

MUNI
MED

MNBS081 Biostatistika **(jaro 2022)**

MICHAL SVOBODA

Institut biostatistiky a analýz LF MU
svoboda@iba.muni.cz

Osnova

- Excel: opakování, příprava dat, základní vzorce
- Základy popisné statistiky
- Základní rozdělení pravděpodobnosti, testování hypotéz
- Parametrické testy
- Neparametrické testy
- Analýza kontingenčních tabulek
- Základy korelační analýzy a lineární regrese

Důležité informace

- Výuka: 14:00–15:40, počítačová učebna F01B1/709
- Materiály v IS
- Software: Microsoft Office - Excel, Statistica
- Pro získání zápočtu/kolokvia je třeba:

1) Účast – povoleny jsou 2 absence

- Při větší absenci – splnění písemky na konci semestru (teoretická část + řešení příkladů na počítači)

2) Domácí úkoly – povoleno max 1 neodevzdání

- za účelem procvičení, dostanete zpětnou vazbu, na dalším cvičení se vrátíme, kdyby byl problém

3) Závěrečný úkol – datový soubor – praktické úkoly

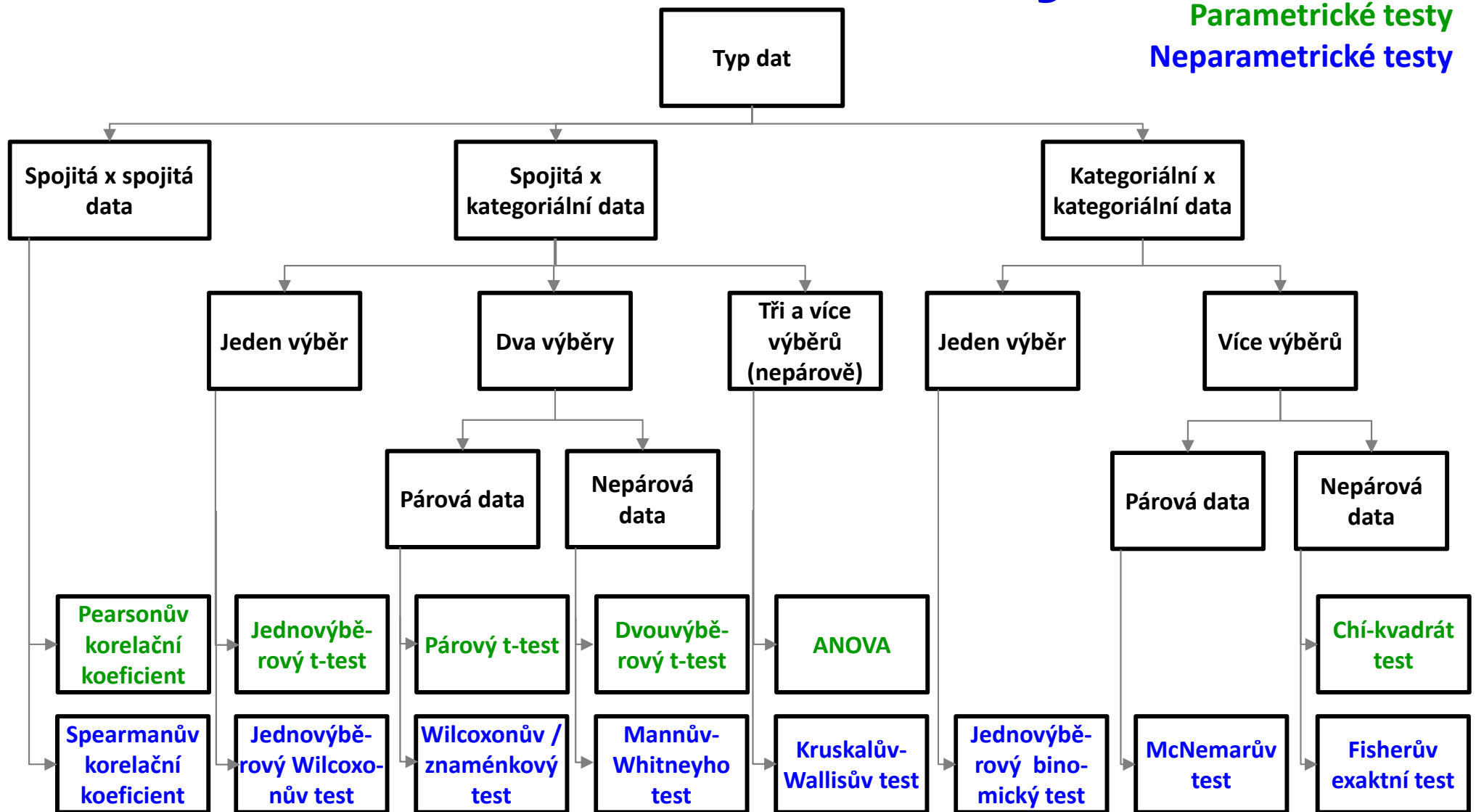
Organizace výuky

- 15. 2. – Excel: opakování, příprava dat, základní vzorce
- 1. 3. – Základy popisné statistiky (**pozor! 22. 2. setkání nebude**)
- 15. 3. – Základní rozdělení pravděpodobnosti, testování hypotéz (**pozor! 8. 3. setkání nebude**)
- 22. 3. – Parametrické testy
- 29. 3. – Neparametrické testy
- 5. 4. – Analýza kontingenčních tabulek, testy dobré shody
- 12. 4. – Korelační analýza + základy lineární regrese
- 19. 4. – Volitelné sezení (návrat k některým tématům)
- 3. 5. – Ukončení předmětu, test
- 10. 5. – Vyhodnocení testu

Parametrické testy

Jednovýběrový parametrický test
Dvouvýběrové parametrické testy
ANOVA

Základní statistické testy



Parametrické testy

- Předpoklad: **normalita rozdělení dat**
- Studentův **t-test** (testování rozdílů dvou středních hodnot)
 - 1. Jednovýběrový t-test** (porovnání základního a výběrového souboru; známe střední hodnotu, nepředpokládáme znalost rozptylu; nahrazujeme jej výběrovým rozptylem našich dat)
 - 2. Dvouvýběrový t-test** (porovnání dvou výběrových souborů, neznáme střední hodnotu základního souboru):
 - párový** (závislé výběry)
 - nepárový** (nezávislé výběry)
- **F-test** (testování rozdílů dvou rozptylů)

Statistické testy o parametrech jednoho výběru

Jednovýběrový t-test

Jednovýběrový t-test

- **Jednovýběrové** statistické **testy** srovnávají některou popisnou statistiku výběru (průměr) s jediným číslem, jehož význam je ze statistického hlediska hodnota cílové populace.
- Z hlediska statistické teorie jde o ověření, zda daný vzorek pochází z testované cílové populace.

Jednovýběrový t-test



Předpoklad: normální rozdělení proměnné ve výběru
(vhodné ověřit vizuálně i statistickým testem: Shapiro-Wilkův test)

Výpočet jednovýběrového t-testu

1. Stanovit nulovou a alternativní hypotézu:

H_0 : Průměr výběru je rovný referenční hodnotě.

H_A : Průměr výběru není rovný referenční hodnotě.

2. Ověřit normalitu rozdělení hodnot výběru

(vizuálně i statistickým testem: Shapiro-Wilkův test).

3. Vypočítat hodnotu testové statistiky a **p-hodnotu**. Když je vypočítaná p-hodnota menší než zvolená hladina významnosti $\alpha = 0,05$, zamítáme nulovou hypotézu.

