

# **BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1**

## **návody k úlohám**

**kolektiv autorů**

Ústav fyziky kondenzovaných látek

Brno, 2025

## Obsah

<b>Stručný úvod do statistického zpracování výsledků měření</b>	<b>3</b>
<b>1. Měření odporu</b>	<b>7</b>
Úkoly . . . . .	9
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	9
<b>2. Měření vrcholové lámavosti čoček</b>	<b>10</b>
Úkoly . . . . .	13
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	13
<b>3. Měření polarizační schopnosti polaroidu a ověření Malusova zákona pro reálné polaroidy</b>	<b>15</b>
Úkoly . . . . .	18
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	19
<b>4. Měření parametrů mikroskopu</b>	<b>20</b>
Úkoly . . . . .	22
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	23
<b>5. Stanovení indexu lomu hranolu metodou minimální deviace</b>	<b>24</b>
Úkoly . . . . .	26
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	26
<b>6. Závislost stáčení polarizační roviny roztoku na koncentraci</b>	<b>28</b>
Úkoly . . . . .	30
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	30
<b>7. Měření světla odraženého na povrchu dielektrika</b>	<b>32</b>
Úkoly . . . . .	35
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	35
<b>8. Měření ohniskové vzdálenosti tenkých čoček</b>	<b>37</b>
Úkoly . . . . .	41
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	41
<b>9. Měření indexu lomu látek refraktometrem</b>	<b>42</b>
Úkoly . . . . .	45
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	45
<b>10. Průchod světla planparalelní deskou a hranolem</b>	<b>46</b>
Úkoly . . . . .	49
Detailní doplňující přehled úkolů . . . . .	49

## Stručný úvod do statistického zpracování výsledků měření

Cílem měření je zjištění správné hodnoty fyzikální veličiny  $x$ . Je tedy na místě položit si otázku, jaké informace o této správné hodnotě z jednoho nebo řady opakovaných měření dostáváme. Odhlédneme-li od chyb hrubých (které vedou ke zjištění odlehlých hodnot), je každé měření je zatíženo jednak systematickou chybou, jednak chybou náhodnou. *Systematická chyba* je způsobena měřicími přístroji či nevhodným postupem a snažíme se ji v maximální možné míře potlačit vhodným plánováním měření. Ale i opakovaná měření za stejných podmínek (označíme je  $x_i, i = 1 \dots N$ ) se mezi sebou poněkud liší - měření je zatíženo *náhodnou chybou*.

Hypotetický soubor nekonečně mnoha naměřených hodnot se nazývá *populace*, přičemž předpokládáme, že testovaná veličina se během měření nemění. Chceme-li zjednodušeně popsat získané *rozdělení* změřených hodnot v populaci, můžeme k tomu využít střední hodnotu populace a její rozptyl. *Střední hodnota*  $\langle x \rangle$  populace je dána vztahem

$$N \rightarrow \infty : \quad \langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i,$$

kde  $N$  je počet měření. *Rozptyl*  $\sigma^2$  populace je veličina

$$N \rightarrow \infty : \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle)^2}{N},$$

postihující variabilitu změřených dat.

My se z našich měření budeme vždy pokoušet o odhad střední hodnoty populace, který pro nás reprezentuje správnou hodnotu měřené veličiny. Naštěstí platí, že pokud je měření ovlivňováno velkým množstvím malých a vzájemně nezávislých náhodných jevů, bude se získané rozdělení měřených hodnot blížit rozdělení *normálnímu* (Gaussovu). V takovém případě do intervalu

$$\langle x \rangle \pm k\sigma$$

padne přibližně 68,3 % změřených hodnot pro  $k = 1$ , 95,5 % pro  $k = 2$  a 99,7 % pro  $k = 3$ .

### Statistický odhad přímo měřené fyzikální veličiny - výběr z populace, konečný počet měření.

Ve skutečnosti je počet měření vždy konečné číslo  $N$  a místo celé populace získáme pouze určitý její *výběrový soubor*. Předpokládejme tedy, že naměříme sadu  $N$  hodnot  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ . Můžeme se opět pokusit o zjednodušený popis získaných dat, v tomto případě se bude jednat o výběrový průměr a jeho směrodatnou odchylku. *Výběrový průměr*  $\bar{x}$  je dán jako aritmetický průměr změřených hodnot,

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (1)$$

*směrodatná odchylka jednoho měření*  $s(x)$  je pak

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}.$$

Zůstává otázka, v jakém vztahu je například výběrový průměr k hledané střední hodnotě celé populace - pokud provedeme několik různých sad měření, jejich výběrové průměry se nepochybně budou vzájemně lišit. Tato myšlenka se dá rozvést a můžeme si namísto hodnot samotné veličiny  $x$  představit populaci výběrových průměrů z nekonečně mnoha sad měření. Získaná populace bude mít opět normální rozdělení, jehož střední hodnota se dá odhadnout kterýmkoliv z výběrových průměrů  $\bar{x}$  s nejistotou danou *směrodatnou odchylkou průměru*  $s(\bar{x})$  podle

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N - 1)}}. \quad (2)$$

Výpočet pravděpodobnosti, se kterou správná hodnota veličiny  $x$  leží v intervalu  $\bar{x} \pm k s(\bar{x})$  je nyní komplikován skutečností, že odhad konáme z jediné sady měření. Uspokojivé rozřešení tohoto problému poskytl William Gosset formou opravného koeficientu: správná hodnota veličiny  $x$  získaná z jedné sady  $N$  měření leží s pravděpodobností  $p \cdot 100\%$  (hovoříme o *hladině spolehlivosti*) v intervalu

$$\bar{x} \pm t_{p,N-1} s(\bar{x}), \quad (3)$$

kde  $t_{p,N-1}$  je zmíněný *Studentův koeficient* (Gosset publikoval pod pseudonymem Student). Výpočet Studentova koeficientu je komplikovaný, pro obvyklé hodnoty pravděpodobnosti je však pohodlně tabelován (viz níže).

Veličina  $t_{p,N-1} s(\bar{x})$  bývá označována jako *krajní nejistota*.

### Zpracování výsledků opakovaných přímých měření

Postup zpracování naměřených hodnot si ukážeme na příkladu. Bylo provedeno  $N = 10$  měření doby kmitu  $t$  kyvadla v sekundách:

$$t_i [s] : \quad 1,82 \ 1,81 \ 1,79 \ 1,80 \ 1,81 \ 1,81 \ 1,80 \ 1,83 \ 1,80 \ 1,81.$$

Aritmetický průměr dle vztahu (1) je

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \frac{1,82 + 1,81 + \dots + 1,81}{10} \text{ s} = 1,808 \text{ s},$$

a střední kvadratická odchylka aritmetického průměru podle vztahu (2) je pro náš případ

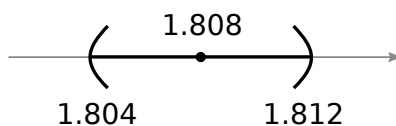
$$s(\bar{t}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{(1,82 - \bar{t})^2 + (1,81 - \bar{t})^2 + \dots + (1,81 - \bar{t})^2}{9 \cdot 10}} \text{ s} = 0,00359 \text{ s}.$$

Pro hladinu spolehlivosti 68,3 % a počet měření  $N = 10$  dostáváme z tabulky níže Studentův koeficient  $t_{0,683,9} = 1,059$  a tedy náhodná krajní nejistota aritmetického průměru je  $t_{0,683,9} s(\bar{x}) = 0,003802 \text{ s}$ .

