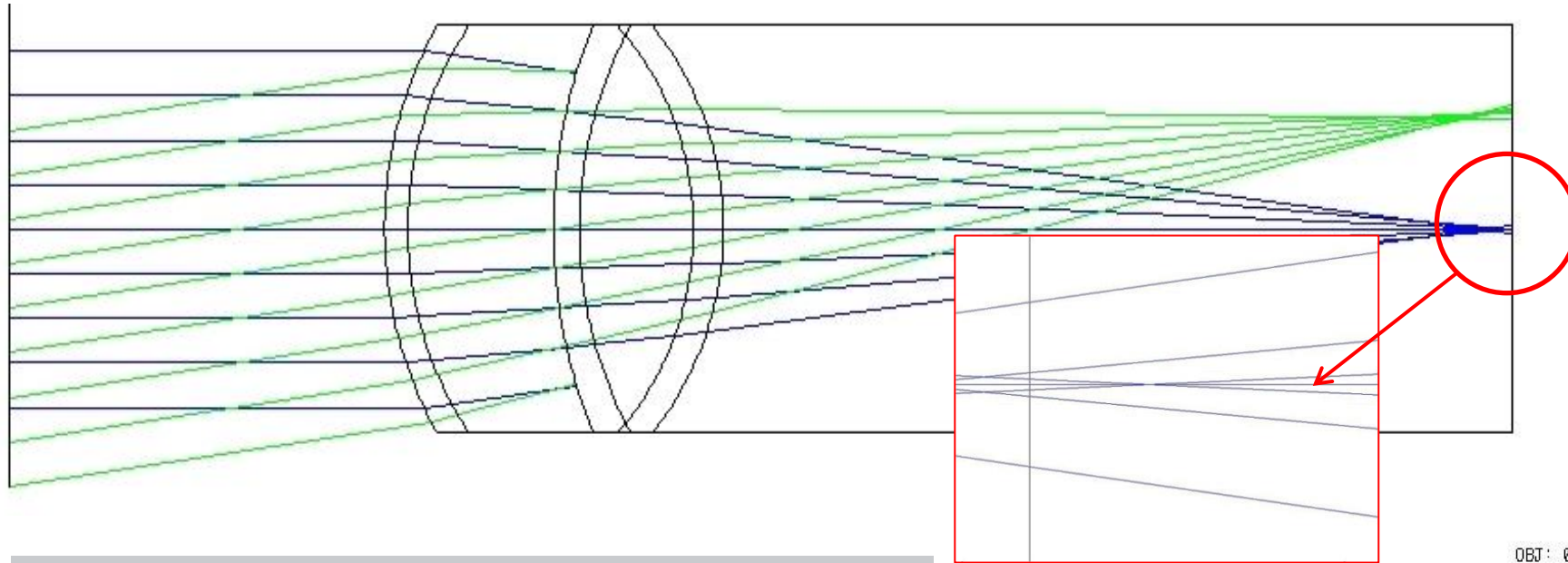
$$\alpha' = \alpha - \sigma + \sigma'$$

$$x' = r - r \sin \sigma' / \sin \alpha'$$

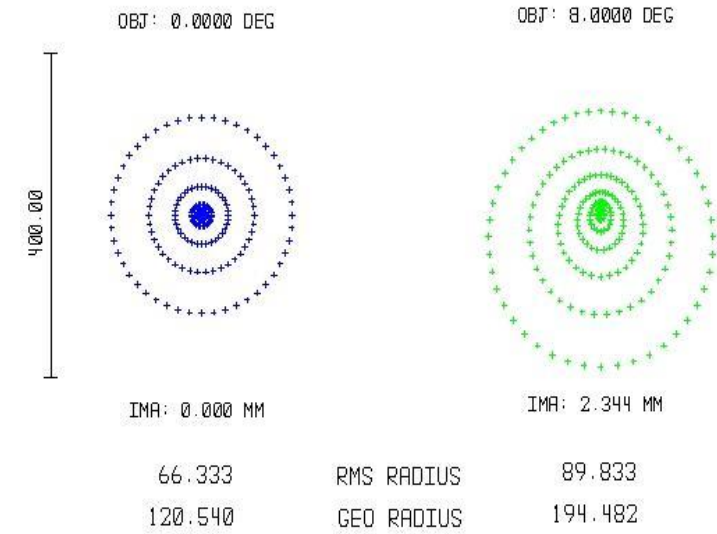
$\rightarrow x', \alpha'$



trasování paprsků (ray tracing)

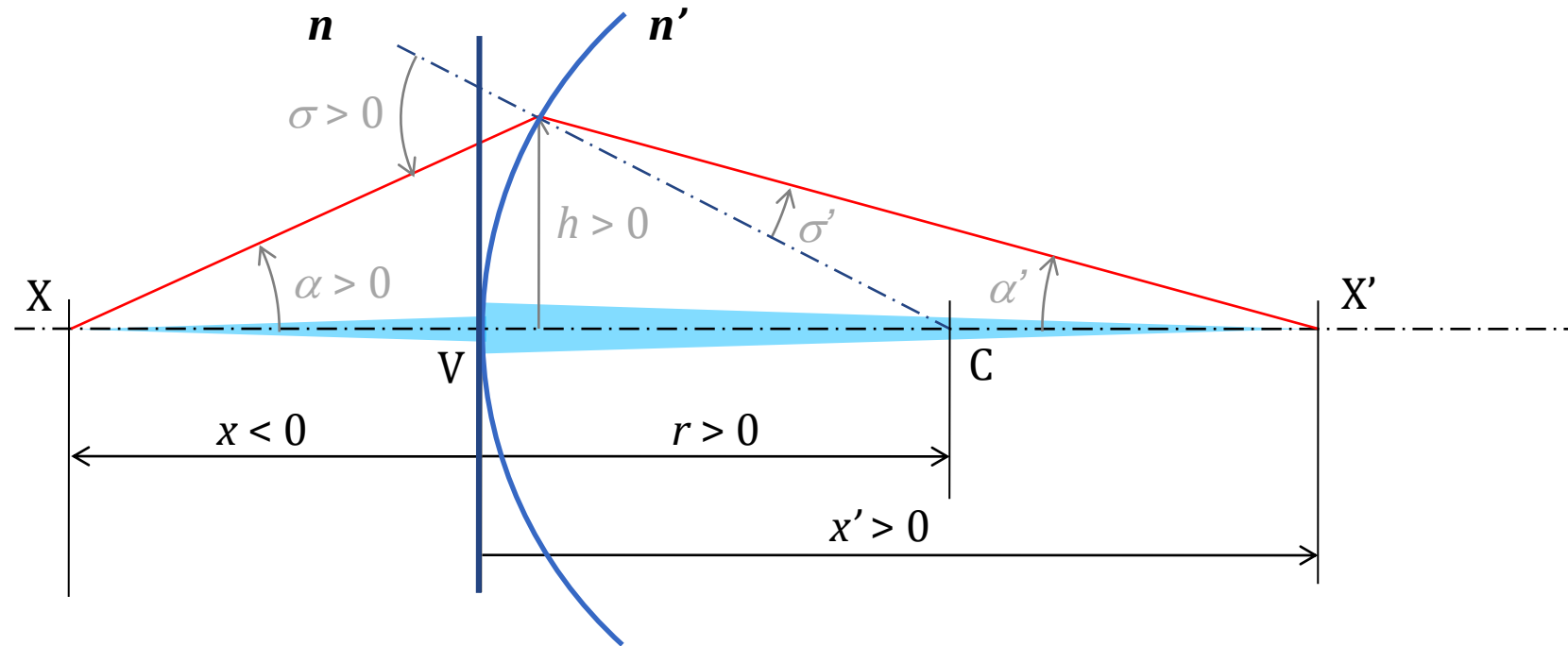


Plocha	Rádus (mm)	Tloušťka (mm)	Index lomu nD (-)
Objekt	nekonečno	nekonečno	1,0000
2	7,70	0,50	1,3771
3	6,80	3,10	1,3374
STO	10,00	0,55	1,3860
5	7,91	2,42	1,4060
6	-5,76	0,64	1,3860
7	-6,00	16,79	1,3360



Gaussova zobrazovací rovnice

paraxiální aproximace (sklon paprsků menší než 5°)



Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{n'}{x'} = \frac{n}{x} + \varphi'$$

optická mohutnost plochy:

$$\varphi' = \frac{n' - n}{r}$$

(redukováaná) vergence

redukováaná vzdálenost:

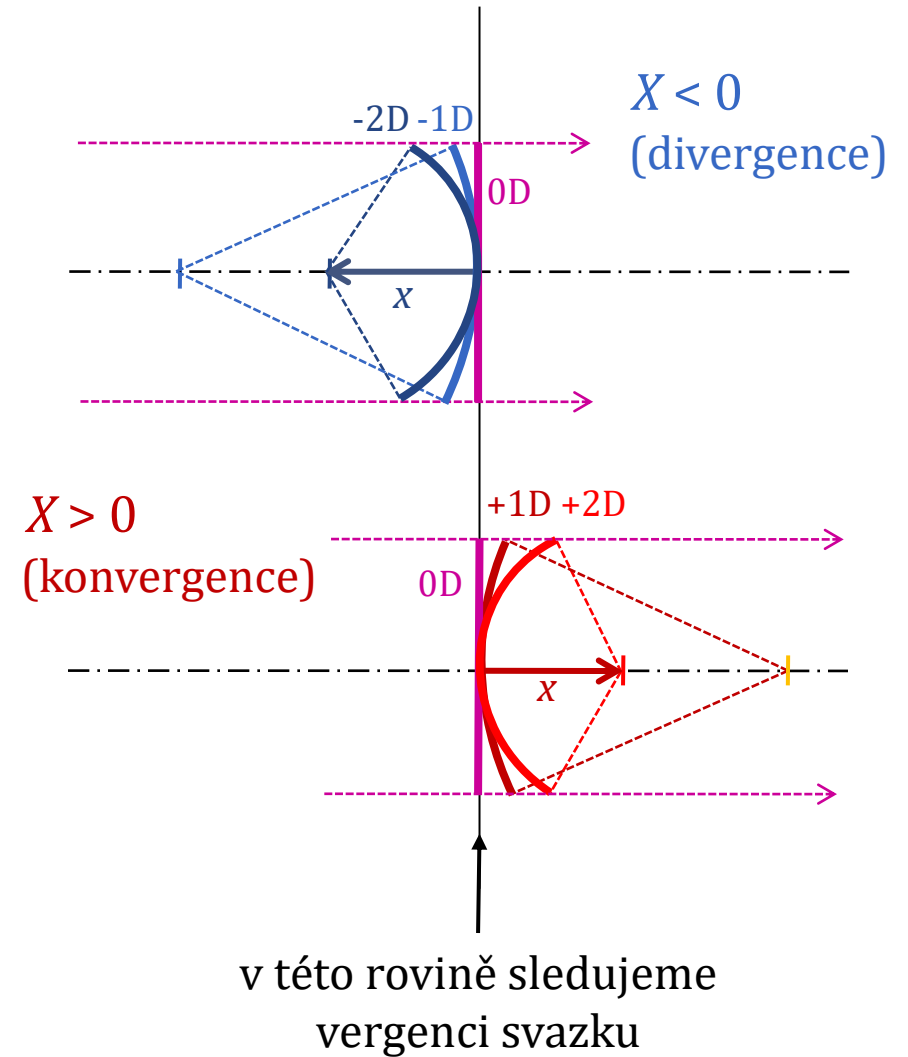
$$\bar{x} = x/n$$

(redukováaná) vergence:

