

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2r}$$

$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_p}{N_A}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{S}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$$

$$\lambda = \frac{h \nu_2}{T} F_h =$$

$$\left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \theta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$

$$pV = nRT \quad \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD \quad H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$\frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} S_2 \quad V = c/\lambda \quad \Phi = NBS$$

$$\phi_e = \frac{L}{4\pi r^2}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$F_m = \vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} l$$

$$F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$I = \frac{U_e}{R + R_i}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

$$E = mc^2$$

$$E = \frac{1}{2} \hbar \omega$$

$$\beta = \frac{\Delta I c}{\Delta t}$$

$$\phi_e = \frac{\Delta E}{\Delta t} \frac{m_1}{x} + \frac{m_2}{x'} = \frac{m_2 - m_1}{r}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$E_k = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$

$$1 \text{ pc} = \frac{1 \text{ AU}}{206265}$$

$$M = \frac{4\pi r^2 \sigma T^4}{4\pi r^2} = \sigma T^4$$

$$S I_m^2 = U_m^2$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}$$

$$u = U_m S$$

IZMB – radioaktivita- 3



Radioaktivita

- Přeměna struktury atomových jader.
- Samovolný (přirozený) proces
- Uměle vyvolaný (působením jiných částic nebo jader)
- Platí zákony zachování:
 - Energie
 - Hybnosti
 - Elektrického náboje
 - Momentu hybnosti
 - Počtu nukleonů

Radioaktivita

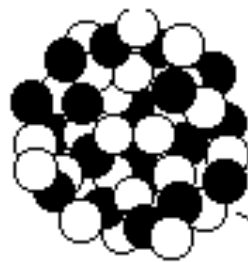
- Základní rozpady a přeměny

- α rozpad
- β rozpad
- γ rozpad
- β^+ rozpad
- Elektronový záchyt
- Vnitřní konverze

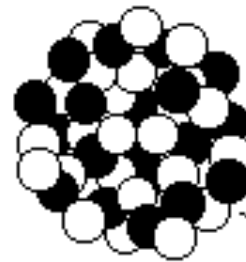
Radioaktivita



α rozpad



Th 231

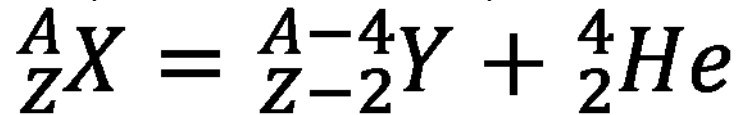


U 235



α částice

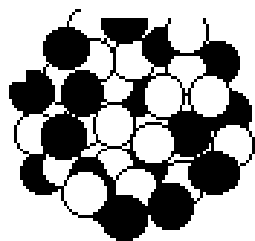
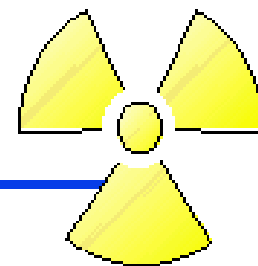
Všimněte si, že na obrázku „letí“ Th opačným směrem než alfa a velikost rychlosti („délka šipek“) je také rozdílná. Plyne ze zákona zachování hybnosti!!!



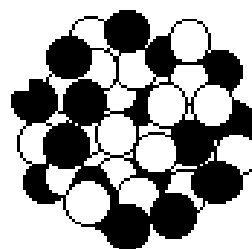
[Podrobněji](#)

Radioaktivita

β rozpad



Ca 40



K 40

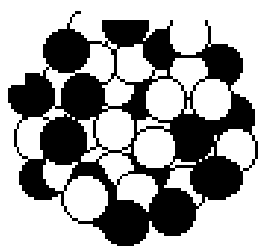
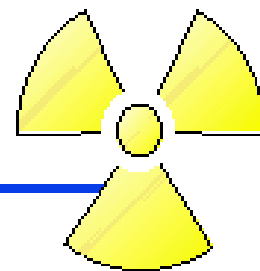
antineutrino