Výsledek našeho měření zapíšeme podle vztahu (3) následovně:

$$t = \bar{t} \pm t_{p,N-1} s(\bar{t}) = (1,808 \pm 0,004) \text{ s}.$$

Jinými slovy, s pravděpodobností 68,3 % leží zjišťovaná doba kmitu kyvadla v intervalu  $\langle 1,804; 1,812 \rangle$  s:



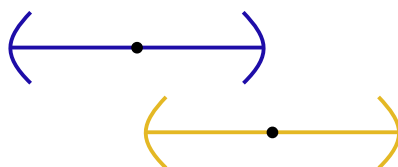
• V konečném výsledku se stanovená krajní nejistota se uvádí na jednu až dvě platné cifry a počet desetinných míst aritmetického průměru se zaokrouhluje na stejný řád, jako uvedená krajní nejistota. Výsledek našeho příkladu tak mohl být eventuálně uveden také jako

$$t = (1,8080 \pm 0,0038) \text{ s}.$$

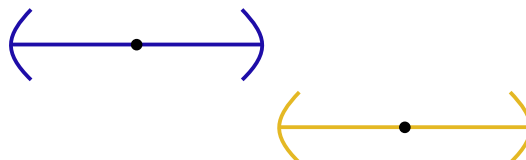
Důvodem k zavedení této úmluvy je přehlednost zápisu, výsledky uvádíme v závěru protokolu výhradně tímto způsobem.

• Pokud je v dané úloze několik různých měření, volíme libovolnou, ale pro všechna měření stejnou hladinu spolehlivosti. Samotný Studentův koeficient se však už měření od měření může lišit, neboť každé z nich mohlo mít jiný počet opakování.

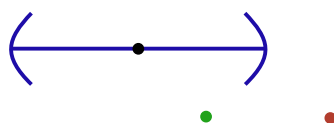
• Máme-li porovnat dvě (či více) měření, můžeme tak vždy činit pouze na základě srovnání jejich výsledných intervalů na stejné hladině spolehlivosti - pokud se intervaly alespoň částečně překryjí, řekneme, že *měření si na zvolené hladině spolehlivosti odpovídají*:



Není-li mezi intervaly překryv, řekneme, že *měření si na zvolené hladině spolehlivosti neodpovídají*:



V krajním případě lze porovnávat interval proti jedné hodnotě (například při srovnání měření s tabelovanou hodnotou):



Srovnání dvou hodnot (bez intervalů) nedává smysl. Důvodem k zavedení této úmluvy je objektivita hodnocení měření (nikdy nepoužíváme subjektivní spojení typu 'výsledky jsou si blízké', apod.).

### Zpracování výsledků nepřímých měření

Může nastat případ, že žádanou hodnotu veličiny dostaneme nepřímo z měření jiných veličin. Jako jednoduchý příklad může sloužit stanovení plochy obdélníka z opakovaného měření jeho stran.

Konkrétně, je-li veličina  $C$  součtem či rozdílem veličin  $A$  a  $B$ , platí

$$C = A \pm B : \quad s(\bar{C}) = \sqrt{s(\bar{A})^2 + s(\bar{B})^2}.$$

Je-li veličina  $C$  dána součinem či podílem veličin  $A$  a  $B$ , platí

$$D = AB, D = A/B : \quad s(\bar{D}) = \bar{D} \sqrt{\frac{s(\bar{A})^2}{\bar{A}^2} + \frac{s(\bar{B})^2}{\bar{B}^2}}.$$

V obou uvedených případech je tedy možné krajní nejistotu nepřímého měření dopočítat z nejistot určených pro přímo měřené veličiny. Poznamenejme, že mnohdy se také zavádí tzv. relativní nejistota definovaná jako

$$\varrho(\bar{A}) = s(\bar{A})/\bar{A}$$

a uváděná například v procentech. Potom pro poslední vztah můžeme také psát

$$D = AB, D = A/B : \quad \varrho(\bar{D}) = \sqrt{\varrho(\bar{A})^2 + \varrho(\bar{B})^2}.$$

Tedy stručně řečeno, kvadrát nejistoty součtu nebo rozdílu veličin je roven součtu kvadrátů nejistot jednotlivých veličin, zatímco pro součin či podíl veličin platí, že kvadrát *relativní* nejistoty součinu nebo podílu těchto veličin je roven součtu kvadrátů jejich *relativních* nejistot.

## Tabulka koeficientů Studentova rozdělení

Počet měření	Počet stupňů volnosti $\nu$	Hladina spolehlivosti $P$					
		0,50	0,68	0,90	0,95	0,98	0,99
2	1	1,000	1,838	6,314	13,968	31,821	63,657
3	2	0,816	1,321	2,920	4,527	6,965	9,925
4	3	0,765	1,197	2,353	3,307	4,541	5,841
5	4	0,741	1,142	2,132	2,869	3,747	4,604
6	5	0,727	1,111	2,015	2,649	3,365	4,032
7	6	0,718	1,091	1,943	2,517	3,143	3,707
8	7	0,711	1,077	1,895	2,429	2,998	3,500
9	8	0,706	1,067	1,860	2,366	2,896	3,355
10	9	0,703	1,059	1,833	2,320	2,821	3,250
11	10	0,700	1,053	1,812	2,284	2,764	3,169
12	11	0,697	1,048	1,796	2,255	2,718	3,106
13	12	0,696	1,043	1,782	2,231	2,681	3,055
14	13	0,694	1,040	1,771	2,212	2,650	3,012
15	14	0,692	1,037	1,761	2,195	2,625	2,977
16	15	0,691	1,034	1,753	2,181	2,603	2,947
17	16	0,690	1,032	1,746	2,169	2,584	2,921
18	17	0,689	1,030	1,740	2,158	2,567	2,898
19	18	0,688	1,029	1,734	2,149	2,552	2,878
20	19	0,688	1,027	1,729	2,141	2,540	2,861
21	20	0,687	1,026	1,725	2,133	2,528	2,845
	25	0,684	1,020	1,708	2,105	2,485	2,787
	30	0,683	1,017	1,697	2,087	2,457	2,750
	40	0,681	1,013	1,684	2,064	2,423	2,704
	50	0,679	1,010	1,676	2,051	2,403	2,678
	100	0,677	1,005	1,660	2,025	2,364	2,626
	$\infty$	0,675	1,000	1,645	2,000	2,326	2,576

Tabulka 1: Tabulka Studentových koeficientů  $t_{P,\nu}$ .

