

# Radiologická fyzika a radiobiologie

## 4. přednáška



# Radioaktivita

- Přeměna struktury atomových jader.
- Samovolný (přirozený) proces
- Uměle vyvolaný (působením jiných částic nebo jader)
- Platí zákony zachování:
  - Energie
  - Hybnosti
  - Elektrického náboje
  - Momentu hybnosti
  - Počtu nukleonů

# Radioaktivita

- Základní rozpady a přeměny

- $\alpha$  rozpad
- $\beta$  rozpad
- $\gamma$  rozpad
- $\beta^+$  rozpad
- Elektronový záchyt
- Vnitřní konverze

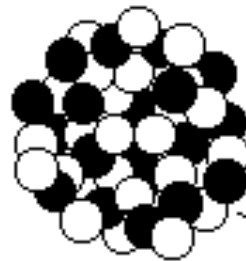
# Radioaktivita



$\alpha$  rozpad



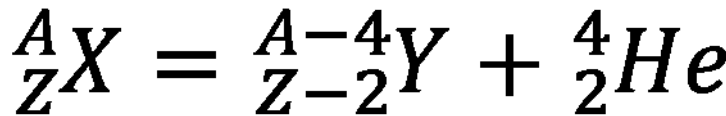
Th 231



U 235



$\alpha$  částice

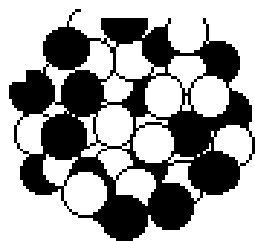
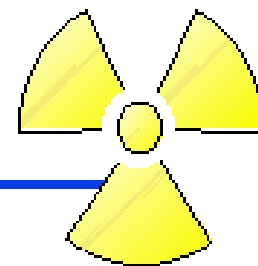


[Podrobněji](#)

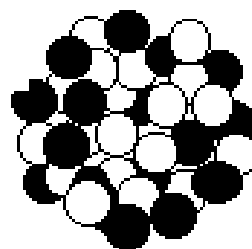


# Radioaktivita

$\beta$  rozpad



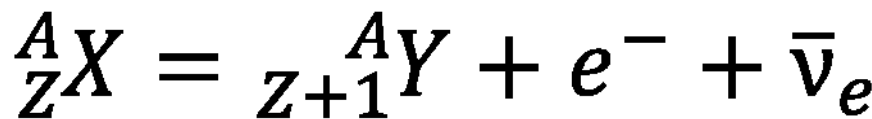
Ca 40



K 40

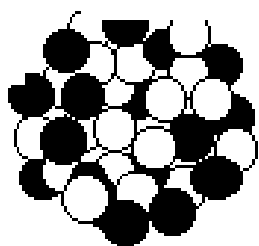
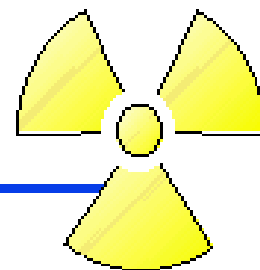
antineutrino

