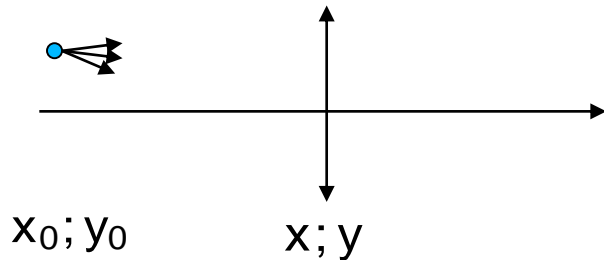


Zernikovy aberace

připomenutí: **vlnové aberace osově symetrického systému**



$$\vec{x}_0 = (x_0, y_0) \quad \vec{x} = (x, y)$$

bez újmy na obecnosti můžeme položit $y_0 = 0$

ze symetrie, otočení systému podél osy nesmí mít vliv:

mohou zůstat jen členy skalárních součinů $\vec{x}_0 \cdot \vec{x}_0, \vec{x} \cdot \vec{x}_0, \vec{x} \cdot \vec{x}$

rozdíl vlnového chodu: $H(x_0, y_0, x, y) \rightarrow H(x_0^2, x_0 x, x^2 + y^2)$ ($y_0 = 0$)

přechod k polárním souřadnicím $x = \rho \cos \vartheta$ $y = \rho \sin \vartheta$ (ρ představuje aperturu)

$$\begin{aligned} H(x_0^2, x_0 \rho \cos \vartheta, \rho^2) &= \sum_{k,l,m} W_{klm} x_0^k \rho^l \cos^m \vartheta = \\ &= \underline{W_{000}} + \underline{W_{200} x_0^2} + \underline{W_{111} x_0 \rho \cos \theta} + \underline{W_{002} \rho^2} + \\ &+ \underline{W_{400} x_0^4} + \underline{W_{040} \rho^4} + \underline{W_{131} x_0 \rho^3 \cos \theta} + \underline{W_{222} x_0^2 \rho^2 \cos^2 \theta} + \\ &\quad + \underline{W_{220} x_0^2 \rho^2} + \underline{W_{311} x_0^3 \rho \cos \theta} + \dots \end{aligned}$$

speciální případ: bodový zdroj na optické ose: $x_0 = 0$

připomenutí: **Seidelovy aberace** 1856

(osově symetrické systémy)

aplikovaná optika III

$$H = \frac{1}{8} S_I \rho^4 + \frac{1}{2} S_{II} x_0 \rho^3 \cos \vartheta + \frac{1}{2} S_{III} x_0^2 \rho^2 \cos^2 \vartheta + \frac{1}{4} (S_{III} + S_{IV}) x_0^2 \rho^2 + \frac{1}{2} S_V x_0^3 \rho \cos \vartheta$$

souhrnné označení pro členy nejnižšího aberačního (třetího) řádu:

sférická aberace S_I , koma S_{II} , astigmatismus S_{III} , křivost S_{IV} , sklenutí pole S_V

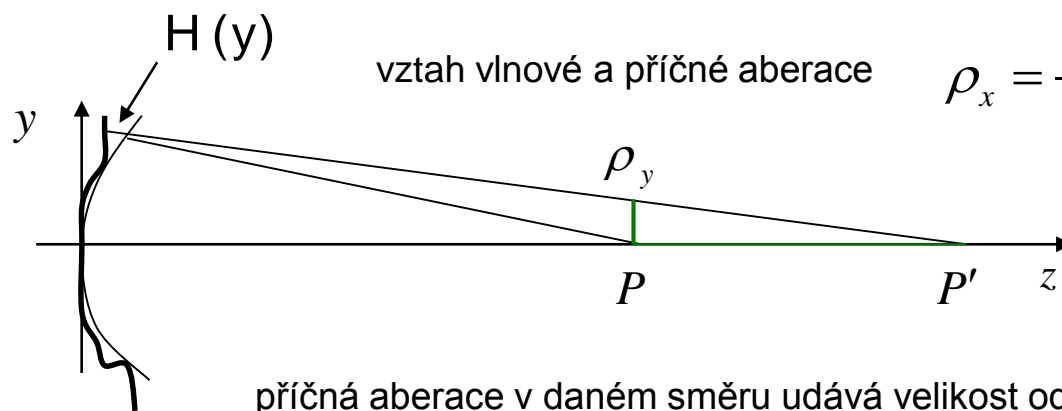
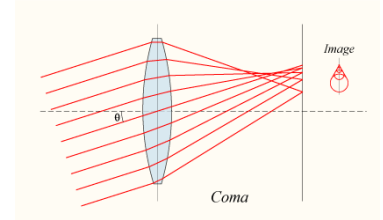
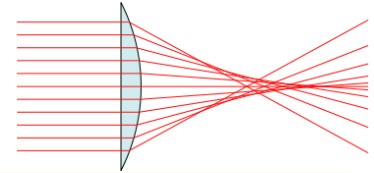
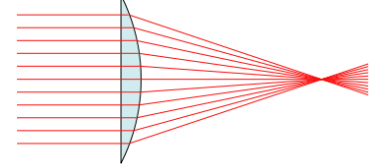
průměr (piston), náklon (tilt) a defokusace k nim nepatří