### Poznámka

Předchozí vztahy jsou odvozeny za mnoha předpokladů; mezi jinými jsou to předpoklady, že náhodné odchylky naměřených hodnot splňují Gaussovo rozdělení, jednotlivé naměřené hodnoty jsou statisticky nezávislé a podobně. Také v těchto vztazích nejsou zahrnuty další možné vlivy, jako odchylky měřicích přístrojů, či nevhodné metody zpracování. Tento návod je třeba brát pouze jako pomocný seznam několika potřebných vztahů. Pro detailnější rozbor odkazujeme na literaturu, která je dostupná v hojném počtu i v českém jazyce.

### Literatura:

- [1] Pánek Petr, *Úvod do fyzikálních měření*, MU Brno 2001.
- [2] Meloun Milan, Militký Jirí, *Statistické zpracování experimentálních dat*, PLUS Praha 1994.
- [3] Mitvalský Vladimír, *Zpracování naměřených hodnot*, VUT Brno (1978)

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

## 1. Měření odporu

### Cíle úlohy

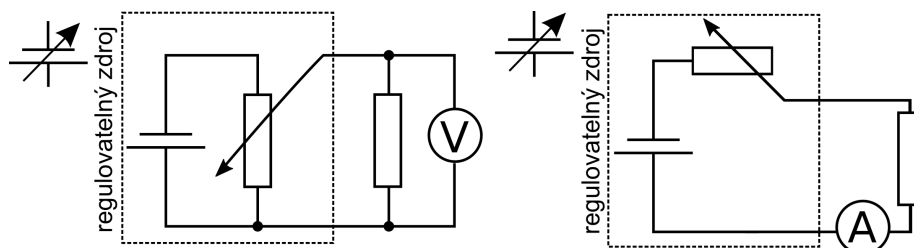
- Změřit přímou a nepřímou metodou odpor rezistoru
- Ověřit vztahy pro celkový odpor rezistorů řazených sériově a paralelně.

### Teorie

Odpor rezistoru (nebo vodiče, části obvodu, součástky, spotřebiče) je definován vztahem

$$R = \frac{U}{I},$$

kde  $I$  je proud protékající rezistorem a  $U$  je napětí na rezistoru. Jednotkou odporu je ohm:  $1\Omega = 1V/1A$ . Je-li poměr napětí a proudu a tedy odporu rezistoru konstantní (nezávislý na protékajícím proudu), říkáme, že takový rezistor je lineární a platí pro něj Ohmův zákon: přímá úměra mezi proudem a napětím. Ostatní rezistory, které tuto podmínku nesplňují, jsou nelineární a Ohmův zákon pro ně neplatí. Rezistory se používají v obvodech a spotřebičích pro nejrůznější funkce, významnou funkcí rezistoru je proměna elektrické energie v Jouleovo teplo:  $P_j = R \cdot I^2$  - každý rezistor se průchodem proudu ohřívá. Proměnný rezistor můžeme použít jako regulační odpor ve funkci reostatu (při regulaci proudu ze zdroje do spotřebiče), nebo potenciometru (při regulaci napětí ze zdroje:



Obrázek 1: Proměnný odpor při regulaci napětí (vlevo) a proudu (vpravo).

Obě zapojení lze použít k měření voltampérových charakteristik spotřebiče a rozhodnout, zda splňuje nebo nesplňuje Ohmův zákon. Měření odporu můžeme provádět v zásadě dvěma způsoby: přímou metodou a nepřímými metodami. Přímá metoda vychází přímo z definice odporu a k jeho určení se měří napětí a proud v zapojení uvedeném na předcházejících obrázcích doplněných voltmetrem nebo ampérmetrem. Mezi významné nepřímé metody patří můstkové metody a srovnávací metoda. O nich je podrobně pojednáno v [1].

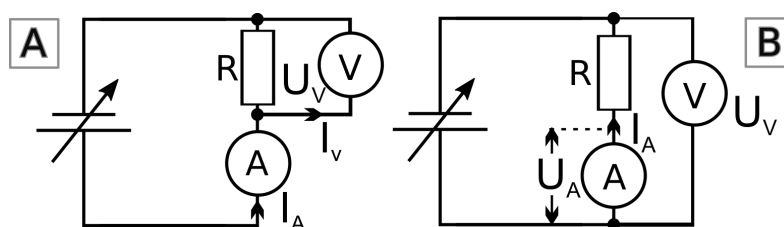
### Přímá metoda

Jsou možná dvě zapojení voltmetru a ampérmetru do obvodu s měřením rezistorem  $R$ :

V žádném ze zapojení nejsou údaje voltmetru  $U_V$  a ampérmetru  $I_A$  totožné zároveň s napětím  $U$  i proudem  $I$  v definici odporu, protože voltmetr má konečný (vnitřní) odpor  $R_V$  a ampérmetr má nenulový odpor  $R_A$ . K určení  $U$  a  $I$  proto použijeme Kirchhoffovy zákony:

Zapojení A:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_V}{I_A - I_V}, \quad I_V = \frac{U_V}{R_V}$$



Obrázek 2: Možná zapojení pro ověření Ohmova zákona přímou metodou.

Zapojení B:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_V - U_A}{I_A}, \quad U_A = I_A R_A$$

V zapojení A zmenšujeme proud tekoucí ampérmetrem o proud  $I_V$  voltmetrem a v zapojení B zmenšujeme údaj voltmetru o úbytek napětí  $U_A$  na ampérmetru. To jsou tzv. korekce na vnitřní odpor voltmetru a ampérmetru. Provádíme je tehdy, není-li proud voltmetrem  $I_V$  zanedbatelně malý vzhledem k chybě údaje ampérmetru, resp. není-li úbytek napětí na ampérmetru  $U_A$  zanedbatelně malý vzhledem k chybě údaje voltmetru. Chyby údajů voltmetru nebo ampérmetru můžeme určit z rozsahu a třídy přesnosti u ručičkových měřidel a z technických parametrů výrobce u číslicových měřidel.

K běžnému i laboratornímu měření proudů, napětí a odporů se používají tzv. multimetry, většinou digitální. U těchto přístrojů se měří odpor většinou přímou metodou tak, že z vnitřního zdroje konstantního proudu protéká proud měřeným rezistorem (proud je nezávislý na velikosti měřeného odporu) a voltmetrem (vestavěným) se měří úbytek na rezistoru, který se displeji zobrazuje přímo v ohmech. Pro vyloučení vlivu přívodních vodičů jsou některé multimetry vybaveny možností tzv. čtyřvodičového připojení měřeného rezistoru, kdy jsou odděleny přívody od zdroje proudu od přívodů k voltmetru.