elektron

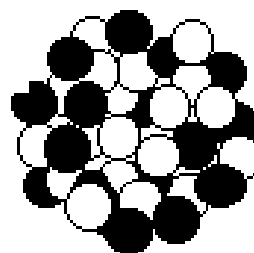


# Radioaktivita

$\beta^+$  rozpad



B 11



C 11

neutrino

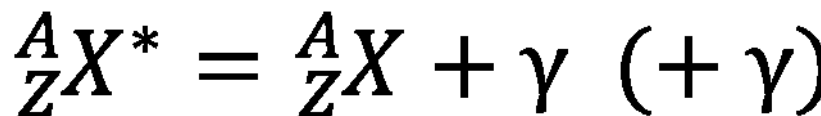
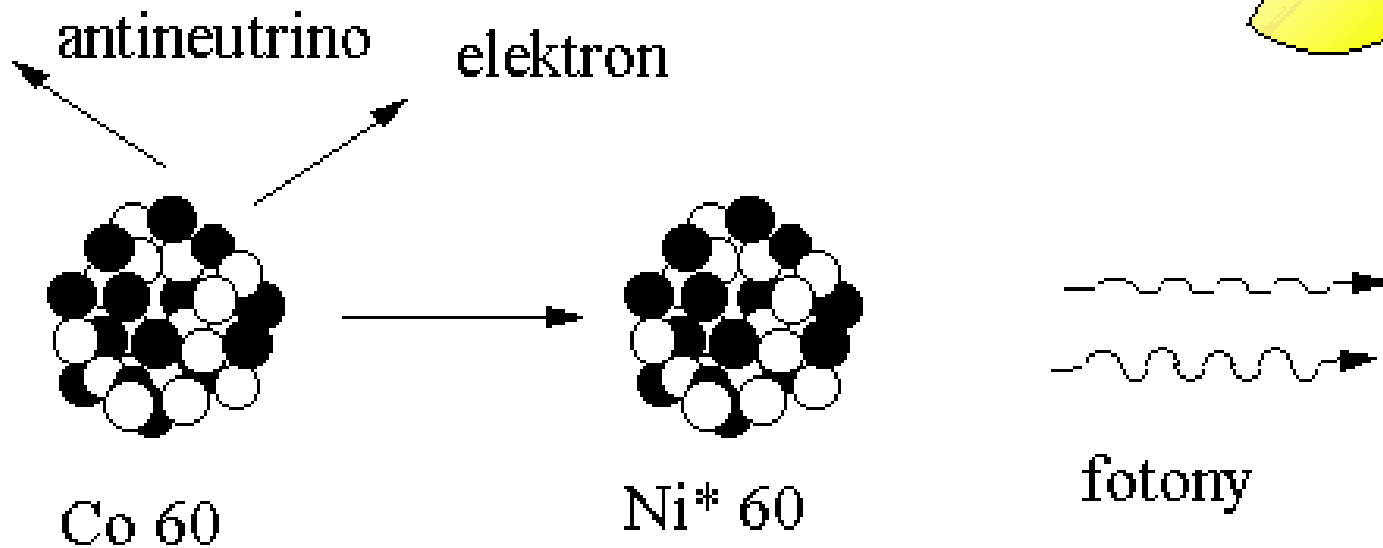
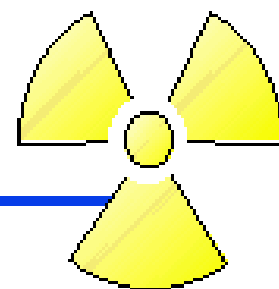
positron



[Podrobněji](#)

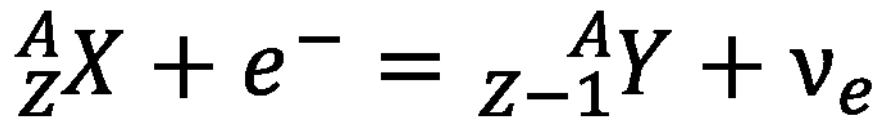
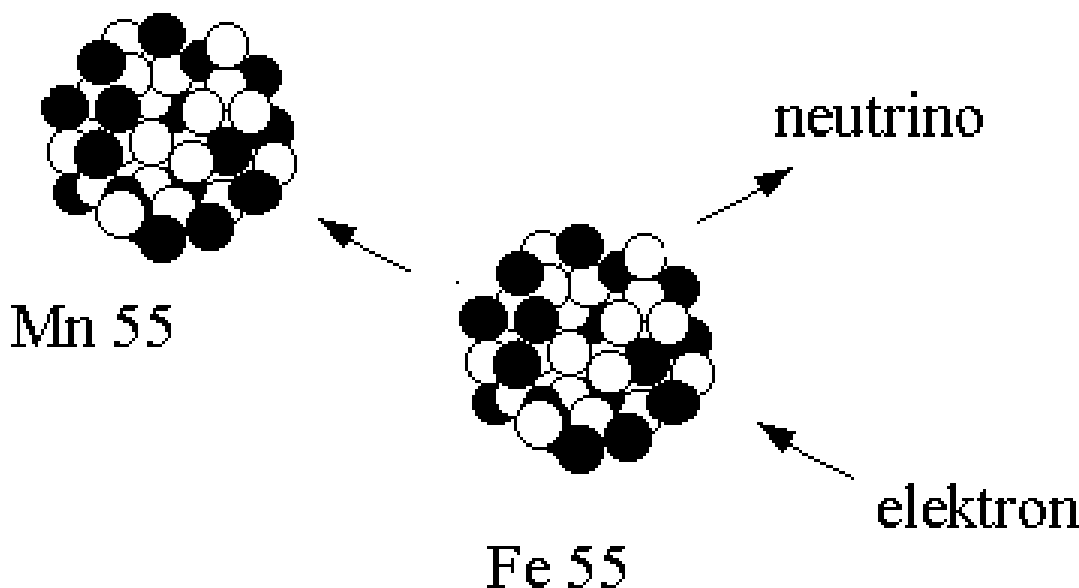
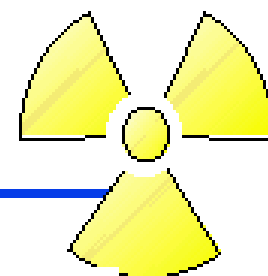
# Radioaktivita

$\gamma$  rozpad



# Radioaktivita

## Elektronový záchyt



[Podrobněji](#)



# Radioaktivita

- Vnitřní konverze
- Excitované jádro často přebytečnou energii vyzáří ve formě  $\gamma$  záření.
- Tento foton může interagovat s elektrony z obalu, což má za následek jeho vyražení a ionizaci atomu.

