

# 7. Statistické testování



Princip testování  
Chyby  
p-hodnota

# Statistické testování – základní pojmy



➤ **Nulová hypotéza  $H_0$**

$H_0$ : sledovaný efekt je nulový

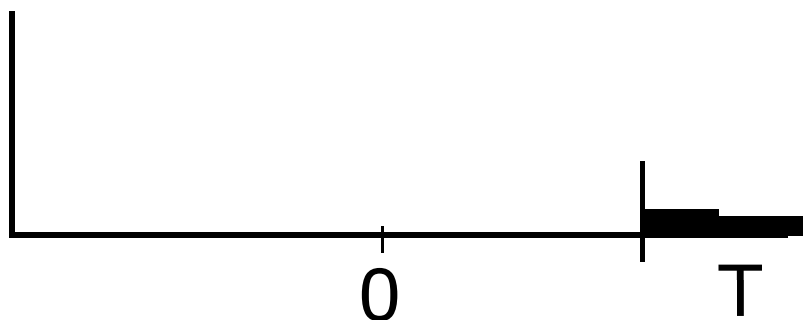
➤ **Alternativní hypotéza  $H_A$**

$H_A$ : sledovaný efekt je různý mezi skupinami

➤ **Testová statistika**

$$\text{Testová statistika} = \frac{\text{Pozorovaná hodnota} - \text{Očekávaná hodnota}}{\text{Variabilita dat}} * \sqrt{\text{Velikost vzorku}}$$

