

Hodnota sférické korekce z měření Zernikových aberací

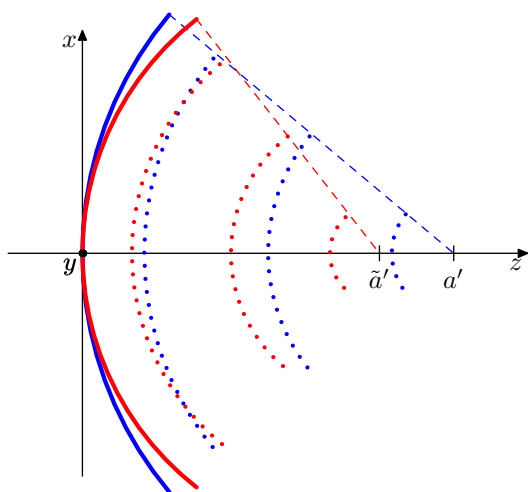
Uvažujme idealizovaný osově souměrný optický systém. Vlnoplochy z bodového předmětu, které takový systém opouští, mají podobu koulí, soustředných v Gaussově ohnisku. Pro reálný systém bude tato vlastnost splněna pouze pro paraxiální paprsky.

Pro jednoduchost uvažujme bodový zdroj světla na optické ose, v bodě $z = -a$. Budeme-li uvažovat výstupní aperturu zvoleného optického systému v rovině $z = 0$, potom vlnoplocha (koule) této apertury se dotýkající v místě optické osy má tvar

$$x^2 + y^2 + (z - a')^2 = a'^2.$$

Rozborem poslední rovnice vidíme, že Gaussovo ohnisko podle očekávání leží také na optické ose, v bodě $z = a'$. Uvažujme jiný systém vlnoploch, které optickou soustavu opouští a fokusují se do osového bodu $z = \tilde{a}'$; takový systém musí být popsán vztahem

$$x^2 + y^2 + (\tilde{z} - \tilde{a}')^2 = (\tilde{a}')^2.$$



Rozdíl mezi dvěma zvolenými vlnami popíšeme pomocí chybové vlnoplochy $H(x, y)$, čili $H(x, y) = \tilde{z} - z$ v rovině apertury. Na obrázku vlevo je znázorněna výstupní apertura optického systému v $z = 0$ a dva systémy vlnoploch: modře pro idealizované, červeně pro reálné paprsky. Všimněme si, že každý systém vlnoploch představuje posloupnost koulí, soustředných v příslušných ohniskových bodech.

Protože platí všeobecný rozvoj

$$\sqrt{a'^2 - (x^2 + y^2)} \approx a' - \frac{x^2 + y^2}{2a'} + \dots$$

dostáváme

$$H(x, y) \approx \tilde{a}' - a' - \frac{x^2 + y^2}{2} \left(\frac{1}{\tilde{a}'} - \frac{1}{a'} \right) - \dots$$

V úvodu jsme předpokládali, že první z vln by vznikla v idealizované optické soustavě, a druhá že představuje vlnoplochu, která optickým systémem skutečně prošla. Za těchto okolností ovšem musely obě vlny vzniknout z jednoho zdroje ($\tilde{a} = a$). Ze všeobecné zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

pak musí platit

$$\frac{1}{\tilde{a}'} - \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta\phi.$$

Můžeme tedy celkem napsat

$$H(x, y) \approx \tilde{a}' - a' - \frac{x^2 + y^2}{2} \Delta\phi$$

a chybovou vlnoplochu tak již máme vyjádřeno pomocí rozdílu mohutností v dipotriích. Pokud chceme získaný výraz porovnat s Zernikovým rozvojem, musíme z něj extrahovat všechny členy, které přispívají

k činiteli $\rho^2 = (x^2 + y^2)/R_p^2$: z nižších aberací tak přímo činí polynom Z_2^0 , ale nepřímo také přispějí členy Z_2^{-2} a Z_2^2 . Jak uvidíme, tyto nepřímé příspěvky budou realizovány prostřednictvím operací s goniometrickými funkcemi. Vypíšeme-li ze všech členů pouze jejich relevantní části, dostáváme

$$H(x, y) = \left[2\sqrt{3}W_2^0 + \sqrt{6}W_2^{-2} \sin(2\theta) + \sqrt{6}W_2^2 \cos(2\theta) \right] \rho^2.$$

S využitím obecně platného vztahu

$$A \cos(2\theta) + B \sin(2\theta) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos \left(2\theta - \arctan \frac{B}{A} \right)$$

můžeme po úpravě napsat

$$\sqrt{6}W_2^{-2} \sin(2\theta) + \sqrt{6}W_2^2 \cos(2\theta) = \sqrt{(\sqrt{6}W_2^{-2})^2 + (\sqrt{6}W_2^2)^2} \left[2 \cos^2 \left(\theta - \frac{1}{2} \arctan \frac{W_2^{-2}}{W_2^2} \right) - 1 \right].$$

K defokusu přispěje zjevně až druhý člen v hranaté závorce, první vzhledem ke svému tvaru ($\rho^2 \cos^2 \theta$) bude představovat příspěvek k astigmatismu.

Celkem tedy pro příspěvek defokusu k rozdílu vlnového chodu dostáváme

$$H(x, y) = \left[2\sqrt{3}W_2^0 - \sqrt{(\sqrt{6}W_2^{-2})^2 + (\sqrt{6}W_2^2)^2} \right] \frac{x^2 + y^2}{R_p^2}.$$

Uvážíme-li hodnoty, naměřené přístrojem WASCA, $\sqrt{3}W_2^0 = -14.059 \mu\text{m}$, $\sqrt{6}W_2^{-2} = 0.584 \mu\text{m}$ a $\sqrt{6}W_2^2 = -1.315 \mu\text{m}$, dostáváme pro výpočetní poloměr zornice $R_p = 2.75 \text{ mm}$ hodnotu

$$\Delta\phi = - \left[-28.118 - \sqrt{(0.545)^2 + (-1.843)^2} \right] \frac{2}{7.5625} = 7.82 \text{ dpt}.$$

Hodnota, kterou z měřených dat vypočetl sám aberometr (7.85 dpt) je v dobré shodě s naším výsledkem. K tomu je potřeba podotknout, že v případě aberometru WASCA jsou normalizační faktory (odmocniny v Zernikových polynomech) již zahrnuty do číselných hodnot, narozdíl od definice, kterou jsme použili my. Podobně lze zvážit, že naše definice chybové vlnoplochy $H(x, y)$ má opačně definované znaménko, než je tomu u přístroje WASCA, kde se zřejmě odečítá vlnoplocha reálná od vlnoplochy idealizované.