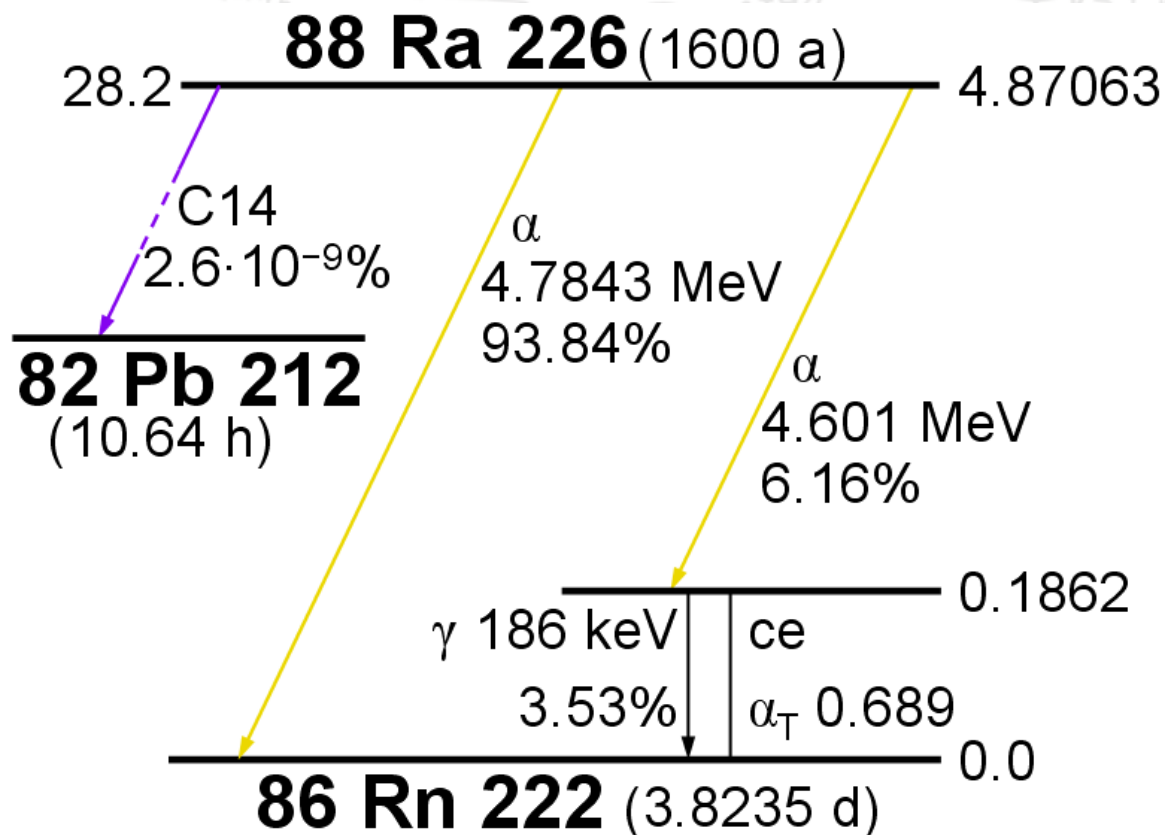


[Podrobněji](#)

The ratio of internal conversion to gamma emission photons is known as the internal conversion coefficient where

# Radioaktivita

- Existuje pouze jedna cesta?



The ratio of internal conversion to gamma emission photons is known as the internal conversion coefficient  $\alpha_T$  ce – conversion electrons

# Zákon radioaktivity

- Rychlost přeměny

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

- Je úměrná počtu částic

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

- $\lambda$  – rozpadová (přeměnová) konst. [ $s^{-1}$ ]
- Charakteristická pro daný rozpad a prvek.
- R – aktivita vzorku [ $s^{-1}$ ]

# Zákon radioaktivity

- Po integraci dostáváme

$$N(t) = N(t_0)e^{-\lambda(t-t_0)}$$

[Podrobněji](#)

- Počáteční podmínky volíme  $t_0 = 0$  a  $N(t_0) = N_0$ .

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

- Tato rovnice popisuje zákon radioaktivního rozpadu.



