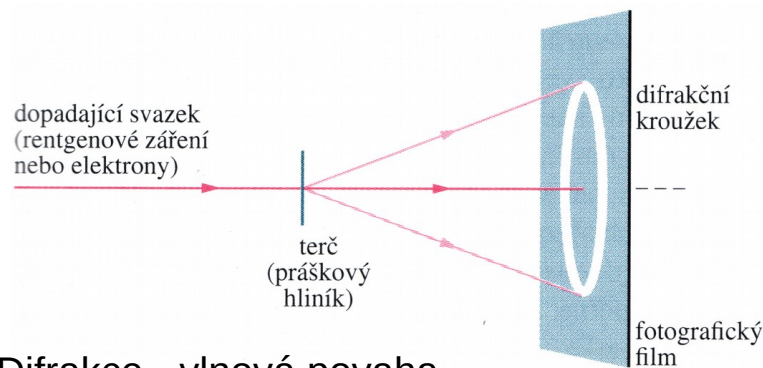


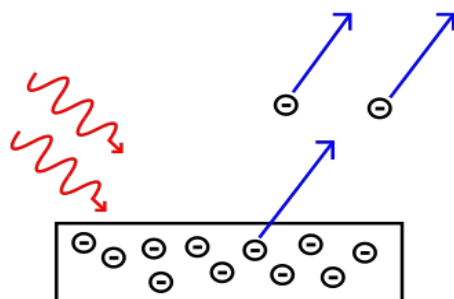
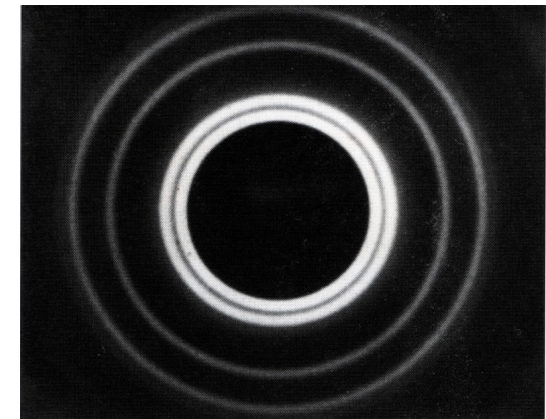
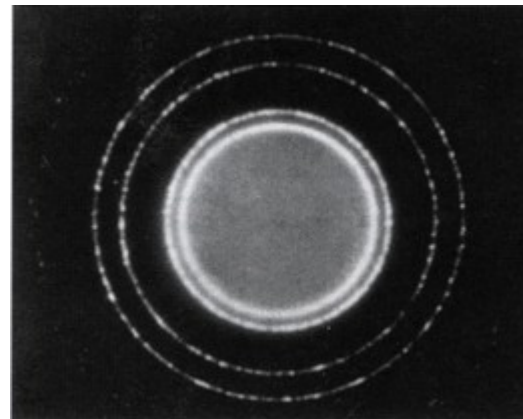
## 2. Vlny a fotony

# částice a EM vlna

- Myšlenku duality částic a vlnění zavedl v roce 1905 Albert Einstein pro objasnění fotoelektrického jevu
- Fyzikální pojem dualita částice a vlnění se vztahuje ke skutečnosti, že světlo lze popsat buď jako vlnu nebo jako částici, v závislosti na uspořádání experimentu a způsobu pozorování.



Difrakce - vlnová povaha



Fotoelektrický jev - částicová povaha

Každou částici látky s energií  $E$  a hybností  $p$  můžeme chápat jako vlnu s jistou frekvencí  $\omega$  podle rovnice

$$\omega = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$$

a s vlnovou délkou  $\lambda$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Js ... Planckova konstanta

Ačkoliv se tato dualita v obecnosti týká veškeré hmoty, nejčastěji se s ní lze setkat v případě objektů s velmi malou hmotností, zvláště pak u elementárních částic.

# EM vlna

- Je charakterizována kmitáním Poyntingova vektoru

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

- okamžitá hodnota vektoru elektrické složky,  $\mathbf{E} = (0, E, 0)$

$$E = E_m \sin(kx - \omega t),$$

- okamžitá hodnota vektoru magnetické složky,  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t),$$

kde  $k$  je vlnový vektor a  $\omega$  je úhlová frekvence vlny.

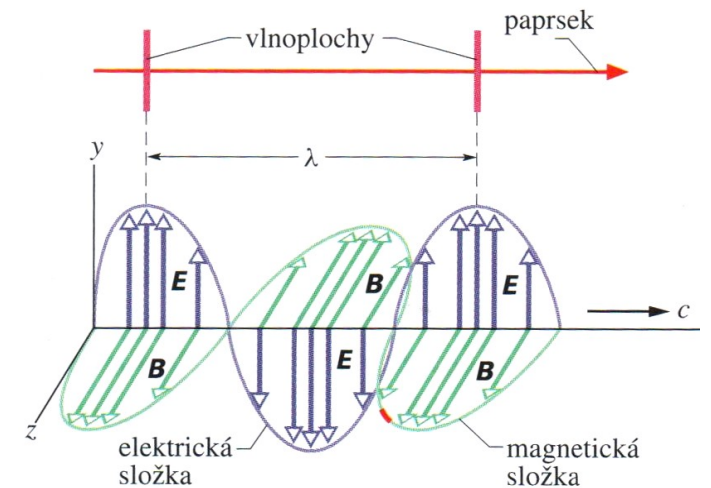
- rychlost šíření vlny

$$c = \frac{\omega}{k}, c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad \text{a také} \quad c = \frac{E}{B},$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua a  $\epsilon_0$  permitivita vakua.

- vlnová délka

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}.$$



# Vlna - vlnová funkce a vlnová rovnice

- Obě složky EM vlnění jsou vzájemně velmi úzce spojeny. Stačí pracovat jen s jednou její složkou. Zaměříme se na elektrickou složku EM záření – z důvodu citlivosti většiny měřících přístrojů
- Nejjednodušší tvar vlnové rovnice, který charakterizuje vlnění v bodech homogenního, izotropního, nedisperzního a neabsorbujícího prostředí neobsahujícího zdroje vlnění, je definován:

$$\nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2}, \text{ kde } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}.$$

Funkci  $\Psi(\vec{r}, t)$  se říká vlnová funkce. U elektromagnetického vlnění je to elektrická intenzita nebo magnetická indukce nebo některá složka těchto vektorů atd.