Statistické testy o parametrech dvou výběrů

Dvouvýběrový párový t-test

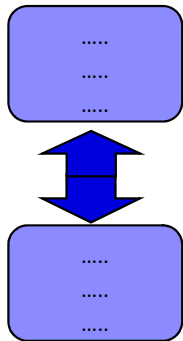
Dvouvýběrový nepárový t-test

Dvouvýběrové t-testy

- Jedním z nejčastějších úkolů statistické analýzy dat je **srovnání** spojitých dat **ve dvou skupinách** pacientů. Na výběr je celá škála testů, výběr konkrétního testu se pak odvíjí od toho, zda je o srovnání **párové** nebo **nepárové** a zda je vhodné použít test parametrický (má předpoklady o rozložení dat) nebo neparametrický (nemá předpoklady o rozložení dat, nicméně má nižší vypovídací sílu).
- Neznámějšími testy z této skupiny jsou tzv. **t-testy** používané pro srovnání průměrů dvou výběrů.

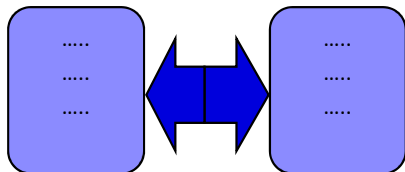
Párový a nepárový t-test

- Párový a nepárový t-test v závislosti od designu experimentu
- Srovnání dvou **nezávislých** rozložení spojitých hodnot:



Nepárový dvouvýběrový t-test

- Srovnání dvou **závislých** rozložení spojitých hodnot:



Párový dvouvýběrový t-test

Nepárový dvouvýběrový t-test

- Srovnání dvou **nezávislých** rozložení spojitých hodnot.
Příklad: srovnání věku u mužů a žen
- **Předpoklady t-testu** (je vhodné ověřit vizuálně i otestovat statistickými testy):
 1. Náhodný výběr subjektů jednotlivých skupin z jejich cílových populací.
 2. Nezávislost srovnávaných skupin.
 3. **Normální rozdělení proměnné v rámci skupin** (drobné odchylky od normality jsou přípustné, t-test je dostatečně robustní proti drobným odchylkám od tohoto předpokladu); test normality: Shapiro-Wilkův test.
 4. **Shodný rozptyl v obou skupinách**; test: Levenův test nebo **F-test**.

Výpočet nepárového t-testu

1. Nulová hypotéza: průměry obou skupin jsou shodné

Alternativní hypotéza: průměry obou skupin nejsou shodné

2. Prohlédnout průběh dat, určit průměr, medián apod.

Ověřit normalitu dat (např. Shapiro-Wilkovým testem)

Ověřit homogenitu rozptylů (F-testem)

F-test testuje hypotézu o shodě rozptylů; v případě shodných rozptylů je vše v pořádku a je možné pokračovat ve výpočtu t-testu, v opačném případě není vhodné t-test počítat v jeho původní formě.

3. Vypočítat hodnotu testové statistiky a **p-hodnotu**. Když je vypočítaná p-hodnota menší než stanovená hladina významnosti $\alpha = 0,05$, zamítáme nulovou hypotézu.

Párový dvouvýběrový t-test

- Skupiny dat jsou spojeny přes objekt měření,
Příklad: parametr pacienta před léčbou a po léčbě, úbytek hmotnosti u krys stejné linie
- Oba soubory musí mít **shodný počet hodnot**, všechna měření v jednom souboru musí být spárována s měřením v druhém souboru. Při vlastním výpočtu se **počítá se změnou hodnot (diferencí)** subjektů v obou souborech.
- Předpokladem je **normalita rozdělení diferencí hodnot**.

Výpočet párového t-testu

- 1. Nulová hypotéza:** průměry před a po léčbě jsou shodné
Alternativní hypotéza: průměry před a po léčbě nejsou shodné
2. Spočítat difference hodnot a prohlédnout jejich průběh.
Ověřit normalitu rozdělení diferencí (Shapiro-Wilkův test)
- 3. Vypočítat** hodnotu testové statistiky a **p-hodnotu**. Když je vypočítaná p-hodnota menší než stanovená hladina významnosti $\alpha = 0,05$, zamítáme nulovou hypotézu.

MUNI
MED

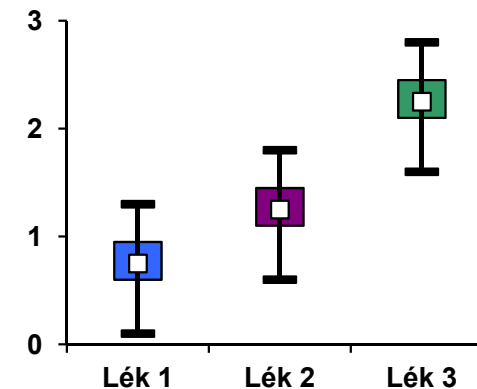
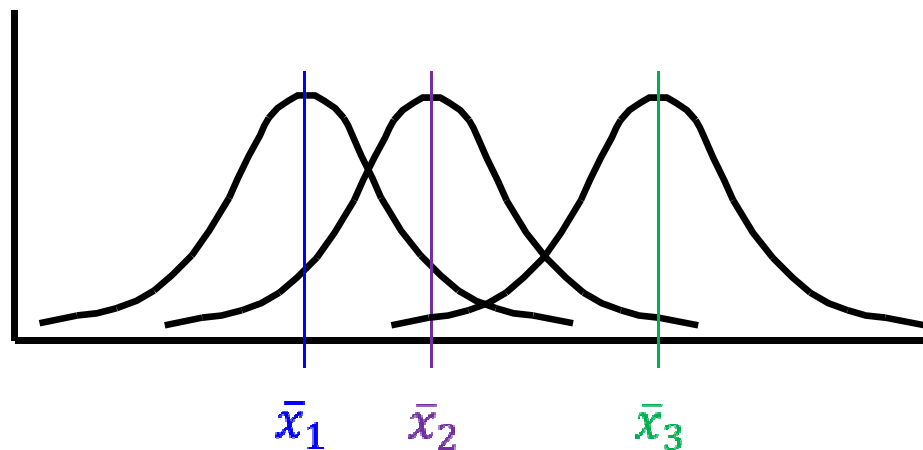
Statistické testy o parametrech tří a více výběrů

ANOVA

Analýza rozptylu ANOVA

- Srovnání tři a více **nezávislých** výběrů.

Příklad: srovnání krevního tlaku u třech skupin pacientů léčených léky A, B a C; srovnání kognitivního výkonu u čtyř skupin kategorizovaných podle věku



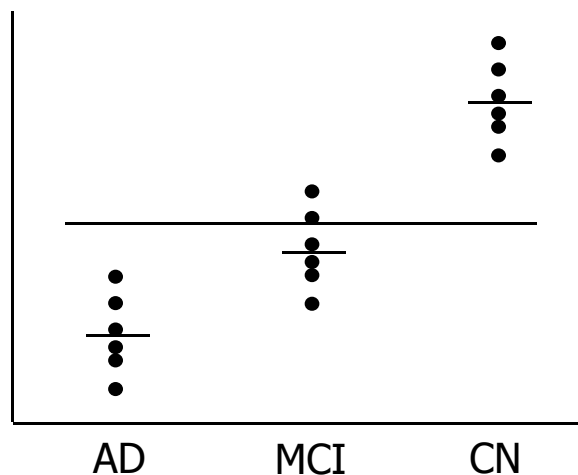
Analýza rozptylu ANOVA

- **Předpoklady ANOVA** (je vhodné ověřit vizuálně i otestovat statistickými testy):
 1. Náhodný výběr subjektů jednotlivých skupin z jejich cílových populací.
 2. Nezávislost srovnávaných skupin.
 3. **Normální rozdělení proměnné ve všech skupinách** (drobné odchylky od normality jsou přípustné, ANOVA je dostatečně robustní proti drobným odchylkám od tohoto předpokladu); test normality: Shapiro-Wilkův test.
 4. **Shodný rozptyl ve všech skupinách (homogenita rozptylů)**; test: Levenův test nebo Bartlettův test.

