Jednovrstvá antireflexní úprava

Předpokládejme rovinné rozhraní mezi dvěma neabsorbujícími materiály, o indexech lomu n a n'. Kolmá odrazivost R a kolmá propustnost T tohoto rozhraní jsou dány jako speciální případ Fresnelových vztahů,

$$R = \left(\frac{n-n'}{n+n'}\right)^2 \qquad \text{a} \qquad T = \frac{4nn'}{(n+n')^2}, \tag{1}$$

nezávisle na pořadí prostředí při přechodu rozhraním a nezávisle na (lineární) polarizaci dopadajícího světla. Světelný svazek, dopadající na rozhraní s intenzitou I_0 bude mít z definice po odrazu od rozhraní intenzitu RI_0 a po průchodu rozhraním TI_0.

Předpokládejme tedy planparalelní desku (což může přibližně popisovat i čočku poblíž jejích vrcholů) o indexu lomu n_1 ponořenou ve vzduchu (viz Obr. 1). Potom při skoro kolmém dopadu

$$R_1 = \left(\frac{n_1-1}{n_1+1}\right)^2 \qquad \text{a} \qquad T_1 = \frac{4n_1}{(n_1+1)^2}.$$

První paprsek prošlý deskou má intenzitu

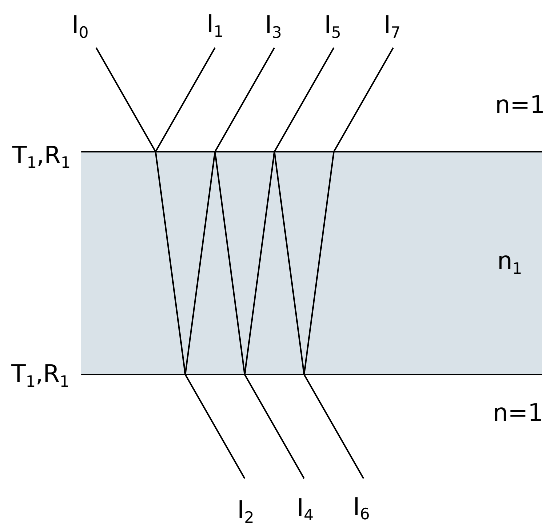
$$I_2 = T_1^2 I_0 = \frac{16n_1^2}{(n_1+1)^4} I_0, \tag{2}$$

každý další prošlý paprsek přibere dva odrazy sklo-vzduch,

$$I_4 = R_1^2 T_1^2 I_0, I_6 = R_1^4 T_1^2 I_0, \ldots$$

Jednotlivé paprsky tedy představují členy geometrické posloupnosti s prvním členem $T_1^2 I_0$ a kvocientem R_1^2. Odpovídající geometrickou řadu dokážeme sečíst,

$$I_\infty = I_2 + I_4 + I_6 + \ldots = \frac{T_1^2}{1-R_1^2} I_0.$$



Obr. 1: Planparalelní deska ponořená do vzduchu.

Po dosazení tak pro celkovou intenzitu prošlého světla včetně započtení násobných odrazů uvnitř desky dostáváme

$$I_\infty = \frac{2n_1}{1+n_1^2} I_0. \tag{3}$$

Uvažujme konkrétně sklo s indexem lomu $n_1 = 1.5$. Pro něj má první prošlý paprsek intenzitu $I_2 = 0.9216 I_0$ a všechny prošlé paprsky se složí do celkové intenzity jen nepatrně vyšší, přibližně $I_\infty = 0.9231 I_0$.