- Harmonická rovinná vlna

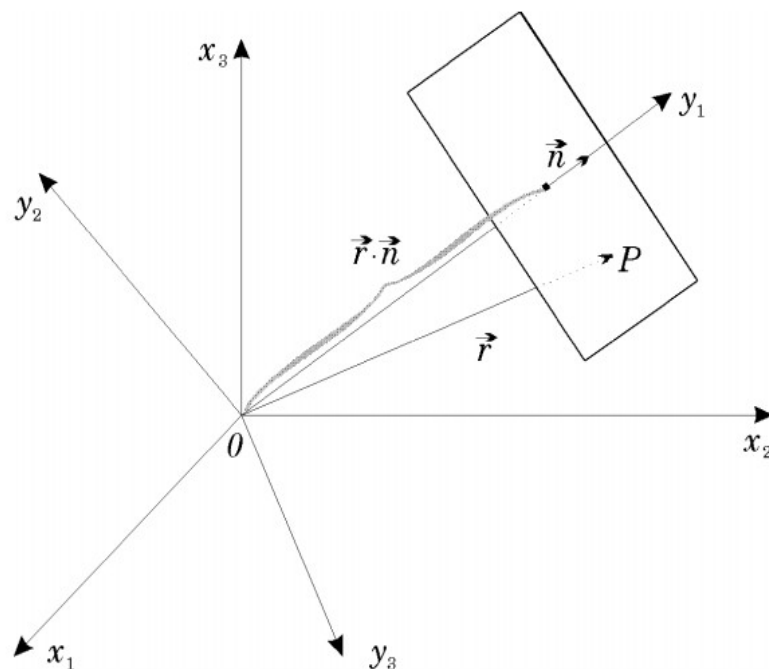
$$\Psi(\vec{r}, t) = a \cos(\omega t \mp \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha)$$

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$$

- Harmonická kulová vlna

$$\Psi(r, t) = \frac{a}{kr} \cos(\omega t \mp kr + \alpha)$$

$a$  – amplituda,  $\alpha$  – fázový posuv



# Komplexní notace harmonické vlny

- Nedochozí-li při šíření vlny ke změnám frekvence  $\omega$  lze ze vztahů pro vlny vypustit člen  $\omega t$ . Při výpočtech lze použít jen faktor vlnové funkce, jenž závisí na prostorových proměnných. Zavedeme-li pojem komplexní amplituda

$$A = a \exp(-i\alpha)$$

lze za použití Eulerových vztahů úpravou získat vztah pro:

- rovinou vlnu

$$\psi(\vec{r}) = A \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$$

- kulovou vlnu

$$\psi(\vec{r}) = A \frac{\exp(ikr)}{kr}$$

# Intenzita světla

- Při registraci světla na záznamové médium je nejdůležitější veličinou intenzita světla neboli intenzita vlnění  $I$ .
- V případě harmonických vln je intenzita úměrná čtverci modulu  $\psi(r)$  vlnové funkce.

$$I(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2 = \psi(\vec{r}) \psi^*(\vec{r})$$

# Vlnový projev světla

# Youngův experiment - 1801

- Pro dráhový rozdíl světla v rovině stínítka umístěného ve vzdálenosti  $D$  od dvouštěrbiny poté platí

$$\delta = r_2 - r_1 \approx s \sin \theta \approx d \tan \theta = d \frac{x}{D}$$

- Pro dráhový rozdíl u tmavých interferenčních proužků (interferenčních minimum) platí

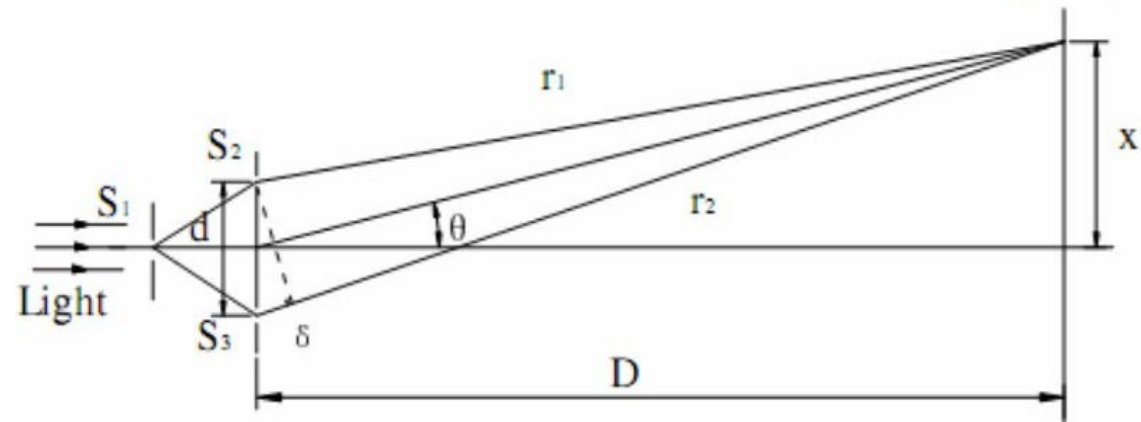
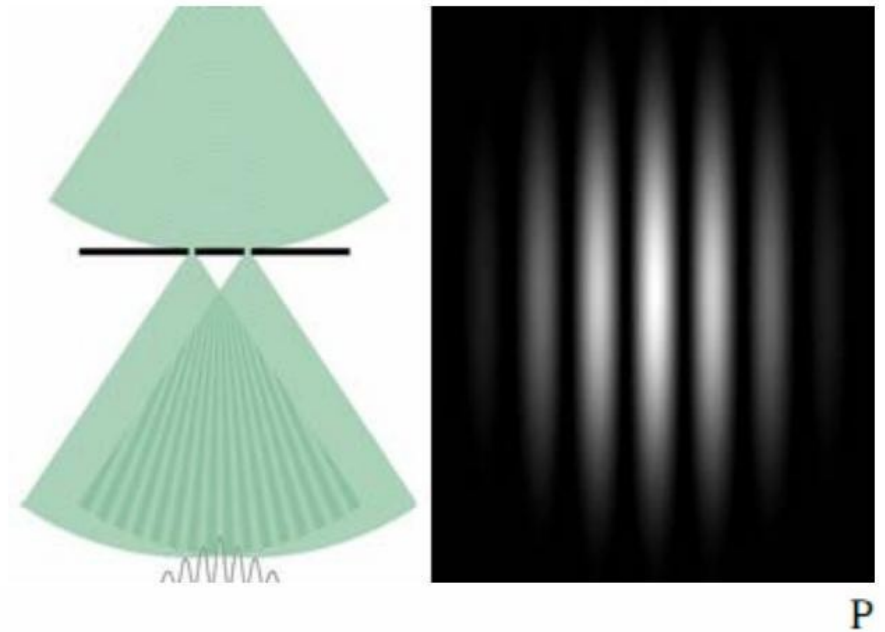
$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