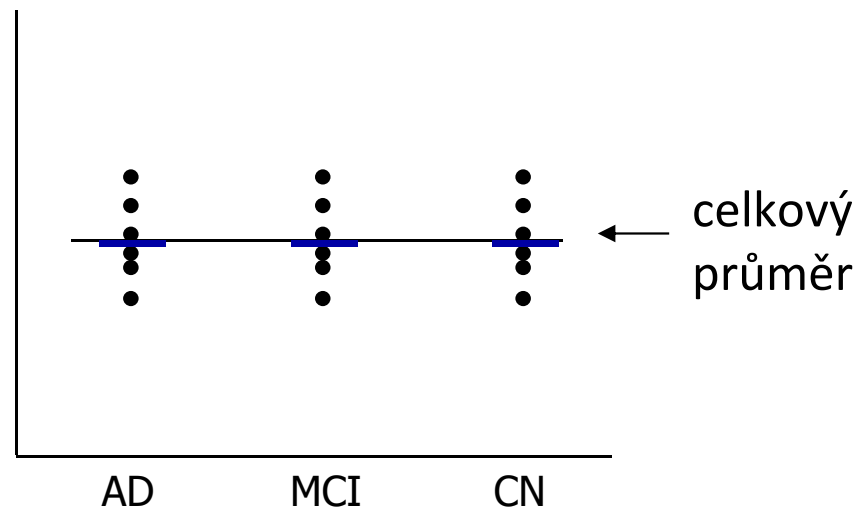
Analýza rozptylu – princip

- Srovnání variability (rozptylu) **mezi výběry** s variabilitou **uvnitř výběrů**.

Rozdíl ve všech třech skupinách:



Žádný rozdíl mezi skupinami:



Analýza rozptylu – výpočet

1. Stanovit nulovou a alternativní hypotézu:

H_0 : Střední hodnoty všech skupin jsou stejné.

H_A : Aspoň jedna dvojice středních hodnot se liší.

2. Prohlédnout průběh dat, určit průměr, medián apod.

Ověřit normalitu dat (např. Shapiro-Wilkovým testem)

Ověřit homogenitu rozptylů (Levenův test)

3. Vypočítat hodnotu testové statistiky F a p-hodnotu. Když je vypočítaná p-hodnota menší než stanovená hladina významnosti $\alpha = 0,05$, zamítáme nulovou hypotézu a dalším, tzv. **post hoc testem** hledáme dvojici skupin s odlišnou střední hodnotou.

**M U N I
M E D**

Praktické cvičení v programu Statistica



Datový soubor

Rehabilitace po mozkovém infarktu

Data: 02_Biostatistika_Data02.sta* (24v by 407c)

Rehabilitace po mozkovém infarktu: data										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	ID	Pohlavi	Vek	Etiologie	Lokalizace	Terapie	Komorbid	Barthel_inc	Kategorie_zavislosti_p	Ukoncen
1	1	muž	82	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	25	vysoce závislý	propuště
2	2	žena	81	embolie	mozkové tepny	jiná farmakolog	2	20	vysoce závislý	přeložen
3	3	muž	55	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	35	vysoce závislý	propuště
4	4	žena	46	embolie	mozkové tepny	intravenózní trc	0	20	vysoce závislý	propuště
5	5	muž	76	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	45	částečně soběstačný	propuště
6	6	muž	72	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	25	vysoce závislý	přeložen
7	7	muž	62	trombóza	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	40	vysoce závislý	propuště
8	8	muž	64	trombóza	přívodní tepny	jiná farmakolog	0	15	vysoce závislý	propuště
9	9	žena	82	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	10	vysoce závislý	přeložen
10	10	muž	58	trombóza	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	25	vysoce závislý	propuště
11	11	muž	84	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	40	vysoce závislý	propuště
12	12	žena	92	okluze nek	mozkové tepny	jiná farmakolog	0	30	vysoce závislý	propuště
13	13	žena	79	embolie	mozkové tepny	jiná farmakolog	1	40	vysoce závislý	propuště
14	14	muž	69	trombóza	mozkové tepny	jiná farmakolog	3	45	částečně soběstačný	propuště

Rehabilitace po mozkovém infarktu

- Cvičný datový soubor obsahuje záznamy o **celkem 407 pacientech hospitalizovaných pro mozkový infarkt** na neurologickém oddělení akutní péče, kde jim byla poskytnuta terapie pro obnovu krevního oběhu v postižené části mozku.
- Po zvládnutí akutní fáze byl u pacientů vyhodnocen stupeň soběstačnosti v základních denních aktivitách (ADL) pomocí tzv. **indexu Barthelové (BI)** a byli přeloženi na **rehabilitační oddělení**.
- Po dvou týdnech byl opět dle BI vyhodnocen stupeň soběstačnosti a pacienti byli buď propuštěni do ambulantní péče, nebo přeloženi na oddělení následné péče.

Rehabilitace po mozkovém infarktu

Sbírané informace:

- základní demografické údaje (**pohlaví a věk**),
- informace o samotné diagnóze mozkové příhody (**etiologie a lokalizace uzávěru cévy**),
- informace o léčbě (typ indikované **terapie a výskyt komplikací**)
- informace o **způsobu ukončení rehabilitace**.
- Stupeň soběstačnosti před rehabilitací byl dodatečně zjištěn z neurologie a na konci rehabilitace byl vyplněn nový dotazník pro určení výsledného **indexu Barthelové**.

Úkol 1. Jednovýběrový t-test

Úkol č. 1 – Jednovýběrový t-test

Zadání: „ÚZIS v rámci celorepublikové zdravotnické statistiky publikoval průměrný věk pacientů s mozkovým infarktem 71,6 let. Ověřte, zda váš datový soubor věkově odpovídá celorepublikové hodnotě, anebo zda se vámi hodnocení pacienti věkově vymykají obecnému průměru.“



Postup:

1. Ověříme předpoklady testu:
Normalita rozložení věku pacientů (ověříme vizuálně i statistickým testem – Shapiro-Wilkův test).

Úkol č. 1 – Jednovýběrový t-test

Postup (po ověření předpokladů testu):

1. Na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ testujeme hypotézu
 $H_0: \bar{x} = 71,6$ proti $H_A: \bar{x} \neq 71,6$
2. Vypočítáme **aritmetický průměr** a **rozptyl** výběrového souboru a určíme počet pozorování.
3. Vypočítáme testovou statistiku **t** a odpovídající **p-hodnotu**.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} = \frac{70,6 - 71,6}{10,3} \sqrt{407} = -1,973 \quad \Rightarrow \quad p = 0,049$$