elektron

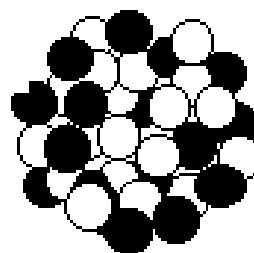


Radioaktivita

β^+ rozpad



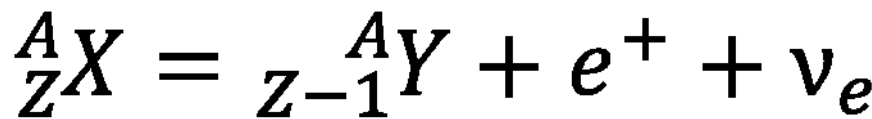
B 11



C 11

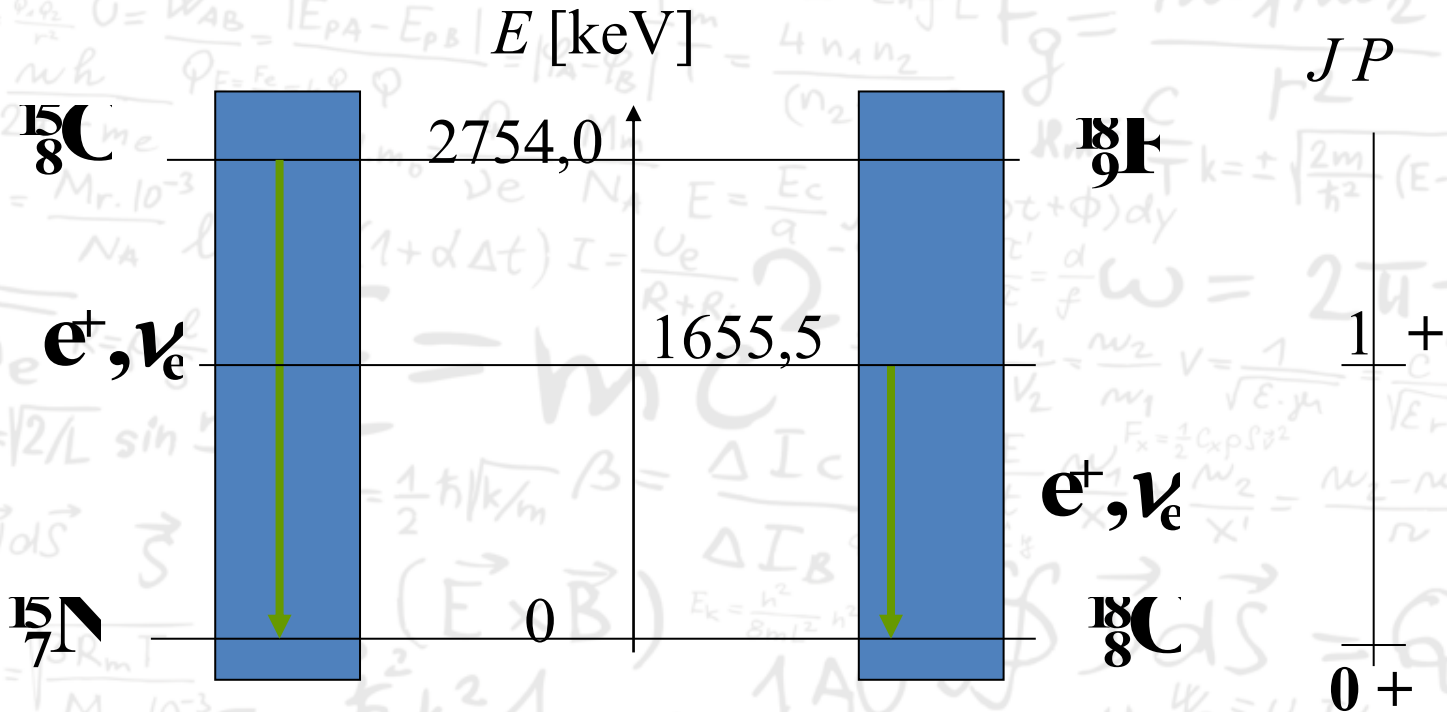
neutrino

positron



[Podrobněji](#)

Pozitronová emise



$$T_{1/2}(\text{O} \rightarrow \text{N}) = 122,24 \text{ s}$$

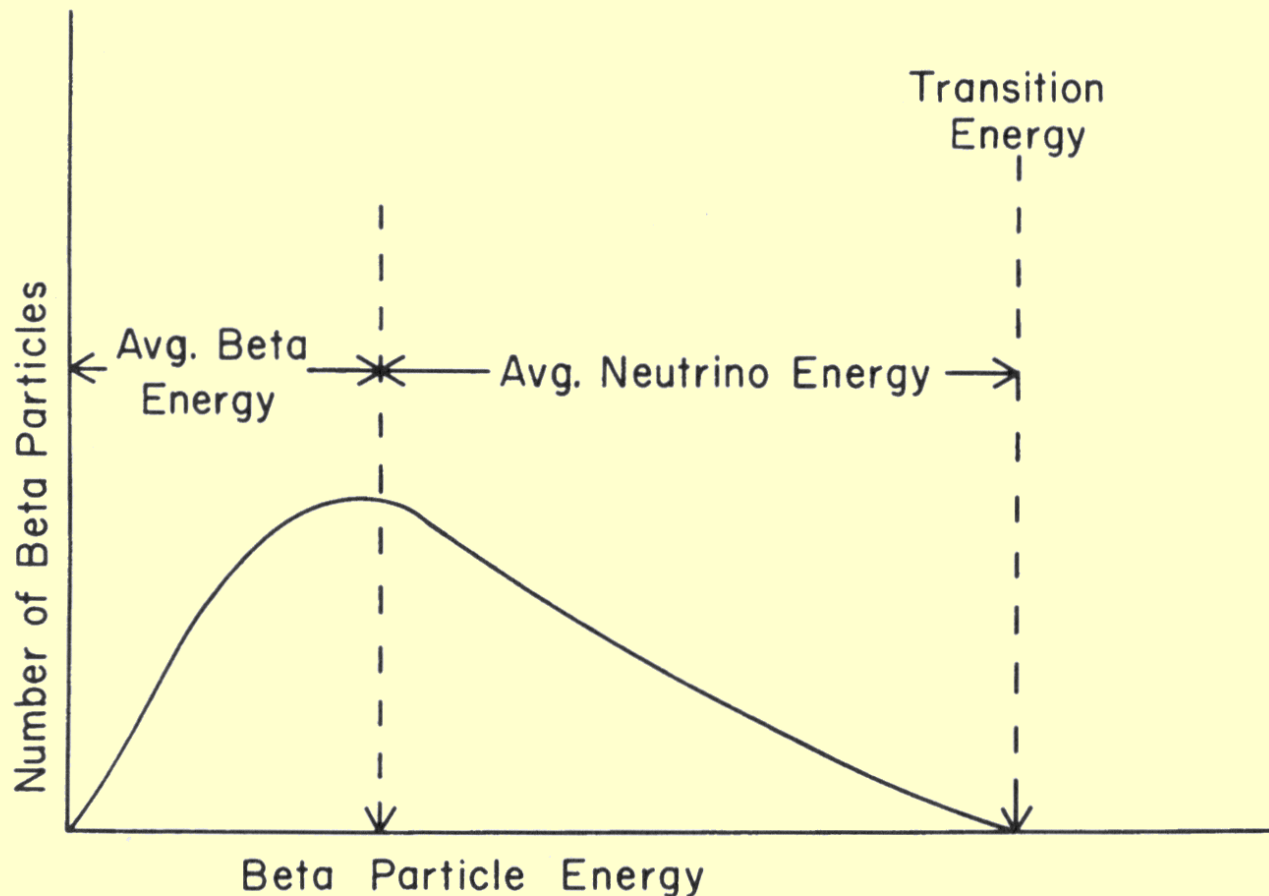
$$T_{1/2}(\text{F} \rightarrow \text{O}) = 109,77 \text{ minut}$$

$$\langle E \rangle(\text{O} \rightarrow \text{N}) = 735,28 \text{ keV}$$

$$\langle E \rangle(\text{F} \rightarrow \text{O}) = 249,8 \text{ keV}$$

Záření beta+ nemá diskretní spektrum, přestože vzniká při přechodu z přesně daných energetických hladin. Je to způsobeno tím, že energie, kterou uvolní jádro při deexcitaci, si mezi sebe víceméně náhodně rozdělí pozitron a neutrino. Proto energii pozitronového záření popisujeme spíše střední hodnotou. Čím víc energie se při štěpení uvolní, tím rychleji proces probíhá (poločas rozpadu je kratší).