- Pro dráhový rozdíl u světlých interferenčních proužků (interferenční maximum) platí

$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm k \lambda$$

- Pro vzdálenost mezi dvěma nejbližšími tmavými/světlými proužky můžeme z předchozích vztahů odvodit

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$





# Interference dvou rovinných vln

- Předmětová a referenční vlna

$$\psi_p(\vec{r}) = A_p \exp(i k \vec{k}_p^0 \vec{r})$$

$$\psi_r(\vec{r}) = A_r \exp(i k \vec{k}_r^0 \vec{r})$$

- Intenzita interferujících vln

$$\begin{aligned} I(\vec{r}) &= |\psi_p(\vec{r}) + \psi_r(\vec{r})|^2 = \\ &= \psi_p(\vec{r})^2 + \psi_r(\vec{r})^2 + \psi_p(\vec{r})^* \psi_r(\vec{r}) + \psi_p(\vec{r}) \psi_r(\vec{r})^* = \\ &= A_p^2 + A_r^2 + 2 A_p A_r \cos[k(\vec{k}_r^0 - \vec{k}_p^0) \vec{r}] \end{aligned}$$

- Rozdíl fází je dán a roven

$$k(\vec{k}_r^0 - \vec{k}_p^0) \vec{r} = 2\pi s, \text{ kde } s \text{ je reálné číslo}$$

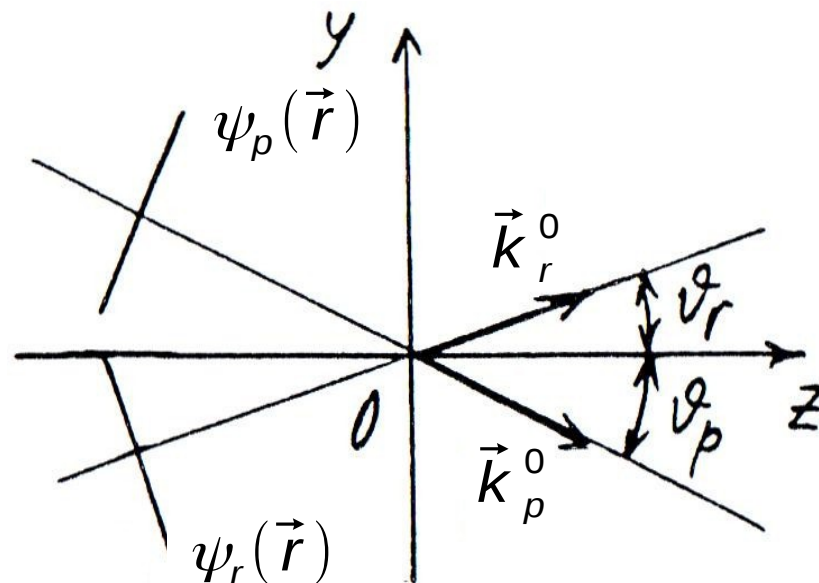
$$\text{V rovině } z = 0 \text{ platí } \frac{2\pi}{\lambda} (y \sin \vartheta_r + y \sin \vartheta_p) = 2\pi s.$$

- Polohy maxim intenzity jsou pro  $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$y_s = s \frac{\lambda}{\sin \vartheta_r + \sin \vartheta_p}$$

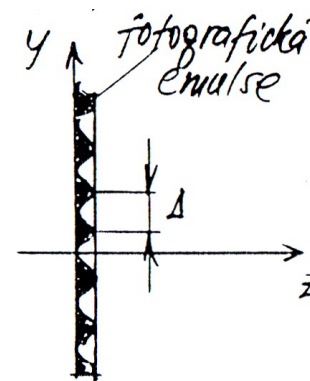
- Vzdálenost mezi proužky podél osy  $y$

$$\Delta = s \frac{\lambda}{\sin \vartheta_r + \sin \vartheta_p}$$



- Rozdělení intenzity v rovině  $z = 0$

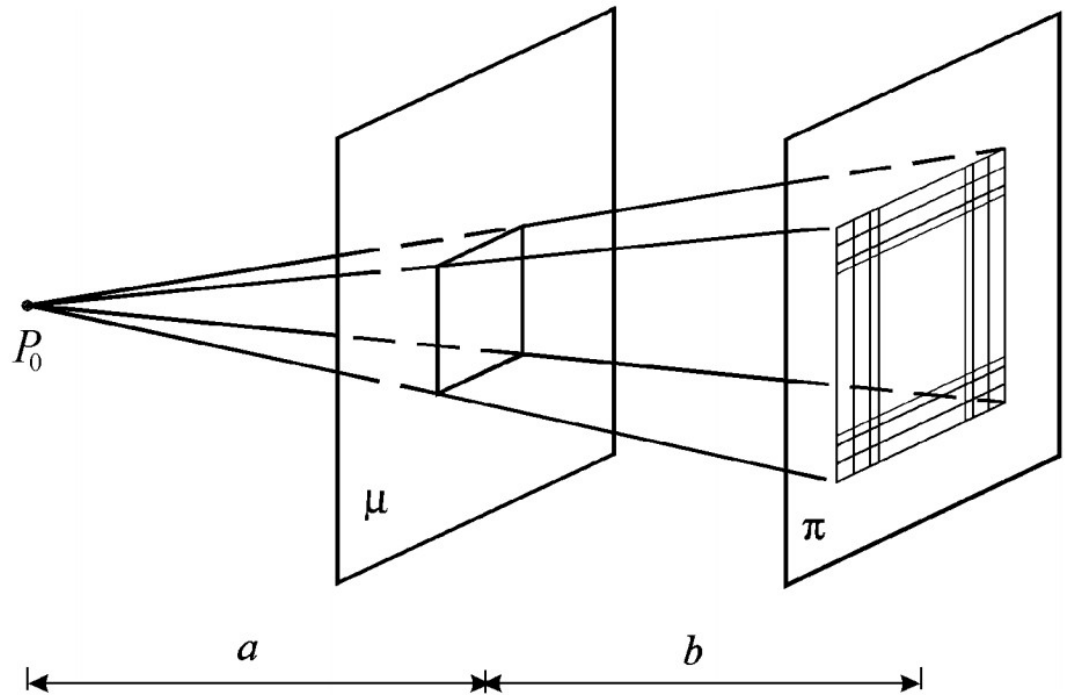
$$I(z=0) = A_p^2 + A_r^2 + 2 A_p A_r \cos\left(\frac{2\pi y}{\Delta}\right)$$