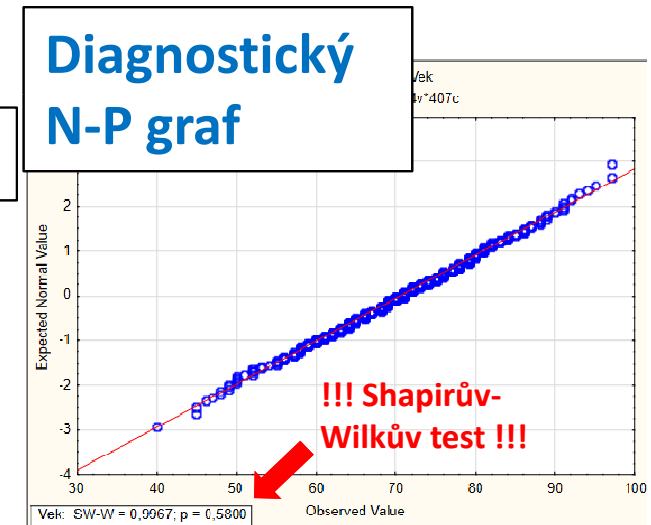
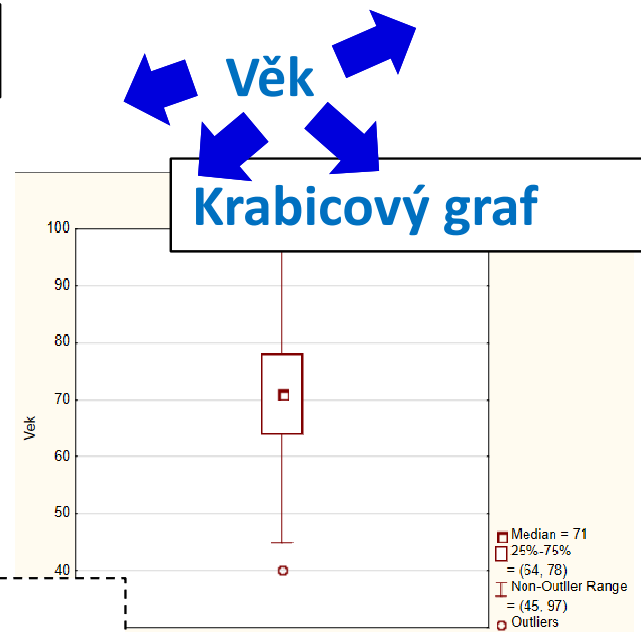
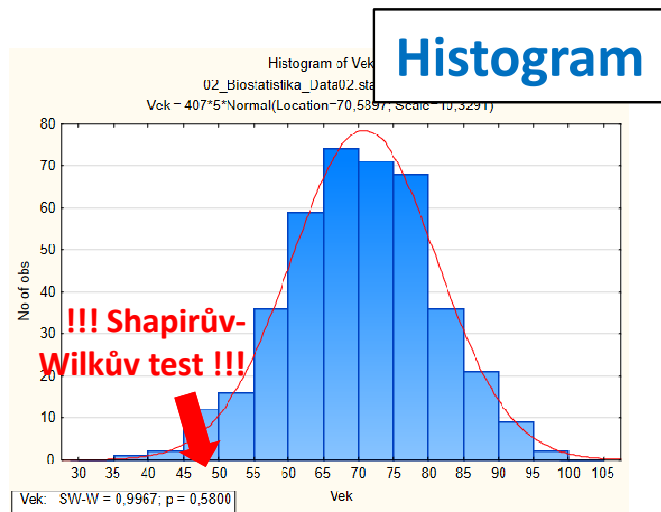
4. Vypočítané **t** porovnáme s kritickou hodnotou, nebo porovnáme p-hodnotu s hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.
5. Je-li **p-hodnota** $\leq \alpha$ **➡** zamítáme H_0 . **Věk našich pacientů je odlišný od celorepublikového průměru.**

Úkol č. 1 – Ověření normality

① Průměr a medián jsou téměř shodné (cca 71 let) a data jsou tedy nejspíš alespoň symetrická.

Srovnání průměru a mediánu

Variable	Descriptive Statistics (02_Biostatistik)		
	Valid N	Mean	Median
Věk	407	70,58968	71,00000



② Symetrie je patrná i z krabicového grafu. Navíc histogram naprosto jasně odpovídá průběhu normálního rozdělení. Z N-P grafu také nejsou patrné odchylky od normality.

③ Na základě p-hodnoty 0,580 nezamítáme nulovou hypotézu o normalitě (tj. nezamítáme, že není rozdíl mezi pozorovanými daty a teoretickým normálním rozdělením, ... tj. data jsou normálně rozdělená).

Úkol č. 1 – Řešení v programu Statistica

- V menu **Statistics** zvolíme **Basic statistics**, vybereme **t-test, single sample**.

The screenshot shows the Statistica 6 software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Basic Statistics' dialog box is displayed. A red arrow labeled '1' points to the 'Statistics' menu. A red arrow labeled '2' points to the 'Basic Statistics' icon in the menu. A red arrow labeled '3' points to the 't-test, single sample' option in the dialog box.

Rehabilitace po mozkové			
	1	2	3
	ID	Pohlavi	Vek
	1	1 muž	82
	2	2 žena	81
	3	3 muž	
	4	4 žena	
	5	5 muž	76
	6	6 muž	72
	7	7 muž	62
	8	8 muž	64
	9	9 žena	82
	10	10 muž	58
	11	11 muž	84
	12	12 žena	92

Úkol č. 1 – Řešení v programu Statistica

- Vybereme proměnnou, kterou chceme testovat.
- Na kartě **Quick** napíšeme do pole **Test all means against** velikost střední hodnoty populace (lze také na kartě **Advanced, Options**).
- Kliknutím na **Summary t-test** nebo na **Summary** získáme výstupy.

Statistica 64 - Workbook2* - [Test of means a

File Home Edit View Format Statistics Data Mining Graphs Tools

Basic Multiple ANOVA Nonparametrics Distribution More
Statistics Regression Fitting Distributions

Advanced Models Neural
Mult/Exploratory PLS, PC
Power Analysis Variance
Advanced/Multivariate

Data: 02_Biostatistika_Data02.sta

ID	Pohlaví
1	muž
2	žena
3	muž
4	žena
5	muž
6	muž
7	muž
8	muž
9	žena
10	muž
11	muž
12	žena

T-Test for Single Means: 02_Biostatistika_

Variables: Vek

Quick Advanced Options

Summary: I-tests

Reference values

Test all means against: 71,6

Test means against different user-defined constants Specify

Box & whisker plot

Summary

Cancel

Options

By Group...

Weighted moments

DF = W-1 N-1

MD deletion

Casewise

Pairwise

Úkol č. 1 – Výsledky v Statistica

Výběrový průměr
(pozorovaných dat)

Rozsah výběru

Hodnota testové
statistiky

Test of means against reference constant (value) (02_Biostatistika_Data02.sta)								
Variable	Mear	Std.Dv.	N	Std.Err.	Reference Constant	t-value	df	p
Vek	70,58968	10,32913	407	0,511996	71,60000	-1,97330	406	0,049140



Výběrová směrodatná odchylka
(pozorovaných dat)

Referenční konstanta
(předpokládaná velikost střední
hodnoty)

**p-hodnota
t-testu**

Pozorovaný průměrný věk souboru je 70,6 let, což je **o rok méně** než reference 71,6 let.

☞ P-hodnota statistické významnosti této pozorované odchylky je $p = 0,049$, což na hladině významnosti 0,05 značí hraničně **významný rozdíl**, a lze tedy usuzovat, že **naši pacienti jsou v průměru mírně mladší ve srovnání s celou populací mozkových infarktů v ČR.**

Úkol 2. Dvouvýběrový t-test

Úkol č. 2 – Dvouvýběrový t-test

Zadání: „V literatuře se často uvádí, že mozkový infarkt postihuje ženy v pozdějším věku než muže. Zjistěte na základě svých dat, zda je věk pacientů dle pohlaví stejný, anebo zda se věk mužů a žen skutečně liší.“



Postup:

1. Ověříme předpoklady testu:
Normalita rozložení věku žen a normalita rozložení věku mužů (ověříme vizuálně i statistickým testem – Shapiro-Wilkův test).
Shoda rozptylů věku žen a mužů (ověříme F-testem).

Úkol č. 2 – Dvouvýběrový t-test

Postup (po ověření předpokladů testu):

1. Na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ testujeme **hypotézu**

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad \text{proti} \quad H_A: \mu_1 \neq \mu_2$$

2. Pro obě skupiny vypočítáme **aritmetický průměr** a **rozptyl** výběrového souboru a určíme **počet pozorování**.

3. Vypočítáme **testovou statistiku t** a odpovídající **p-hodnotu**:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \dots = -3,42 \quad \Rightarrow \quad p = 0,001$$

4. Vypočítané **t** porovnáme s kritickou hodnotou nebo porovnáme p-hodnotu s hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.
5. Je-li **p-hodnota $\leq \alpha$**  **zamítáme H_0 . Věk mužů a žen při mozkovém infarktu se liší. U žen se vyskytuje později.**

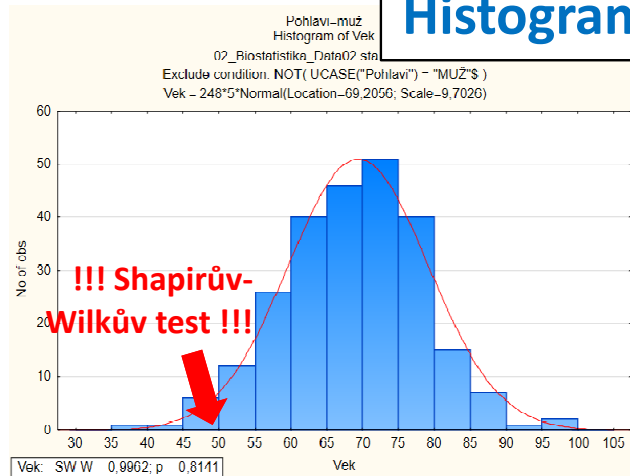
Úkol č. 2 – Ověření normality – muži

① Průměr a medián jsou téměř shodné (cca 69 let) a data jsou tedy nejspíš alespoň symetrická.