# Poločas rozpadu

- Fyzikální poločas rozpadu

- Čas, za který klesne počet jader na  $\frac{1}{2}$  původního počtu.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

[Podrobněji](#)



# Poločas rozpadu

- Často se stává, že se nuklid může rozpadat více způsoby. Potom je jeho poločas rozpadu odlišný.
  - Poločas rozpadu při 2 cestách.

$$T_{1/2} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

[Podrobněji](#)

# Poločas rozpadu

- Biologický poločas rozpadu  $T_{1/2Bi}$ 
  - Čas, za který je z těla vyloučena polovina látky.
  - Odbourávají (umožňují vyloučení z těla) především játra, ledviny.....
  - Závisí na:
    - Rozpustnosti látky ve vodě
    - Chemické vaznosti látky
    - Kapacitě biodegradačních drah
    - ...

# Poločas rozpadu

- Efektivní poločas rozpadu  $T_{1/2Ef}$

➤ Čas jak dlouho setrvává radioaktivní prvek v těle.

➤ Je kombinací fyzikálního a biologického

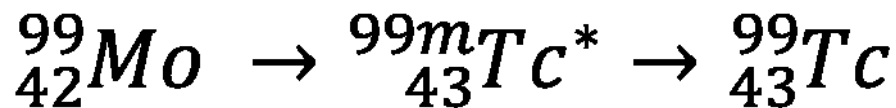
$$\frac{1}{T_{1/2Ef}} = \frac{1}{T_{1/2Fy}} + \frac{1}{T_{1/2Bi}}$$

➤ Je vždy menší než  $Fy$  a  $Bi$  poločas.

➤ Radionuklidy s kratším  $T_{1/2Ef}$  jsou vhodnější pro využití v praxi.

# Dvoustupňový rozpad

- Občas musíme uvažovat o rozpadu jako vícestupňovém procesu.



- Rozpady probíhají zároveň a ovlivňují rychlost přeměny (plyne ze zákona radioaktivního rozpadu).

$$R = -\frac{dN}{dt}$$



# Dvoustupňový rozpad

- Celý problém lze popsat třemi diferenciálními rovnicemi.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_{12}N_1 \quad N_1(t=0) = N_0$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_{23}N_2 + \lambda_{12}N_1 \quad N_2(t=0) = 0$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_{23}N_2 \quad N_3(t=0) = 0$$



# Dvoustupňový rozpad

- Integrací rovnic dostáváme rovnice pro počty jader jednotlivých izotopů.

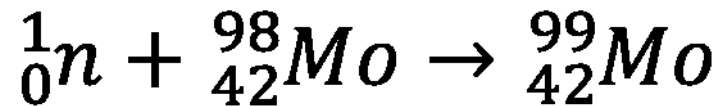
$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_{12}t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_{12}N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} (e^{-\lambda_{12}t} - e^{-\lambda_{23}t})$$

$$N_3 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} (\lambda_{12}(e^{-\lambda_{23}t} - 1) - \lambda_{23}(e^{-\lambda_{12}t} - 1))$$

# Příprava Tc

- Proč je Tc důležité?
- Významný izotop v nukleární medicíně.
- V reaktoru neutrony ostřelujeme jádro molybdenu 98.



# Příprava Tc

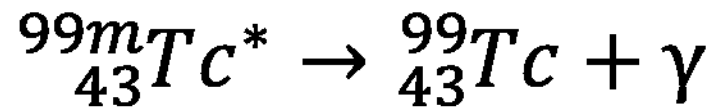
- Takto připravený molybden je přepraven k diagnostickému zařízení a probíhá  $\beta$ -rozpad.
- $T_{1/2} = 66$  hod



# Příprava Tc

- Technecium je chemicky separováno a poté navázáno na vhodnou látku, která je dopravena k vyšetřovanému místu.