# Difrakce

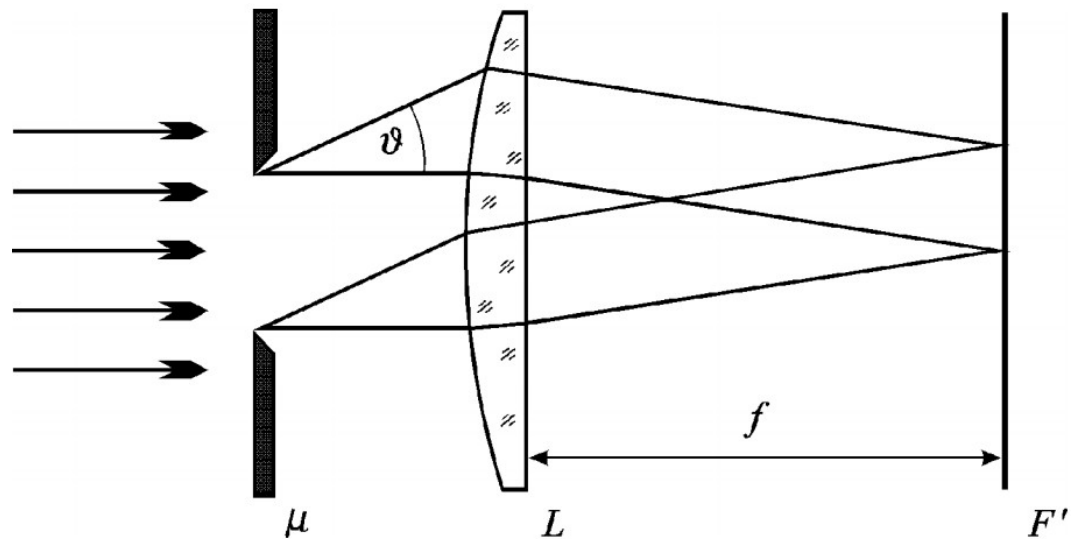
- Fresnelova

- ohybový jev objevují se při stínové projekci za použití koherentního osvětlení
- setkáváme s ní u optických zobrazovacích soustav při neostrém zobrazení



- Fraunhoferova

- je v mnoha ohledech speciálním případem Fresnelovy difrakce
- difrakční obrazec představuje rozložení intenzity světla jako funkci směru jeho šíření za stínítkem



# Fresnelova difrakce na štěrbině

- Vyjadřuje vlnovou funkci v bodech P ( $x, y, z$ ) roviny pozorování  $z = \text{konst.} > 0$  prostřednictvím vlnové funkce  $\psi_0$  v bodech M ( $x_M, y_M, 0$ ) roviny  $z = 0$

$$\psi(x, y, z) = -i \frac{k}{2\pi} \frac{\exp(ikz)}{z} \iint_{-\infty}^{\infty} \psi_0(x_M, y_M) \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [(x_M - x)^2 + (y_M - y)^2] \right\} dx_M dy_M$$

- Budeme vyjádřit vlnovou funkci ve tvaru poměru difraktované vlny a vlny, která by se šířila pokud by stínítko bylo odstraněno

$$\frac{\psi(x, y, z)}{\psi_r(x, y, z)} = \sqrt{I(x, y, z)} \exp[i\phi(x, y, z)]$$

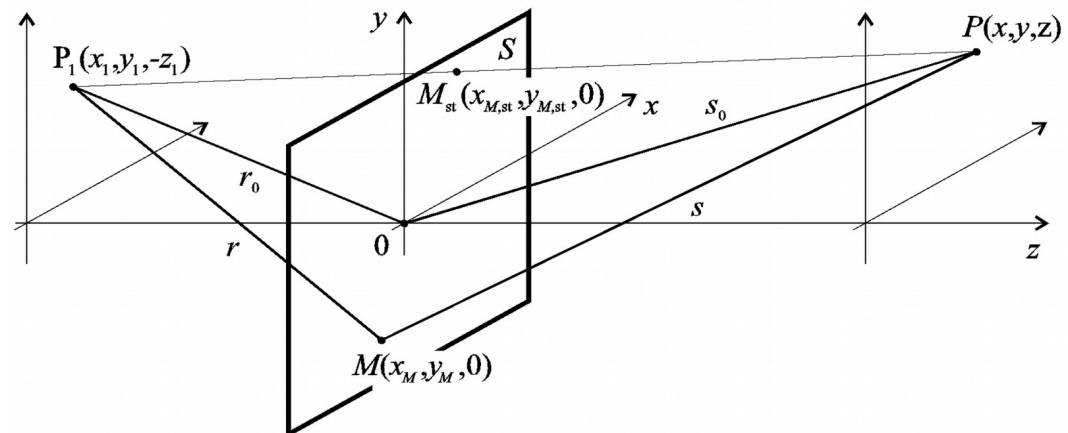
- Při výpočtech se používá Fresnelových integrálů