Srovnání průměru a mediánu

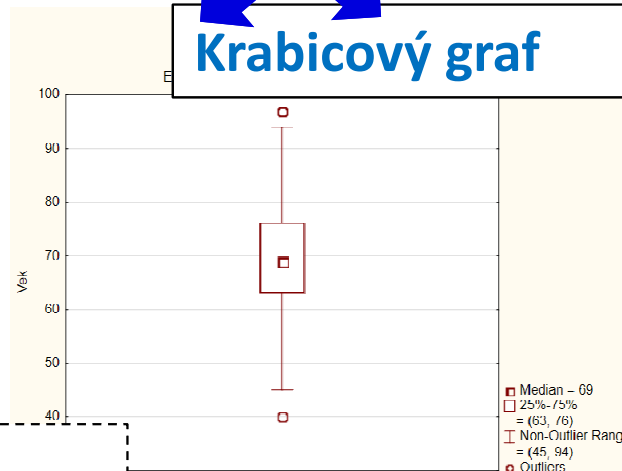
Variable	Pohlavi=muž Descriptive Statistics (02_Biostatistik)		
	Valid N	Mean	Median
Vek	248	69,20565	69,00000

Histogram



Věk

Krabicový graf



Diagnostický N-P graf



② Symetrie je patrná i z krabicového grafu. Navíc histogram naprosto jasně odpovídá průběhu normálního rozdělení. Z N-P grafu také nejsou patrné odchylky od normality.

③ Na základě p-hodnoty 0,814 nezamítáme nulovou hypotézu o normalitě (tj. nezamítáme, že není rozdíl mezi pozorovanými daty a teoretickým normálním rozdělením, ... tj. data jsou normálně rozdělená).

Úkol č. 2 – Ověření normality – ženy

① Průměr a medián jsou podobné (cca 72 až 73 let) a data jsou tedy nejspíš alespoň symetrická.

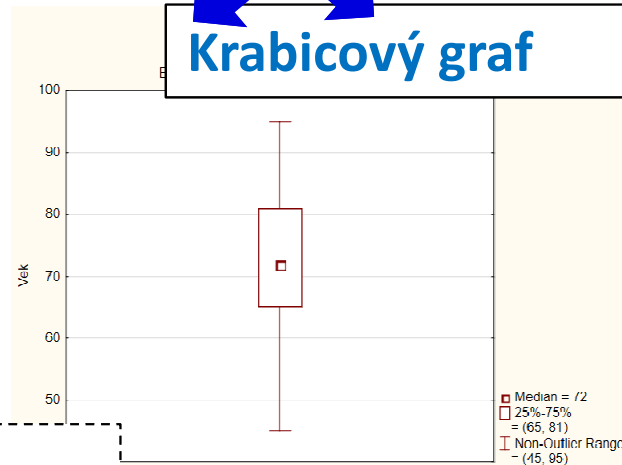
Srovnání průměru a mediánu

Variable	Valid N	Mean	Median
Věk	159	72,74843	72,00000

Histogram



Krabicový graf



Diagnostický N-P graf



② Spíše symetrie je patrná i z krabicového grafu. Navíc histogram přibližně odpovídá průběhu normálního rozdělení. Z N-P grafu nejsou patrné výrazné odchylky od normality.

③ Na základě p-hodnoty 0,084 nezamítáme nulovou hypotézu o normalitě (tj. nezamítáme, že není rozdíl mezi pozorovanými daty a teoretickým normálním rozdělením, ... tj. data jsou normálně rozdělená).

Úkol č. 2 – Řešení v programu Statistica

The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Basic Statistics' option is selected. A red arrow labeled '1' points to the 'Statistics' menu, and another red arrow labeled '2' points to the 'Basic Statistics' option. The 'Basic Statistics and Tables' dialog box is open, and the 't-test, independent, by groups' option is selected. A red arrow labeled '3' points to this option. The background shows a data table with columns 'ID', 'Pohlavi', and 'Vek'.

	1	2	3
	ID	Pohlavi	Vek
1	1	muž	
2	2	žena	
3	3	muž	55
4	4	žena	46
5	5	muž	76
6	6	muž	72
7	7	muž	62
8	8	muž	64
9	9	žena	82
10	10	muž	58
11	11	muž	84
12	12	žena	92

- V menu **Statistics** zvolíme **Basic statistics**, vybereme **t-test, independent, by groups**.

Úkol č. 2 – Řešení v programu Statistica

- Vybereme proměnnou, kterou chceme testovat (*dependent*) a proměnnou obsahující skupiny, které srovnáváme (*grouping*).
- V záložce **Options** zaškrtneme možnost **Test w/separate variance estimates** (umožňuje získat validní výsledek i při nesplnění předpokladu homogenity rozptylů).
- Kliknutím na **Summary** získáme výstupy.

Statistica 64 - 0:

File Home Edit View Format Statistics Data Mining Graphs Tools Da

Basic Multiple ANOVA Nonparametrics Distribution More
Statistics Regression Fitting Distributions

Advanced Models Neural Net
Mult/Exploratory PLS, PCA, .
Power Analysis Variance
Advanced/Multivariate

Data: 02_Biostatistika_Data02.sta* (24v by 407c)

Rehabilitace po mozkovém infarktu: data

T-Test for Independent Samples by Groups: 02_Biostatistika_Data02.sta* (24v by 407c)

Variables: Dependent: Vek
Grouping: Pohlavi

Code for Group 1: muž Code for Group 2: žena

Quick Advanced Options

Display long variable names

Test w/ separate variance estimates

Multivariate test (Hotelling's T²)

Equivalence test (TOST)

Homogeneity of variances

Levene's test

Brown & Forsythe test

p-value for highlighting: ,05

CI for estimates 95,00 %

Summary
Cancel
Options
By Group...
SELECT CASES S W
Weighted moments
DF =
 W-1 N-1
MD deletion
 Casewise
 Pairwise

Úkol č. 2 – Výsledky v Statistica

Výběrové průměry
obou skupin

Rozsahy výběru
obou skupin

Výběrové směrodatné
odchyly obou skupin

T-tests; Grouping: Pohlavi (02_Biostatistika_Data02.sta)															
Group 1: muž															
Group 2: žena															
Variable	Mean muž	Mean žena	t-value	df	p	t separ. var. est.	df	p 2-sided	Valid N muž	Valid N žena	Std.Dev. muž	Std.Dev. žena	F-ratio Variances	p Variances	
Věk	69,20565	72,74843	-3,42023	405	0,000689	-3,33299	307,9060	0,000964	248	159	9,702563	10,92203	1,267167	0,096008	

p-hodnota t-testu
(při stejných rozptylech)



p-hodnota t-testu
(při různých rozptylech)

p-hodnota F-testu pro ověření předpokladu shody rozptylů

- Pokud je $p \leq 0,05$, pak jsou rozptyly různé.
- Pokud je $p > 0,05$, pak jsou rozptyly stejné.

Pozorovaný průměrný věk mužů je 69,2 let a u žen 72,7 let. V našich datech jsou tedy **ženy starší o 3,5 roku**.

② P-hodnota statistické významnosti F-testu je 0,096, což znamená, že na hladině významnosti 0,05 nezamítáme nulovou hypotézu o shodě rozptylů mužů a žen (tj. **rozptyly jsou v obou skupinách stejné**).