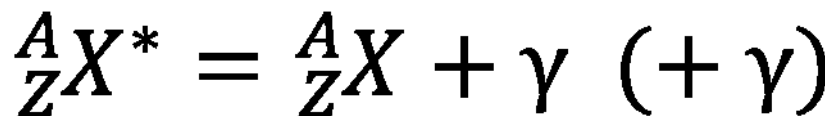
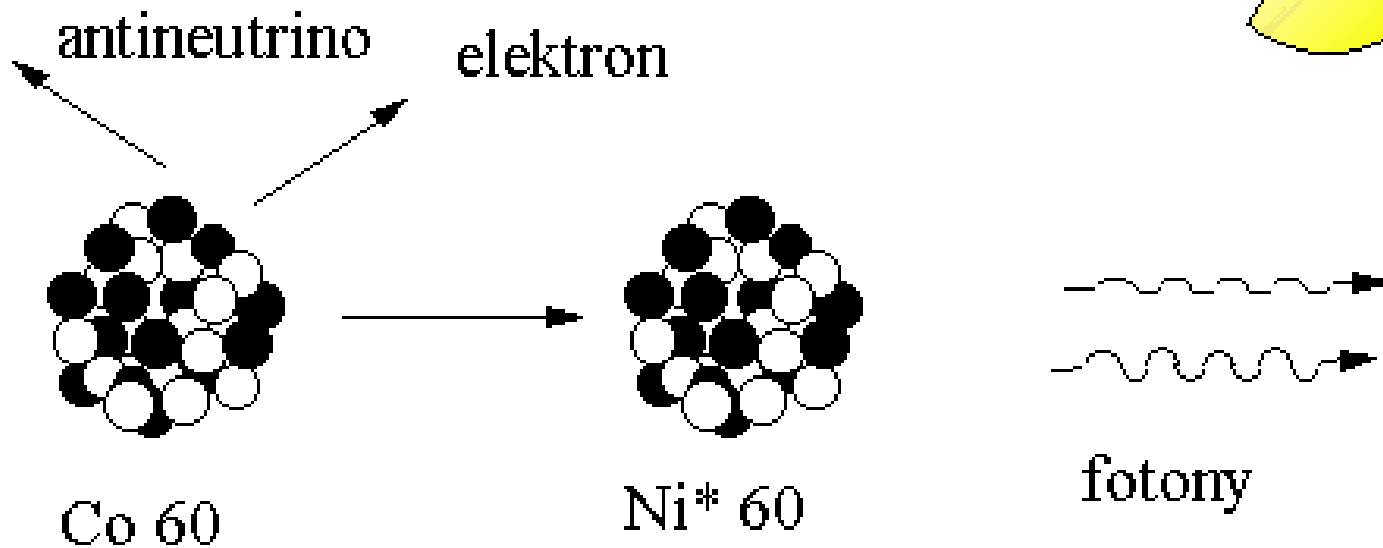
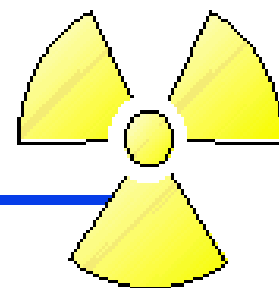
Pozitronová emise



Histogram energie beta částic. Z grafu je patrné, že neutrino mohou odnášet značnou část energie. (viz též předchozí schéma, kdy střed. E pozitronu je 700 keV kdežto energie rozdílu hladin je 2700 keV. Poměr rozdělení energií mezi beta částice a neutrino je pro každý izotop a rozpad jiný.

Radioaktivita

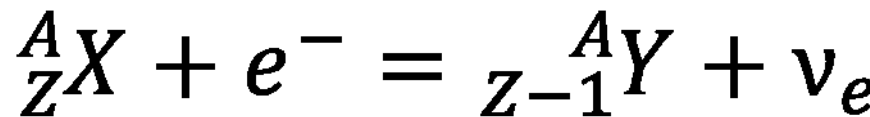
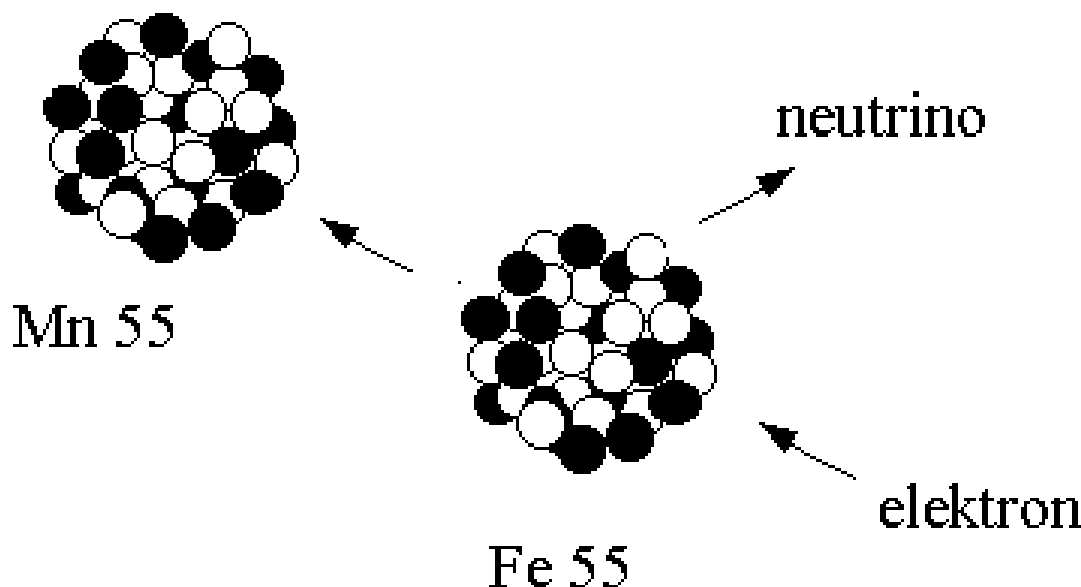
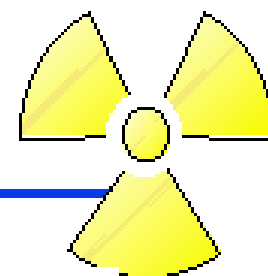
γ rozpad



!!! Obecně může být vyzářen i pouze jeden foton !!!