Pokusme se nyní zjistit, zda by celkovou propustnost bylo možné zvýšit nanesením vhodné vrstvy na přední stěnu desky. Předpokládáme-li vrstvu s indexem lomu n_2 (viz Obr. 2), dostáváme skoro kolmé odrazivosti a propustnosti mezi jednotlivými typy prostředí:

$$R_2 = \left(\frac{n_2-1}{n_2+1}\right)^2 \qquad \text{a} \qquad T_2 = \frac{4n_2}{(n_2+1)^2}$$

$$R = \left(\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\right)^2 \qquad \text{a} \qquad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1+n_2)^2}$$

$$R_1 = \left(\frac{n_1-1}{n_1+1}\right)^2 \qquad \text{a} \qquad T_1 = \frac{4n_1}{(n_1+1)^2}$$

První prošlý paprsek bude mít intenzitu

$$I_2 = T_1 T T_2 I_0 = \frac{64 n_1^2 n_2^2}{(n_2+1)^2 (n_1+n_2)^2 (n_1+1)^2} I_0, \tag{4}$$

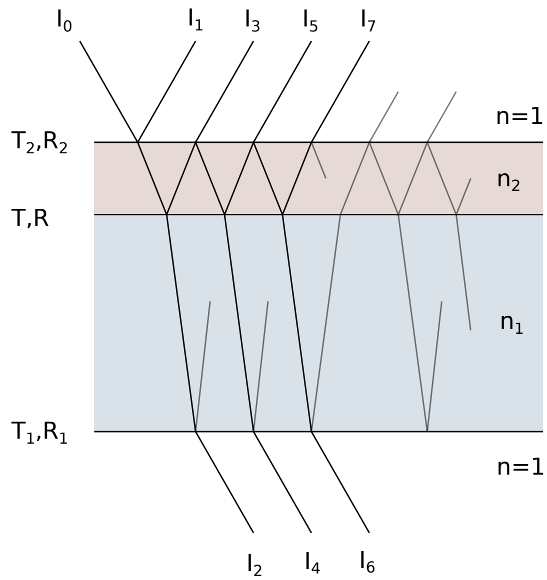
struktura násobných odrazů však bude v tomto případě bohatší: kromě paprsků, které se odráží uvnitř první vrstvy, se také mohou vracet paprsky od zadní stěny desky, a buďto se odrazit zase zpět, nebo znovu vstoupit do první vrstvy a tam způsobovat další násobné odrazy. Abychom mohli výpočet rozumně dokončit, zanedbáme paprsky vracející se zpět druhým prostředím a násobné odrazy necháme probíhat jen v horní vrstvě a to pouze z úplně prvního paprsku, který do ní vstoupil. Tento postup není kritický: jak demonstruje výše uvedený příklad, největší množství světla je shromážděno právě v paprscích, které prodělaly minimum parazitních odrazů.

Každý další uvažovaný paprsek tedy projde navíc dvěma odrazy: jedním od rozhraní vrstva-vzduch, a druhým od rozhraní vrstva-sklo:

$$I_4 = RR_2T_1TT_2I_0, I_6 = (RR_2)^2T_1TT_2I_0, \ldots$$

Jedná se opět o geometrickou řadu, kterou dokážeme sečíst, takže celková intenzita prošlého světla se započtením uvažovaných násobných odrazů má tvar

$$I_\infty = \frac{T_1TT_2}{1-RR_2}I_0 = \frac{16n_1^2n_2}{(n_1+1)^3(n_1+n_2^2)}I_0. \tag{5}$$



Obr. 2: Jednovrstvá antireflexní úprava. Pro jednoduchost započteme pouze primární násobné odrazy v antireflexní vrstvě.

Hledáme-li maximum posledního výrazu vzhledem k proměnnému indexu lomu n_2 vrstvy, klademe

$$\frac{\mathrm{d}I_\infty}{\mathrm{d}n_2} = \frac{16n_1^2(n_1+1)^3(n_1+n_2^2) - 32n_1^2n_2^2(n_1+1)^3}{(n_1+1)^6(n_1+n_2^2)^2}I_0 = 0,$$

odkud dostáváme podmínku

$$n_2 = \sqrt{n_1}. \tag{6}$$

Lze snadno ověřit, že se skutečně jedná o maximum, a s dosazením této hodnoty pro optimální propustnost sytému vrstva-deska dostáváme

$$I_{\max} = \frac{8n_1\sqrt{n_1}}{(n_1+1)^3}I_0. \tag{7}$$

Pro výše zvolené sklo to znamená optimální index lomu vrstvy přibližně $n_2 = 1.22$ *a nejlepší dosažitelnou propustnost asi* $0.94I_0$*, tedy o necelá dvě procenta vyšší, než bez vrstvy.*