křivost geometrické vlnoplochy
svazku v dané rovině

$$X = n/x$$

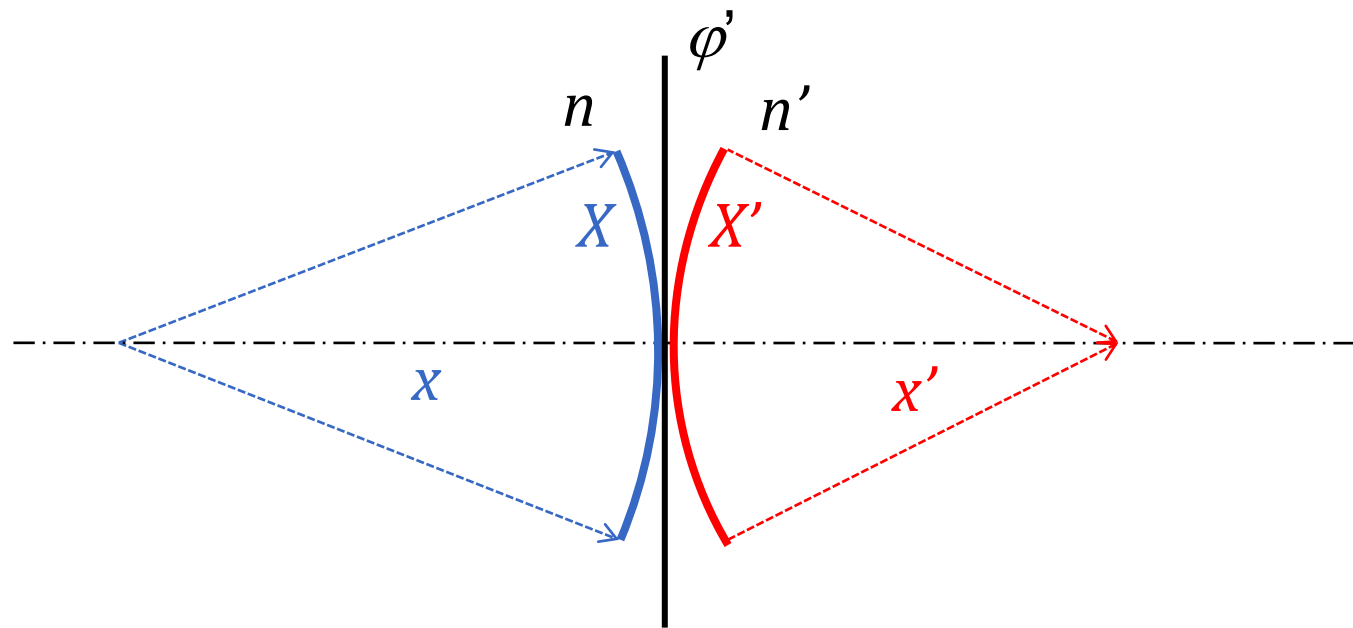
x (m)	X (m^{-1} , D)
-0,1	-10
-0,2	-5
-0,25	-4
-0,33	-3
-0,5	-2
-1	-1
∞	0
+1	+1
+0,5	+2
+0,1	+10



lámavá plocha mění vergenci svazku

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{n}{x} + \varphi' = \frac{n'}{x'} \Rightarrow X + \varphi' = X'$$

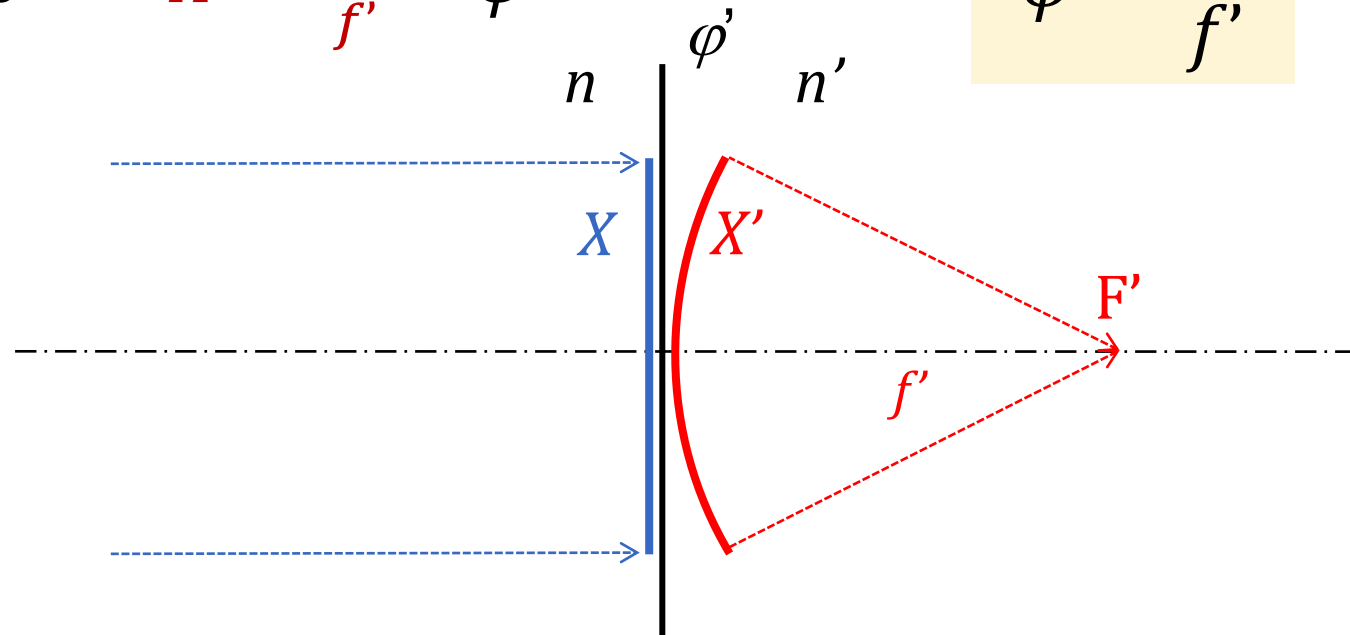


optická mohutnost lámavé plochy

$$X' = X + \varphi'$$

$$X = 0 \Rightarrow X' = \frac{n'}{f'} = \varphi'$$

$$\varphi' = \frac{n'}{f'}$$



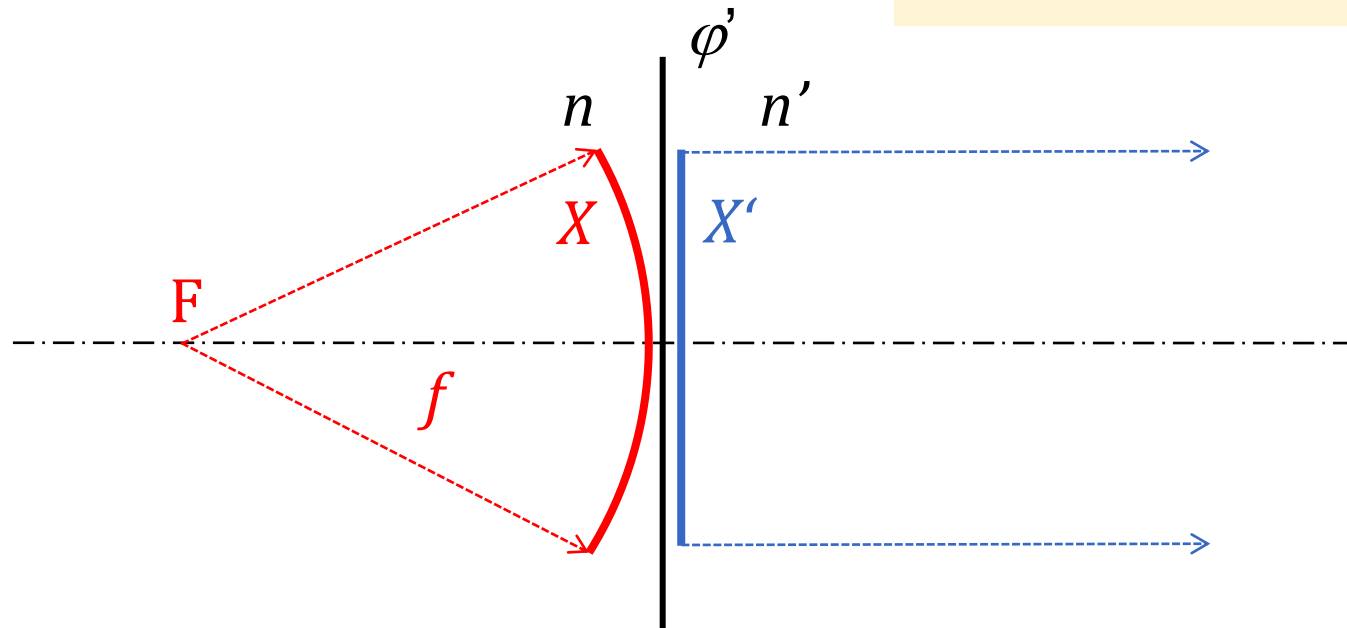
Optická mohutnost lámavé plochy je rovna **vergenci svazku**, který konverguje do obrazového ohniska, určená v místě lámavé plochy.

optická mohutnost lámavé plochy

$$X' = X + \varphi'$$

$$X' = 0 \Rightarrow X = \frac{n}{f} = -\varphi'$$

$$\varphi' = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$



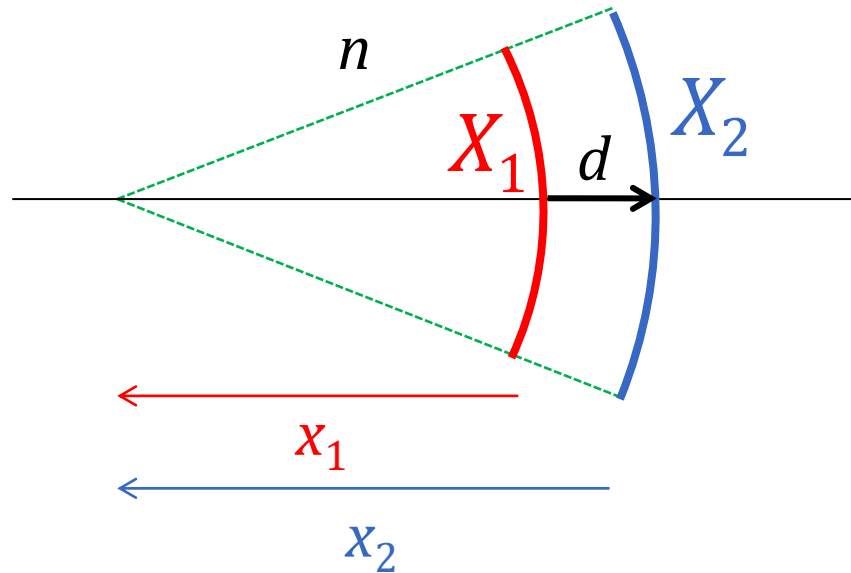
Optická mohutnost lámavé plochy je také rovna záporně vzaté **vergenci svazku**, který diverguje z předmětového ohniska, určená v místě lámavé plochy.