aberace vyšších řádů přinášejí mimo jiné další typy poruch (eliptická koma, ...)

výhoda Seidelových koeficientů:

celková aberace se dá určit jako součet aberací jednotlivých povrchů

čili $S_I = S_I^1 + S_I^2 + S_I^3 + S_I^4 + \dots$ apod.



vztah vlnové a příčné aberace

$$\rho_x = -f \frac{dH(y)}{dx} \quad \rho_y = -f \frac{dH(y)}{dy}$$

příčná aberace v daném směru udává velikost odchylky od bodového obrazu

aberrace lidského oka

motivace: potřeba preciznější analýzy rohovky a/nebo čočky než keratografem

u oka je vhodné nezohledňovat příliš rotační symetrii
naopak je dobré využít kruhovost zornice

Zernikovy polynomy 1934 (osově nesymetrické systémy)

hodí se dobře k popisu aberací oka, k popisu jiných systémů mohou být nepoužitelné
(prostředí s turbulencí, vady broušení briliantů)

vycházejí z polárního popisu vlnoplochy $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$ v rovině výstupní apertury
mají dobře oddělenou radiální a úhlové části:

$$H(\rho, \theta) = \sum_{n=1}^k \sum_{m=-n}^n W_n^m Z_n^m \quad Z_n^m = R_n^m(\rho) \Phi_n^m(\theta)$$

nevýhoda: je potlačena informace o poloze zdroje –
k úplnému aberačnímu rozvoji by bylo třeba několik měření

výhoda: žádné dva členy se vzájemně nekompensují: přidáním dalšího se aberace vždy zhorší
jeden Zernikův polynom může obsahovat kombinaci Seidelovských aberací a naopak

Zernikovy polynomy

$$H(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n W_n^m Z_n^m$$

$$Z_n^m : \begin{array}{ll} -N_n^m R_n^{|m|} \sin(m\theta) & m < 0 \\ N_n^0 R_n^0 & m = 0 \\ N_n^m R_n^{|m|} \cos(m\theta) & m > 0 \end{array}$$

Používá se bezrozměrná proměnná $r = \rho / R$, kde R je poloměr zornice

normalizační faktor

$$N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1 + \delta_{m0}}} \begin{array}{ll} \delta_{kl} = 1 & k = l \\ \delta_{kl} = 0 & k \neq l \end{array}$$

radiální část

$$R_n^{|m|}(r) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left[\frac{n+|m|}{2} - s \right]! \left[\frac{n-|m|}{2} - s \right]!} r^{n-2s}$$