Radioaktivita

Elektronový záchyt



[Podrobněji](#)

Radioaktivita

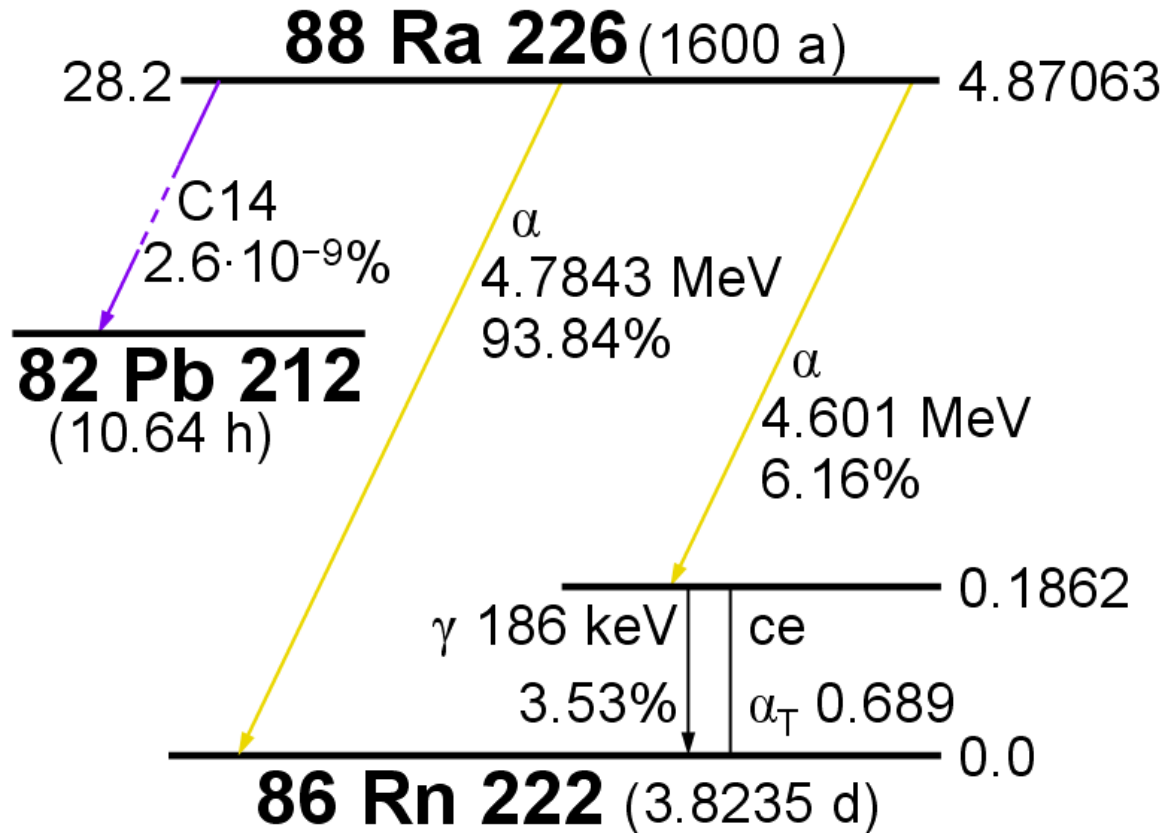
- Vnitřní konverze
- Excitované jádro často přebytečnou energii vyzáří ve formě γ záření.
- Tento foton může interagovat s elektronem z obalu, což má za následek jeho vyražení a ionizaci atomu.



[Podrobněji](#)

Radioaktivita

- Existuje pouze jedna cesta?



$$\alpha = \frac{\text{number of de-excitations via electron emission}}{\text{number of de-excitations via gamma-ray emission}}$$

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2\pi r m}$
 $k = \rho^2 / 2m m_0 = \frac{M_r}{N_r}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eU m_e}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = S h$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$

Zákon radioaktivity

- Rychlost přeměny

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

- Je úměrná počtu částic

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

- λ – rozpadová (přeměnová) konst. [s^{-1}]
- Charakteristická pro daný rozpad a prvek.
- R – aktivita vzorku [s^{-1}]

Zákon radioaktivity

- Po integraci dostáváme

[Podrobněji](#)

$$N(t) = N(t_0)e^{-\lambda(t-t_0)}$$

- Počáteční podmínky volíme $t_0 = 0$ a $N(t_0) = N_0$.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

- Tato rovnice popisuje zákon radioaktivního rozpadu.

Poločas rozpadu

- Fyzikální poločas rozpadu

➤ Čas, za který klesne počet jader na $\frac{1}{2}$ původního počtu.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

[Podrobněji](#)

Poločas rozpadu

- Často se stává, že se nuklid může rozpadat více způsoby. Potom je jeho poločas rozpadu odlišný.
 - Poločas rozpadu při 2 cestách.

$$T_{1/2} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

[Podrobněji](#)

Poločas rozpadu

- Biologický poločas rozpadu $T_{1/2Bi}$
 - Čas, za který je z těla vyloučena polovina látky.
 - Odbourávají (umožňují vyloučení z těla) především játra, ledviny.....
 - Závisí na:
 - Rozpustnosti látky ve vodě
 - Chemické vaznosti látky
 - Kapacitě biodegradačních drah
 - ...
 - Některé látky se mohou vázat např. na kostní tkáň a ty jsou pak hůře vylučovány (např. stroncium)

Poločas rozpadu

- Efektivní poločas rozpadu $T_{1/2Ef}$

➤ Čas jak dlouho setrvává radioaktivní prvek v těle.

➤ Je kombinací fyzikálního a biologického

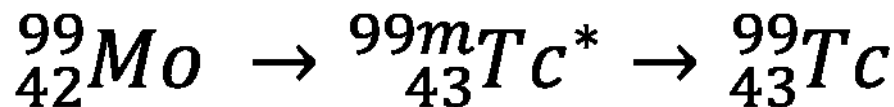
$$\frac{1}{T_{1/2Ef}} = \frac{1}{T_{1/2Fy}} + \frac{1}{T_{1/2Bi}}$$

➤ Je vždy menší než Fy a Bi poločas.

➤ Radionuklidy s kratším $T_{1/2Ef}$ jsou vhodnější pro využití v praxi.

Dvoustupňový rozpad

- Občas musíme uvažovat o rozpadu jako vícestupňovém procesu.



- Rozpady probíhají zároveň a ovlivňují rychlost přeměny (plyne ze zákona radioaktivního rozpadu).