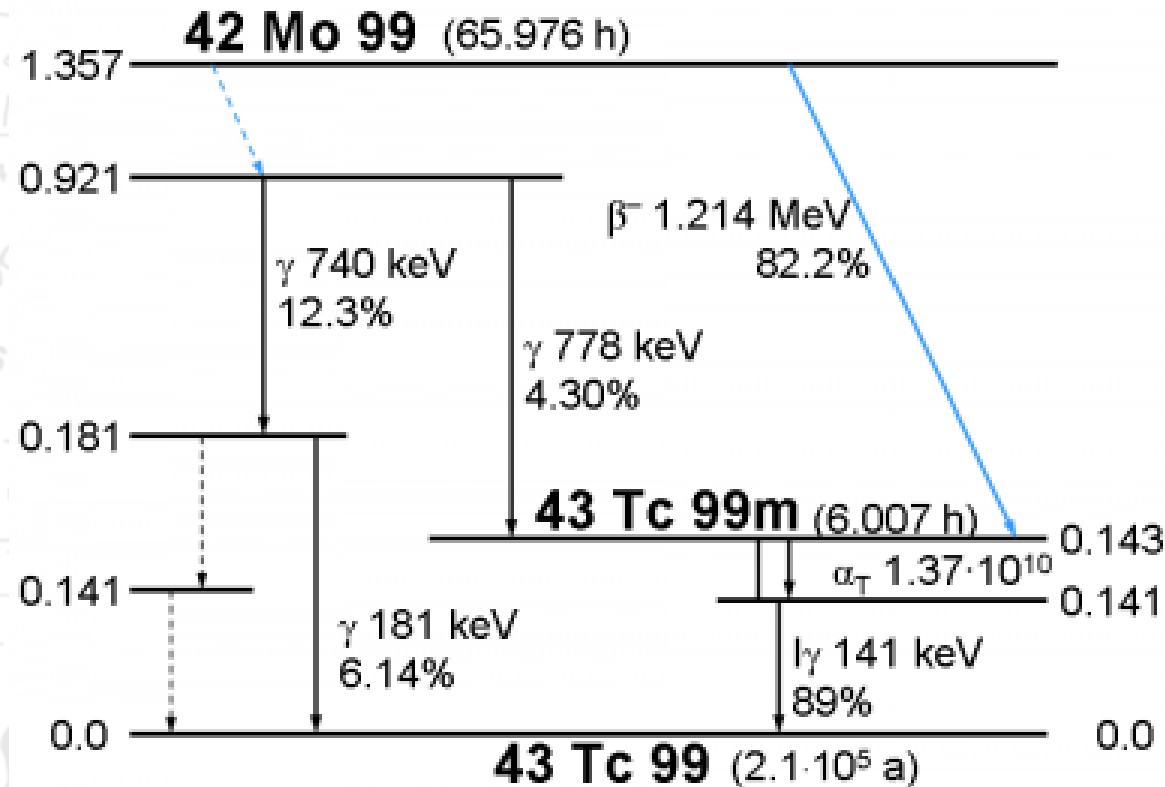
- $T_{1/2} = 361 \text{ min}$



- Detekujeme gama fotony o energii 141 keV.



# Příprava Tc



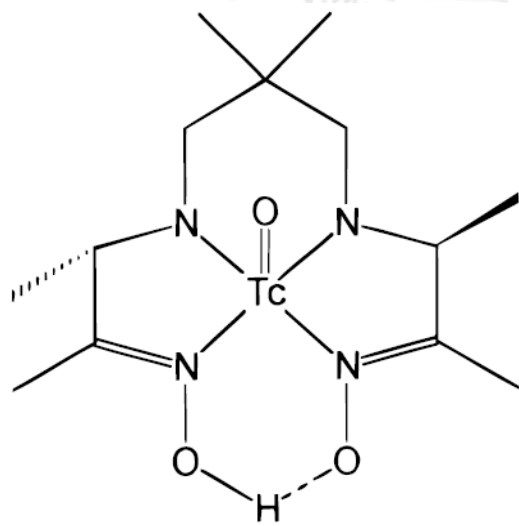
The ratio of internal conversion to gamma emission photons is known as the internal conversion coefficient  $\alpha_T$  ce – conversion electrons