## Experimentální provedení

Měření odporu přímou metodou provedeme v zapojení podle schématu A nebo B Obrázku 2. Regulaci proudu protékajícího měřeným rezistorem provádíme pomocí elektronického zdroje (např. BK 127, kterým lze regulovat napětí od 0 do 20V při proudu do 1A), voltmetr připojíme buď na rezistor (A) nebo na rezistor a ampérmetr (B). Při měření postupujeme od nejmenšího k největšímu proudům. Při tomto způsobu měření můžeme ověřit, zda hodnota odporu měřeného rezistoru závisí nebo nezávisí na velikosti proudu.

## Zpracování měření

Výsledky měření uveďte ve formě tabulek. U přímé metody uvádějte údaje měřících přístrojů  $U_V$ ,  $I_A$  a zjištěnou hodnotu  $R$ ; opravy o  $I_V$  a  $U_A$  zanedbejte. Vypočítejte střední hodnoty a střední kvadratické odchylky a pomocí nich intervaly spolehlivosti, ve kterých měřené hodnoty odporu rezistorů leží na vámi zvolené hladině spolehlivosti.

Pro měřené odpory a jejich kombinace sestrojte společný graf závislosti měřeného napětí na proudu protékajícím rezistorem,  $U = f(I)$ , a rozhodněte, zda jsou rezistory lineární.

Pomocí vztahů pro sériové a paralelní řazení rezistorů vypočítejte odhad středních hodnot odporu  $\bar{R}_s$  a  $\bar{R}_p$  v těchto zapojeních a porovnejte tyto odhady s jejich přímo měřenými hodnotami. Rozhodněte, zda vaše měření platnost vztahů

$$\bar{R}_s = \bar{R}_1 + \bar{R}_2 \quad \frac{1}{\bar{R}_p} = \frac{1}{\bar{R}_1} + \frac{1}{\bar{R}_2}$$

potvrzuje.



## Úkoly

- (a) Změřte opakovaně odpor rezistoru  $R_1$  a rezistoru  $R_2$  přímou metodou při různých proudech v zapojení A
- (b) Rozhodněte na základě výsledků měření přímou metodou, zda rezistory  $R_1$  a  $R_2$  jsou lineární, tj. zda splňují Ohmův zákon
- (c) Změřte opakovaně odpor rezistorů  $R_1$  a  $R_2$  zapojených sériově a zapojených paralelně přímou metodou při různých proudech v zapojení A
- (d) Přesvědčte se, zda platí vztahy pro sériové a paralelní řazení rezistorů
- (e) Změřte opakovaně odpor rezistoru  $R_1$  a rezistoru  $R_2$  přímou metodou při různých proudech v zapojení B
- (f) Ověřte měření odporu rezistorů  $R_1$  a  $R_2$  multimetrem.
- (g) Posud' te, zda se výsledky měření odporu rezistorů  $R_1$  a  $R_2$  přímou metodou v zapojení A i B a multimetrem shodují.

## Literatura:

- [1] Kučírková A., Navrátil K.: *Fyzikální měření I.*, SPN Praha 1986

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

1. Změřte opakovaně odpor rezistoru  $R_1$  a rezistoru  $R_2$  přímou metodou při různých proudech (cca. 10 hodnot proudu).
2. Změřte opakovaně odpor kombinace rezistorů  $R_1$  a  $R_2$  zapojených sériově resp. paralelně přímou metodou při různých proudech (cca. 10 hodnot proudu).
3. Vykreslete naměřené závislosti proudu na napětí (viz úkoly 1. a 2.) a rozhodněte na základě výsledků měření přímou metodou, zda rezistory  $R_1$  a  $R_2$  a jejich kombinace jsou lineární rezistory, tj. zda splňují Ohmův zákon.
4. Vypočtete odpory rezistorů  $R_1$  a  $R_2$  z dat naměřených v úkolu 1. a hodnoty statisticky zpracujte.
5. Vypočtete odpory sériového a paralelního zapojení odporů  $R_1$  a  $R_2$ .
6. Po zpracování dat ověřte, zda platí vztahy pro odpory sériového resp. paralelního řazení rezistorů srovnáním přímo měřených hodnot odporů z úkolu 5. a hodnot vypočtených podle teoretického vztahu z jednotlivých odporů rezistorů  $R_1$  a  $R_2$  (viz úkol 4.).

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

## 2. Měření vrcholové lámavosti čoček

### Cíle úlohy

- učit index lomu ploskovypuklé a ploskoduté čočky
- učit vzdálenosti odpovídajících hlavních rovin, jsou-li čočky přitisknuty plochými stěnami k sobě a zakřivenými stěnami k sobě.

### Teorie

V této úloze se zaměříme na srovnání optické mohutnosti a vrcholové lámavosti. V textu budeme užívat standardní znaménkovou konvenci, přiřazující kladná znaménka vzdálenostem měřeným od čočky směrem doprava a záporná znaménka vzdálenostem měřeným směrem doleva (především pro poloměry křivosti stěn čočky).

Základním vztahem svazujícím geometrické (poloměry křivosti  $r_i$  a tloušťku  $d$ ) a materiálové (index lomu  $n_l$ ) parametry čočky s její mohutností je Gullstrandova rovnice,

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \frac{d}{n_l} \varphi_1 \varphi_2,$$

kde  $\varphi$  je mohutnost čočky v obrazovém prostoru a

$$\varphi_1 = \frac{n_l - n}{r_1} \quad \varphi_2 = \frac{n' - n_l}{r_2}$$

jsou mohutnosti jednotlivých stěn čočky. Přitom  $n$  a  $n'$  jsou po řadě indexy lomu prostředí před čočkou a za čočkou. My budeme uvažovat čočku obklopenou vzduchem,  $n' = n = 1$ .

Pokud by šlo navíc zanedbat poslední člen v Gullstrandově rovnici, jednalo by se o čočku opticky tenkou, jejíž mohutnost je prostým součtem mohutností jejích stěn.

### Vrcholová lámavost

Stojí za povšimnutí, že má-li čočka plochou stěnu, je z optického hlediska vždy tenká, nezávisle na své tloušťce: skutečně, pro  $r_i \rightarrow \infty$  dostáváme  $\varphi_i \rightarrow 0$  a třetí člen v Gullstrandově rovnici nevystupuje. Celková mohutnost čočky s plochou stěnou je tak rovna mohutnosti zbývající stěny (a tedy podle očekávání nulová, jsou-li ploché stěny obě, jako je tomu v případě planparalelní desky nebo hranolu).