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt$$

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt.$$

a zavádí se pro ně proměnné

$$Ee(x) = C(x) + iS(x) = \int_0^x \exp\left(i\frac{\pi}{2}t^2\right) dt$$



$$v_a = \sqrt{\frac{k}{\pi} \frac{z_1 + z}{z_1 z}} \left( \frac{x_1 z + x z_1}{z_1 + z} - a \right) \quad u_c = \sqrt{\frac{k}{\pi} \frac{z_1 + z}{z_1 z}} \left( \frac{y_1 z + y z_1}{y_1 + z} - c \right)$$

$$v_b = \sqrt{\frac{k}{\pi} \frac{z_1 + z}{z_1 z}} \left( \frac{x_1 z + x z_1}{z_1 + z} - b \right) \quad u_d = \sqrt{\frac{k}{\pi} \frac{z_1 + z}{z_1 z}} \left( \frac{y_1 z + y z_1}{y_1 + z} - d \right)$$

# Fraunhoferova difrakce na štěrbině

- Charakterizuje ji Fourierova transformace funkce propustnosti propustnosti stínítka  $t(x_M, y_M)$  ve směrech šíření světla  $(n_x, n_y)$

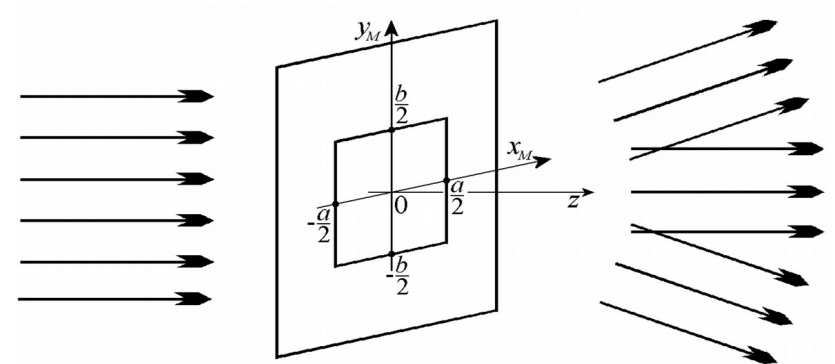
$$\psi(n_x, n_y) = C \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_M, y_M) \exp[-ik(n_x x_M + n_y y_M)] dx_M dy_M$$

- Například pro obdélníkové stínítko s propustností

$$t(x_M, y_M) = \begin{cases} 1, & \text{když } |x_M| \leq a/2, \quad |y_M| \leq b/2, \\ 0, & \text{když } |x_M| > a/2 \text{ nebo } |y_M| > b/2 \end{cases}$$

vychází

$$\psi(n_x, n_y) = C a b \frac{\sin(k n_x a/2)}{k n_x a/2} \frac{\sin(k n_y b/2)}{k n_y b/2}$$



# Částicový projev světla

# Silové účinky světla

- EM vlna má hybnost a energii

- Velikost hybnosti fotonu je dána vztahem  $p = hv/c$
- Dojde-li k pohlcení energie ( $\Delta U$ ) předmětem je změna jeho hybnosti ( $\Delta p$ ) rovna

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$$

- Dojde-li k plnému odrazu fotonu kolmo zpět je změna hybnosti předmětu ( $\Delta p$ ) rovna

$$\Delta p = \frac{2 \Delta U}{c}$$

- Silový účinek

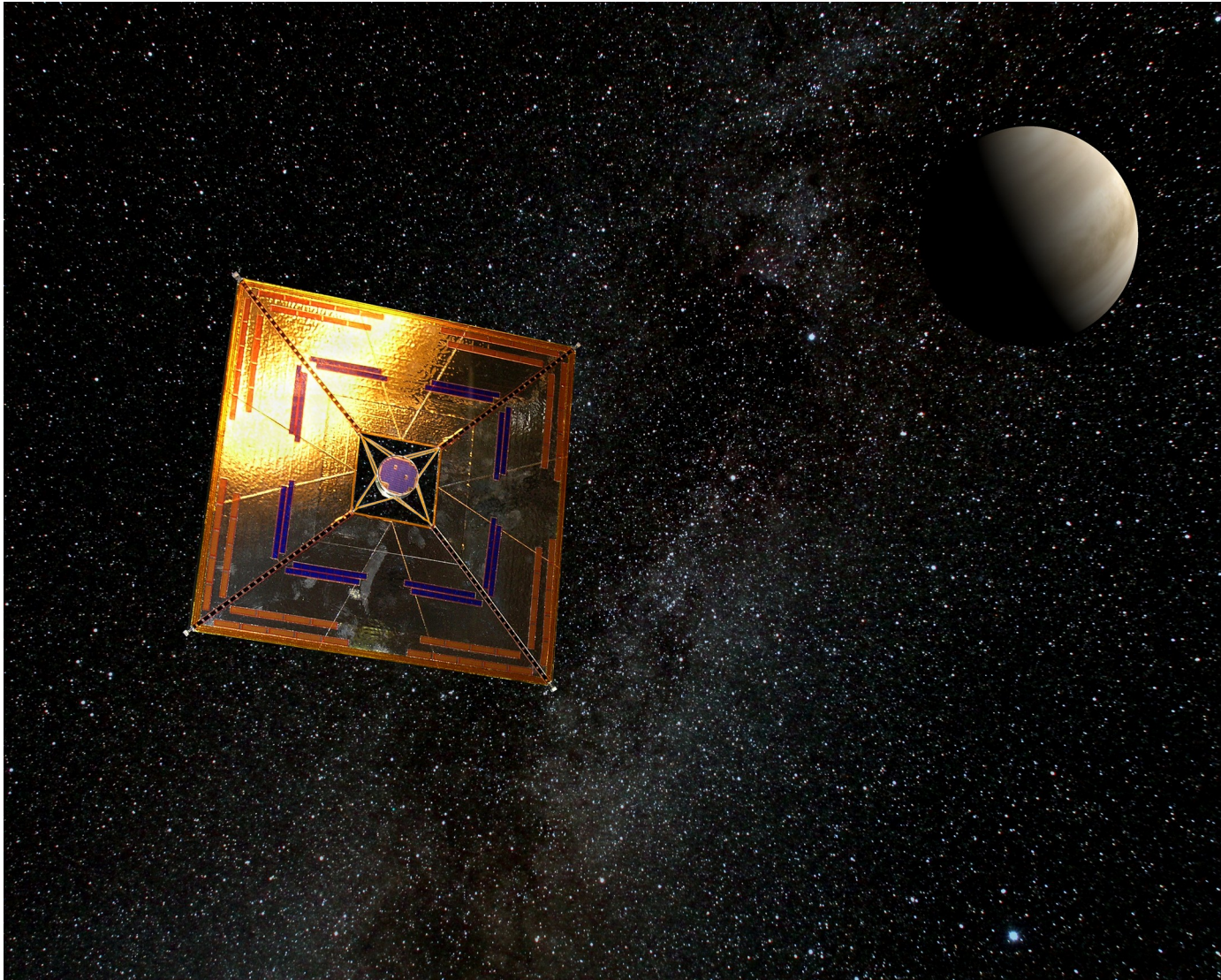
- Popisován pomocí radiačního tlaku na osvětlenou plochu  $S$
- Odvození vychází z 2. Newtonova zákona  $F = \Delta p / \Delta t$
- Při plném pohlcení je radiační tlak ( $p_r$ ) roven