➤ **Kritický obor testové statistiky**

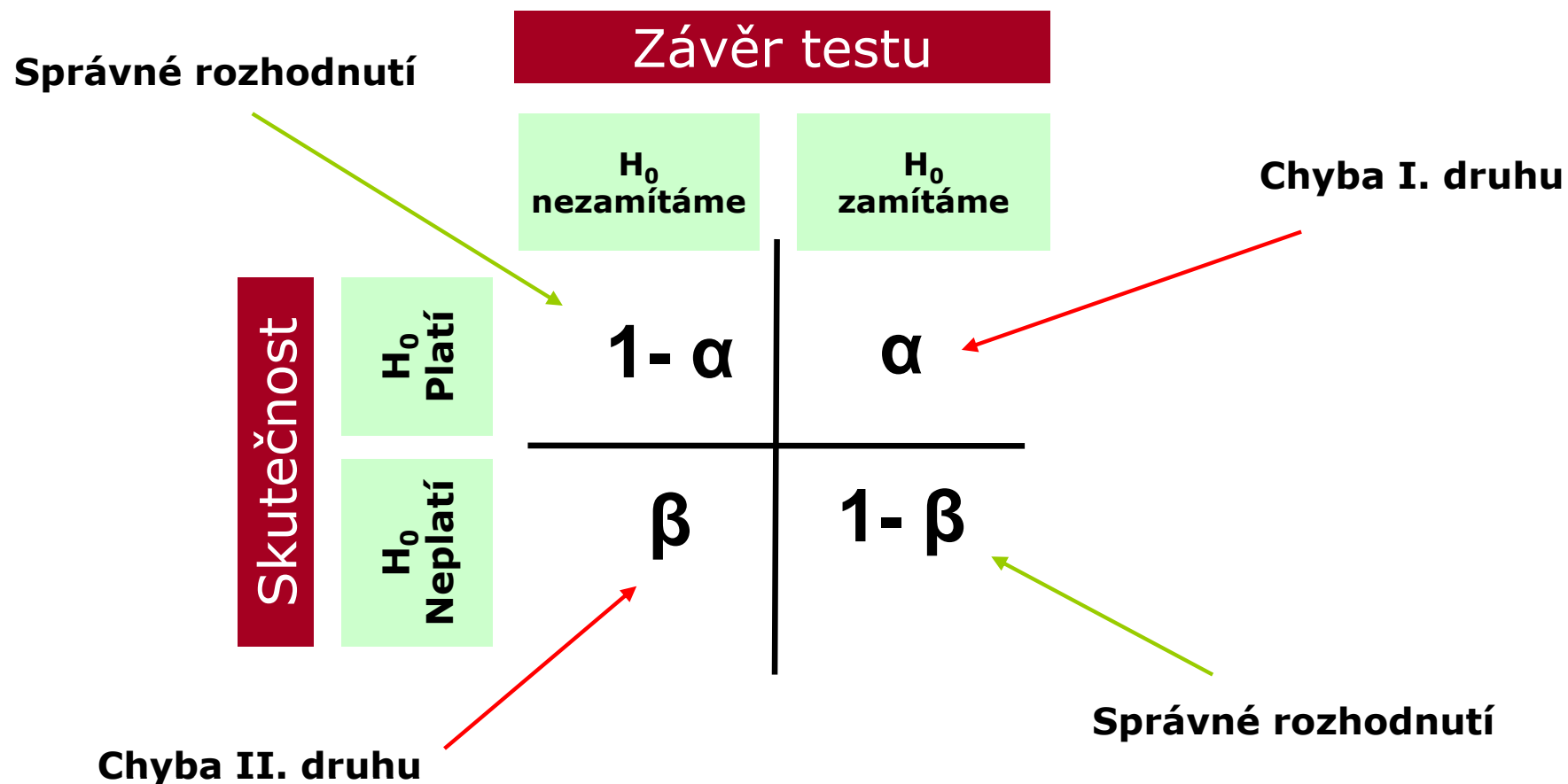


**Statistické testování odpovídá na otázku zda je pozorovaný rozdíl náhodný či nikoliv. K odpovědi na otázku je využít statistický model – testová statistika.**

# Možné chyby při testování hypotéz



- I přes dostatečnou velikost vzorku a kvalitní design experimentu se můžeme při rozhodnutí o zamítnutí/nezamítnutí nulové hypotézy dopustit chyby.



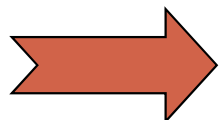
# Význam chyb při testování hypotéz



**Pravděpodobnost chyby 1. druhu**

*Před výpočtem testu si stanovujeme maximální přípustnou pravděpodobnost. Obvykle 5 %.*

$\alpha$



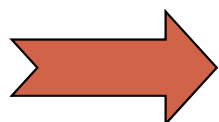
**Pravděpodobnost nesprávného zamítnutí nulové hypotézy**



**Pravděpodobnost chyby 2. druhu**

*Nemůžeme ovlivnit jinak než výběrem testu.*

$\beta$



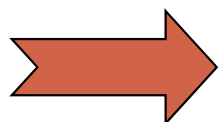
**Pravděpodobnost nerozpoznání neplatné nulové hypotézy**



**Síla testu**

*Síla testu je vlastností testu – parametrické testy mají vyšší sílu než neparametrické.*

$1-\beta$



**Pravděpodobnostně vyjádřená schopnost rozpoznat neplatnost hypotézy**

# P-hodnota



Významnost hypotézy hodnotíme dle získané tzv. p-hodnoty, která vyjadřuje pravděpodobnost, s jakou číselné realizace výběru podporují  $H_0$ , je-li pravdivá. P-hodnotu porovnáme s  $\alpha$  (hladina významnosti, stanovujeme ji na 0,05, tzn., že připouštíme 5% chybu testu, tedy, že zamítneme  $H_0$ , ačkoliv ve skutečnosti platí).

P-hodnotu získáme při testování hypotéz ve statistickém softwaru.

- Je-li p-hodnota  $\leq \alpha$ , pak  $H_0$  zamítáme na hladině významnosti  $\alpha$  a přijímáme  $H_A$ .
- Je-li p-hodnota  $> \alpha$ , pak  $H_0$  nezamítáme na hladině významnosti  $\alpha$ .

P-hodnota vyjadřuje pravděpodobnost za platnosti  $H_0$ , s níž bychom získali stejnou nebo extrémnější hodnotu testové statistiky.