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

Dvoustupňový rozpad

- Celý problém lze popsat třemi diferenciálními rovnicemi.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_{12}N_1 \quad N_1(t=0) = N_0$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_{23}N_2 + \lambda_{12}N_1 \quad N_2(t=0) = 0$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_{23}N_2 \quad N_3(t=0) = 0$$

1. Rovnice popisuje úbytek jader 1 způsobený jejich rozpadem (u členu N_1 je záporné znaménko = úbytek).
2. Rovnice popisuje úbytek jader 2 způsobených jejich rozpadem (vyjádřeno členem s $-N_2$) a přírůstek jader 2 způsobených rozpadem jader 1 (vyjádřeno členem $+N_1$)
3. Rovnice popisuje přírůstek jader 3. Předpokládá se, že toto jádro je již stabilní.

Na počátku (v čase $t=0$) jsme měli pouze jádra 1 o celkovém počtu N_0

Dvoustupňový rozpad

- Integrací rovnic dostáváme rovnice pro počty jader jednotlivých izotopů.

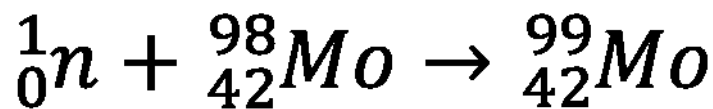
$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_{12}t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_{12}N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} (e^{-\lambda_{12}t} - e^{-\lambda_{23}t})$$

$$N_3 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} (\lambda_{12}(e^{-\lambda_{23}t} - 1) - \lambda_{23}(e^{-\lambda_{12}t} - 1))$$

Příprava Tc

- Proč je Tc důležité?
- Významný izotop v nukleární medicíně.
- V reaktoru neutrony ostřelujeme jádro molybdenu 98.



Příprava Tc

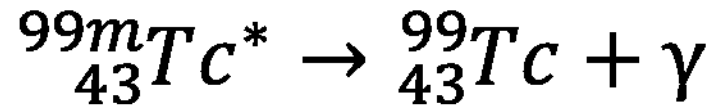
- Takto připravený molybden je přepraven k diagnostickému zařízení a probíhá β -rozpad.
- $T_{1/2} = 66$ hod



Příprava Tc

- Technecium je chemicky separováno a poté navázáno na vhodnou látku, která je dopravena k vyšetřovanému místu.

- $T_{1/2} = 361 \text{ min}$

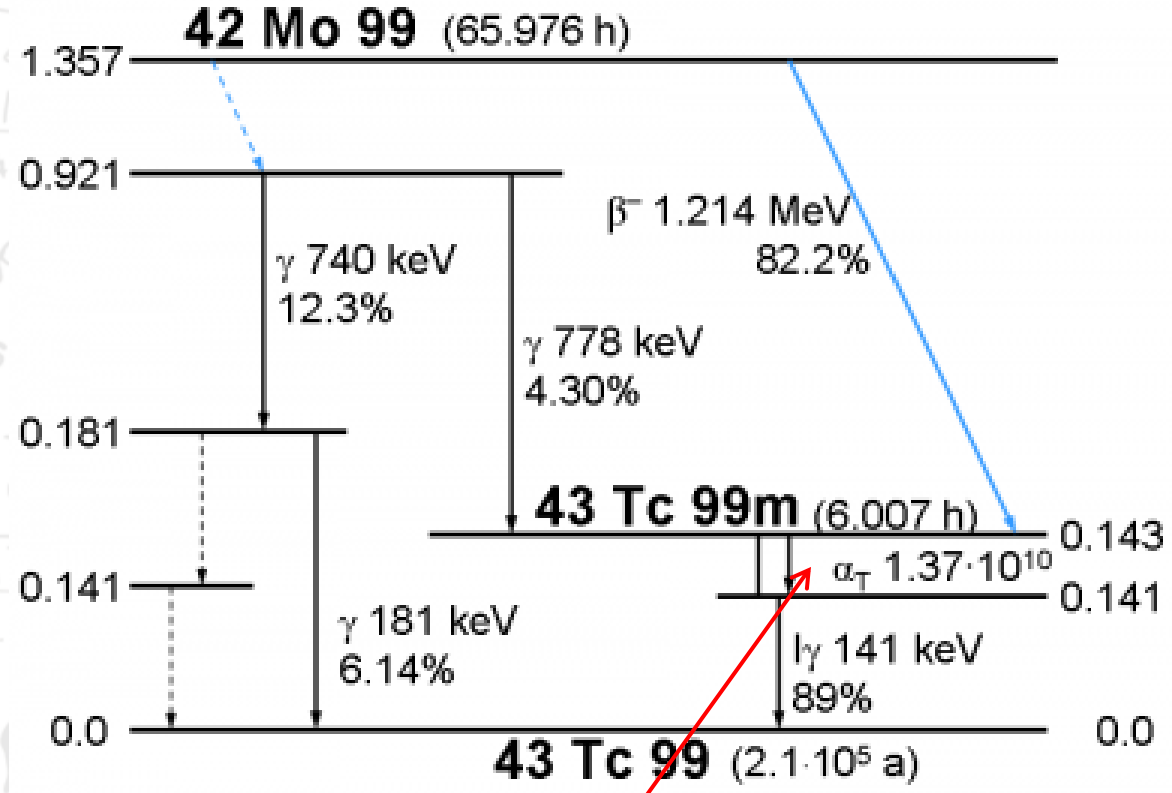


- Detekujeme gama fotony o energii 141 keV.