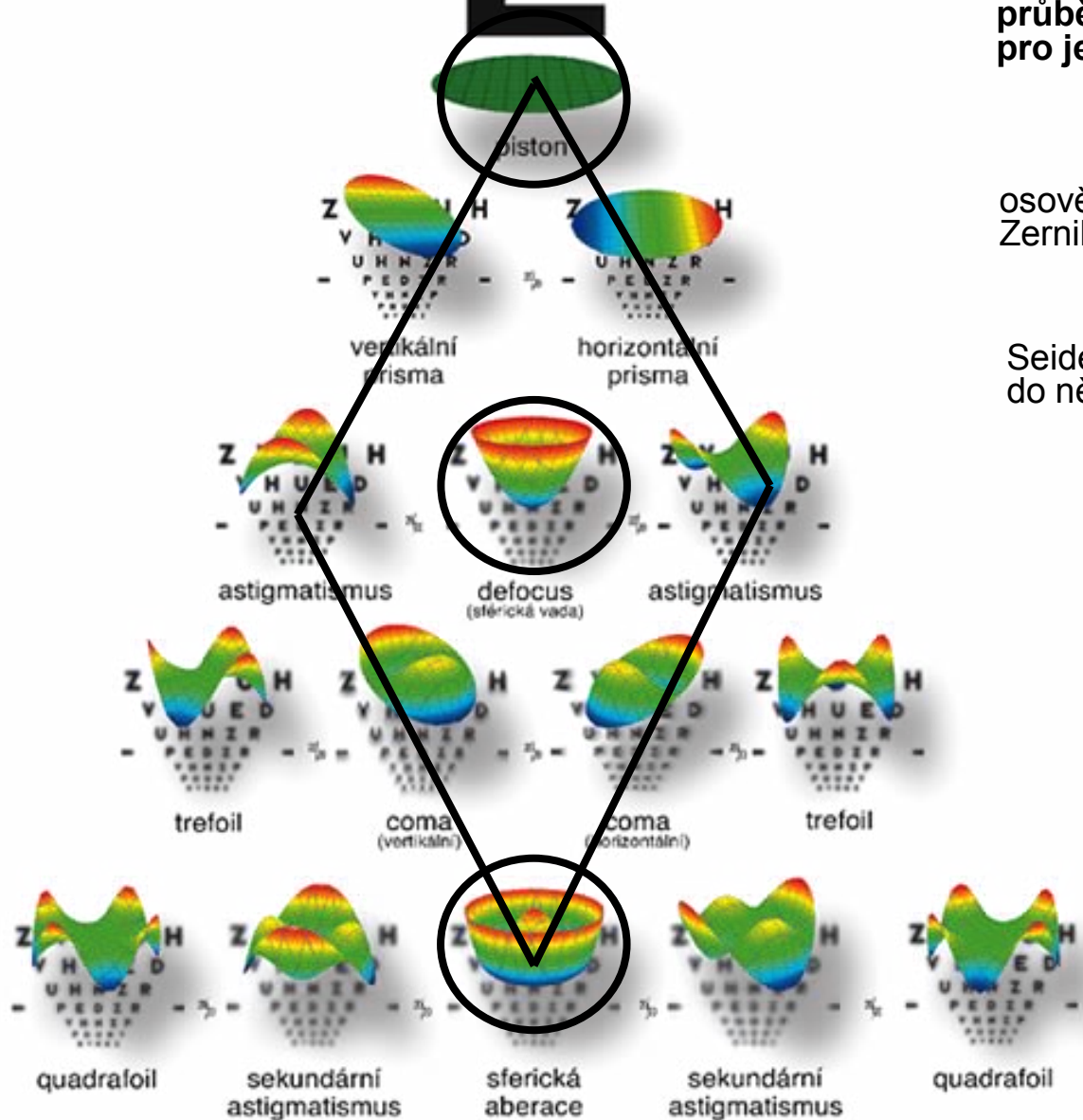
pro běžné použití není tento zápis praktický, obvykle se uvádí několik prvních členů explicitně

explicitní tvar
Zernikových
polynomů

přečíslování

j	n	m	$Z_n^m(\rho, \theta)$	
0	0	0	1	
1	1	-1	$2\rho \sin(\theta)$	
2	1	1	$2\rho \cos(\theta)$	
3	2	-2	$\sqrt{6}\rho^2 \sin(2\theta)$	
4	2	0	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	
5	2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \cos(2\theta)$	nižší aberace
6	3	-3	$\sqrt{8}\rho^3 \sin(3\theta)$	
7	3	-1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin(\theta)$	vyšší aberace
8	3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos(\theta)$	
9	3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \cos(3\theta)$	
10	4	-4	$\sqrt{10}\rho^4 \sin(4\theta)$	
11	4	-2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin(2\theta)$	
12	4	0	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	
13	4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos(2\theta)$	
14	4	4	$\sqrt{10}\rho^4 \cos(4\theta)$	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	

E



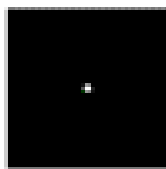
průběhy chybové vlnoplochy pro jednotlivé Zernikovy polynomy

osově souměrné aberace leží na ose Zernikova trojúhelníku

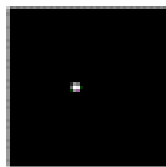
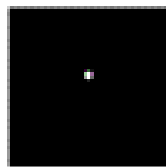
Seidelovy aberace tvoří diamant zasahující do několika řádů trojúhelníka