# Příprava Tc

Vyšetření mozku

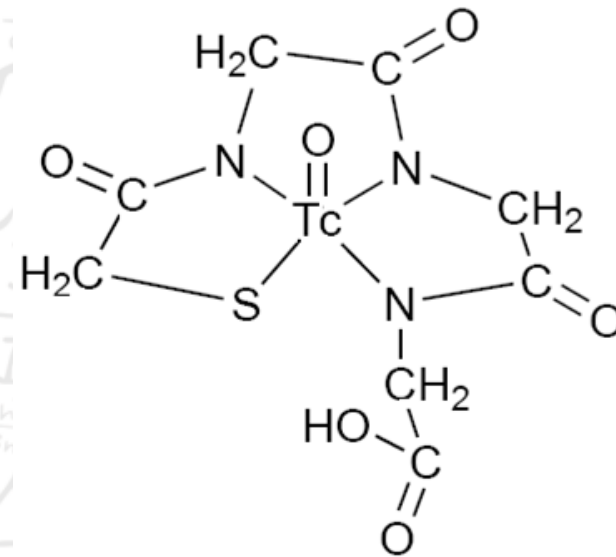
Vyšetření ledvin



<sup>99m</sup>TcO-hexamethyl

Propyleneamineoxime

Ceretec



<sup>99m</sup>TcO-mercaptoacetyltriglycine

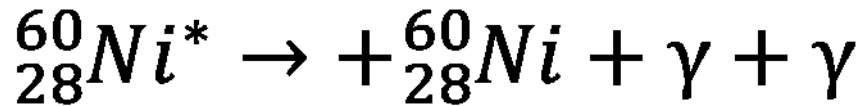
Sestamibi

# Příprava Co-60

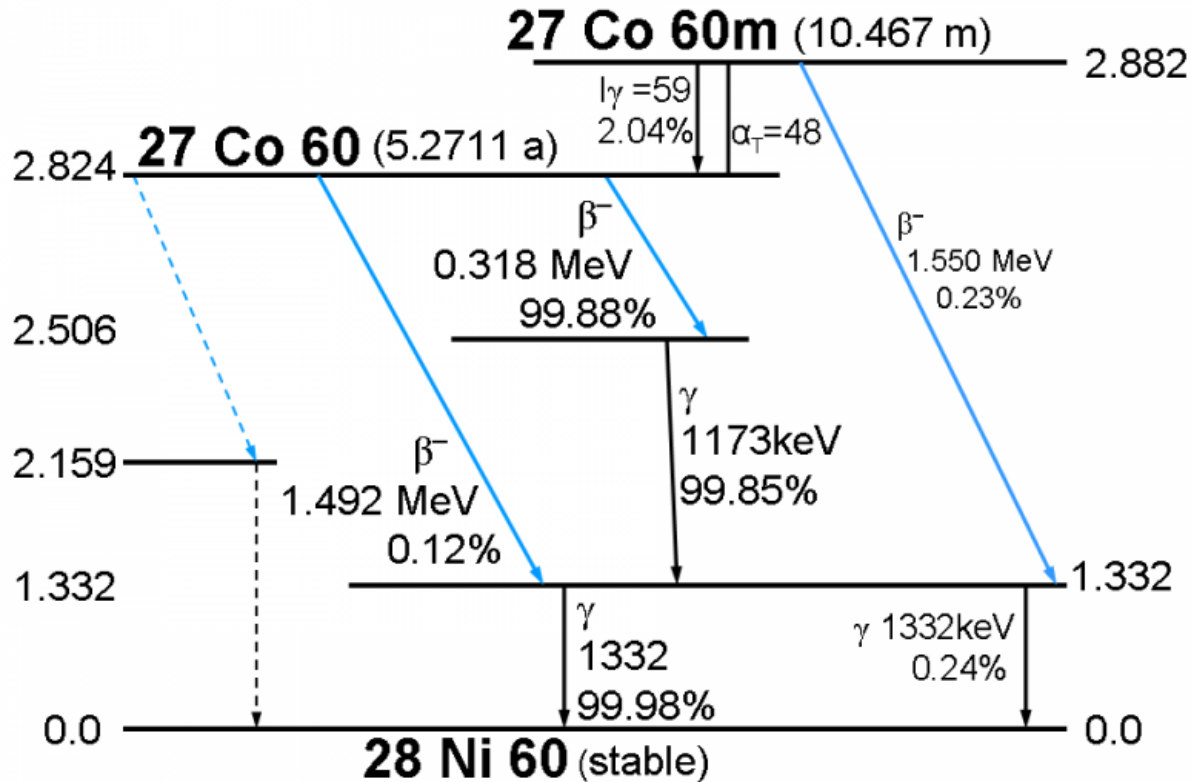
- Příprava podobná jako u Tc.
- V reaktoru ostřelujeme jádro kobaltu 59 neutrony.



- $T_{1/2} = 5,27$  let



# Přeměna Co-60



$E_k = \frac{1}{2} m v^2$   
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$   
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$   
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$   
 $k = \rho^2 / 2m m_0 = \frac{M_r}{N_A}$   
 $\lambda = \frac{h}{p}$   
 $\sqrt{2eUm}$   
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$   
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$   
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$   
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = \int \dots$   
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$   
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$   
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$

# Shrnutí

- Máme perfektní přehled o základních radioaktivních rozpadech a přeměnách, jak fungují, co je pro ně specifické atp.
- Umíme odvodit, proč je  $\alpha$  částice jádro  ${}^4\text{He}$  a ne lehčí jádra.
- Umíme odůvodnit, proč může z protonu vzniknout těžší neutron.
- Známe zákon radioaktivity, umíme jej zapsat matematicky, okomentovat slovně i odvodit.



# Shrnutí

- Víme, jaké máme poločasy rozpadů a jejich charakteristiky.
- Známe přípravu metastabilního technecia a víme jeho praktické využití.
- Známe přípravu „kobaltové bomby“ a víme její praktické použití.
- Víme, co jsou Augerovy elektrony a princip jejich vzniku.



**Děkuji za pozornost**

**Konec**

**4. přednášky**

**Prezentace vznikla v rámci projektu  
fondu rozvoje MU 1515/2014**



# Dodatky 1

- Proč je alfa částice zrovna jádro  ${}^4\text{He}$ ?
- Mějme třeba  ${}^{233}\text{Pa}$  (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na  ${}^{232}\text{Th}$  (232,038055325) a  ${}^1\text{H}$ (1,00782503207)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek
$$\Delta M = 233,0402472 - 232,0380553 - 1,007825032$$
$$\Delta M = -0,00563313$$
- Vodík  ${}^1\text{H}$  nemůže být alfa částicí.