# Statistické testy a normalita dat



- Normalita dat je jedním z předpokladů tzv. parametrických testů (testů založených na předpokladu nějakého rozložení) – např. *t*-testy
- Pokud data nejsou normální, neodpovídají ani modelovému rozložení, které je použito pro výpočet (*t*-rozložení) a test tak může lhát
- Řešením je tedy:
  - Transformace dat za účelem dosažení normality jejich rozložení
  - Neparametrické testy – tyto testy nemají žádné předpoklady o rozložení dat

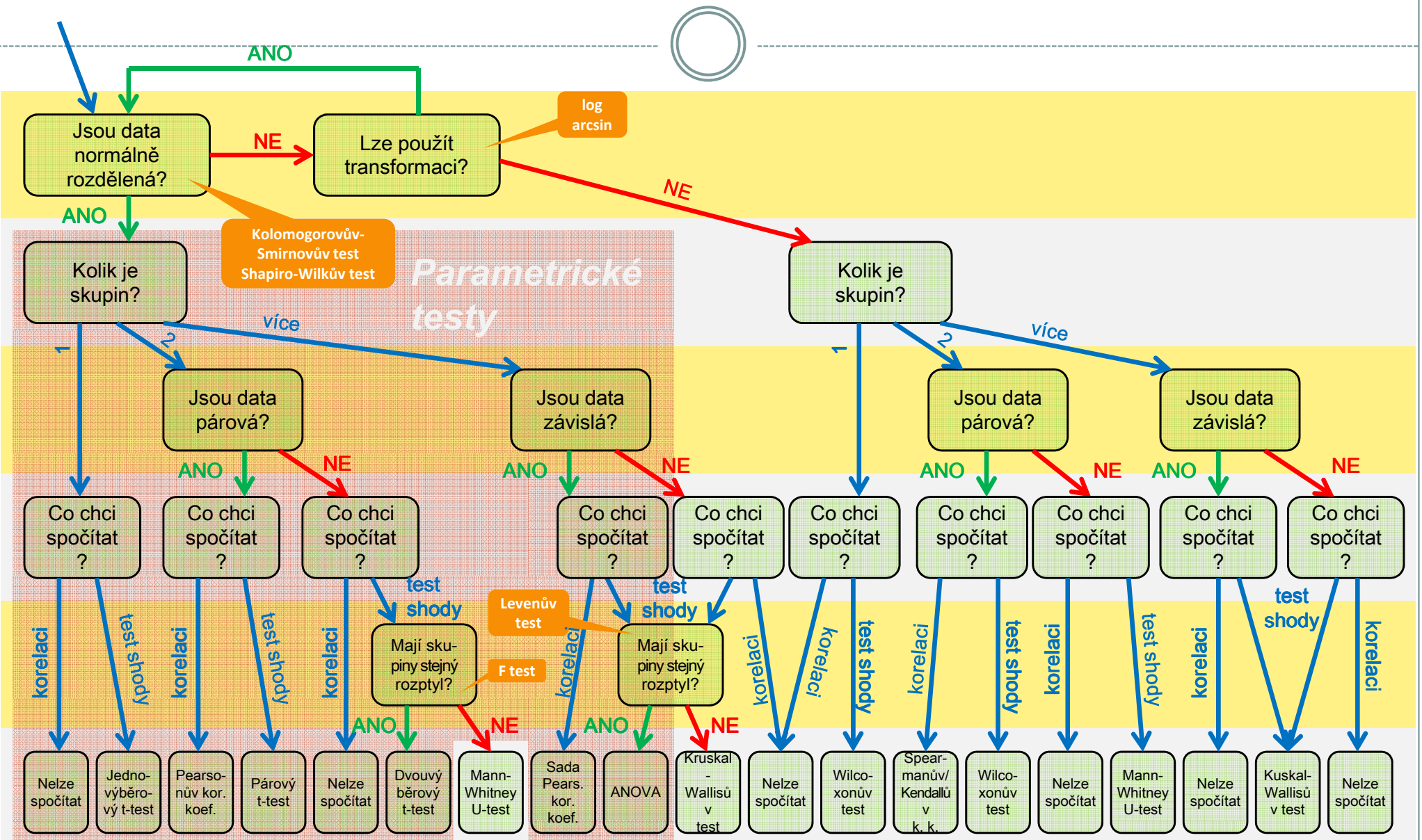
Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
2 skupiny dat nepárově:	Nepárový <i>t</i> -test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově:	Párový <i>t</i> -test	Wilcoxonův test znaménkový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskal- Wallisův test
Korelace:	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient Kendallův koeficient