-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6

0



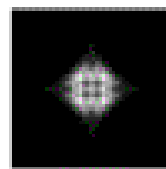
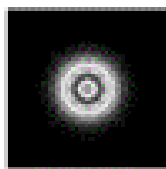
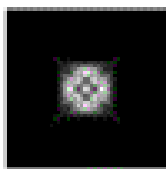
1



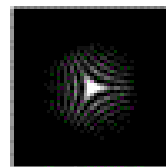
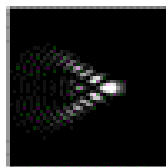
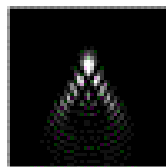
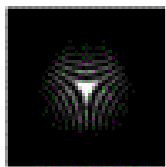
PSF jednotlivých
Zerníkových polynomů

(zde i se započtením difrakce)

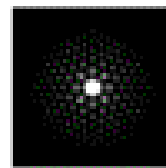
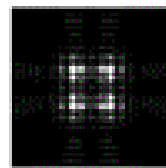
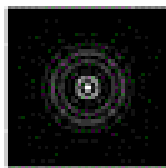
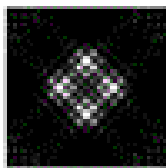
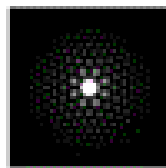
2



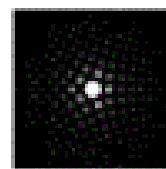
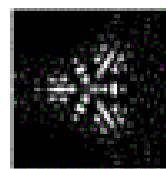
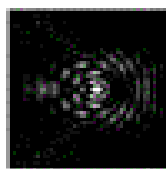
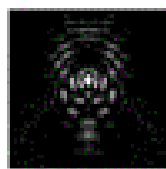
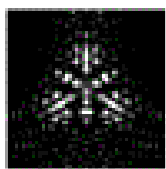
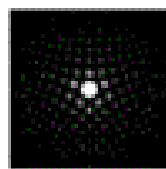
3



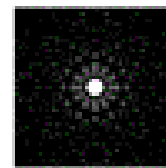
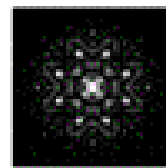
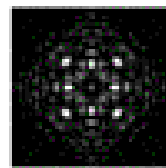
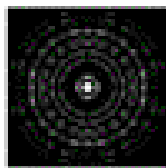
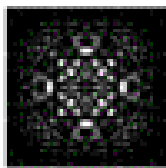
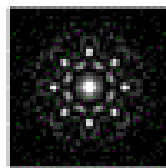
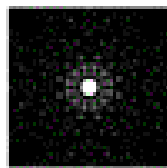
4