vergence svazku se mění při jeho šíření (postupu)

$$x_2 = x_1 - d$$

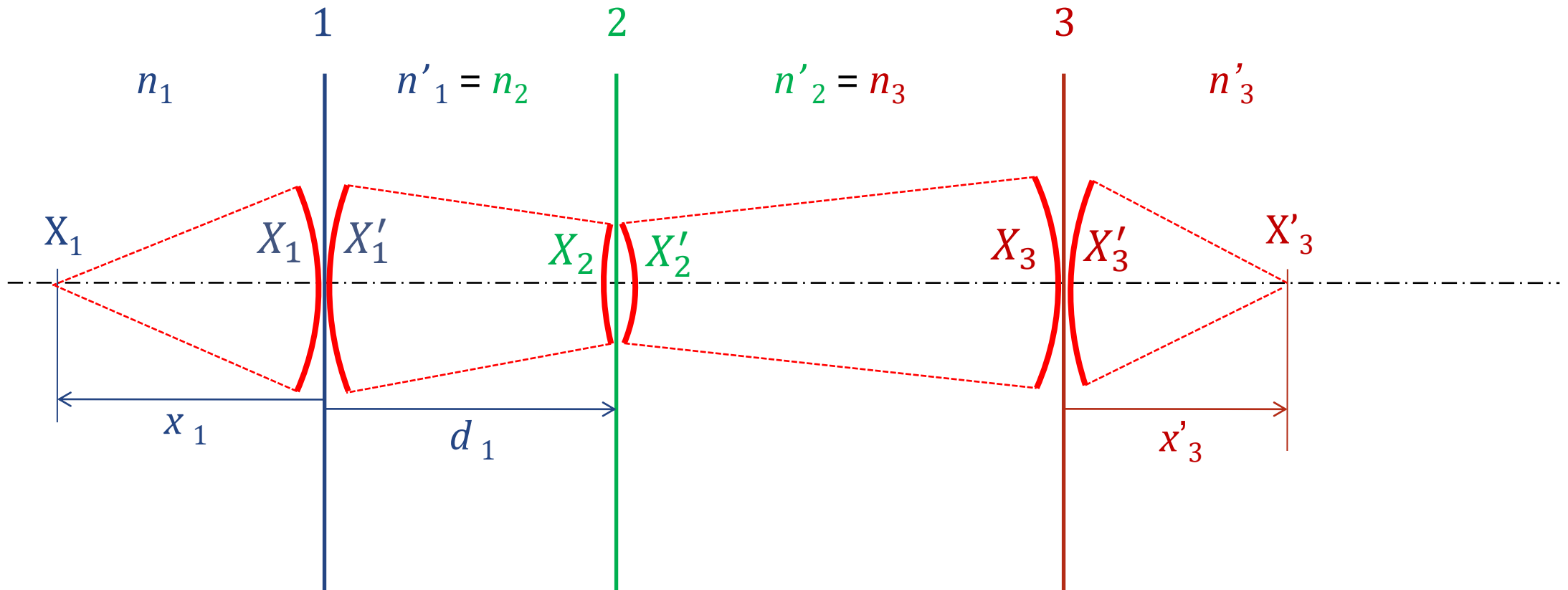
$$X_2 = \frac{n}{x_2} = \frac{n}{x_1 - d} = \frac{\frac{n}{x_1}}{1 - \frac{d}{x_1}} = \frac{\frac{n}{x_1}}{1 - \frac{d}{x_1} \frac{n}{n}} = \frac{X_1}{1 - \bar{d}X_1}$$

$$\bar{d} = d/n$$



$$X_2 = \frac{X_1}{1 - \bar{d}X_1}$$

zobrazení soustavou lámavých ploch



$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

$$X'_i = X_i + \varphi'_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X'_i}{1 - \bar{d}_i X'_i}$$

$$(\bar{d}_i = \frac{d_i}{n'_i})$$

zobrazení soustavou lámavých ploch

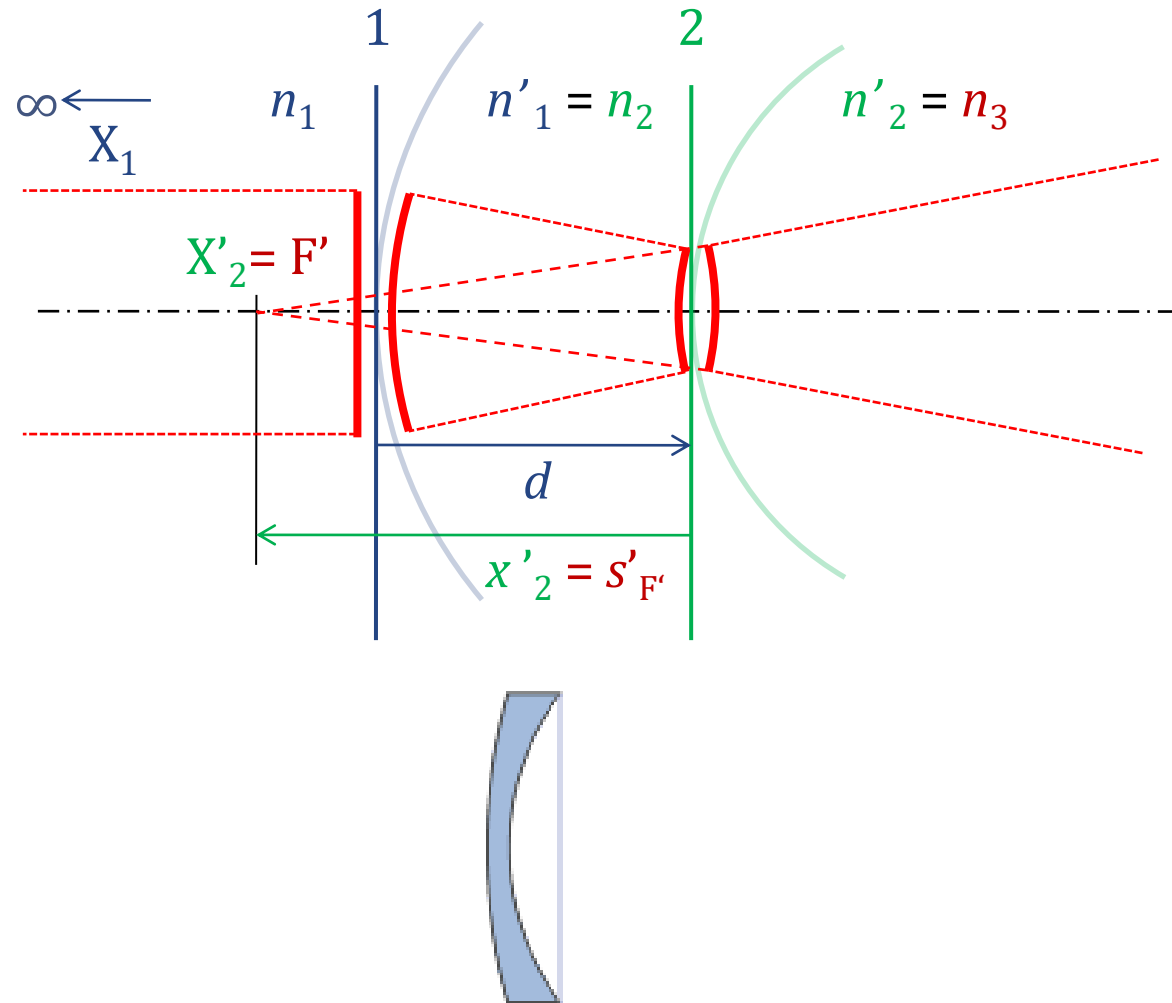
plocha č.	1	2	3	
n	1,000	1,525	1,603	... index lomu před lámavou plochou
n'	1,525	1,603	1,000	... index lomu za lámavou plochou
r	9,000	-1,000	-11,000	... rádius lámavé plochy
d	30	45		... vzdálenost lámavé plochy k následující
x	- 30,00			... vzdálenost předmětového bodu
$X = n/x$... vergence svazku před plochou
$\varphi' = (n' - n)/r$... optická mohutnost plochy
$X' = X + \varphi'$... vergence svazku za plochou
$p = 1/(1 - X'd/n')$... faktor pro šíření svazku
$pX' = X_{i+1}$... vergence svazku před následující plochou
$x' = n'/X'$... vzdálenost obrazového bodu

$$\varphi'_i = (n'_i - n_i)/r_i$$

$$X'_i = X_i + \varphi'_i$$

$$X_{i+1} = \frac{X'_i}{1 - \bar{d}_i X'_i} \quad (\bar{d}_i = \frac{d_i}{n'_i})$$

příklad: obrazové ohnisko rozptylky

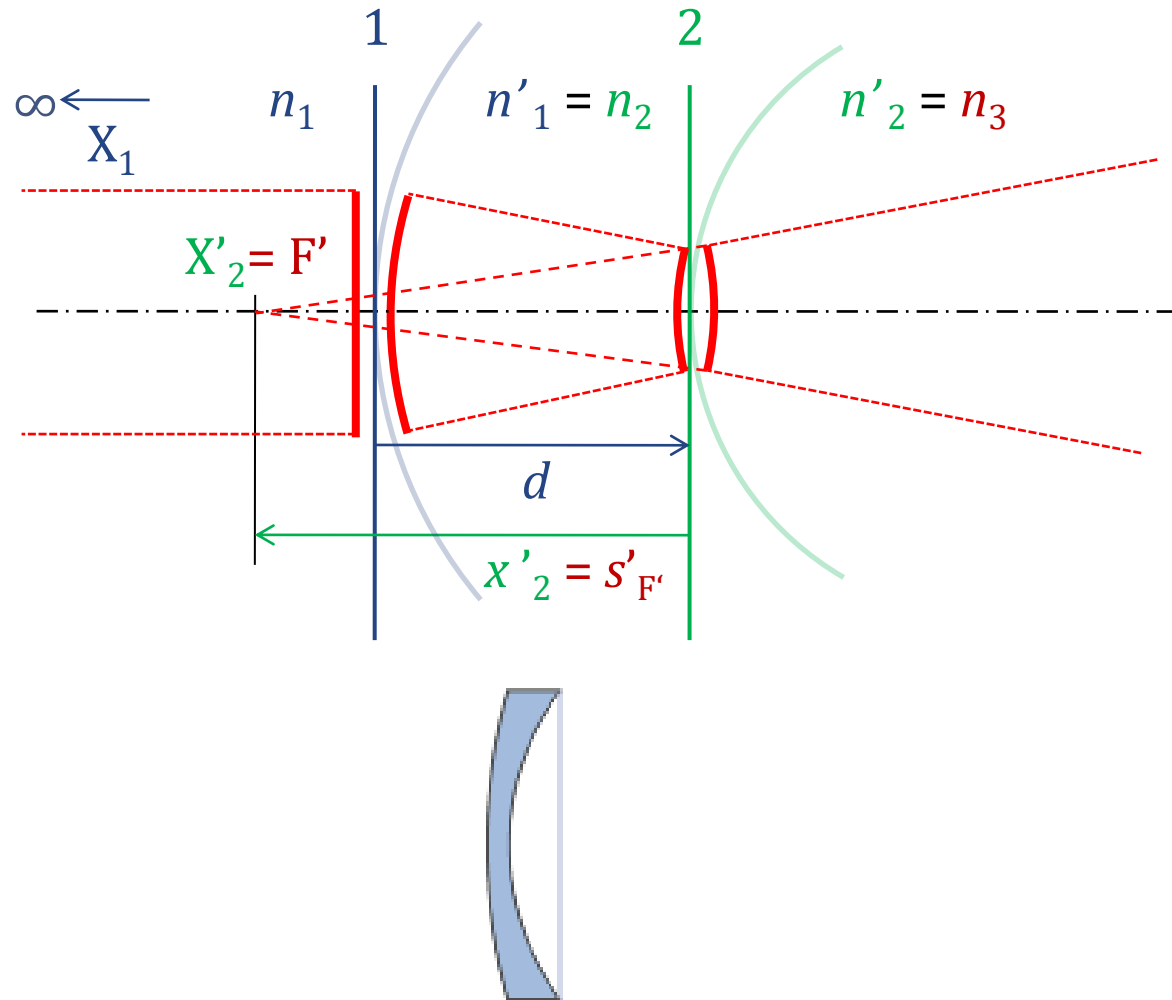


	plocha č.	
	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$	↑	
$X' = X + \varphi'$		
$p = 1/(1 - X'd/n')$		
pX'		
$x' = n'/X'$		$S'_{F'}$

leží-li
předmětový bod
v nekonečnu

pak zde vychází
sečná obrazová
ohnisková vzdálenost

příklad: obrazové ohnisko rozptylky



	plocha č.	
	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	0,018565
$\varphi' = (n' - n)/r$	0,017500	-0,026250
$X' = X + \varphi'$	0,017500	-0,007685
$p = 1/(1 - X'd/n')$	1,060869	
pX'	0,018565	
$x' = n'/X'$		-130,12