Mohutnost čočky  $\varphi$  je úzce svázána s ohniskovou vzdáleností, v našem jednoduchém případě čočky ponořené ve vzduchu platí

$$\varphi = \frac{1}{f}.$$

To činí z mohutnosti veličinu prakticky obtížně měřitelnou, neboť ohnisková vzdálenost čočky je definována jako vzdálenost ohniska od příslušné hlavní roviny čočky. Hlavní roviny čočky přitom obecně nesplývají s jejími vrcholovými rovinami a leží v obecné poloze.

Z tohoto důvodu zavádíme sečnou ohniskovou vzdálenost  $s$ , definovanou jako vzdálenost ohniska od příslušného vrcholu čočky. V analogii s mohutností zavádíme také vrcholovou lámavost  $S$  jako

$$S = \frac{1}{s}.$$

Dá se ukázat, že pro vrcholové lámavosti jednotlivých stěn čočky obklopené vzduchem platí

$$S_1 = \frac{\varphi}{1 - \frac{d}{n_l}\varphi_2} \quad S_2 = \frac{\varphi}{1 - \frac{d}{n_l}\varphi_1}.$$

Této vlastnosti vrcholové lámavosti využijeme pro měření indexu lomu fokometrem. Za normálních okolností je ve fokometru měřená čočka umístěna jednou ze svých stěn v ohniskové rovině kolimátoru, a měří se tak právě vrcholová lámavost této stěny. Přitom z obou stran čočky je vzduch. Toho můžeme využít, pokud speciálně zvolíme čočku s jednou stěnou plochou, řekněme  $\varphi_1 = 0$ . V takovém případě platí

$$r_1 \rightarrow \infty : \quad S_2 \equiv \varphi,$$

a při uložení čočky na stolek fokometru zakřivenou stěnou měříme přímo mohutnost celé čočky.

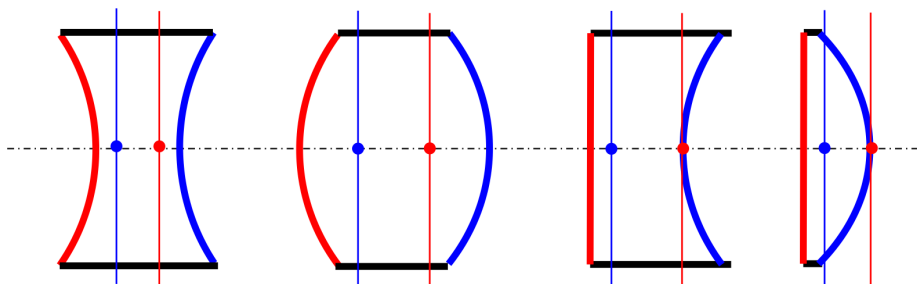
My využijeme speciálního tvaru naší čočky a změříme ji rovněž položenou na stolek fokometru stěnou plochou. Naše čočka je tenká a platí tedy pro ni z Gullstrandovy rovnice  $\varphi \equiv \varphi_2$ . Použitím výše uvedených vztahů pak pro vrcholovou lámavost ploché stěny čočky můžeme psát

$$r_1 \rightarrow \infty : \quad S_1 = \frac{\varphi}{1 - \frac{d}{n_l}\varphi_2} = \frac{\varphi}{1 - \frac{d}{n_l}\varphi} = \frac{S_2}{1 - \frac{d}{n_l}S_2}.$$

Obě vrcholové lámavosti umíme změřit, takže z předchozí rovnice můžeme vyjádřit neznámý poměr  $d/n_l$ , jako

$$\frac{d}{n_l} = \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1}.$$

Pokud budeme znát tloušťku naší čočky, můžeme z měření fokometrem určit její index lomu.



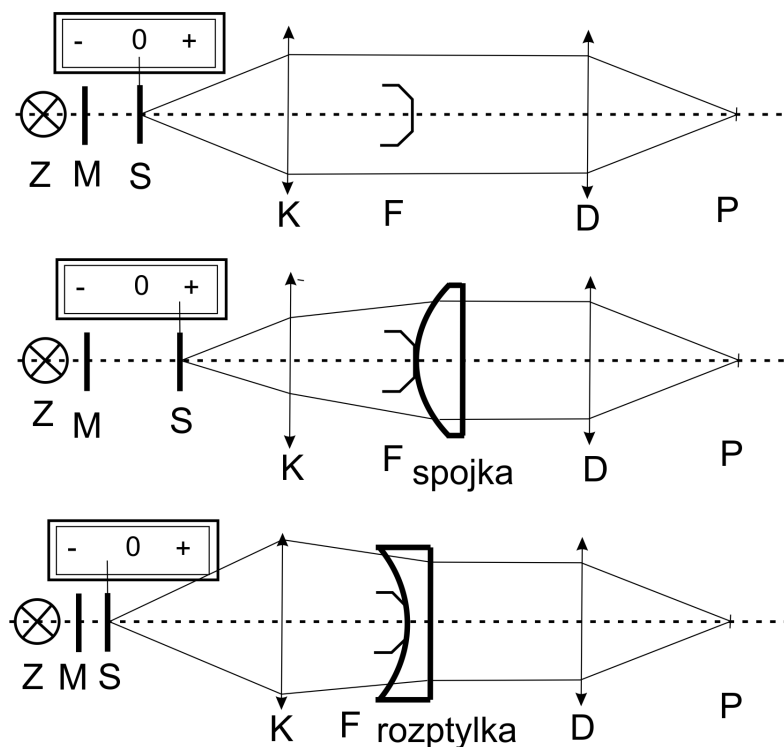
Obrázek 3: Schematické znázornění poloh hlavních rovin vzhledem ke stěnám dvojduté, dvojevypuklé, ploskoduté a ploskovypuklé čočky popořadě. Křivost modré resp. červené lámavé plochy pak ovlivňuje polohu modré resp. červené hlavní roviny vzhledem k opačné lámavé ploše. Tenké čáry zde označují samotné hlavní roviny.

### Složená čočka

Na závěr ověříme vztahy pro řazení čoček do složených optických systémů. Protože uvažujeme opticky tenké čočky, můžeme pro výslednou mohutnost  $\varphi'$  složené optické soustavy použít vztah

$$\varphi' = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1\varphi_2d,$$

kde  $d$  je vzdálenost vnitřních hlavních rovin čoček. Pokud známe mohutnosti  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  obou vstupních čoček, a výslednou čočku můžeme prohlásit za tenkou, lze z předchozího vztahu měřením na fokometru určit vzdálenost odpovídajících hlavních rovin čoček ve složeném systému.