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r m_0}$
 $k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_p \cdot l}{N_A}$
 $\lambda = \frac{h}{m v}$
 $\sqrt{2eUm_e}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$
 $\psi(\alpha) = \sqrt{2/L} \sin(\alpha)$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = Sh_y$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$

$\alpha = \frac{\text{number of de-excitations via electron emission}}{\text{number of de-excitations via gamma-ray emission}}$

Příprava Tc



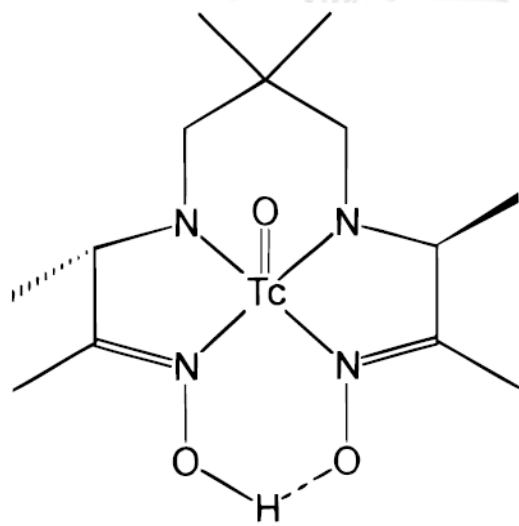
Vysoce pravděpodobný
 přechod vyzářením
 konverzních elektronů

Pozn.: Tc99 je také nestabilní
 a rozpadá se beta-přeměnou
 na Ru99

Příprava Tc

Vyšetření mozku

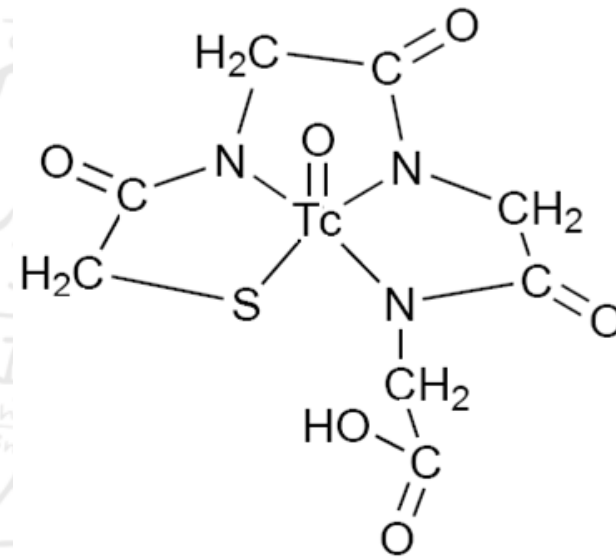
Vyšetření ledvin



^{99m}TcO -hexamethyl

Propyleneamineoxime

Ceretec



^{99m}TcO -mercaptoacetyltriglycine

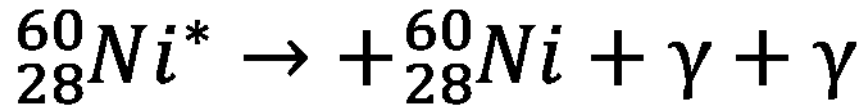
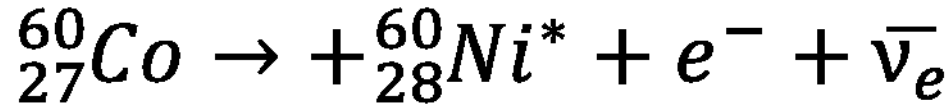
Sestamibi

Příprava Co-60

- Příprava podobná jako u Tc.
- V reaktoru ostřelujeme jádro kobaltu 59 neutrony.



- $T_{1/2} = 5,27$ let

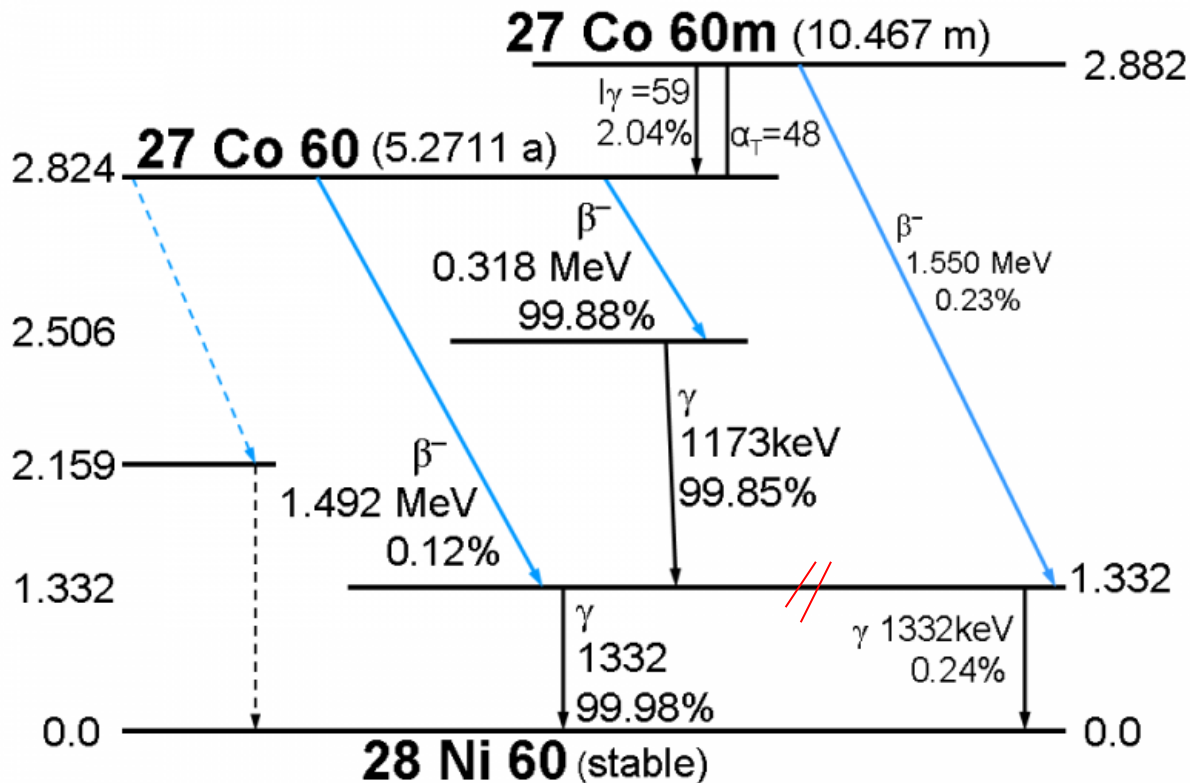


Nikl přechází z „excitovaného“ do základního stavu téměř okamžitě.

Kobalt se uchovává v tzv. „Kobaltové bombě“

$$\alpha = \frac{\text{number of de-excitations via electron emission}}{\text{number of de-excitations via gamma-ray emission}}$$

Přeměna Co



Zde i jinde uváděné hodnoty energie přeměn beta jsou maximální, průměrné hodnoty jsou menší (neutrino si část energie berou!!!)

