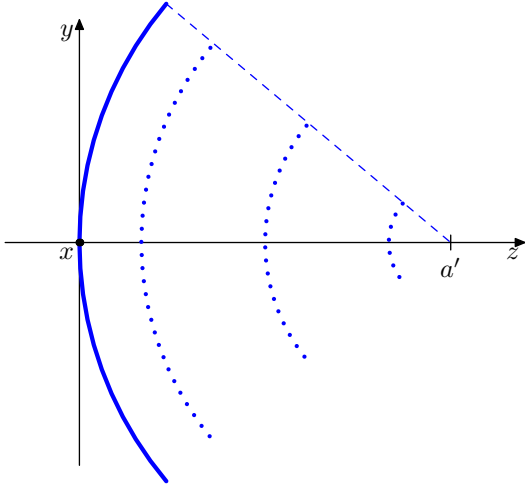


Hodnoty cylindrické korekce z měření Zernikových aberací

Uvažujme osově souměrnou optickou soustavu s výstupní aperturou v $z = 0$. Ideální vlnoplocha ji bude opouštět jako kulová, přičemž se bude fokusovat do bodu $z = a'$. Takové chování popisuje systém

$$x^2 + y^2 + (z - a')^2 = a'^2$$



Věnujme se nyní případu, kdy je v reálném systému přítomen astigmatismus. V takovém případě již nejsou vlnoplochy fokusovány stejně silně ve všech řezech. Nejjednodušším modelem, kterým můžeme uvedené chování popsat, je vlnoplocha tvaru elipsoidu: v řezu osy x bude mít taková vlnoplocha jinou křivost, než v řezu osy y . Pro jednoduchost zvolme elipsoid tak, aby v řezu osy y ($x = 0$) měl tvar totožný s idealizovanou vlnoplochou (viz obrázek vlevo).

Taková vlnoplocha může mít tvar například

$$\alpha^2 x^2 + y^2 + (\tilde{z} - a')^2 = a'^2.$$

Vzhledem k platnosti všeobecného rozvoje

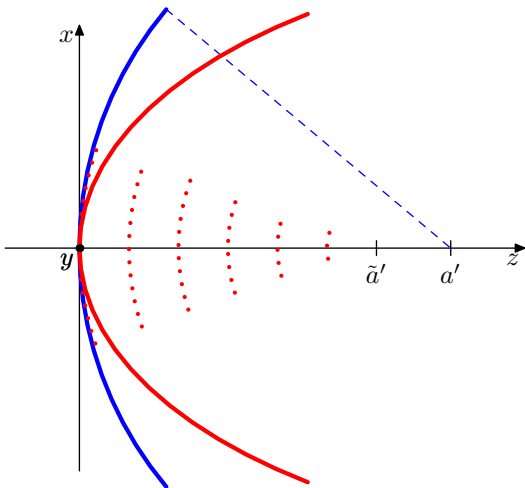
$$\sqrt{A^2 - X^2} \approx A - \frac{X^2}{2A} - \frac{X^4}{8A^3} + \dots$$

můžeme vyjádřit rozdíl vlnového chodu $H(x, y) = \tilde{z} - z$ ideální a reálné vlnoplochy jako

$$H(x, y) \approx \frac{x^2(1 - \alpha^2)}{2a'}.$$

Vyjádříme nyní uvedenou chybovou vlnoplochu s použitím astigmatického rozdílu (v dioptriích). Víme, že v řezu roviny y ($x = 0$) je reálná vlnoplocha díky naší volbě totožná s vlnoplochou idealizovanou a fokusuje se tedy do bodu $z = a'$. V řezu roviny x ($y = 0$) má ale zvolená vlnoplocha tvar elipsy

$$\frac{x^2}{a'^2/\alpha^2} + \frac{(\tilde{z} - a')^2}{a'^2} = 1.$$



Chceme-li určit místo \tilde{a}' na ose z , kam se vlnoplochy takového tvaru (červená křivka na obrázku vlevo) budou fokusovat, musíme spočítat křivost κ uvedené elipsy v jejím vrcholu. Křivost je převrácená hodnota poloměru křivosti a je definována jako $\kappa = A/B^2$, kde A a B jsou poloosy elipsy. Hledané místo, kam se původně eliptická vlnoplocha fokusuje je pak převrácenou hodnotou křivosti. Všimněme si, že eliptická vlnoplocha se (narozdíl od vlnoplochy kulové) nefokusuje jako stále se zmenšující se elipsa; fyzikálně správnému chování odpovídá paraxiální fokusace podle křivosti elipsy v místě jejího vrcholu (tečkované křivky v obrázku vlevo).