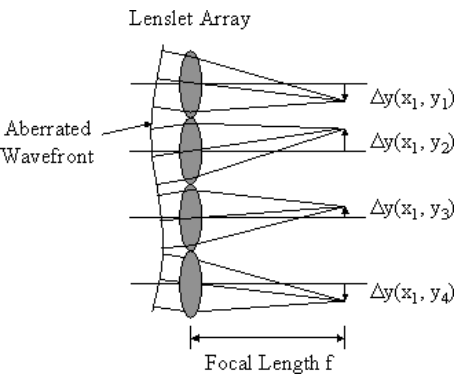
5



6



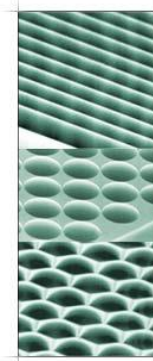
Hartmannův-Shackův senzor



rošíření oproti vyšetření pomocí sferocylindrických čoček

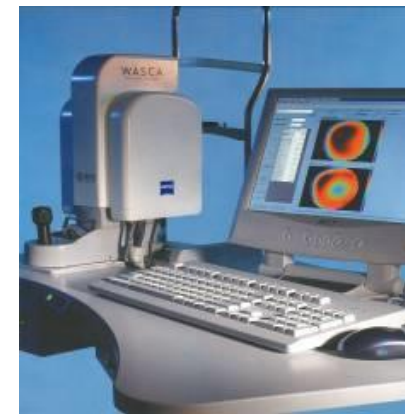
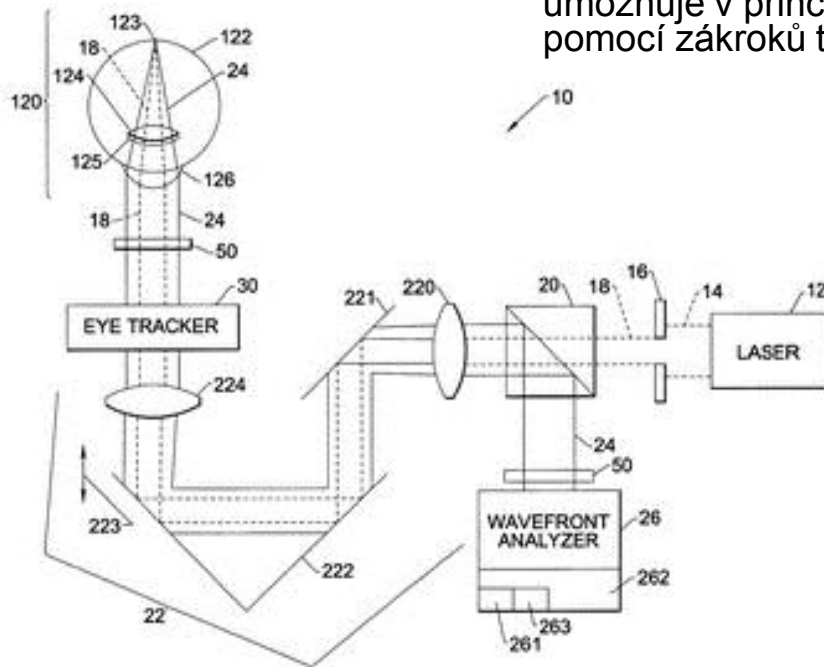
buď ve formě dvou zkřížených lineárních lamel, nebo přímo vyleptané mikročočky (*lenslet array*)

parametry používaných senzorů: 15-1000 μm /čočka, přesnost ohniska $\pm 3\%$, podkladová destička (Si, Ge, ZnS) 1-6 mm

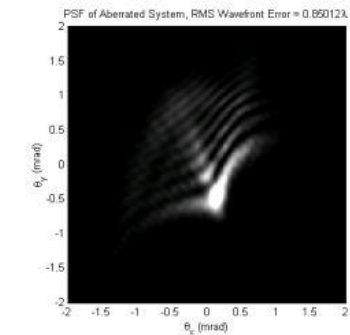
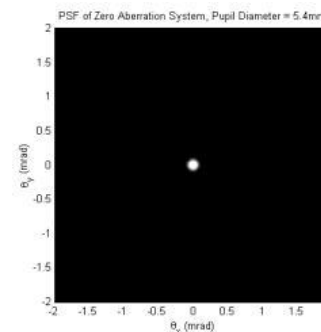


WASCA (WAVE Aberration SCanner)

umožňuje v principu opravy vad do dvacátého řádu pomocí zákroků typu LASIK



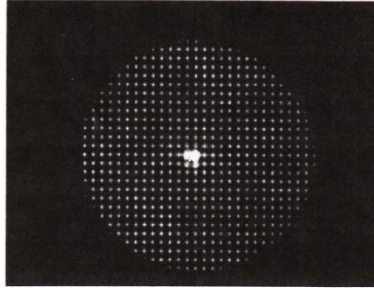
PSP (Point Spread Function):
reakce na bodový podmět



OD

Name: Martin
Patient ID: 8009300000

Pupil Diameter: 5.82 mm
Wavefront Sensor



Seidel	Sphere	Cylinder	Axis
	-7.85	-0.93	$\times 12^\circ$
Chroma: 555		Spectacle Plane: 13	

Zernike Polynomials	
Zernike Term	Value
analysis diameter	5.50 mm
Z(2,-2)	0.584 μm
Z(2,0)	-14.059 μm
Z(2,2)	-1.315 μm
Z(3,-3)	-0.079 μm
Z(3,-1)	0.029 μm
Z(3,1)	-0.018 μm
Z(3,3)	0.057 μm
Z(4,-4)	-0.099 μm
Z(4,-2)	0.013 μm
Z(4,0)	0.044 μm
Z(4,2)	0.176 μm
Z(4,4)	0.139 μm

Total Aberrations

High Order Aberrations