Shrnutí

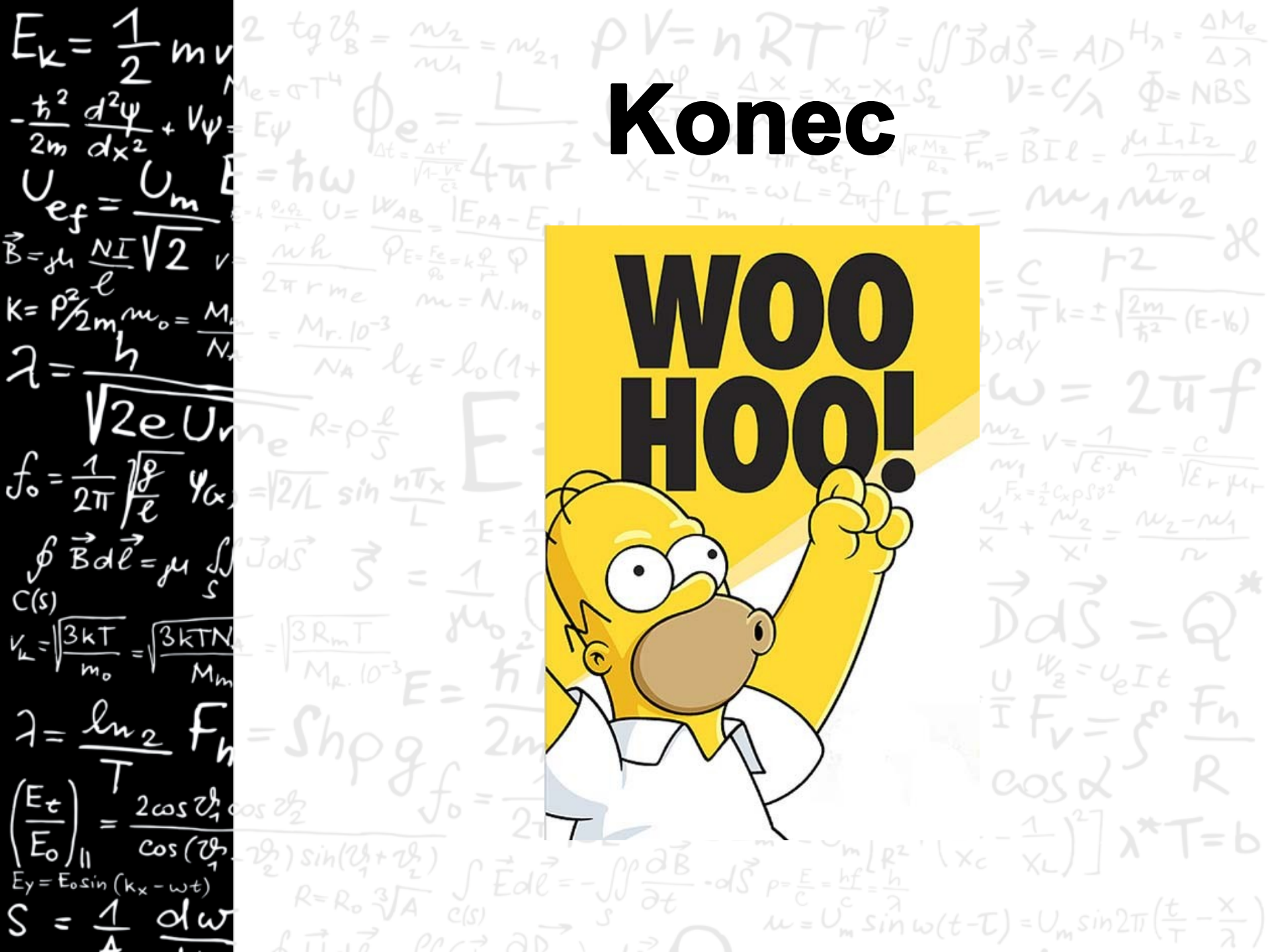
- Máme perfektní přehled o základních radioaktivních rozpadech a přeměnách, jak fungují, co je pro ně specifické atp.
- Umíme odvodit, proč je α částice jádro ${}^4\text{He}$ a ne lehčí jádra.
- Umíme odůvodnit, proč může z protonu vzniknout těžší neutron.
- Známe zákon radioaktivity, umíme jej zapsat matematicky, okomentovat slovně i odvodit.

Shrnutí

- Víme, jaké máme poločasy rozpadů a jejich charakteristiky.
- Známe přípravu metastabilního technecia a víme jeho praktické využití.
- Známe přípravu „kobaltové bomby“ a víme její praktické použití.
- Víme, co jsou Augerovy elektrony a princip jejich vzniku.

Konec

WOO
HOO!



Dodatky 1

- Proč je alfa částice zrovna jádro ${}^4\text{He}$?
- Mějme třeba ${}^{233}\text{Pa}$ (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ${}^{232}\text{Th}$ (232,038055325) a ${}^1\text{H}$ (1,00782503207)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek
$$\Delta M = 233,0402472 - 232,0380553 - 1,007825032$$
$$\Delta M = -0,00563313$$
- Vodík ${}^1\text{H}$ nemůže být alfa částicí.

Pa – protaktinium, $Z = 91$. Hmotnostní úbytek je záporný, tudíž se neuvolní žádná energie, ale naopak bylo by potřeba energii dodat, aby reakce mohla proběhnout.

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{231}Th (231,036304) a ^2H (2,01410177)

- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 231,036304 - 2,01410177$$

$$\Delta M = -0,010158$$

- Vodík ^2H nemůže být alfa částicí.

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{230}Ac (230,036294) a ^3He (3,0160293)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek
$$\Delta M = 233,0402472 - 230,036294 - 3,0160293$$
$$\Delta M = -0,012076$$
- Helium ^3He nemůže být alfa částicí.

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{229}Ac (229,0330152) a ^4He (4,0026032)

- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 229,0330152 - 4,0026032$$

$$\Delta M = 0,0048536$$

- Helium ^4He může být alfa částicí.

Dodatky 2

- Pro beta rozpad platí

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$$

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$$

- Dochází k takové přeměně, aby nové jádro bylo stabilnější.
- Jak může z lehčího protonu vzniknout těžší neutron?