↑
sečná obrazová
ohnisková vzdálenost

$S'F'$

příklad: předmětové ohnisko rozptylky

plocha č.	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$	0,017500	-0,026250
$X' = X + \varphi'$		
$p = 1/(1 - X'd/n')$		
pX'		
$x' = n'/X'$		$s'_{F'}$



plocha č.	2	1
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	-20	-30
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	
$\varphi' = (n' - n)/r$	-0,026250	0,017500
$X' = X + \varphi'$		
$p = 1/(1 - X'd/n')$		
pX'		
$x' = n'/X'$		$-s_F$



příklad: předmětové ohnisko rozptylky

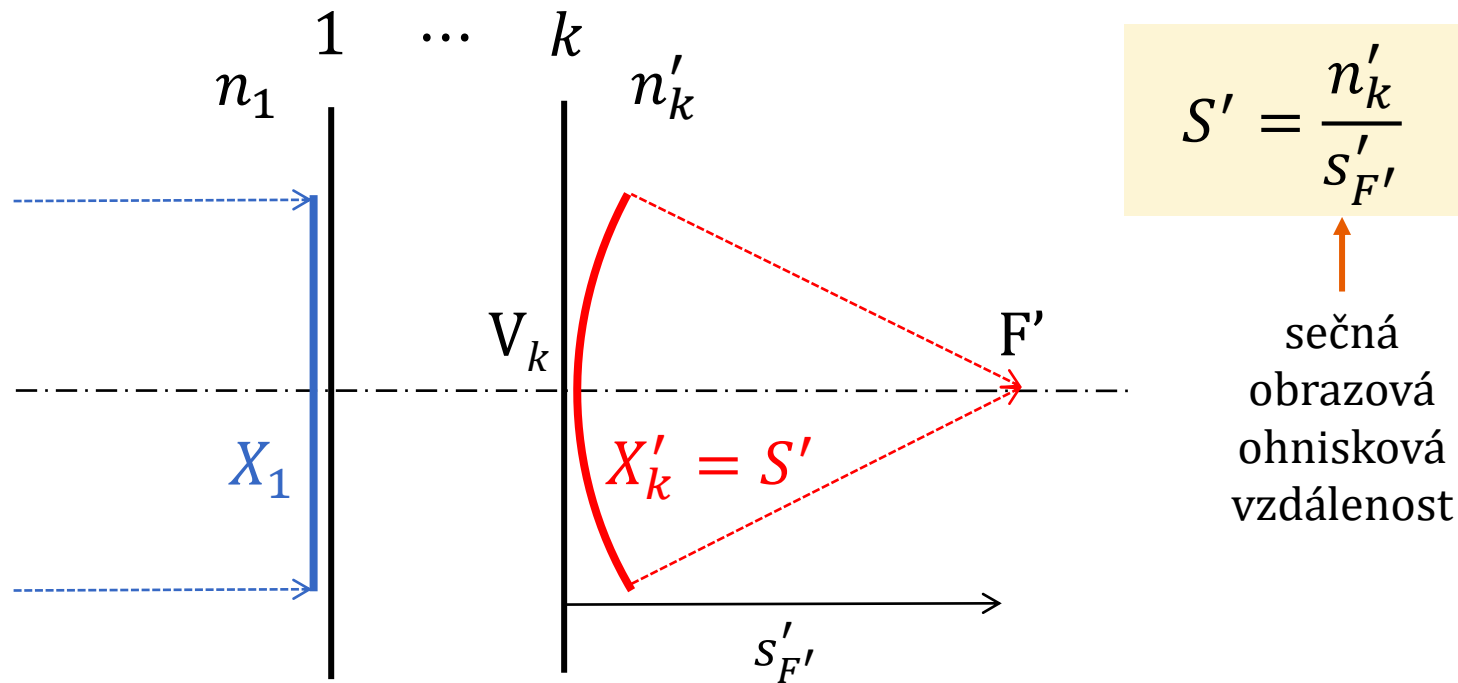


	plocha č.	
	2	1
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	-20	-30
d	5	
x	∞	
$X = n/x$	0	-0,0241698
$\varphi' = (n' - n)/r$	-0,026250	0,017500
$X' = X + \varphi'$	-0,026250	-0,0066698
$p = 1/(1 - X'd/n')$	0,9207547	
pX'	-0,0241698	
$x' = n'/X'$		-149,93

sečná předmětová ohnisková vzdálenost **s opačným znaménkem**

$-S_F$

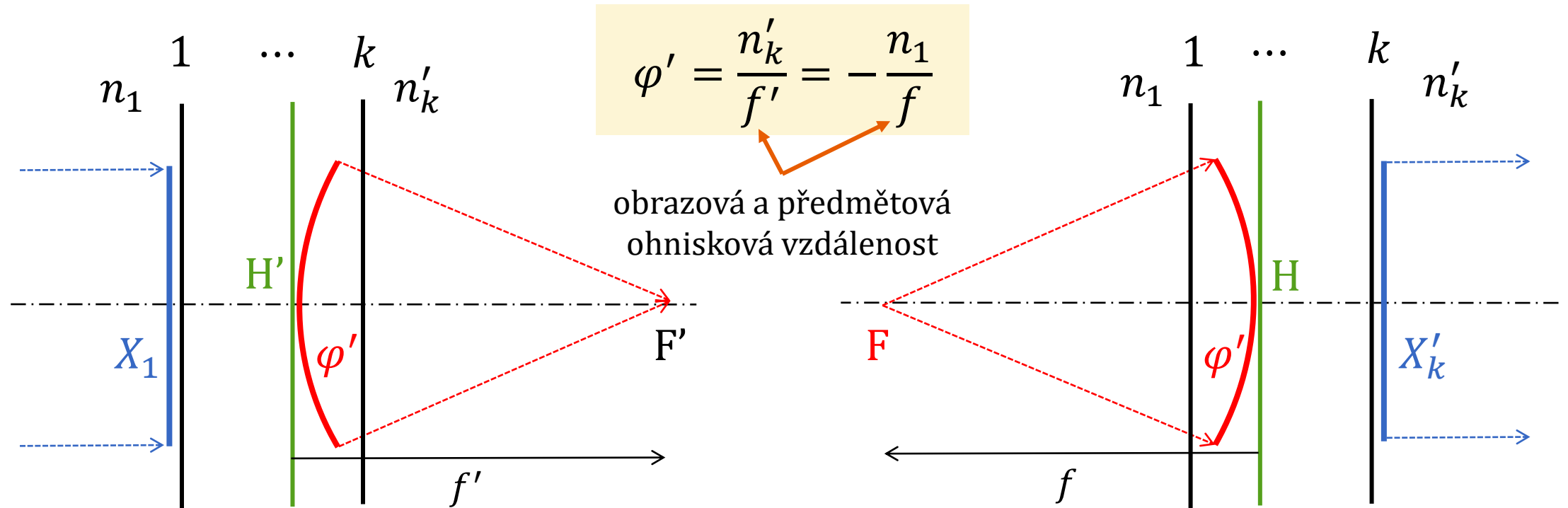
(zadní) vrcholová lámavost soustavy



	1	2
n	1,000	1,525
n'	1,525	1,000
r	+30	+20
d	5	
x	∞	
X	0	
φ'		
X'		S'
p		
pX'		
x'		$S'_{F'}$

(Zadní) vrcholová lámavost optické soustavy je rovna **vergenci svazku**, který konverguje do obrazového ohniska, v místě **poslední plochy** soustavy.

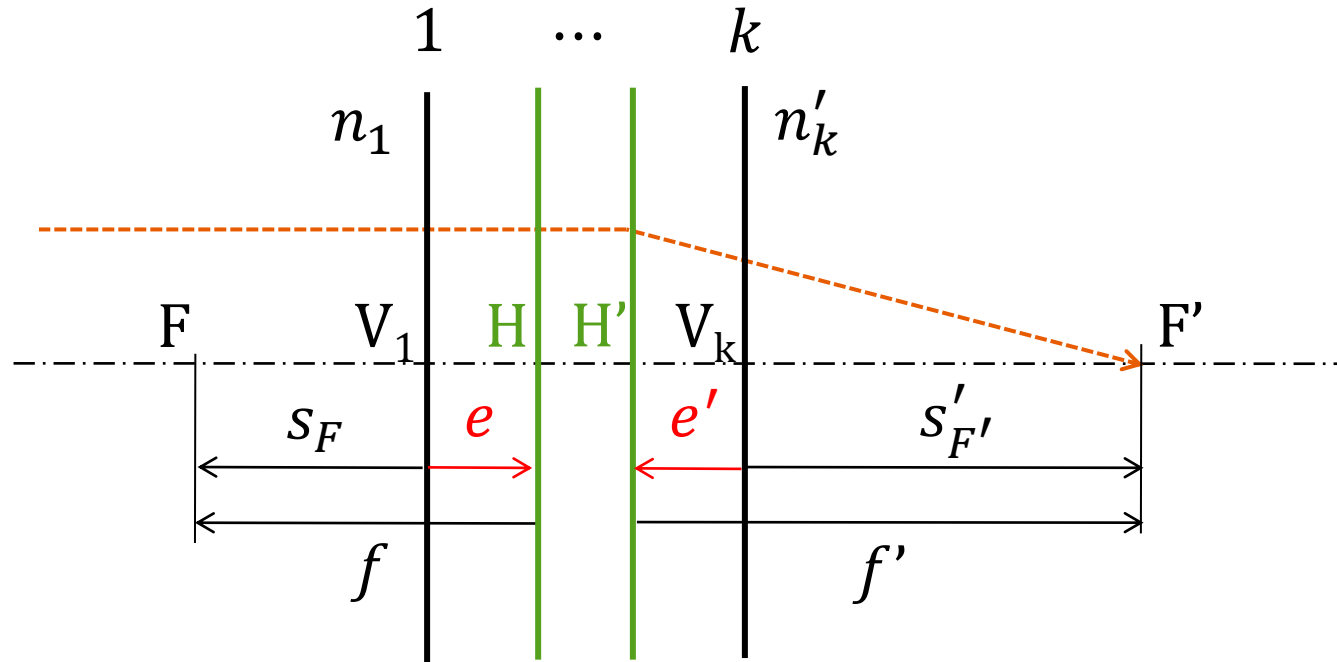
(ekvivalentní, celková) optická mohutnost soustavy