$$p_r = \frac{I}{c}$$

- Při plném odrazu fotonu kolmo zpět je radiační tlak ( $p_r$ ) roven

$$p_r = \frac{2I}{c}$$

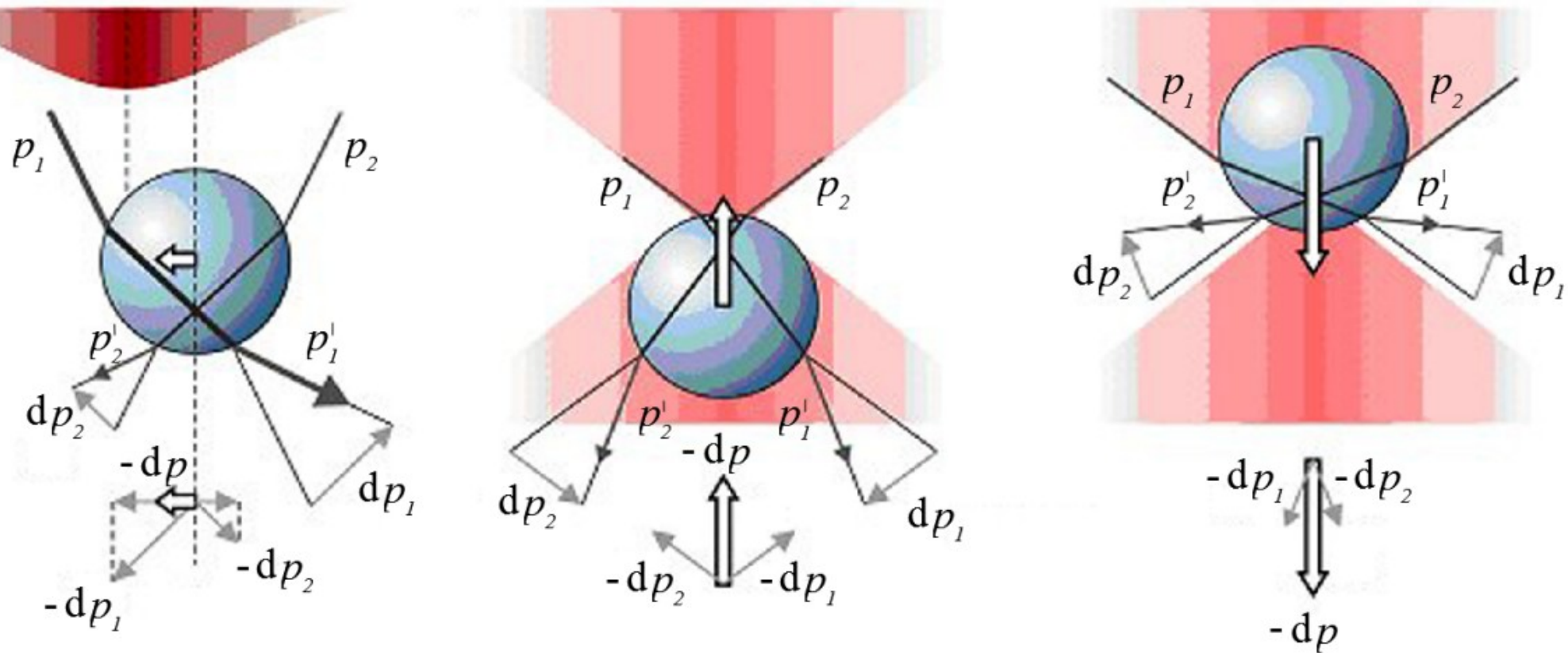
# Princip funguje ve velkém měřítku



Sonda IKAROS byla vypuštěna v roce 2010 agenturou JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency) k mapování povrchu Venuše.

# ... i v mikrosvětě

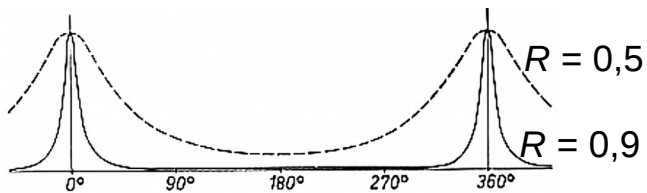
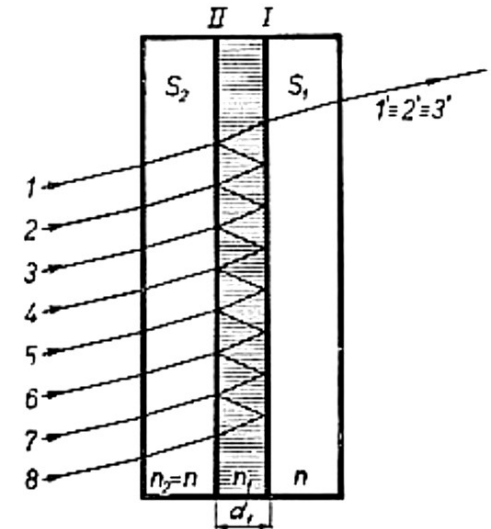
Příklad silových účinků EM pole – optická pinzeta