Dodatky 2

- Musíme se na rozpad dívat globálně.
- Víme, že ^{176}Hg (175,987354) může podlehnout beta + rozpadu na ^{176}Au (175,980099).
- $M(e^+) = 0,00054$
- $M(p^+) = 1,00727$
- $M(n^0) = 1,00866$

Dodatky 2

- Nejprve se podíváme na rozpad protonu na neutron a pozitron

$$\Delta M = 1,00727 - 1,00866 - 0,00054$$

$$\Delta M = -0,00193$$

- Nyní se podíváme na přeměnu jader

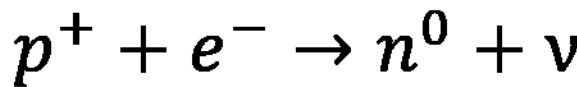
$$\Delta M = 175,98735 - 175,980099$$

$$\Delta M = 0,007251$$

- Uvolní se víc E, než je potřeba na přeměnu protonu. Hmotnost pozitronu je odečtena při přeměně protonu, proto není potřeba znovu odečítat u přeměny jader. (A i kdyby se odečetla, tak nemění se nic na kladnosti hmotnostního schodku)

Dodatky 3

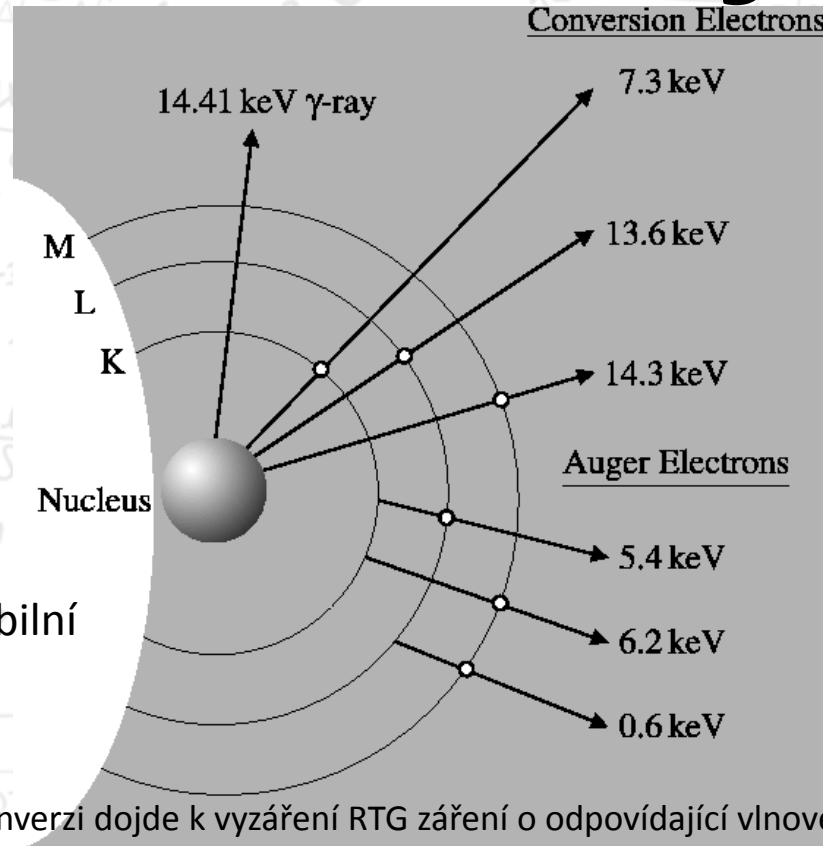
- Při elektronovém záchytu dochází k podobné situaci jako při beta rozpadu.



Dodatky 4

- Vnitřní konverze
- Po tomto vyražení většinou nastává zaplnění volného místa elektronem z vyšší vrstvy, přičemž se vyzáří další foton.
- V případě slupek K nebo L těžkých prvků se jedná o charakteristické RTG, které může vyrazit další elektrony tzv. Augerovy elektrony.

Dodatky 4



Metastabilní
Fe-57

Po vnitřní konverzi dojde k vyzáření RTG záření o odpovídající vlnové délce. Může ale dojít i k interakci s elektronem z některé slupky obalu (K,L,M...). Pak se neemituje RTG záření, ale jeho energie je pohlcena elektronem, který je vyražen z obalu a má navíc dostatečnou kinetickou energii (Conversion Electrons).

Takto se uvolní místo v nižší elektronové vrstvě a to může být obsazeno elektronem z vyšší vrstvy, čímž dojde k vyzáření charakteristického RTG (u těžších prvků). Ovšem toto RTG může také interagovat s elektronem a tím emitovat další tzv. Augerův elektron s určitou kinetickou energií (Auger Electrons)

Konec 4. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 5

- Integrace zákona radioaktivní přeměny

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad / \text{separace proměnných}$$

$$-\frac{dN}{N} = \lambda dt \quad / \text{integrace}$$

$$-\int \frac{1}{N} dN = \int \lambda dt$$

$$-\ln N = \lambda t + c \quad / \text{odlogaritmuje}$$

$$N = e^{-(\lambda t + c)}$$

Dodatky 5

$$N = e^{-(\lambda t + c)} \quad / \text{ na počátku máme } N_0 \text{ atomů}$$

$$N_0 = e^{-(\lambda \cdot 0 + c)}$$

$$N_0 = e^{-c} \quad / \text{ dosadíme}$$

$$N = e^{-\lambda t} e^{-c}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Na počátku máme N_0 atomů (na počátku znamená v čase $t=0$, proto si za t dosadíme 0 a za $N=N_0$). Tímto krokem si dopočteme počáteční konstanty c a tu zpětně dosadíme do výsledku integrace a dostáváme finální vztah!!!

Konec 5. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu

➤ Doba za jakou se rozpadne $\frac{1}{2}$ jader ve vzorku

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \quad / \text{logaritmuje me}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2}$$

Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2} \quad / \text{úpravy}$$

$$\ln 2^{-1} = -\lambda T_{1/2}$$

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

$$\frac{\ln 2}{\lambda} = T_{1/2}$$

Konec 6. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 7

- Necht' se prvek X může rozpadat dvěma cestami charakterizovanými rozpadovými konstantami $\lambda^{(1)}$; $\lambda^{(2)}$.
- Ze zákona radioaktivity plyne:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda^{(1)}N + \lambda^{(2)}N$$

- Stejnými úpravami dostaneme

$$N = N_0 e^{-(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)})t}$$

Dodatky 7

- Stejným způsobem jak u jednoduchého poločasu rozpadu postupujeme i nyní.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)}}$$

- Dosadíme za rozpadové konstanty

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(1)}} + \frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(2)}}} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$