(Ekvivalentní, celková) **optická mohutnost** optické soustavy je rovna **vergenci svazku**, který konverguje do obrazového ohniska, v místě **obrazové hlavní roviny** soustavy (případně vergenci svazku, který diverguje z předmětového ohniska, v místě předmětové hlavní rovině soustavy). Platí:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

poloha hlavních bodů soustavy



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

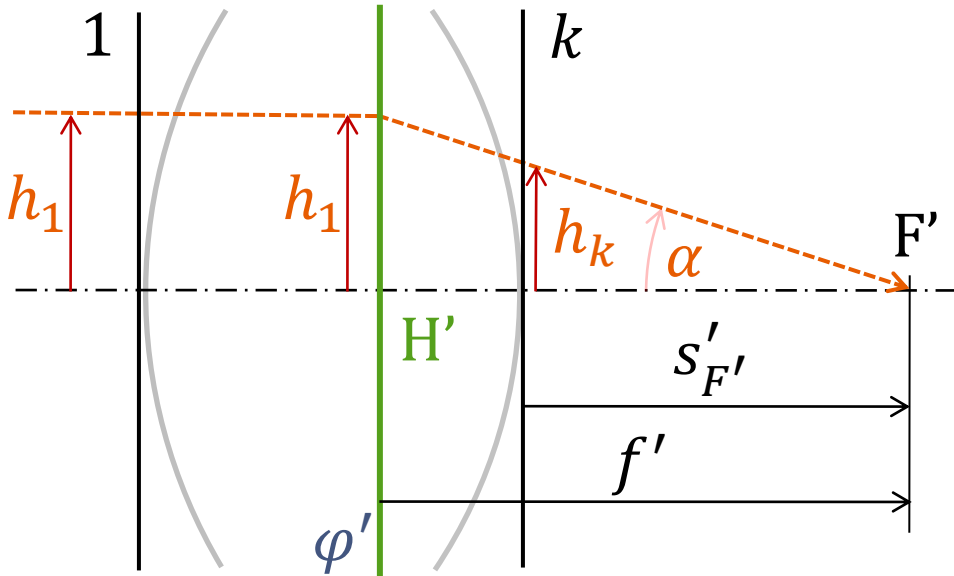
sečná vzdálenost od vrcholu plochy 1

$$s(H) = e = s(F) - f = s_F - f$$

sečná vzdálenost od vrcholu plochy k

$$s'(H') = e' = s'(F') - f' = s'_{F'} - f'$$

vztah mohutnosti a vrcholové lámavosti soustavy



Platí:

$$-\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1}{f'} = \frac{h_k}{S'_{F'}} \rightarrow f' = \frac{h_1}{h_k} S'_{F'}$$

$$f' = \frac{h_1}{h_k} S'_{F'} = \frac{h_1 h_2}{h_2 h_3} \dots \frac{h_{k-1}}{h_k} S'_{F'} = \frac{X_2 X_3 \dots X_k}{X'_1 X'_2 \dots X'_{k-1}} S'_{F'} = p_1 p_2 \dots p_{k-1} S'_{F'}$$

$$\varphi' = \frac{n'_k}{f'} = \frac{1}{p_1 p_2 \dots p_{k-1}} \frac{n'_k}{S'_{F'}} = \frac{1}{p_1 p_2 \dots p_{k-1}} S'$$

například pro 3 plochy pomocí tabulky:

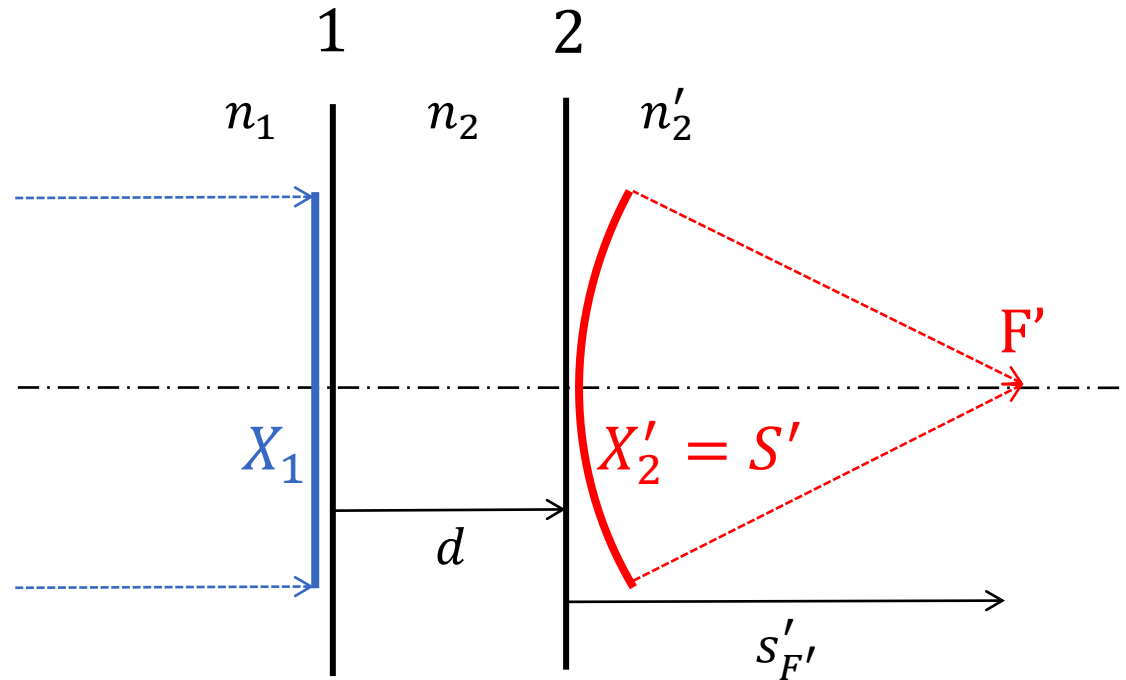
$X' = X + \varphi'$			S'
$p = 1/(1 - X'd/n')$	p_1	p_2	
pX'			
$x' = n'/X'$			$S'_{F'}$

$$\rightarrow S' / p_1 p_2 = \varphi'$$

$$\rightarrow p_1 p_2 S'_{F'} = f'$$

mohutnost a vrcholová lámavost pro 2 plochy

celková mohutnost soustavy se 2 plochami: $\varphi'_c = \varphi'_1 + \varphi'_2 - \bar{d}\varphi'_1\varphi'_2$



$$X'_1 = X_1 + \varphi'_1 = 0 + \varphi'_1 = \varphi'_1$$

$$X_2 = \frac{X'_1}{1 - \bar{d}X'_1} = \frac{\varphi'_1}{1 - \bar{d}\varphi'_1}$$

$$S' = X'_2 = X_2 + \varphi'_2 = \frac{\varphi'_1}{1 - \bar{d}\varphi'_1} + \varphi'_2$$

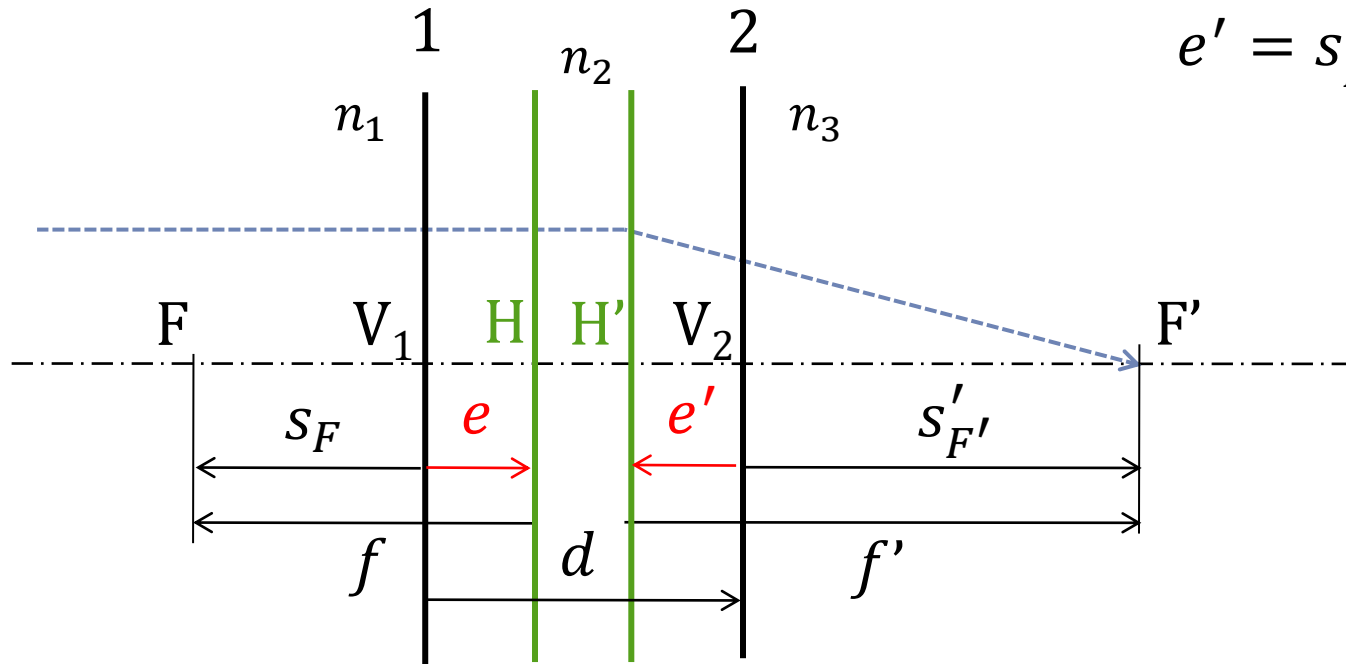
$$\left(\bar{d} = \frac{d}{n_2}\right)$$

vlastní
zvětšení

celková
optická
mohutnost

$$S' = \frac{n'_2}{s'_{F'}} = \frac{\varphi'_1 + \varphi'_2 - \bar{d}\varphi'_1\varphi'_2}{1 - \bar{d}\varphi'_1} = \frac{\varphi'_c}{1 - \bar{d}\varphi'_1} = \Gamma' \varphi'_c$$

poloha hlavních bodů pro 2 plochy



$$\begin{aligned}
 e' &= s'_{F'} - f' = \frac{n_3}{S'} - \frac{n_3}{\varphi'_c} = \\
 &= \frac{n_3}{\frac{\varphi'_c}{1 - \bar{d}\varphi'_1}} - \frac{n_3}{\varphi'_c} = \\
 &= \frac{n_3(1 - \bar{d}\varphi'_1)}{\varphi'_c} - \frac{n_3}{\varphi'_c} = \\
 &= e' = -n_3\bar{d}\frac{\varphi'_1}{\varphi'_c}
 \end{aligned}$$