Na základě p-hodnoty t-testu při stejných rozptylech $p = 0,001$ vyhodnotíme pozorovaný rozdíl 3,5 let jakožto statisticky **významný výsledek** a lze tedy prohlásit, že průměrný věk se u mužů a žen liší (tj. **ženy skutečně postihuje mozkový infarkt později**).

Úkol 3. Párový t-test

Úkol č. 3 – Párový t-test



Zadání: „Pacientům s mozkovým infarktem byla na lůžku akutní péče poskytnuta terapie pro obnovu krevního oběhu v postižené části mozku. Po zvládnutí akutní fáze byl u pacientů vyhodnocen stupeň soběstačnosti v základních denních aktivitách pomocí indexu Barthelové (BI) a byli přeloženi na rehabilitační oddělení. Po dvou týdnech byl opět vyhodnocen stupeň soběstačnosti dle BI. Zjistěte, zda poskytnutá rehabilitační péče vedla k jeho zlepšení.“

Postup:


1. Ověříme předpoklady testu: normalita rozložení rozdílů hodnot BI (vizuálně i Shapiro-Wilkovým testem).

Úkol č. 3 – Párový t-test

Postup (po ověření předpokladů testu):

1. Na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ testujeme **hypotézu**
 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ proti $H_A: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
2. Pro novou proměnnou diferencí prvního a druhého měření vypočítáme **průměr, rozptyl** a určíme **počet pozorování**.
3. Vypočítáme **testovou statistiku t** a odpovídající **p-hodnotu** stejně jako u jednovýběrového t-testu oproti nule:

$$t = \frac{\bar{x} - 0}{s} \sqrt{n} = \frac{-30,2 - 0}{15,7} \sqrt{407} = -38,8 \quad \Rightarrow \quad p < 0,001$$

4. Vypočítané **t** porovnáme s kritickou hodnotou nebo porovnáme p-hodnotu s hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.
5. Je-li **p-hodnota $\leq \alpha$**  **zamítáme H_0 . Během rehabilitace došlo ke změně soběstačnosti pacientů.**

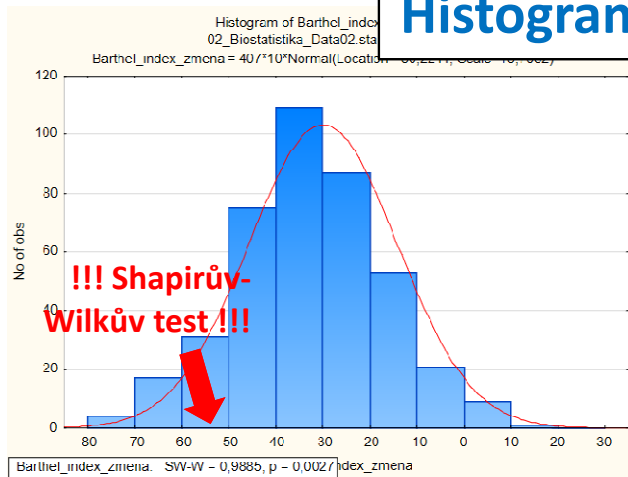
Úkol č. 3 – Ověření normality diferencí

① Průměr a medián jsou v podstatě shodné (cca -30) a data jsou tedy nejspíš alespoň symetrická.

Srovnání průměru a mediánu

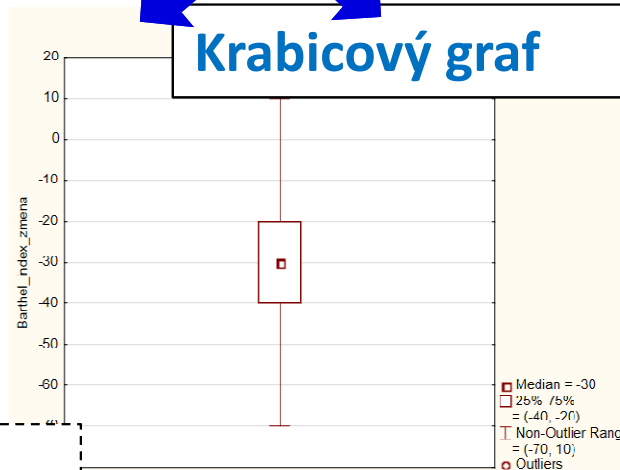
Variable	Descriptive Statistics (02_Biostatistik)		
	Valid N	Mean	Median
Barthel_index_zmena	407	-30,2211	-30,0000

Histogram



Změna BI

Krabicový graf



Diagnostický N-P graf



② Symetrie je patrná i z krabicového grafu. Navíc histogram je svým průběhem velmi podobný normálnímu rozdělení. Z N-P grafu také nejsou patrné odchylky od normality.

③ Na základě p-hodnoty 0,003 zamítáme nulovou hypotézu o normalitě (tj. zamítáme, že není rozdíl mezi pozorovanými daty a teoretickým normálním rozdělením, tj. data formálně dle testu nejsou normálně rozdělená). Můžeme si přesto dovolit použít t-test?

Úkol č. 3 – Řešení v programu Statistica

The screenshot shows the Statistica 64 software interface. The menu bar includes File, Home, Edit, View, Format, Statistics, Data Mining, Graphs, and Tools. The Statistics menu is open, showing options like Basic Statistics, Multiple Regression, ANOVA, Nonparametrics, Distribution Fitting, and More Distributions. A red arrow labeled '1' points to the Statistics menu. Another red arrow labeled '2' points to the Basic Statistics icon. A third red arrow labeled '3' points to the 't-test, dependent samples' option in the Quick dialog box. The dialog box also shows options for Descriptive statistics, Correlation matrices, t-test, independent, by groups, t-test, independent, by variables, t-test, single sample, Breakdown & one-way ANOVA, Breakdown; non-factorial tables, Frequency tables, Tables and banners, Multiple response tables, Difference tests: r, %, means, and Probability calculator. The background shows a data table with columns for ID, Pohlavi, and Vek.

	1	2	3	4
	ID	Pohlavi	Vek	E
	1	1 muž		82 o
	2	2 žena		
	3	3 muž		
	4	4 žena		46 e
	5	5 muž		76 o
	6	6 muž		72 o
	7	7 muž		62 tr
	8	8 muž		64 tr
	9	9 žena		82 o
	10	10 muž		58 tr
	11	11 muž		84 o
	12	12 žena		92 o

- V menu **Statistics** zvolíme **Basic statistics**, vybereme **t-test, dependent samples**.

Úkol č. 3 – Řešení v programu Statistica

- Zvolíme obě proměnné (**Variables**).
- Kliknutím na **Summary** získáme výstupy.

The screenshot shows the Statistica 64 interface with the 'Statistics' menu open. The 'T-Test for Dependent Samples' dialog box is displayed, showing the following configuration:

- Variables:** First list: 8, Second list: Barthel_index_po_rehabilitaci
- Quick/Advanced:** Summary, Box & whisker plots
- Options:** Wghtd momnts (unchecked), DF = W-1 (selected), MD deletion (Pairwise selected)

The background data table is as follows:

	1	2	3
	ID		
1	1	muž	
2	2	žena	
3	3	muž	
4	4	žena	
5	5	muž	
6	6	muž	
7	7	muž	
8	8	muž	
9	9	žena	
10	10	muž	
11	11	muž	
12	12	žena	

Úkol č. 3 – Výsledky v Statistica

Výběrové průměry
obou měření

Rozsah
výběru

Hodnota testové
statistiky

T-test for Dependent Samples (02_Biostatistika_Data02.sta)											
Marked differences are significant at p < ,05000											
Variable	Mean	Std.Dv.	N	Diff.	Std.Dv. Diff.	t	df	p	Confidence -95,000%	Confidence +95,000%	
Barthel_index_pred_rehabilitaci	31,79361	9,88115									
Barthel_index_po_rehabilitaci	62,01474	19,44095	407	-30,2211	15,70825	-38,8133	406	0,00	-31,7518	-28,6905	

Výběrové směrodatné
odchytky obou měření

Průměr a směrodatná
odchytka rozdílu obou měření

**p-hodnota
t-testu**



① Pozorovaný průměrný Barthelov index na začátku je 31,8 a po rehabilitaci pak 62,0, což je zlepšení o 30,2 bodů.