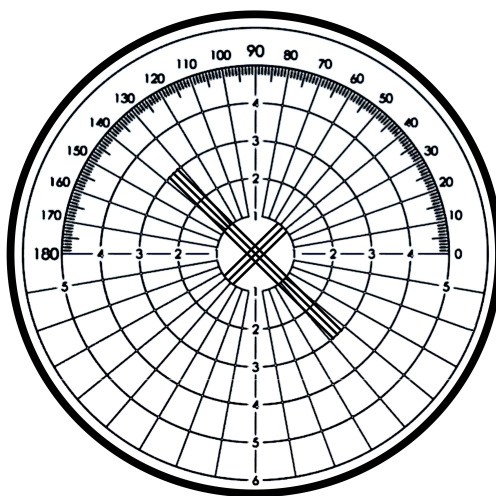


Obrázek 4: Zjednodušené schéma projekčního fokometru zobrazeného bez čočky a pak se spojkou nebo rozptylkou: Z zdroj světla s filtrem, M promítaný motiv, S stupnice, K čočka kolimátoru, F stolek pro měřenou čočku v ohniskové rovině kolimátoru, D dalekohled, P projekční obrazovka

## Experimentální provedení

V laboratorní úloze použijeme projekční fokometr Nikon PL-2, abychom minimalizovali subjektivní vliv obsluhy fokometru.

Promítaný obrazec má tvar kříže s centrální kružnicí svítících bodů. Po vložení čočky otáčíme měřicím kolem tak dlouho, dokud obrazec není zaostřen. Na stupnici pod matnicí potom odečteme hodnotu vrcholové lámavosti pro aktuální konfiguraci.



Obrázek 5: Promítaný motiv fokometru se skládá z kříže a kružnice.

Na samotné matnici fokometru můžeme také odečítat několik dalších údajů. Kromě natočení, které by se uplatnilo při použití sferocylindrických čoček, je na matnici také vyznačena soustava soustředných kružnic, které postupně od středu odpovídají decentrování čočky o jednu, dvě atd. prizmatické dioptrie.

Pro vyšší přesnost čtení je na stupnici fokometru připevněno zpřesňující měřítko.

Příchyt čočky ani značítka vrcholu nebudeme v naší laboratorní úloze využívat.

## Zpracování měření

Zpracujte statisticky měření vrcholové lámavosti obou čoček, odděleně pro obě orientace čoček na měřicím stolku. Jak vyplývá z výše uvedených vztahů, v případě měření plochou stěnou položenou na stolek fokometru zjištěná vrcholová lámavost splývá s mohutností čočky. Pro potřeby výpočtu lomu obou čoček zpracujte statisticky také měření tloušťek obou čoček; při určování indexu lomu čoček použijte pouze průměrné hodnoty tloušťek čoček. Získané hodnoty indexu lomu zpracujte statisticky zvášť pro každou z čoček.

Při výpočtu vzdálenosti hlavních rovin čoček z měření složené soustavy použijte průměrné hodnoty zjištěných mohutností z předchozího kroku; samotná měření vzdálenosti čoček zpracujte statisticky.

## Úkoly

- Změřte opakovaně mikrometrem vrcholovou tloušťku ploskovypuklé a ploskoduté čočky (zde použijte hrotový mikrometr nebo nastavení kovovými kuličkami).
- Zkalibrujte nulovou polohu fokometru v nepřítomnosti vzorku.
- Opakovaně decentrujte vybranou čočku na stolek fokometru na hodnotu přibližně jedné prizmatické dioptrie v nahodilém směru a odečtěte její vrcholovou lámavost. Použijte přitom jemnou stupnici k přesnějšímu odečtu.
- Proveďte předchozí bod pro obě stěny obou vybraných čoček.
- Proveďte obdobné měření pro čočky spojené plochými stěnami a spojené zakřivenými stěnami.
- Proveďte výpočet indexu lomu u jednotlivých čoček případně určete tloušťku spojených čoček využitím Gullstrandovy rovnice.

## Literatura:

- [1] Kučírková A., Navrátil K.: Fyzikální měření I., SPN Praha 1986
- [2] Nikon PL-2, návod k použití fokometru (k dispozici v laboratoři)

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

- Všechna měření v této úloze opakujte pětkrát až desetkrát abyste mohli provést statistické zpracování měřených hodnot. Pro pohodlné zpracování měření proveďte pro každý typ měření vždy stejný počet měření.
- Změřte opakovaně mikrometrem vrcholovou tloušťku ploskovypuklé a ploskoduté čočky. U ploskoduté čočky použijte kuličku malého průměru k dosažení dna vyduté části čočky. Poloměr kuličky taktéž změřte a odečtěte od rozměru ploskoduté čočky s vloženou kuličkou pro zjištění skutečné tloušťky čočky. Dále změřte tloušťky soustav čoček vzniklých spojením ploskoduté a ploskovypuklé čočky pro případy přiložení čoček zakřivenými resp. plochými stranami k sobě.
- Zkalibrujte nulovou polohu fokometru v nepřítomnosti vzorku, tj. proveďte měření na fokometru bez vložení čočky.

4. Změřte vrcholové lámavosti obou stran u obou čoček. Postupujte tak, že decentrujete čočku na stolku fokometru na hodnotu přibližně jedné prizmatické dioptrie v nahodilém směru a odečtete vrcholovou lámavost. Použijte přitom dodatečnou jemnou stupnici s dělením na 0,05 dpt k přesnějšímu odečtu. Měřenou vrcholovou lámavost korigujeme při zpracování na kalibrovanou nulovou polohu fokometru odečtením nulové polohy.
5. Z měření v bodech 2. a 4. stanovte indexy lomu materiálů jednotlivých čoček a statisticky zpracujte pro každou z čoček. Pro získání dobrého odhadu nejistoty kombinujte měření vrcholové lámavosti ploché a zakřivené strany příslušné čočky a naměřenou hodnotu tloušťky čočky stejného pořadového čísla (tj. první měření, druhá měření atd. z každé série měření).
6. Proveďte měření vrcholových lámavostí obou stran soustav čoček pro čočky spojené plochými resp. zakřivenými stěnami.
7. Vypočtete vzdálenost přilehlých hlavních rovin soustav čoček. Jako mohutnost složené soustavy čoček  $\varphi'$  použijte průměrnou hodnotu vrcholových lámavostí zjištěných pro dvě orientace soustavy čoček v kroku 6. Výsledné vzdálenosti hlavních rovin statisticky zpracujte a srovnajte obdržené vzdálenosti hlavních rovin pro přiložení čoček plochými a zakřivenými stranami na sebe s předpokládanou vzdáleností vrcholů přiložených stěn (tj. rozdílu tloušťky soustavy čoček a součtu tloušťek jednotlivých čoček).

Pozn.: V případě měření vrcholové lámavosti ploskoduté či ploskovypuklé čočky se vrcholová lámavost měřená v případě přiložení čočky zakřivenou stěnou na stolek fokometru přímo rovná mohutnosti čočky, viz text výše.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

## 3. Měření polarizační schopnosti polaroidu a ověření Malusova zákona pro reálné polaroidy

### Cíle úlohy

- Změřit intenzitu přirozeného světla prošlého souborem dvou polarizátorů v závislosti na jejich vzájemném natočení a porovnat ji s teoretickou předpovědí Malusova zákona
- Pro přirozené světlo a jeho vybrané monochromatizované části stanovit kvalitu polarizace polaroidu.