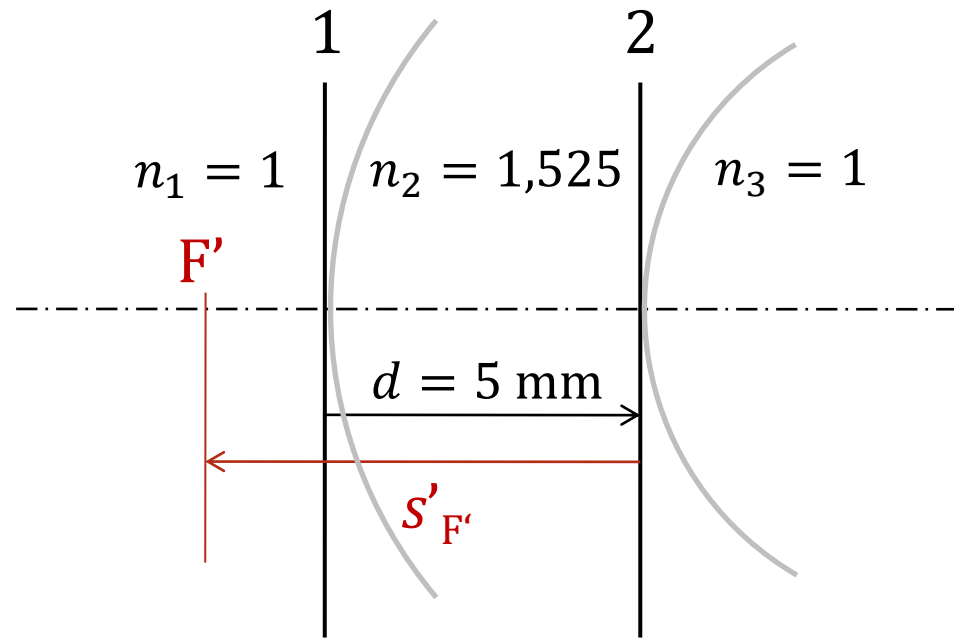
$$\frac{f'}{f} = -\frac{n_3}{n_1}$$

$$e = +n_1\bar{d}\frac{\varphi'_2}{\varphi'_c}$$

$$e' = -n_3\bar{d}\frac{\varphi'_1}{\varphi'_c}$$

$$\left(\bar{d} = \frac{d}{n_2}\right)$$

příklad: optické parametry čočky



$$e = +n_1 \bar{d} \frac{\varphi'_2}{\varphi'_c} \quad \frac{f'}{f} = -\frac{n_3}{n_1}$$

$$e' = -n_3 \bar{d} \frac{\varphi'_1}{\varphi'_c} \quad S' = \frac{\varphi'_c}{1 - \bar{d} \varphi'_1}$$

$$\varphi'_c = \varphi'_1 + \varphi'_2 - \bar{d} \varphi'_1 \varphi'_2$$

více ploch:

$s'_{F'}$ (tabulka)

s_F (tabulka)

S' (tabulka)

$$f' = s'_{F'} p_1 p_2 \dots p_k$$

$$f = -f' n_1 / n_3$$

$$\varphi'_c = S' / p_1 p_2 \dots p_k$$

$$e = s_F - f$$

$$e' = s'_{F'} - f'$$

dvě plochy:

φ'_c

S'

e

e'

$$s'_{F'} \approx -130 \text{ mm}$$

$$s_F \approx 150 \text{ mm}$$

$$S' \approx -7,68 \text{ D}$$

$$f' \approx -138 \text{ mm} (p_1 = 1,0609)$$

$$f \approx 138 \text{ mm}$$

$$\varphi'_c \approx -7,24 \text{ D}$$

$$e \approx 11,9 \text{ mm}$$

$$e' \approx 7,9 \text{ mm}$$

$$\varphi'_c \approx -7,24 \text{ D}$$

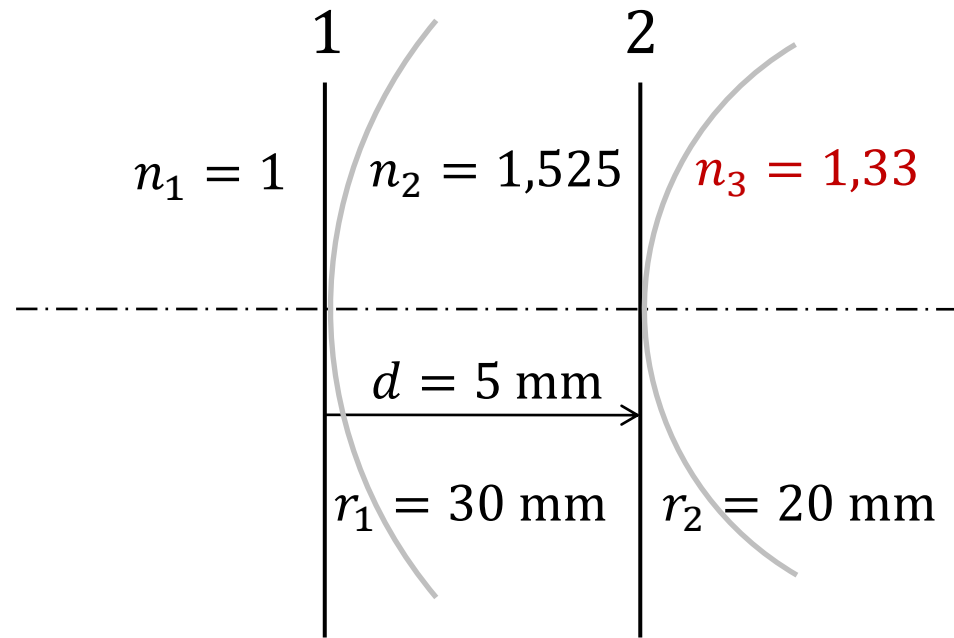
$$S' \approx -7,68 \text{ D}$$

$$e \approx 11,9 \text{ mm}$$

$$e' \approx 7,9 \text{ mm}$$

$$\bar{d} = \frac{d}{n_2} = 0,0033 \text{ m}; \varphi'_1 = 17,50 \text{ D}; \varphi'_2 = -26,25 \text{ D}$$

příklad: optické parametry čočky II



$$e = +n_1 \bar{d} \frac{\varphi'_2}{\varphi'_c} \quad \frac{f'}{f} = -\frac{n_3}{n_1}$$

$$e' = -n_3 \bar{d} \frac{\varphi'_1}{\varphi'_c} \quad S' = \frac{\varphi'_c}{1 - \bar{d} \varphi'_1}$$

$$\varphi'_c = \varphi'_1 + \varphi'_2 - \bar{d} \varphi'_1 \varphi'_2$$

více ploch:

$s'_{F'}$ (tabulka)

s_F (tabulka)

S' (tabulka)

$$f' = s'_{F'} p_1 p_2 \dots p_k$$

$$f = -f' n_1 / n_3$$

$$\varphi'_c = S' / p_1 p_2 \dots p_k$$

$$e = s_F - f$$

$$e' = s'_{F'} - f'$$

dvě plochy:

φ'_c

S'

e

e'

$$s'_{F'} \approx 151 \text{ mm}$$

$$s_F \approx -124 \text{ mm}$$

$$S' \approx +8,815 \text{ D}$$

$$f' \approx +160 \text{ mm} (p_1 = 1,0609)$$

$$f \approx -120 \text{ mm}$$

$$\varphi'_c \approx +8,309 \text{ D}$$

$$e \approx -3,8 \text{ mm}$$

$$e' \approx -9,2 \text{ mm}$$

$$\varphi'_c \approx +8,309 \text{ D}$$

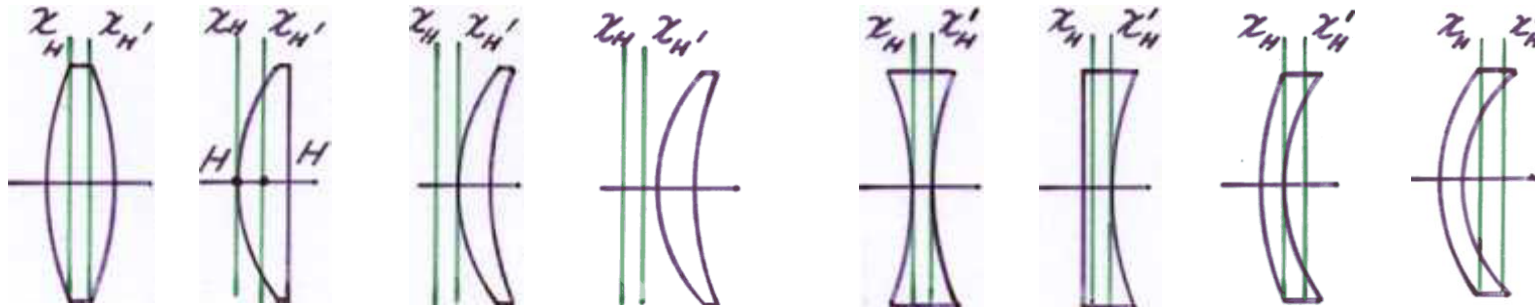
$$S' \approx +8,815 \text{ D}$$

$$e \approx -3,8 \text{ mm}$$

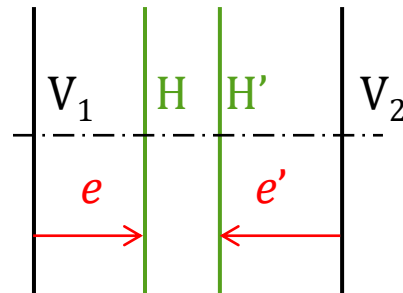
$$e' \approx -9,2 \text{ mm}$$

$$\bar{d} = \frac{d}{n_2} = 0,0033 \text{ m}; \varphi'_1 = 17,50 \text{ D}; \varphi'_2 = -9,75 \text{ D}$$

polohy hlavních rovin u čoček



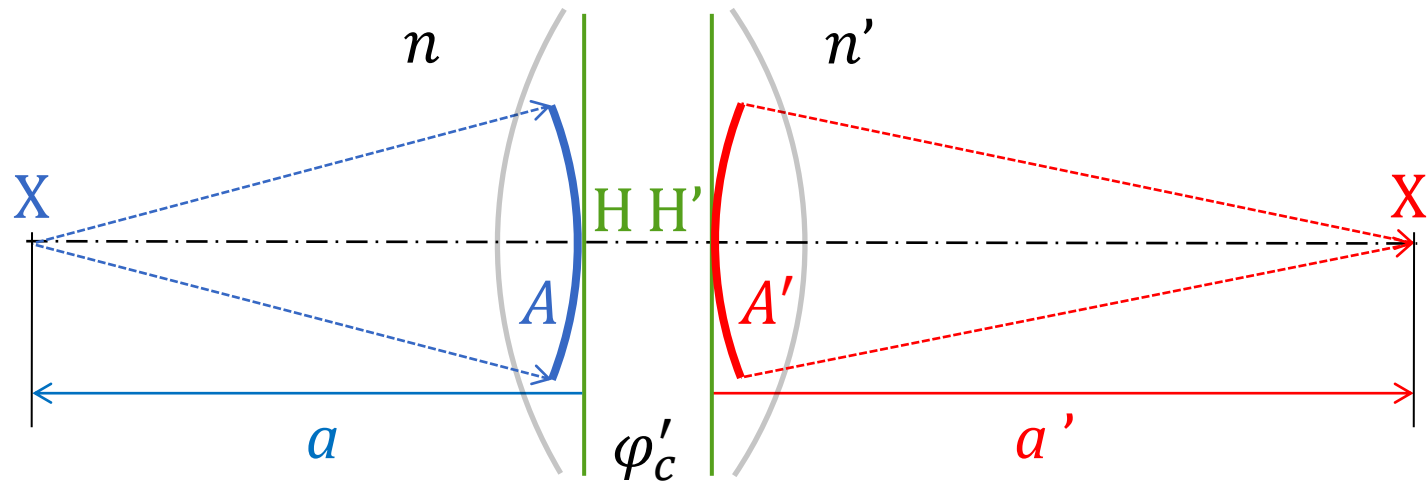
$$e = +n_1 \bar{d} \frac{\varphi'_2}{\varphi'_c}$$