# Dodatky 1

- Mějme třeba  $^{233}\text{Pa}$  (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na  $^{231}\text{Th}$  (231,036304) a  $^2\text{H}$ (2,01410177)

- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 231,036304 - 2,01410177$$

$$\Delta M = -0,010158$$

- Vodík  $^2\text{H}$  nemůže být alfa částicí.

# Dodatky 1

- Mějme třeba  $^{233}\text{Pa}$  (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na  $^{230}\text{Ac}$  (230,036294) a  $^3\text{He}$ (3,0160293)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek  
$$\Delta M = 233,0402472 - 230,036294 - 3,0160293$$
$$\Delta M = -0,012076$$
- Helium  $^3\text{He}$  nemůže být alfa částicí.

# Dodatky 1

- Mějme třeba  $^{233}\text{Pa}$  (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na  $^{229}\text{Ac}$  (229,0330152) a  $^4\text{He}$ (4,0026032)

- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 229,0330152 - 4,0026032$$

$$\Delta M = 0,0048536$$

- Helium  $^4\text{He}$  může být alfa částicí.

Pa = protaktinium

Konec 1. dodatku

[zpět](#)

# Dodatky 2

- Pro beta rozpad platí

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$$

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$$

- Dochází k takové přeměně, aby nové jádro bylo stabilnější.
- Jak může z lehčího protonu vzniknout těžší neutron?



# Dodatky 2

- Musíme se na rozpad dívat globálně.
- Víme, že  $^{176}\text{Hg}$  (175,987354) může podlehnout beta + rozpadu na  $^{176}\text{Au}$ (175,980099).
- $M(e^+) = 0,00054$
- $M(p^+) = 1,00727$
- $M(n^0) = 1,00866$

# Dodatky 2

- Nejprve se podíváme na rozpad protonu na neutron a pozitron

$$\Delta M = 1,00727 - 1,00866 - 0,00054$$

$$\Delta M = -0,00193$$

- Nyní se podíváme na přeměnu jader

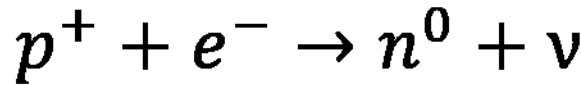
$$\Delta M = 175,98735 - 175,980099$$

$$\Delta M = 0,007251$$

- Uvolní se víc E, než je potřeba na přeměnu protonu.

# Dodatky 3

- Při elektronovém záchytu dochází k podobné situaci jako při beta rozpadu.