② P-hodnota statistické významnosti této pozorované změny je $p < 0,001$, což na hladině významnosti 0,05 značí **významný rozdíl**, a lze tedy prohlásit, že průměrný stupeň soběstačnosti v základních denních aktivitách se během péče viditelně zlepšil.

**MUNI
MED**

Úkol 4. ANOVA

Úkol č. 4 – ANOVA

Zadání: „Porovnejte věk pacientů s mozkovým infarktem dle terapie, která jim byla indikována (mechanická trombektomie, intravenózní trombolýza rt-PA nebo jiná farmakologická léčba), a zjistěte, zda se jedná o statisticky významný rozdíl.“



Postup:


1. Ověříme předpoklady testu:
Normalita rozložení věku ve všech skupinách (ověříme vizuálně a Shapiro-Wilkovým testem), shoda rozptylů (ověříme Levenovým testem).

Úkol č. 4 – ANOVA

Postup (po ověření předpokladů testu):

1. Na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ testujeme **hypotézu**
 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ proti H_A : alespoň jedna dvojice μ_k se liší.
2. Vypočítáme variabilitu v rámci jednotlivých skupin (S_e) a variabilitu mezi skupinami (S_A).
3. Vypočítáme **testovou statistiku F** a odpovídající **p-hodnotu**:

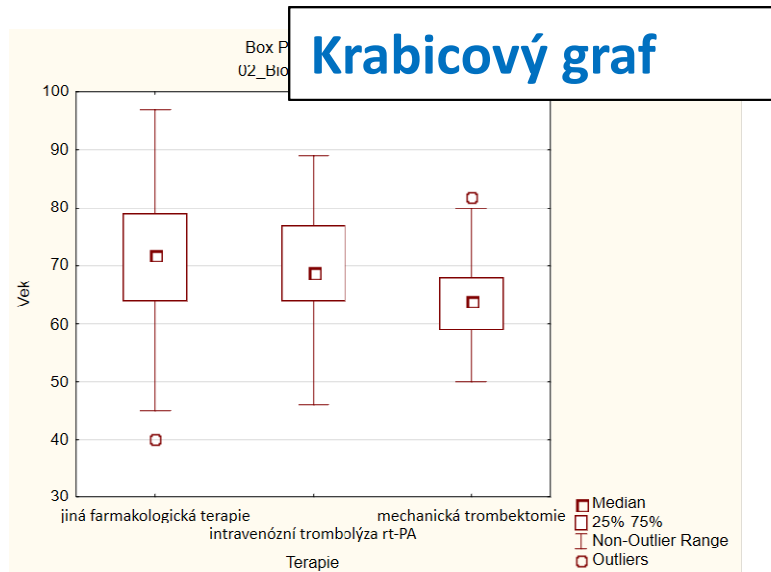
$$F = \frac{S_A}{k - 1} \cdot \frac{n - k}{S_e} = \dots = 6,41 \quad \Rightarrow \quad p = 0,002$$

4. Vypočítané **F** porovnáme s kritickou hodnotou nebo porovnáme p-hodnotu s hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.
5. Je-li **p-hodnota $\leq \alpha$**  **zamítáme H_0 . Existuje alespoň jedna dvojice terapie mozkového infarktu, která se liší v průměrném věku pacientů.**

Úkol č. 4 – Popis dat a ověření normality

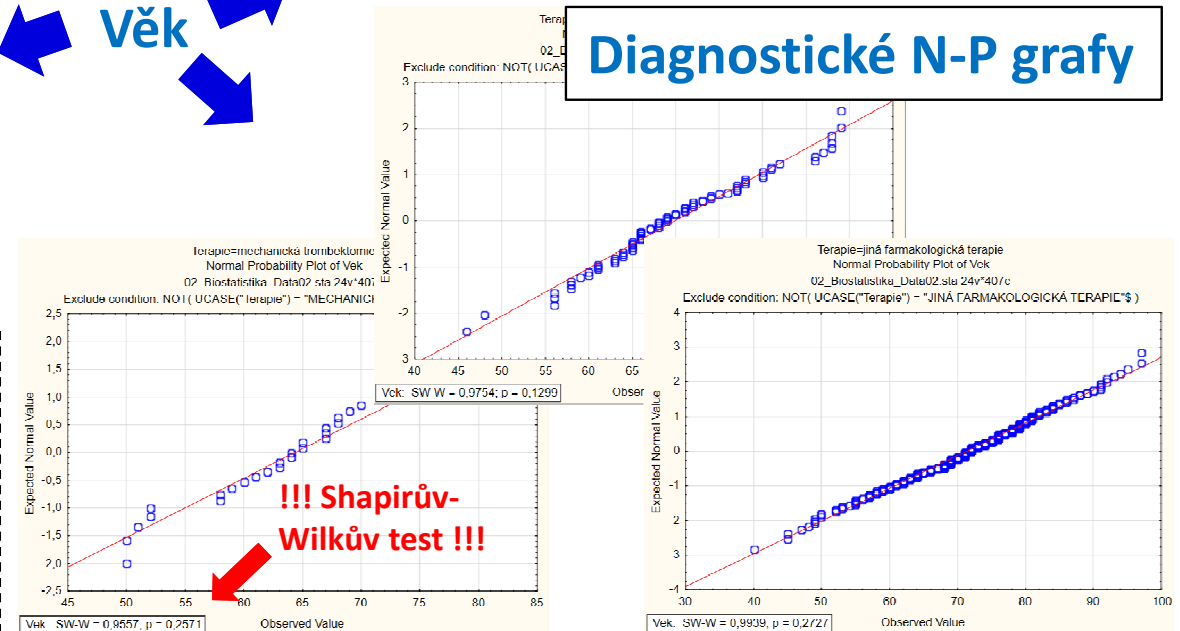
Srovnání průměru a mediánu

Descriptive Statistics (02_Biostatistika_Data02.sta)				
Variable	Terapie	Valid N	Mean	Median
Věk	jiná farmakologická terapie	299	71,36455	72,00000
Věk	intravenózní trombolýza rt-PA	79	69,93671	69,00000
Věk	mechanická trombektomie	29	64,37931	64,00000



Diagnostické N-P grafy

Věk



① Základní popis i grafické srovnání ukazuje možný rozdíl mezi skupinami, a to především u pacientů s mechanickou trombektomií oproti ostatním pacientům (průměrný věk při mechanické trombektomii je 64 let, při rt-PA trombolýze 70 let a u jiné léčby je průměr 71 let).

② Normalitu dat nezamítáme u žádné skupiny ($p = 0,273$, $p = 0,130$ a $p = 0,257$) s tím, že ani u jedné skupiny není z N-P grafu patrné výrazné porušení normality.

Úkol č. 4 – Řešení v programu Statistica

- V menu **Statistics** zvolíme **Basic Statistics**, vybereme **Breakdown & one-way ANOVA**.
- Vybereme proměnnou, kterou chceme testovat (**dependent**) a proměnnou obsahující skupiny, které srovnáváme (**grouping**) – **OK**.

The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statistics' menu is open, and the 'Basic Statistics' option is selected. The 'Breakdown & one-way ANOVA' option is highlighted in the 'Quick' list. The 'Basic Statistics and Tables' dialog box is open, showing the 'Quick' tab with the 'Breakdown & one-way ANOVA' option selected. The 'Data: 02_Biostatistika_Data02.sta*' window is visible in the background, showing a table with columns 'ID', 'Pohlavi', and 'Vek'.