$$e' = -n_3 \bar{d} \frac{\varphi'_1}{\varphi'_c}$$

Gaussova zobrazovací rovnice pro soustavu

pro soustavu s více plochami má stejný tvar, jako pro jednu lámavou plochu, pokud předmětovou vzdálenost a a obrazovou vzdálenost a' měříme od příslušných hlavních bodů, resp.vergence A, A' měříme na příslušných hlavních rovinách



$$\frac{n'}{a'} = \frac{n}{a} + \varphi'_c \quad A' = A + \varphi'_c$$

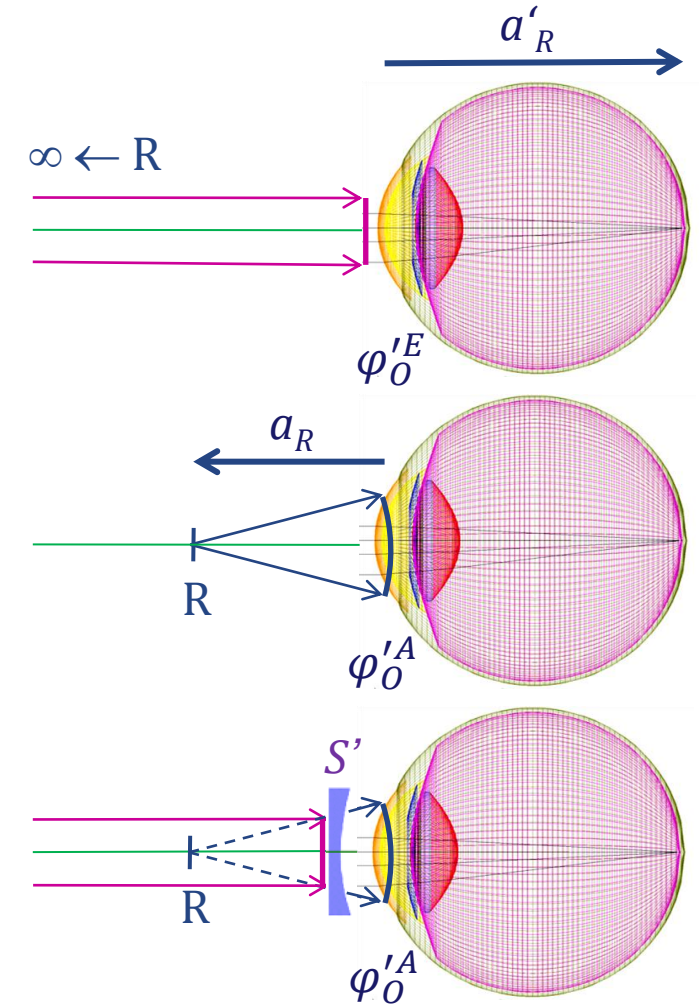
vergence a korekce refrakční vady oka

emetropické oko (bez refrakční vady, s mohutností $\varphi'_O{}^E$) vidí ostře bod R v nekonečnu, z něhož přichází svazek s vergencí 0 a platí: $A'_R = A_R + \varphi'_O{}^E = 0 + \varphi'_O{}^E$

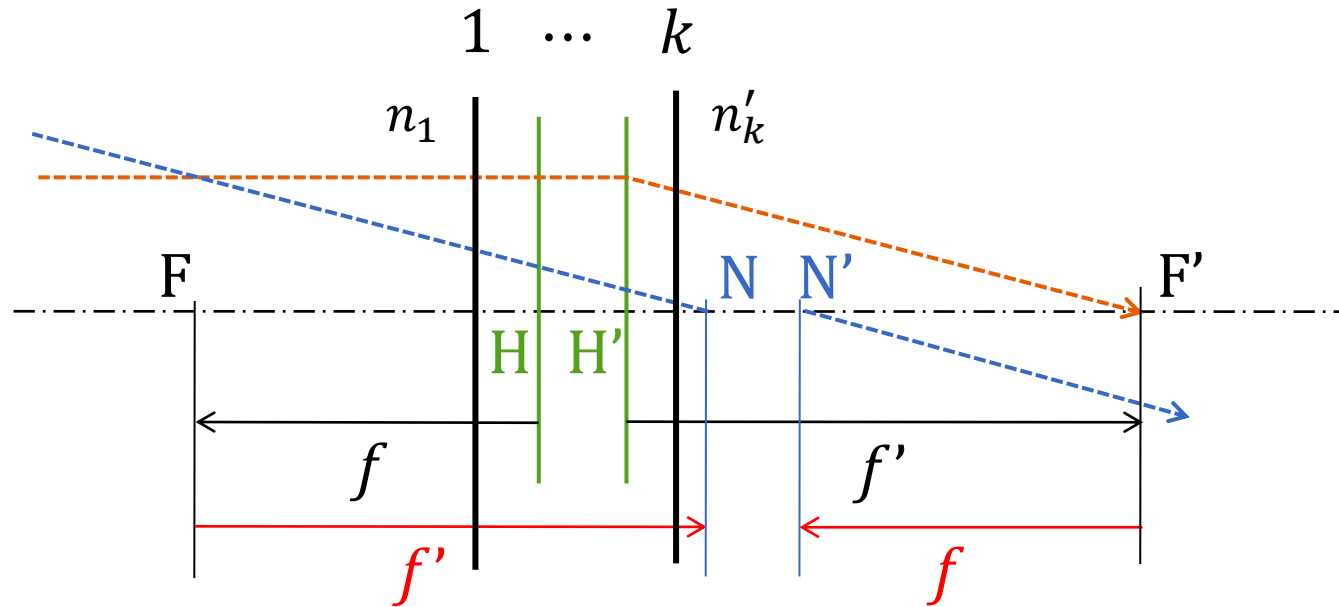
ametropické oko (s refrakční vadou, s mohutností $\varphi'_O{}^A$) vidí ostře bod R ve vzdálenosti a_R , z něhož přichází svazek s vergencí A_R a platí: $A'_R = A_R + \varphi'_O{}^A = 0 + \varphi'_O{}^A$

korekční čočka s vrcholovou lámavostí S' převádí svazek s vergencí 0 (z nekonečna) na svazek vstupující do oka s vergencí A_R , pokud platí:

$$A_R = \frac{S'}{1 - dS'}$$



poloha uzlových bodů soustavy



$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'_k}{n_1}$$

sečné vzdálenosti od 1. plochy

$$s(N) = s_F + f'$$

$$s(H) = s_F - f$$

$$s(N) = s(H) + f' + f = s(H) + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right)$$

sečné vzdálenosti od plochy k

$$s'(N') = s'_{F'} + f$$

$$s'(H') = s'_{F'} - f'$$

$$s'(N') = s'(H') + f' + f = s'(H') + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right)$$

souhrn výpočetních možností

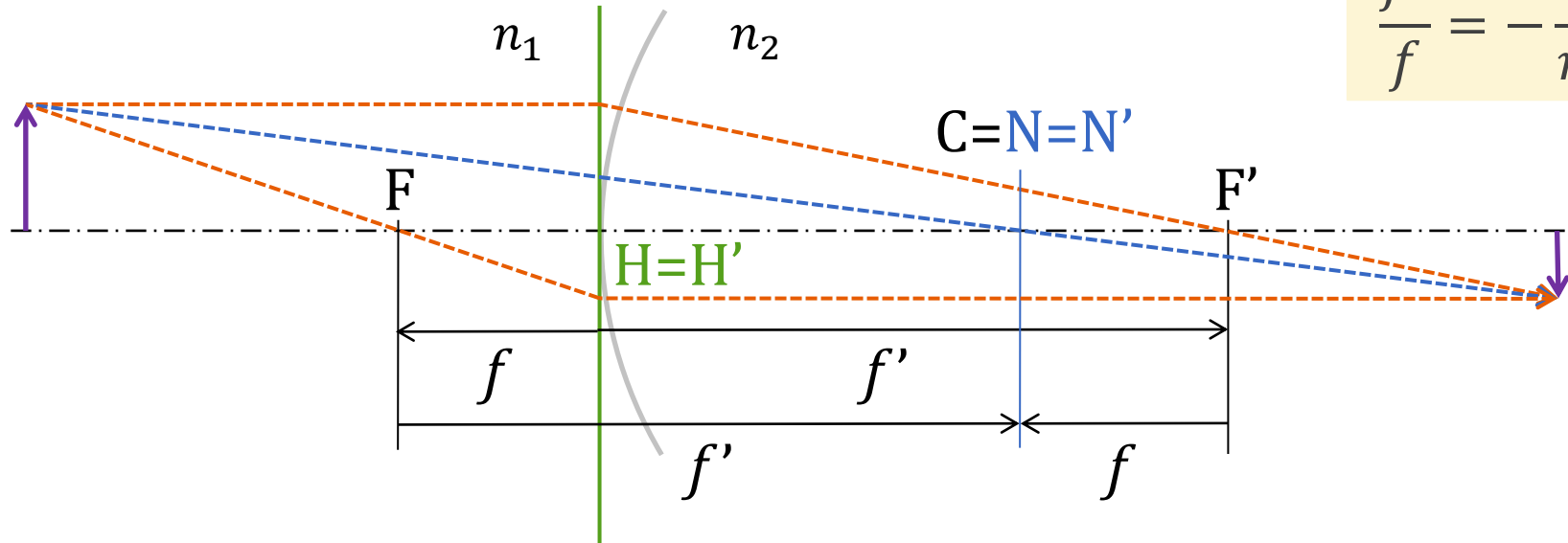
soustava se 2 plochami

- z indexů lomu a poloměrů křivosti ploch \rightarrow mohutnosti ploch (φ'_1, φ'_2)
- z mohutností ploch a jejich redukované vzdálenosti \rightarrow celková mohutnost soustavy $(\varphi'_c, \text{Gullstrandova rovnice})$ a ohniskové vzdálenosti (f, f') , polohy hlavních bodů vůči vrcholům ploch (e, e') , sečné vzdálenosti ohnisek $(s_F, s'_{F'})$
 - \rightarrow **známe celkovou mohutnost, polohy ohnisek a hlavních bodů vůči vrcholům ploch**
- z polohy ohnisek vůči plochám a ohniskových vzdáleností
 - \rightarrow **polohy uzlových bodů vůči vrcholům ploch**

soustava s k plochami

- z indexů lomu a poloměrů křivosti ploch \rightarrow (tabelárně) sečné vzdálenosti ohnisek od první a poslední plochy $(s_F, s'_{F'})$, ohniskové vzdálenosti (f, f') \rightarrow celková mohutnost soustavy (φ'_c) , polohy hlavních bodů vůči vrcholům první a poslední plochy (e, e') , polohy uzlových bodů vůči vrcholům první a poslední plochy
 - \rightarrow **známe celkovou mohutnost, polohy ohnisek, hlavních a uzlových bodů vůči vrcholům ploch**