# Interferenční filtr

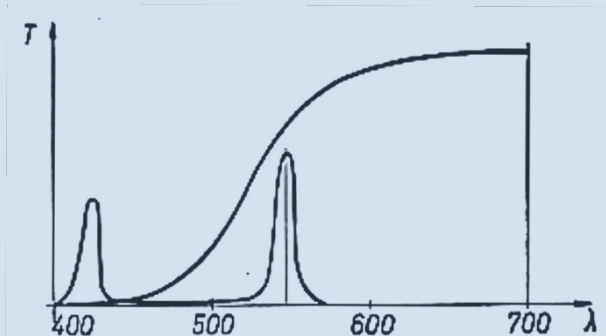
- Skládá se ze skleněných destiček ( $S_{1,2}$ ), na kterých je nanášena odrazná vrstva (I, II) s odrazivostí  $R$ . Mezi vrstvami je tenká vrstva o nižším indexu lomu.
- Filtrem prochází pouze vlnové délky odpovídající podmínce  $k\lambda = 2n_1d_1$ , kde  $k$  je řád interferenčního filtru.
- Spektrální závislost propustnosti filtru závisí na fázovém rozdílu mezi výstupními paprsky (např. 1' a 2'). Pro různé propustnosti:



## Příklad: filtr třetího řádu pro $\lambda = 540$ nm

$2 n_1 d_1 = 3 \cdot 540 = 1620$  nm,  
tedy pro  $n_1 = 1,3$  je  $d_1 = 623$  nm

$k = 1, \lambda = 1620$  nm  
 $k = 2, \lambda = 810$  nm  
 $k = 3, \lambda = 540$  nm  
 $k = 4, \lambda = 405$  nm  
 $k = 5, \lambda = 324$  nm



Ve viditelném spektru existuje peak pro vlnovou délkou 405 nm. Lze jej odstranit použitím skleněné destičky z oranžového skla, které má pro tuto vlnovou délkou nulovou propustnost

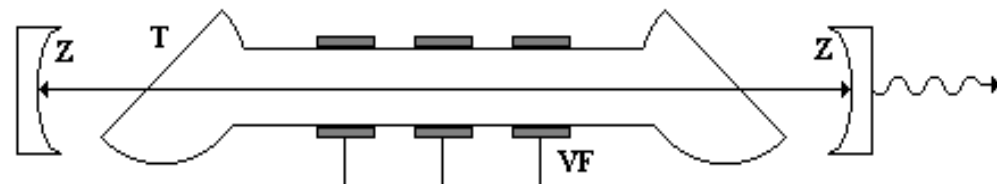
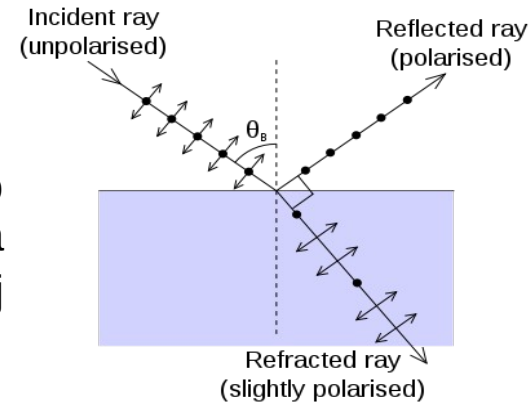
# Polarizační filtr

- Pomocí Brewsterova zákona

- v odraženém světle převládají kmity v rovině kolmé k rovině dopadu, v lomeném světle budou převládat kmity ležící v rovině dopadu. Pro určitý speciální úhel  $\theta_B$  lze odražené světlo považovat za zcela polarizované. Úhel  $\theta_B$  se nazývá Brewsterův úhel a platí pro něj vztah

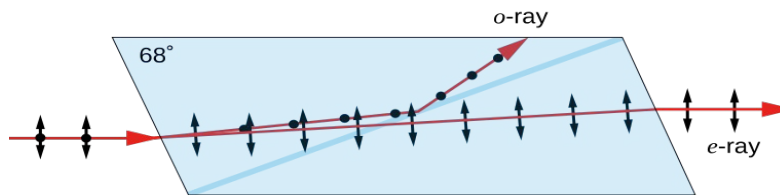
$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

- Brewsterová okénka u laserů

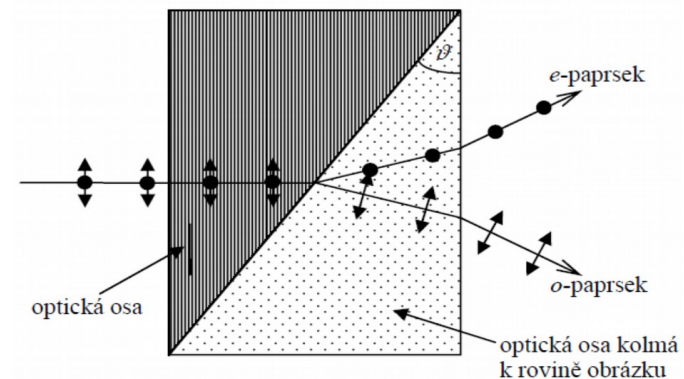


- Pomocí dvoulomných krystalů

Nicolův hranol odráží jednu polarizaci totálním odrazem na hranici vápenec kanadský balzám