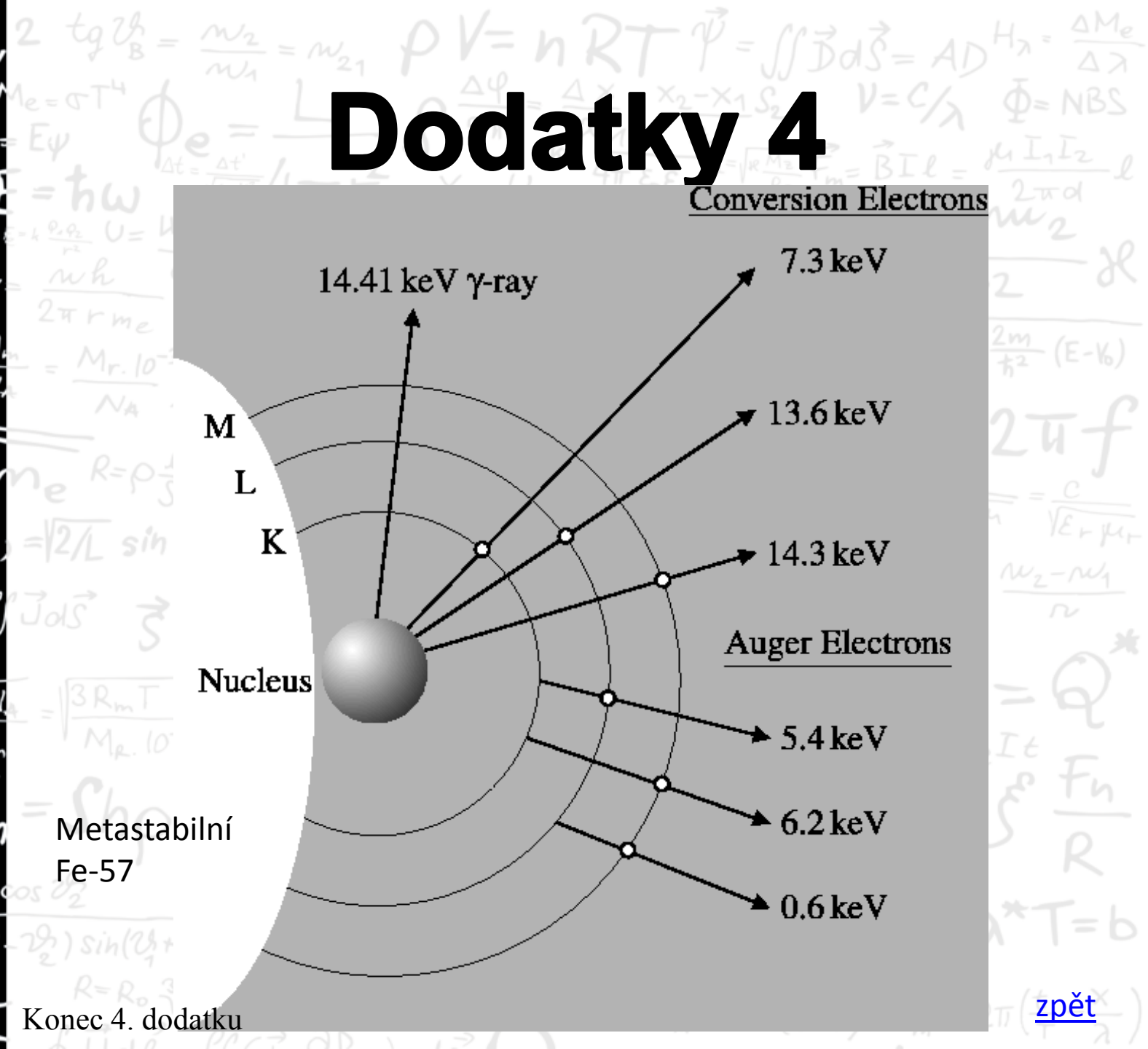
# Dodatky 4

- Vnitřní konverze
- Po tomto vyražení většinou nastává zaplnění volného místa elektronem z vyšší vrstvy, přičemž se vyzáří další foton.
- V případě slupek K nebo L těžkých prvků se jedná o charakteristické RTG, které může vyrazit další elektrony tzv. Augerovy elektrony.



# Dodatky 4

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$   
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$   
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\dots}$   
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$   
 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{M_r \cdot 10^{-10}}{NA}$   
 $\lambda = \frac{h}{\dots}$   
 $\sqrt{2eUm_e}$   
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$   
 $\psi(\alpha) = \sqrt{2/L} \sin$   
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$   
 $C(s)$   
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_r \cdot 10^{-10}}}$   
 $\lambda = \frac{h \ln 2}{T} F_h = \frac{h \ln 2}{T}$   
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$   
 $E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$   
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$



Konec 4. dodatku

[zpět](#)

# Dodatky 5

- Integrace zákona radioaktivní přeměny

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad / \text{separace proměnných}$$

$$-\frac{dN}{N} = \lambda dt \quad / \text{integrace}$$

$$-\int \frac{1}{N} dN = \int \lambda dt$$

$$-\ln N = \lambda t + c \quad / \text{odlogaritmuje}$$

$$N = e^{-(\lambda t + c)}$$

# Dodatky 5

$$N = e^{-(\lambda t + c)}$$

/ na počátku máme  $N_0$  atomů

$$N_0 = e^{-(\lambda \cdot 0 + c)}$$

$$N_0 = e^{-c}$$

/ dosadíme

$$N = e^{-\lambda t} e^{-c}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Konec 5. dodatku

[zpět](#)

# Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu

➤ Doba za jakou se rozpadne  $\frac{1}{2}$  jader ve vzorku

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

/ logaritmujeme

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2}$$



# Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2} \quad / \text{úpravy}$$

$$\ln 2^{-1} = -\lambda T_{1/2}$$

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

$$\frac{\ln 2}{\lambda} = T_{1/2}$$

Konec 6. dodatku

[zpět](#)

# Dodatky 7

- Necht' se prvek X může rozpadat dvěma cestami charakterizovanými rozpadovými konstantami  $\lambda^{(1)}$ ;  $\lambda^{(2)}$ .
- Ze zákona radioaktivity plyne:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda^{(1)}N + \lambda^{(2)}N$$

- Stejnými úpravami dostaneme

$$N = N_0 e^{-(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)})t}$$

# Dodatky 7

- Stejným způsobem jak u jednoduchého poločasu rozpadu postupujeme i nyní.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)}}$$

- Dosadíme za rozpadové konstanty

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(1)}} + \frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(2)}}} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

Konec 7. dodatku

[zpět](#)