

# Matematická (patofyziologie - Úlohy 7

Termín zadání: 03.04.2022

Termín odevzdání: 13.04.2022

## 1 Jednoduché integrály (5 bodů)

Vypočtete následující neurčité integrály (primitivní funkce). Výsledek též vždy zderivujte, abyste si ověřili správnost řešení.

1.  $\int 2e^{3x} dx$
2.  $\int 2x^2 + 3x^3 dx$
3.  $\int \sin 2x dx$
4.  $\int \cos x/2 dx$

## 2 Integrace substituční metodou (5 bodů)

Najděte a použijte vhodnou substituci a vypočtete následující neurčité integrály (primitivní funkce). Výsledek též vždy zderivujte, abyste si ověřili správnost řešení.

1.  $\int xe^{x^2} dx$
2.  $\int \sin 2 \cos x dx$

## 3 Integrace metodou per partes (5 bodů)

Použijte metodu per partes a vypočtete následující neurčité integrály (primitivní funkce). Výsledek též vždy zderivujte, abyste si ověřili správnost řešení.

1.  $\int x \sin x dx$
2.  $\int x^2 \ln x dx$

## 4 Optimální hematokrit 2 (10 bodů)

V přednášce jsme ukázali, že optimální hodnota hematokritu závisí na podmínkách, které považujeme během optimalizace za konstantní. Tomu odpovídají odlišné fyziologické situace. V klidu je srdeční výdej určen žilním návratem, tomu odpovídá podmínka konstantního tlaku (v žilním řečišti) během optimalizace. Pro dodávku kyslíku platí

$$J_{Ox} = k\Delta p \frac{\varphi}{\eta(\varphi)}$$

Naopak při extrémní zátěži je srdeční výdej limitován přímo srdcem, t.j. srdce nezvládne dále zvýšit svůj výdej. V tomto případě srdce dosahuje maximálního a po jistou dobu konstantního

---

(energetického) výkonu. Této situaci odpovídá podmínka konstantního výkonu během optimalizace. Pro dodávku kyslíku platí

$$J_{ox} = k' \sqrt{P} \frac{\varphi}{\sqrt{\eta(\varphi)}}$$

Nakreslete pro oba vztahy do společného grafu závislosti relativní dodávky kyslíku, t.j. procenta z maximální dodávky  $J_{ox}/J_{ox,max}$ , na hematokritu. Uvažujte konstantní tlakový gradient  $\Delta p$ . Pro závislost viskozity na hematokritu použijte Saitoův vztah

$$\eta = \eta_0 \left( 1 + 2,5 \frac{\varphi}{1 - \varphi} \right)$$

Určete též hodnoty optimálního hematokritu pro obě varianty.

### **Bonusová úloha - Per partes (5 bodů)**

Vypočtete stejný integrál jako v úloze 2, nyní však pomocí metody per partes.

$$\int \sin x \cos x \, dx$$