	1	2	3
	ID	Pohlavi	Vek
	1	1 muž	82
	2	2 žena	81
	3	3 muž	75
	4	4 žena	78
	5	5 muž	79
	6	6 muž	72
	7	7 muž	62
	8	8 muž	64
	9	9 žena	82
	10	10 muž	58
	11	11 muž	84
	12	12 žena	92

The screenshot shows the 'Statistics by Groups (Breakdown)' dialog box. The 'Dependent' variable is 'Vek' and the 'Grouping' variable is 'Terapie'. The 'Codes for grouping variables' are set to 'none'. The 'Options' dropdown is set to 'Options'. The 'Weighted moments' checkbox is unchecked. The 'DF =' options are 'W-1' and 'N-1'. The 'MD deletion' options are 'Casewise' and 'Pairwise'.

Úkol č. 4 – Řešení v programu Statistica

- Na záložce **ANOVA & tests** zvolíme **Levene tests**.

Ověření předpokladu shody rozptylů

Statistics by Groups - Results: 02_Biostatistika_Data02.sta

DEPENDENT: 1 variable: Vek

GROUPING: 1 variable (0): jiná farmakologická terapie ...

Quick | Descriptives | ANOVA & tests | Post-hoc

Analysis of Variance

Perform Welch's F-Test

Tests of homog. of variances

Levene tests

Brown-Forsythe tests

Categorized normal prob. plots

Categorized half-normal p-plots

Categorized detrended p-plots

Plot of means vs. std. devs

Interaction plots

Plot confidence intervals for means: 95,00 %

p-value for highlighting: 0,05

Summary

Cancel

Options

By Group...

Variable	SS Effect	df Effect	MS Effect	SS Error	df Error	MS Error	F	p
Vek	94,39532	2	47,19766	15579,57	404	38,56329	1,223901	0,295169

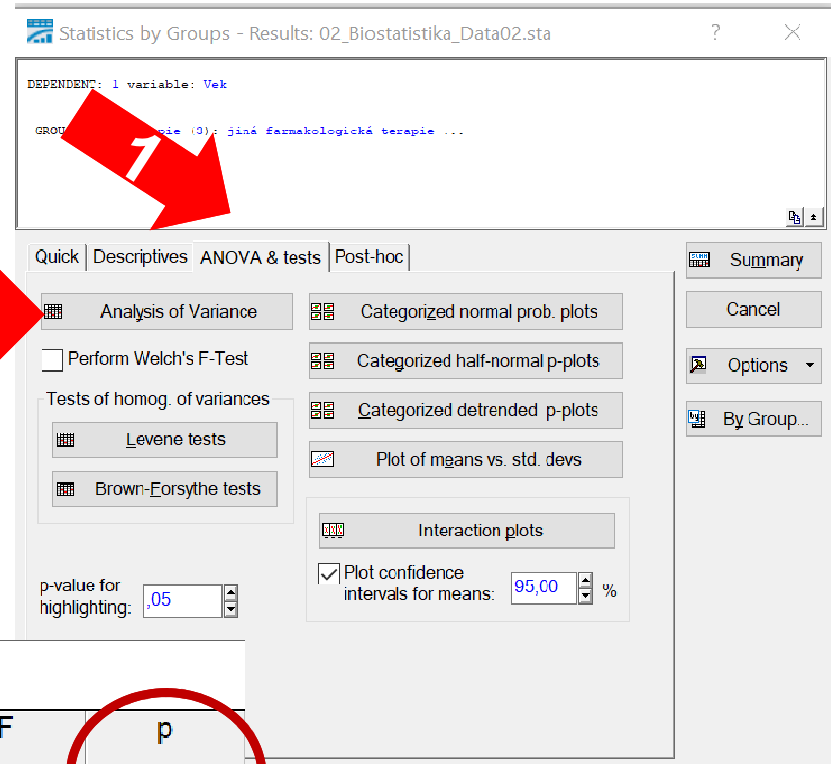
P-hodnota statistické významnosti Levenova testu je 0,295, což znamená, že na hladině významnosti 0,05 nezamítáme nulovou hypotézu o shodě rozptylů mezi skupinami (tj. **rozptyly jsou ve všech skupinách stejné**).

p-hodnota Levenova testu pro ověření předpokladu shody rozptylů

- Pokud je $p \leq 0,05$, pak jsou rozptyly různé.
- Pokud je $p > 0,05$, pak jsou rozptyly stejné.

Úkol č. 4 – Výsledky v Statistica

- Na záložce **ANOVA & tests** zvolíme **Analysis of Variance**.



Výsledky ANOVA testu

Analysis of Variance (02_Biostatistika_Data02.sta)								
Marked effects are significant at $p < ,05000$								
Variable	SS Effect	df Effect	MS Effect	SS Error	df Error	MS Error	F	p
Vek	1331,701	2	665,8507	41984,78	404	103,9227	6,407172	0,001822

Na základě p-hodnoty ANOVA $p = 0,002$ vyhodnotíme pozorovaný rozdíl mezi průměry 64 let, 70 let, a 71 let jakožto statisticky **významný výsledek** a lze tedy prohlásit, že **existuje alespoň jedna dvojice terapie mozkového infarktu, která se liší v průměrném věku pacientů**.

p-hodnota ANOVA



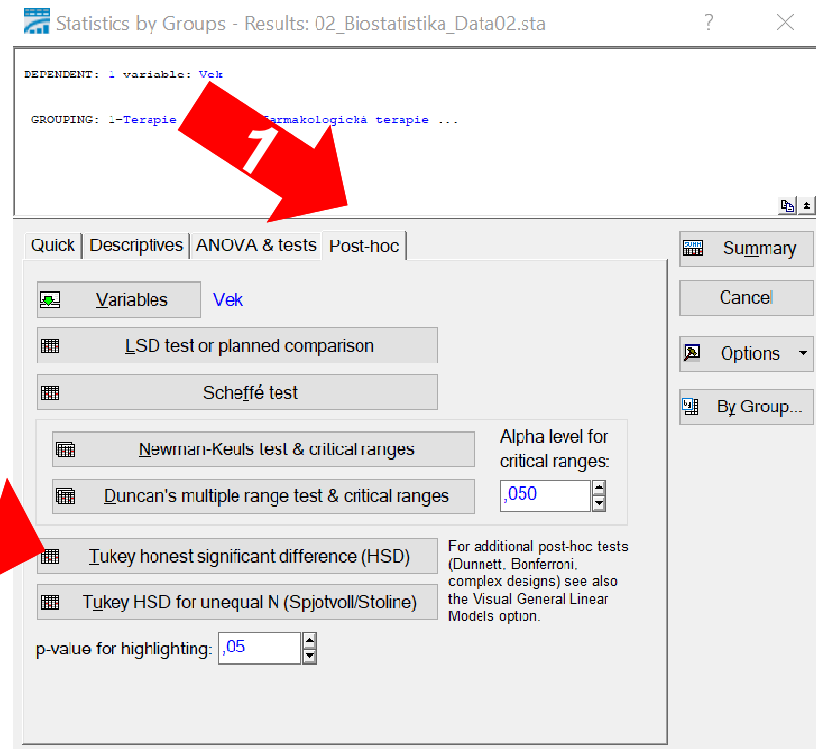
Úkol č. 4 – Výsledky v Statistica

- Na záložce **Post-hoc** zvolíme **Tukey HSD**. Získáme tak výsledky mnohonásobného porovnání mezi všemi skupinami.

Výsledky mnohonásobného porovnání

Tukey HSD test; Variable: Vek (02_Biosta
Marked differences are significant at $p < .$

Terapie	{1} M=71.365	{2} M=69.937	{3} M=64.379
jiná farmakologická terapie {1}		0,509593	0,001251
intravenózní trombolýza rt-PA {2}	0,509593		0,032293
mechanická trombektomie {3}	0,001251	0,032293	



p-hodnoty mnohonásobného porovnání všech skupin

③ Mnohonásobným porovnáním jsme navíc prokázali významný rozdíl mezi trombektomií a rt-PA trombolýzou a mezi trombektomií a jinou terapií. Jinými slovy, **pacienti podstupující mechanickou trombektomii jsou významně mladší než pacienti podstupující ostatní dvě terapie.**