Planparalelní deska, hranol a klín

Uvažujme tlustou desku z neabsorbujícího materiálu s indexem lomu n_1, k jejíž první stěně přiléhá vnější prostředí s indexem lomu n a ke druhé stěně pak prostředí s n'. Rovinné stěny desky nechť spolu svírají vrcholový úhel ω. Úhel dopadu (vůči kolmici na rozhraní v místě dopadu) z prvního prostředí označme α, úhel lomu do desky pak β. Tyto úhly jsou svázány Snellovým zákonem,

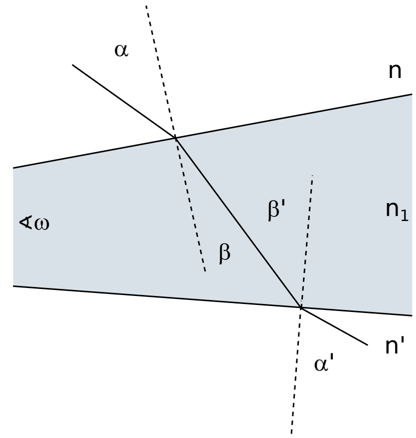
$$n \sin \alpha = n_1 \sin \beta.$$

Úhel dopadu na druhé rozhraní označme β', úhel po lomu do finálního prostředí pak α'. I pro tento lom platí Snellův zákon,

$$n_1 \sin \beta' = n' \sin \alpha'$$

Protože součet úhlů v trojúhelníku je 180°, jsou vnitřní úhly svázány podmínkou

$$\beta - \beta' = \omega.$$



Obr. 1: Lom paprsku na vrstvě.

V případě planparalelní desky je $\omega = 0$ a tedy $\beta = \beta'$. Potom ovšem můžeme Snellův zákon na jednotlivých stěnách spojit do výsledného tvaru

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha'.$$

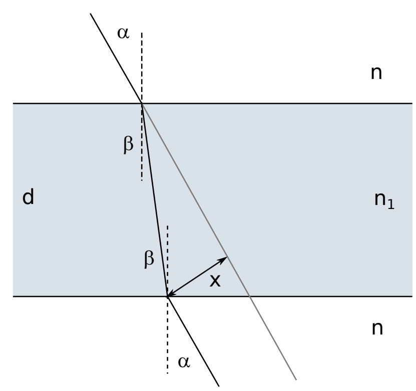
Vidíme, že co se směru letu týká, chová se na planparalelní desce světlo tak, jako by tam tato nebyla a světlo prošlo pouze rozhraním mezi vstupním a výstupním prostředím. Speciálně, pokud jsou vnější prostředí totožná ($n = n'$, jedná se o desku ponořenou do prostředí), platí $\alpha = \alpha'$ a vstupní a výstupní paprsek jsou rovnoběžné. Těchto vlastností se s výhodou užívá v optických přístrojích, kde díky nim lze planparalelní desky používat jako oddělovací, nebo jako substrát pro optické členy, aniž by došlo k modifikaci směru letu světla.

Použití planparalelní desky ponořené do vnějšího prostředí však nezachová optickou cestu přístroje zcela beze změny: deska způsobuje stranový posun x světelného svazku. Uvažujme nyní planparalelní desku tloušťky d. Potom dráha, kterou paprsek v desce urazí je $d/\cos\beta$ a po spuštění kolmice mezi vstupním a výstupním paprskem, v místě kde výstupní paprsek opouští desku dostáváme ze vzniklého pravoúhlého trojúhelníku podmínku

$$\frac{x}{\frac{d}{\cos\beta}} = \sin(\alpha - \beta),$$

odkud, s využitím Snellova zákona,

$$\frac{x}{d} = \left(1 - \frac{n \cos\alpha}{\sqrt{n_1^2 - n^2 \sin^2 \alpha}}\right) \sin\alpha.$$



Obr. 2: Stranový posun paprsku na planparalelní desce.

Vidíme, že posun je úměrný tloušťce desky, takže vliv desky na chod světla v optické soustavě minimalizujeme tím, že vkládat budeme desky co nejtenčí.

Uvažujme skleněnou planparalelní desku o indexu lomu $n_1 = 1.5$, ponořenou do vzduchu. Pro paraxiální paprsky při úhlu dopadu do 5° posun nepřesáhne $0.003d$. Takový rozsah není kritický, při tloušťce desky 1 mm bude posun činit asi šest vlnových délek.

Věnujme se nyní případu hranolu s vrcholovým úhlem ω a indexem lomu n_1, oddělujícímu prostředí o indexech lomu n a n'. Zavádíme pojem deviace δ, což je úhel mezi pomyslnými prodloužení vstupního a výstupního paprsku. Pro deviaci platí

$$\delta = \alpha - \beta + \alpha' - \beta',$$

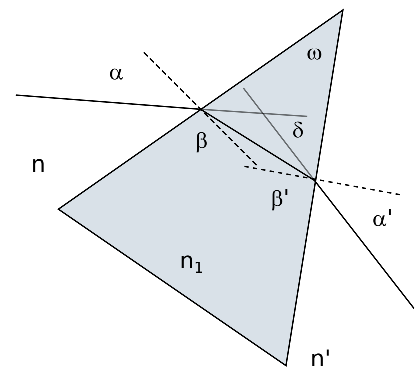
takže dosazeném vztahu vnitřních úhlů a úhlu vrcholového, $\omega = \beta + \beta'$, dostáváme

$$\delta = \alpha + \alpha' - \omega.$$

Snellův zákon pro jednotlivé stěny přináší

$$n \sin \alpha = n_1 \sin \beta$$

$$n_1 \sin \beta' = n' \sin \alpha'.$$



Obr. 3: Lom paprsku na hranolu.

Postupnými úpravami, směřujícími k odstranění všech úhlů kromě úhlu dopadu nakonec dostáváme

$$\delta = \alpha - \omega + \arcsin \left[\frac{n_1}{n'} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n_1} \right)^2 \sin^2 \alpha_1} \sin \omega - \frac{n}{n'} \sin \alpha_1 \cos \omega \right].$$

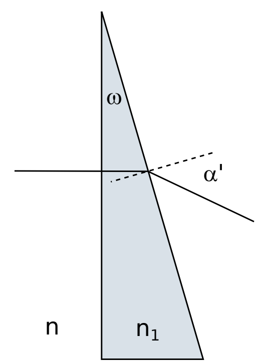
Uvažujme nyní o optometristickém použití hranolu s malým vrcholovým úhlem $\omega \to 0$, tzv. klínu. Potom předchozí vztah má přibližné vyjádření

$$\delta \doteq \left(1 + \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1}} \right) \omega$$

a speciálně pro klín orientovaný pro kolmý dopad ($\alpha_1 = 0$) se celková refrakce redukuje na lom na zadní stěně klínu o celkové deviaci

$$\delta \doteq (1 + n)\omega$$

čímž získáváme přímý vztah mezi parametry klínu a jeho prizmatickým účinkem.



Obr. 4: Lom paprsku na klínu.