### Teorie

Zdroje světla si lze představit jako soubor velkého množství vzájemně nezávislých zdrojů elektromagnetického záření (atomy, molekuly). Světlo vyzařované např. jedním atomem je lineárně polarizované tzn. že vektor intenzity elektrického pole  $\vec{E}$  se v čase mění v přesně definované rovině – rovině kmitové (která je vždy kolmá na směr šíření světelné vlny). V daném okamžiku se ale ve směru vybraného paprsku světla šíří energie vyzařovaná mnoha různými elementárními zdroji. Tyto elementární zdroje jsou vzájemně nezávislé, takže jsou v celkové postupující vlně zastoupeny všechny možné kmitové roviny; hovoříme o *přirozeném světle*.

Z přirozeného světla můžeme získat lineárně polarizovanou vlnu pomocí polarizačních přístrojů – polarizátorů – a to buď odrazem nebo lomem. Pro další výklad je potřeba zavést pojem roviny dopadu, která je dána kolmicí k ploše na niž světlo dopadá a směrem letu dopadajícího paprsku světla. Každý kmit přirozeného světla lze rozložit na složku ležící v rovině dopadu (*p-složka*) a kolmou k rovině dopadu (*s-složka*).

#### Polarizace odrazem

Při odrazu přirozeného světla na dielektrickém zrcadle při zvětšujícím se úhlu dopadu od kolmice začínají v odraženém světle převládat kmity vektoru  $\vec{E}$  kolmé k rovině dopadu (viz [1], str. 164), světlo se stává částečně polarizovaným. Pro poměr dopadající ( $E_i$ ) a odražené ( $E_r$ ) amplitudy světelné vlny zavádíme koeficient odrazivosti  $r = E_r/E_i$ . Koeficienty odrazu se liší pro s- a p- složku světla a při odrazu na dielektriku pro ně platí

$$r_p = \frac{\tan(\varphi_0 - \varphi_1)}{\tan(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad r_s = -\frac{\sin(\varphi_0 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad (4)$$

kde  $\varphi_0$  je úhel dopadu,  $\varphi_1$  úhel lomu na rozhraní vzduch-dielektrikum.

Lze dosáhnout situace, kdy  $r_p = 0$ , tj. tehdy, když se  $\tan(\varphi_0 + \varphi_1)$  blíží k nekonečnu, pak  $\varphi_0 + \varphi_1 = \pi/2$  a paprsek odražený a lomený jsou na sebe kolmé. Je-li ale  $r_p = 0$ , dostáváme v odraženém světle pouze s-složku, tedy odražené světlo je úplně lineárně polarizované a tento úhel se nazývá polarizační, nebo také *Brewsterův úhel*.

Ze Snellova zákona plyne v našem případě

$$n = \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_1}$$

kde  $n$  je index lomu dielektrika. Pak, položíme-li  $\varphi_0 \equiv \varphi_B$  a tedy  $\varphi_1 = \pi/2 - \varphi_B$ , platí

$$n = \frac{\sin \varphi_B}{\sin(\pi/2 - \varphi_B)} = \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_B} = \tan \varphi_B \quad (5)$$

Budeme-li úhel dopadu dále zvyšovat za hodnotu Brewsterova úhlu, obě složky se začnou v odražené vlně opět vyrovnávat, až pro dopad rovnoběžný s rozhraním nabudou společně jednotkové hodnoty (žádné světlo do nepřechází do dielektrika).

Pokud nás zajímá koeficient odrazivosti nikoliv amplitudy  $E$  elektrického pole světelné vlny, ale koeficient odrazivosti  $R$  její světelné intenzity  $I$  (kterou detekujeme očima i přístroji), platí v případě neabsorbujícího dielektrika jednoduchý vztah

$$R_s = r_s^2 \quad R_p = r_p^2.$$

Intenzita přirozeného světla (které obsahuje rovnoměrnou směs obou typů polarizace) odraženého na rozhraní dvou prostředí je dána vztahem

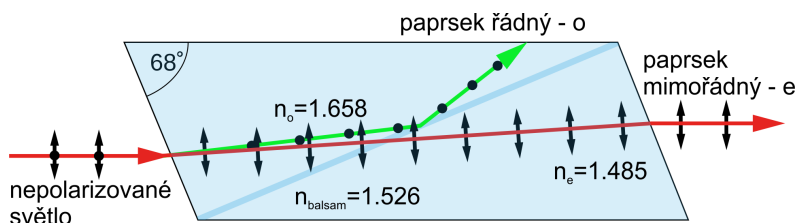
$$I^{(r)} = \frac{I_s^{(r)} + I_p^{(r)}}{2}, \quad (6)$$

čili

$$R = \frac{R_s + R_p}{2}.$$

### Polarizace dvojlomem

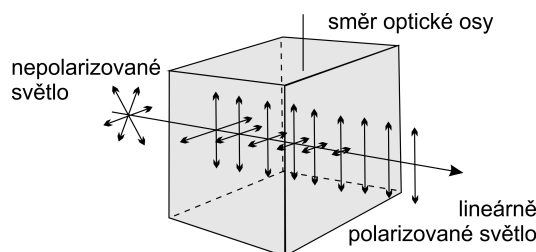
Při průchodu paprsku přirozeného světla opticky anizotropním prostředím dochází k dvojlomu a paprsek se rozdělí na paprsky dva; řádný a mimořádný. Oba paprsky jsou lineárně polarizovány přičemž jejich polarizace jsou na sebe vzájemně kolmé. V případě tzv. Nikolova hranolu se řádný paprsek výrazně odkloní a dojde k jeho absorpci v bočních stěnách. Dále se pak využívá paprsek mimořádný, viz. obrázek 6.



Obrázek 6: Schéma Nikolova hranolu a průchod paprsku řádného a mimořádného.

### Polarizace absorpcí

U dvojlomých anizotropních krystalů mohou být polarizované paprsky také absorbovány různě. V případě, že je jeden z paprsků úplně absorbován a druhý krystalem projde prakticky nezeslaben, získáme po průchodu také lineárně polarizované světlo. V tomto případě se jedná o lineární dichroismus, viz. obrázek 7. Příkladem takové látky může být turmalín, krystalky hepatitu, které pak bývají zalísovány v polarizátoru.