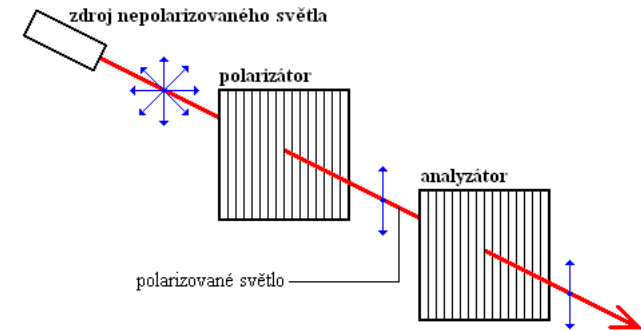
## Wollastonův hranol



# Polarizační filtr

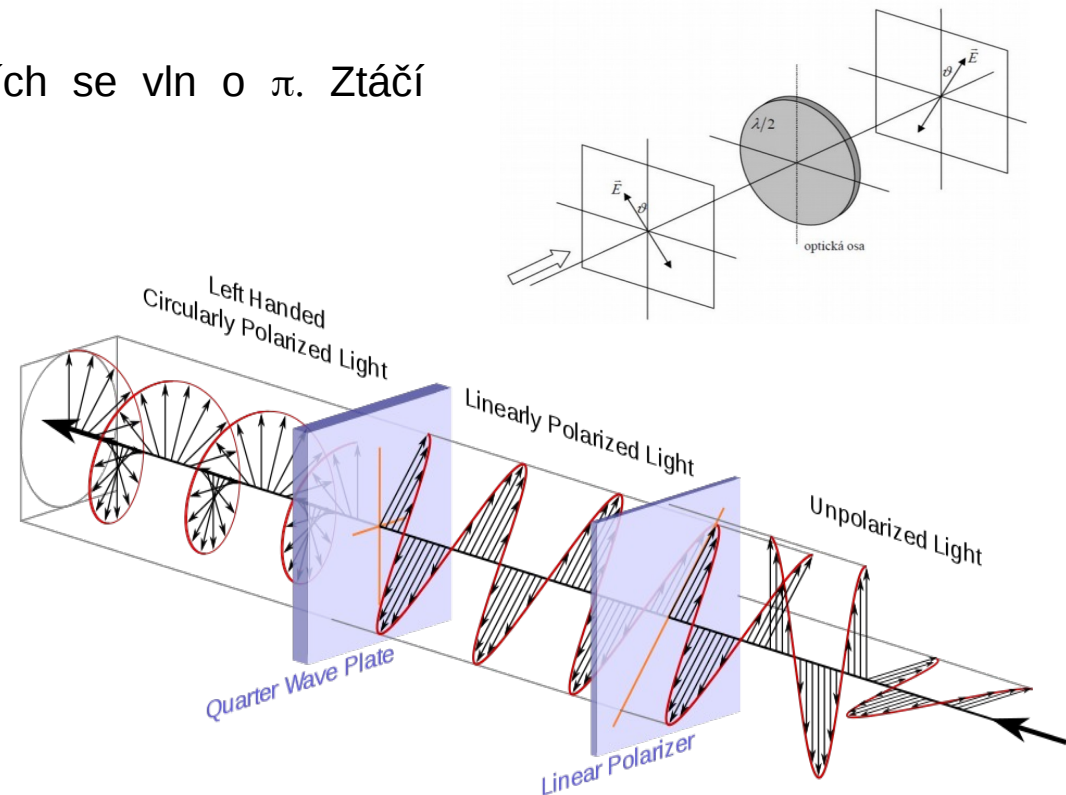
- Polarizační filtry

- zhotoveny ze dvou vrstev plastického materiálu, mezi nimiž jsou krystalky mikroskopických rozměrů látky zvané herapatit (směs síranu chininu s kyselinou sírovou, jodovodíkovou a jodem). Tato látka vykazuje dvojlom a různě polarizované světelné vlny se v ní rozdílně absorbují. Při vhodném uspořádání krystalů herapatitu z filtru vychází jen lineárně polarizované světlo mimořádného paprsku.



- Vlnové destičky

- půlvlnové způsobují rozdíl fází šířících se vln o  $\pi$ . Ztáčí rovinu polarizace
- čtvrtvlnové způsobují rozdíl fází šířících se vln o  $\pi/2$ . Mění lineárně polarizované světlo na elipticky polarizované kruhově pro úhel mezi rovinou polarizace a opt. osou  $45^\circ$

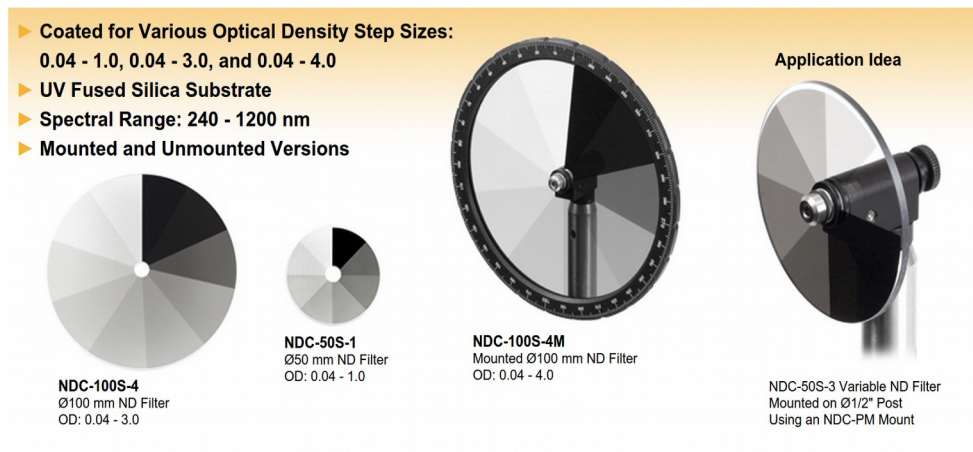


# Neutrální filtr

- Šedý filtr (neutrální filtr, anglicky neutral density, ND) se používá k redukování světla všech vlnových délek nebo barev. Důvod používání šedých filtrů je snížení intenzity svazku.
- Parametr k určení útlumu je optická hustota (optical density)  $OD$

$$OD = -\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

kde  $I$  je intenzita prošlého světla a  $I_0$  intenzita dopadajícího světla.



	Zeslabení	Optická hustota filtru	propustnost v %
	1	0.0	100%
<b>ND2</b>	1/2	0.3	50%
<b>ND4</b>	1/4	0.6	25%
<b>ND8</b>	1/8	0.9	12.5%
<b>ND16</b>	1/16	1.2	6.25%
<b>ND32</b>	1/32	1.5	3.125%
<b>ND64</b>	1/64	1.8	1.563%
<b>ND128</b>	1/128	2.1	0.781%
<b>ND256</b>	1/256	2.4	0.391%
<b>ND512</b>	1/512	2.7	0.195%
<b>ND1024</b>	1/1024	3.0	0.098%
<b>ND2048</b>	1/2048	3.3	0.049%
<b>ND4096</b>	1/4096	3.6	0.024%
<b>ND8192</b>	1/8192	3.9	0.012%