1 lámavá plocha



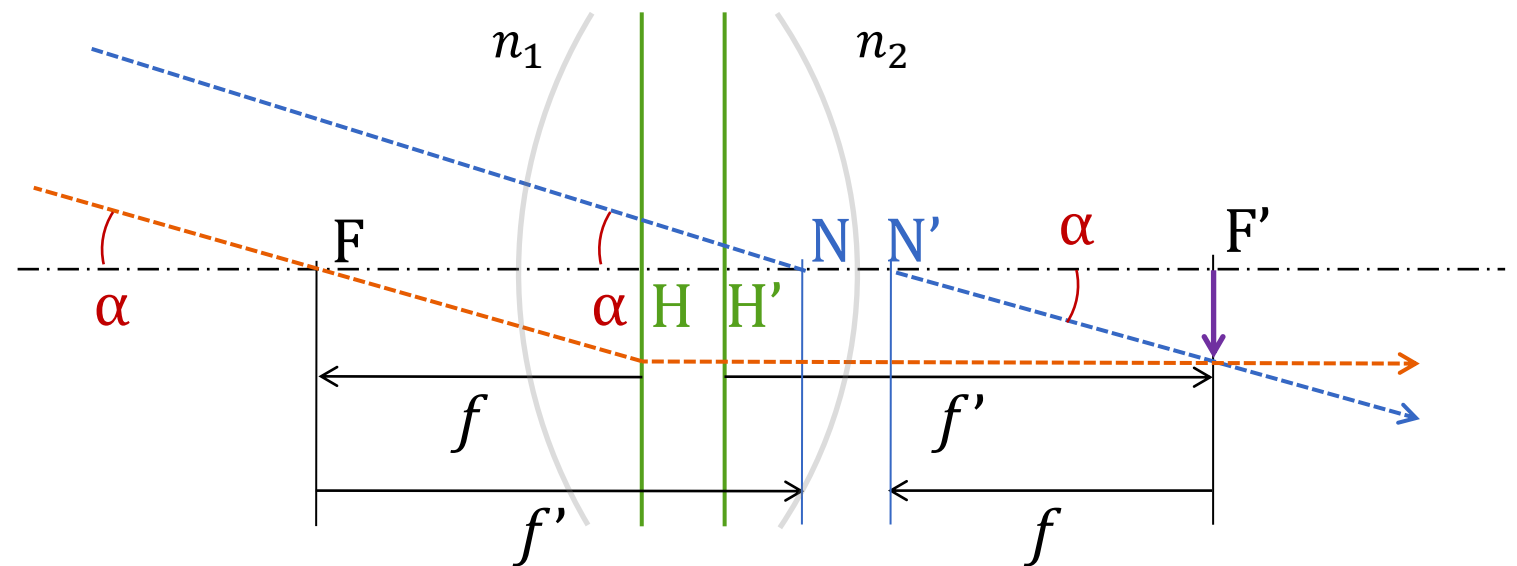
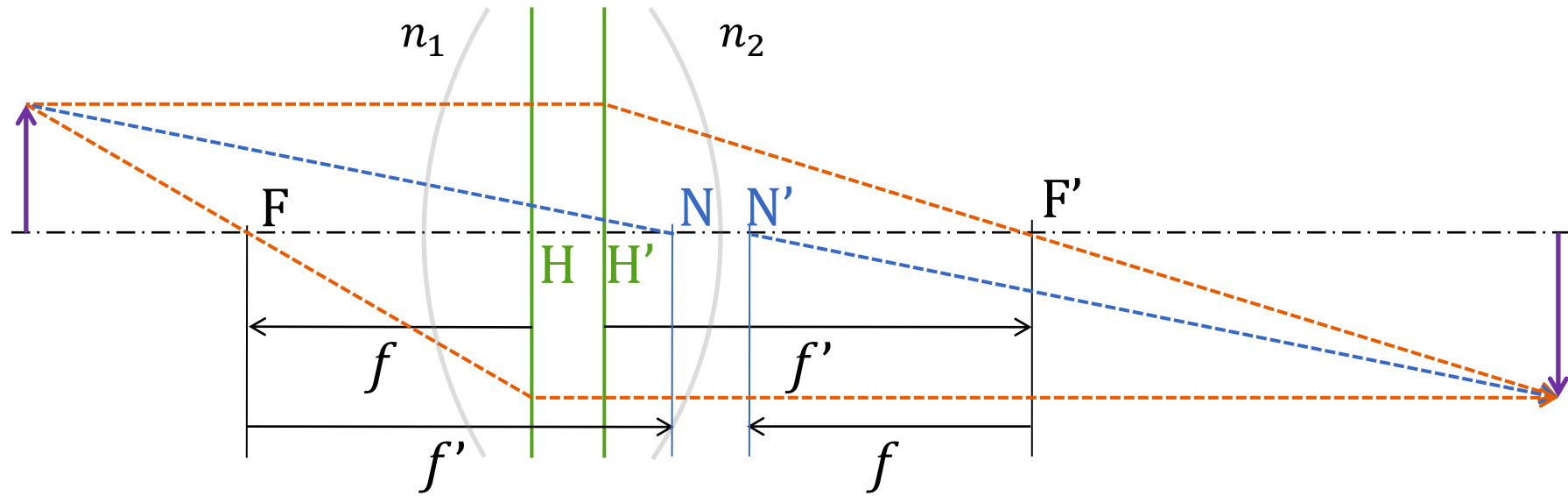
$$s(H) = s_F - f = 0$$

$$\begin{aligned} s(N) &= s_F + f' = \\ &= s(H) + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right) = f' \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = r \end{aligned}$$

$$s'(H') = s'_{F'} - f' = 0$$

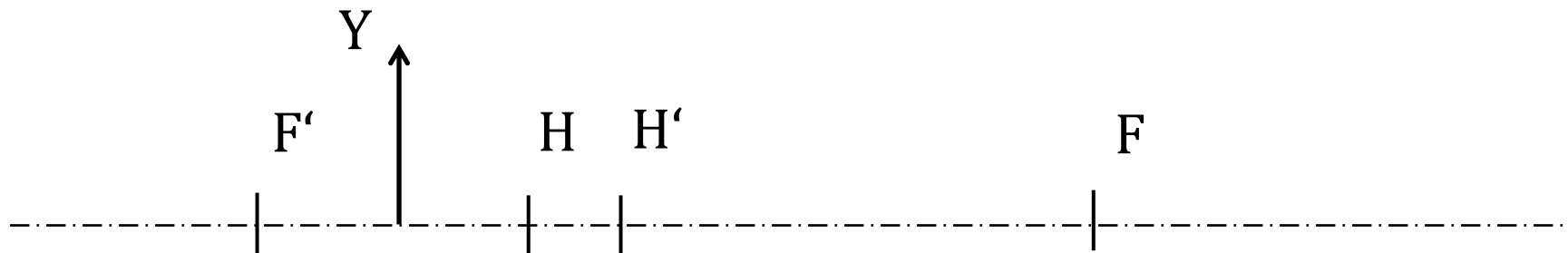
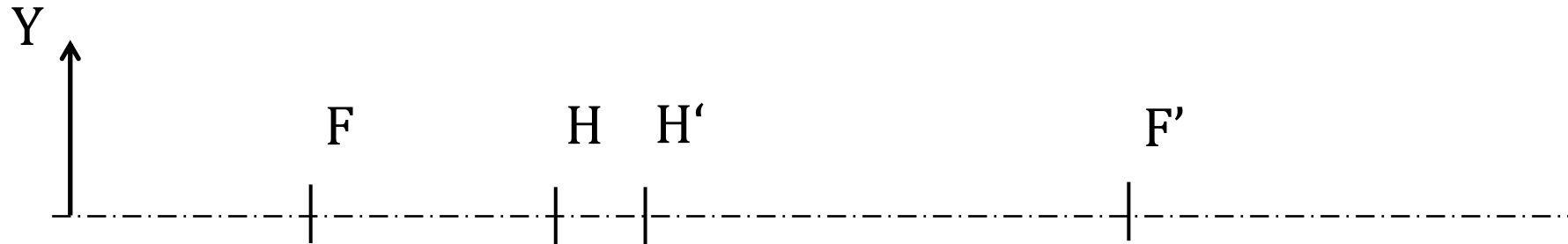
$$\begin{aligned} s'(N') &= s'_{F'} + f = \\ &= s'(H') + f' \left(1 - \frac{n_1}{n'_k}\right) = f' \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = r \end{aligned}$$

konstrukce zobrazení

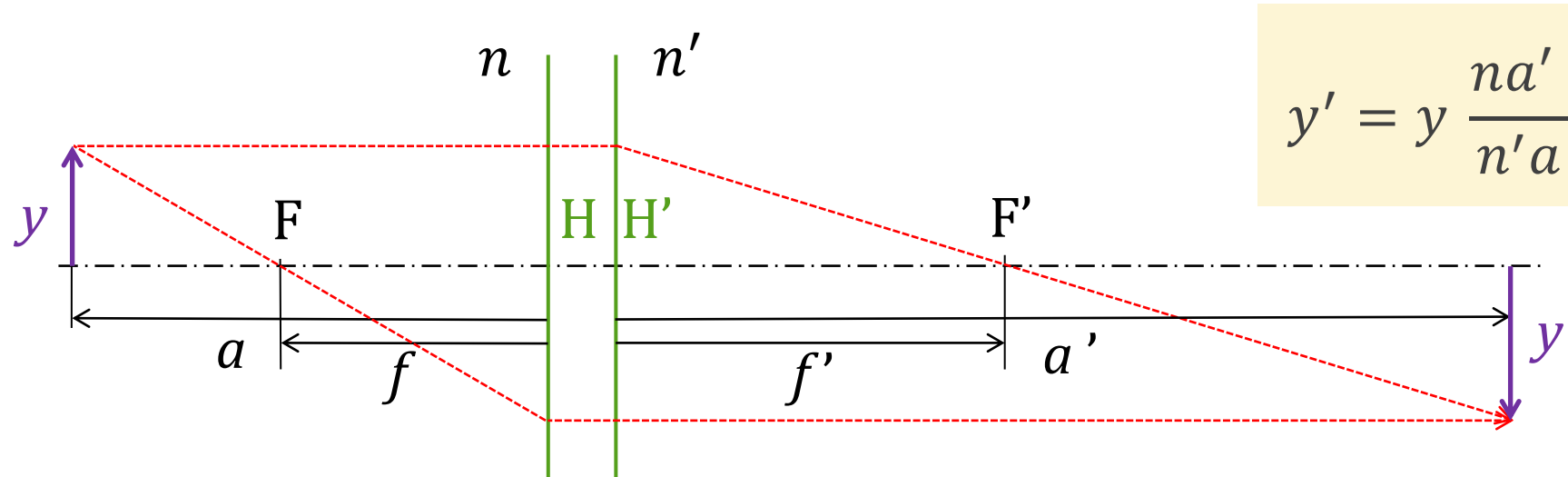


úlohy na konstrukci zobrazení

(doplňte uzlové body a zkonstruujte zobrazení předmětového bodu Y pomocí 3 paprsků)

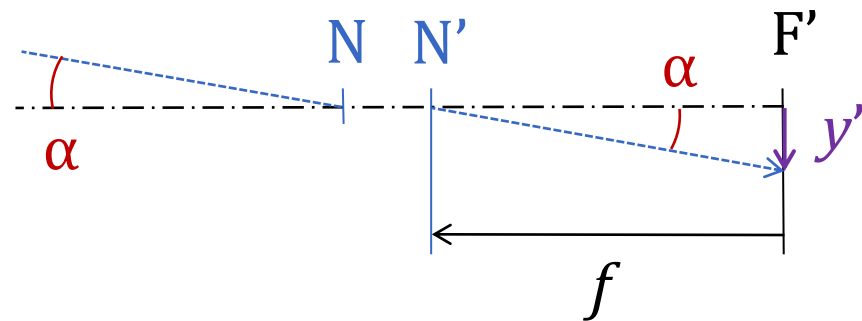


velikost zobrazení, zvětšení



$$y' = y \frac{na'}{n'a} = y \frac{a'}{\frac{n'}{n}a} = y \frac{A}{A'}$$

zvětšení: $m = \frac{y'}{y} = \frac{A}{A'}$



$$y' = -f \frac{y}{x} = -f \operatorname{tg} \alpha$$