# Shrnutí statistických testů



Typ srovnání	Nulová hypotéza	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat vs. etalon	Střední hodnota je rovna hodnotě etalonu.	jednovýběrový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
2 skupiny dat nepárově	Obě skupiny hodnot pochází ze stejného rozdělení.	nepárový t-test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově	Zkoumaný efekt mezi páry hodnot je nulový.	párový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
shoda rozdělení	rozdělení dat ve skupině odpovídá teoretickému (vybranému) rozdělení.	Shapiro-Wilksův test; Kolmogorovův- Smirnovův test	$\chi^2$ test, test dobré shody
homoskedasticita (shoda rozptylů)	rozptyl obou (všech) skupin je shodný.	F test; Levenův test	Bartlettův test
více skupin nezávisle	Zkoumaný efekt mezi skupinami hodnot je nulový.	ANOVA (analýza rozptylu)	Kruskal- Wallisův test
více skupin závisle	Zkoumaný efekt mezi závislými hodnotami je nulový.	ANOVA opakovaných měření	Friedmannův test
korelace	Neexistuje (příčinná, důsledková) vazba mezi skupinami hodnot.	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient; Kendallův koeficient

# Shrnutí statistických testů





# Parametrické vs. neparametrické testy



## Parametrické testy

- Mají předpoklady o rozložení vstupujících dat (např. normální rozložení)
- Při stejném  $N$  a dodržení předpokladů mají vyšší sílu testu než testy neparametrické
- Pokud nejsou dodrženy předpoklady parametrických testů, potom jejich síla testu prudce klesá a výsledek testu může být zcela chybný a nesmyslný

## Neparametrické testy

- Nemají předpoklady o rozložení vstupujících dat, lze je tedy použít i při asymetrickém rozložení, odlehlých hodnotách, či nedetekovatelném rozložení
- Snížená síla těchto testů je způsobena redukcí informační hodnoty původních dat, kdy neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich pořadí

# One-sample vs. two sample testy



## Jednovýběrové testy (one-sample)

- Srovnávají jeden vzorek (one sample, jednovýběrové testy) s referenční hodnotou (popřípadě se statistickým parametrem cílové populace).
- V testu je tedy srovnáváno rozložení hodnot (vzorek) s jediným číslem (referenční hodnota, hodnota cílové populace).
- Otázka položená v testu může být vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.

## Dvouvýběrové testy (two-sample)

- Srovnávají navzájem dva vzorky (two sample, dvouvýběrové testy).
- V testu jsou srovnávány dvě rozložení hodnot.
- Otázka položená v testu může být opět vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.
- Kromě testů pro dvě skupiny hodnot existují samozřejmě i testy pro více skupin dat.

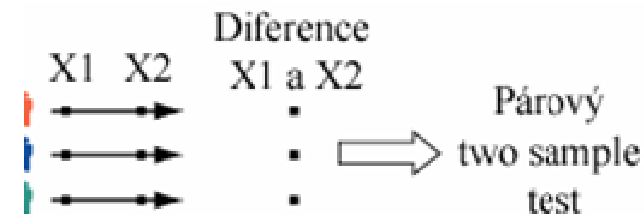
# Nepárový vs. párový design

## Nepárový design (nezávislost)

- Skupiny srovnávaných dat jsou na sobě zcela nezávislé (též nezávislý, independent design), např. lidé z různých zemí, nezávislé skupiny pacientů s odlišnou léčbou atd.
- Při výpočtu je nezbytné brát v úvahu charakteristiky obou skupin dat

## Párový design (závislost, opakovaná měření)

- Mezi objekty v srovnávaných skupinách existuje vazba, daná např. člověkem před a po operaci, reakce stejného kmene krys atd.
- Vazba může být buď přímo dána nebo pouze předpokládána (v tom případě je nutné ji ověřit)
- Test je v podstatě prováděn na diferencích skupin, nikoliv na jejich původních datech



# Normalita dat



**Normální rozdělení pravděpodobnosti je definováno rovnicí:**

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

**Kde  $f(x)$  značí hustotu pravděpodobnosti,  $\mu$  značí střední hodnotu (aritmetický průměr),  $\sigma$  značí směrodatnou odchylku a  $x$  hodnotu zkoumané veličiny.**

***Dosazením  $s$  za  $\sigma$  a  $\bar{x}$  za  $\mu$  získáme křivku idealizovaného rozdělení pro daný výběr.***