V našem případě

$$\kappa = \frac{A}{B^2} = \frac{a'}{a'^2/\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{a'},$$

a odtud

$$\frac{1}{\tilde{a}'} = \kappa = \frac{\alpha^2}{a'}.$$

Protože v obou řezech pozorujeme paprsky z jednoho zdroje, musí platit $a = \tilde{a}$ a ze všeobecné zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

tak dostáváme

$$\frac{1}{\tilde{a}'} - \frac{1}{a'} = \frac{1}{\tilde{f}_m} - \frac{1}{f_s} = \Delta\phi_A.$$

kde $\Delta\phi_A$ je astigmatický rozdíl. V našem případě za rovinu sagitální a meridionální vezmeme řezy v rovinách x a y a celkem tak dostáváme

$$\Delta\phi_{\text{ast}} = \frac{\alpha^2 - 1}{R}.$$

Tento získaný tvar lze přímo dosadit do chybové vlnoplochy, čímž získáváme

$$H(x, y) \approx -\frac{x^2}{2} \Delta\phi_{\text{ast}}.$$

K chybové vlnoploše nyní přistoupíme z druhé strany, z Zernikova rozvoje. K Seidelově astigmatismu budou přispívat členy, obsahující (i nepřímou) výrazy $\rho^2 \cos^2 \theta$, čili

$$W_2^{-2} \sqrt{6} \rho^2 \sin(2\theta) + W_2^2 \sqrt{6} \rho^2 \cos(2\theta).$$

Je pouze potřeba pamatovat na to, že v Zernikově rozvoji je ρ bezrozměrná veličina, $\rho^2 = (x^2 + y^2)/R_p^2$. Podobně jako v případě sférické korekce použijeme identitu

$$A \cos(2\theta) + B \sin(2\theta) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos\left(2\theta - \arctan \frac{B}{A}\right),$$

takže můžeme napsat

$$W_2^{-2} \sqrt{6} \rho^2 \sin(2\theta) + W_2^2 \sqrt{6} \rho^2 \cos(2\theta) = \sqrt{(\sqrt{6}W_2^{-2})^2 + (\sqrt{6}W_2^2)^2} \left[2 \cos^2\left(\theta - \frac{1}{2} \arctan \frac{W_2^{-2}}{W_2^2}\right) - 1\right],$$

neboť

$$\cos(2\theta - X) = \cos\left(2\left(\theta - \frac{X}{2}\right)\right) = \cos^2\left(\theta - \frac{X}{2}\right) - \sin^2\left(\theta - \frac{X}{2}\right) = 2 \cos^2\left(\theta - \frac{X}{2}\right) - 1$$

z goniometrické jedničky. Z uvedeného výrazu přispěje k astigmatismu pro svůj vhodný tvar pouze první člen v hranaté závorce (druhý přispívá ke sférické korekci). Porovnáním obou výrazů pro chybovou vlnoplochu nakonec dostáváme

$$\Delta\phi_{\text{ast}} = -\frac{4}{R_p^2} \sqrt{(\sqrt{6}W_2^{-2})^2 + (\sqrt{6}W_2^2)^2} = 0.76 \text{ dpt},$$

kde ve výpočtu byly použity hodnoty $\sqrt{6}W_2^{-2} = 0.584 \mu\text{m}$ a $\sqrt{6}W_2^2 = -1.315 \mu\text{m}$ z aberometru WASCA pro udaný výpočetní poloměr zornice $R_p = 2.75 \text{ mm}$. Pověšměme si, že normalizační faktory (odmocniny) jsou u firmy Zeiss již zahrnuty v číselných hodnotách. Kromě celkové hodnoty astigmatického rozdílu je možné také stanovit úhel natočení os astigmatismu. Podle výrazu pro příspěvek Zernikových polynomů k Seidelovu astigmatismu je to právě

$$\frac{1}{2} \arctan \frac{W_2^{-2}}{W_2^2} = 11.9^\circ,$$

v souladu s hodnotou vypočítanou aberometrem (12°).

Důvodem, proč si méně přesně odpovídají velikosti vypočtených astigmatismů (WASCA udává 0.96 dpt) je nepřesnost našeho modelu: elipsoid, který nám umožnil astigmatický rozdíl poměrně jednoduše spočítat, je přílišným zjednodušením reálného tvaru vlnoplochy. Na druhé straně, chyba našeho výpočtu je i tak menší než čtvrt dioptrie.