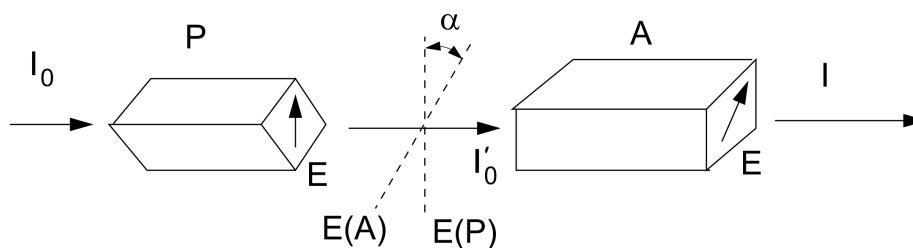


Obrázek 7: Schéma absorpce paprsku při lineárním dichroismu po průchodu anizotropní látkou.

### Ověření platnosti Malusova zákona

Na obrázku 8 P označuje polarizátor, A analyzátor,  $I_0$  je intenzita přirozeného světla dopadajícího na polarizátor,  $I'_0$  je intenzita světla po průchodu polarizátorem. Dále je  $I$  intenzita svazku, který prošel analyzátozem A a  $\alpha$  je úhel mezi kmitovými rovinami vektoru  $\vec{E}$  před a po průchodu analyzátozem.





Obrázek 8: Schema Malusova pokusu

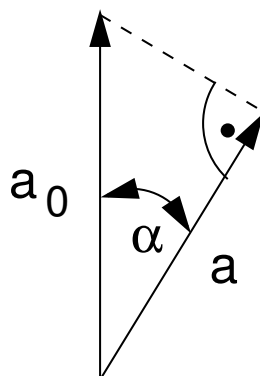
Označíme-li amplitudu vektoru  $\vec{E}$  před průchodem analyzátozem  $a_0$  a po průchodu  $a$ , pak podle předchozího obrázku platí

$$a = a_0 \cos \alpha$$

Intenzita světla je úměrná druhé mocnině amplitudy, tedy intenzita prošlého světla analyzátozem je dána vztahem

$$I = I'_0 \cos^2 \alpha \quad (7)$$

což je matematický zápis *Malusova zákona*.



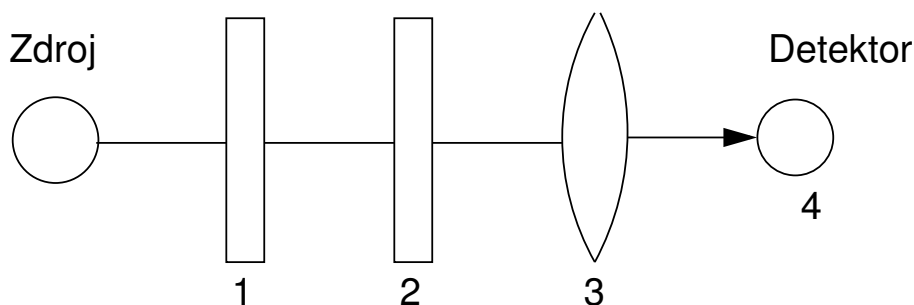
## Experimentální provedení

Samotný experiment pak obsahuje dva polarizátory (P a A). Jeden polarizátor může obsahovat Nikolův hranol a druhý například klasický foliový polarizátor se zalisovanými mikrokrystalky hepatitu. Využijeme uspořádání na obr. 9, kde polarizátor bude tvořen Nikolovým hranolem a světelný zdroj umístíme tak, aby světlo procházelo oběma polarizátory.

V průběhu měření se bude otáčet analyzátozem (3) a měřit intenzita světla prošlého na detektor. Pokud bude světlo za polarizátorem dobře polarizované, při otočení analyzátozu o 360 stupňů dvakrát naměříme hodnotu fotoproudu velmi blízkou nule nebo alespoň minimální. Pak změníme úhel natočení polarizátoru P a provedeme totéž. Dále vložíme za zdroj světla barevný filtr a provedeme opět totéž. Fotoproud v tomto případě bude oscilovat s jinou amplitudou.

Platnost Malusova zákona ověříme tak, že jeden z polarizátorů necháme v libovolné ale stále stejné poloze a druhým budeme otáčet. Závislost fotoproudu na úhlu stočení obou polarizátorů by měla odpovídat závislosti dle vztahu (4). Tuto závislost můžeme ještě dále využít ke stanovení stupně polarizace světla. Částečně polarizované světlo si lze představit složeno z části polarizované (intenzita  $I_p$ ) a části nepolarizované ( $I_n$ ). Stupeň polarizace  $V$  částečně polarizovaného světla je dán vztahem

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_n} \quad (8)$$



Obrázek 9: Ověření Malusova zákona; 1 zdroj světla s polarizátorem P, 2 druhý polarizátor (A - analyzátor), 3 fokusační čočka, 4 detektor

Mějme dva polarizátory stejné kvality. Po průchodu polarizátorem č. 1 jsou intenzity polarizovaného světla  $I_p^{(1)}$  a  $I_n^{(1)}$ . Jsou-li kmitové roviny obou polarizátorů rovnoběžné, dostaneme po průchodu světla intenzitu

$$I_{\max} = I_p^{(1)} + \frac{I_n^{(1)}}{2} + I_p^{(2)}$$

Naopak, jsou-li kmitové roviny navzájem kolmé, pak platí

$$I_{\min} = \frac{I_n^{(1)}}{2} + I_p^{(2)}$$

Testujeme např. polarizátor č. 1. Lze předpokládat, že  $I_n^{(2)}$  se blíží k nule; pak dosadíme-li  $I_p^{(1)}$  a  $I_n^{(1)}$  do vztahu (5), dostaneme pro stupeň polarizace vztah

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (9)$$

kteřý určíme ze závislosti fotoproudu na úhlu stočení polarizátoru.<sup>1</sup>

## Zpracování měření

Změřené závislosti fotoproudu  $I$  na otočení  $\alpha$  prvního a druhého polarizátoru vykreslete do společného grafu. Do samostatného grafu vykreslete teoretickou předpověď Malusova zákona pro stejné hodnoty otočení  $\alpha$  polarizátoru, jako v měřeném případě (intenzitu  $I_0'$  dopadajícího světla v Malusově zákoně volte libovolně, například  $I_0' = 1$  mA.). Průběh grafu Malusova zákona porovnejte s naměřenými závislostmi. Z vyhotovených grafů odečtěte maximální a minimální hodnoty a stanovte z nich kvalitu polaroidu při polarizaci bílého světla. Z monochromatických měření maximální a minimální propustnosti soustavy polarizátorů stanovte obdobným způsobem kvalitu polaroidu pro jednotlivé vlnové délky; výsledky této části měření uveďte do protokolu formou tabulky.

## Úkoly

- Proveďte justování optické soustavy snahou o maximalizaci fotoproudu při pevném natočení polarizátorů
- Za použití bílého světla ponechte jeden z polarizátorů v pevné poloze, druhým otáčejte. Zaznamenávejte hodnoty natočení polarizátoru a fotoproud odpovídající těmto natočením.
- Za použití zeleného filtru za zdrojem ponechte jeden z polarizátorů v pevné poloze, druhým otáčejte. Zaznamenávejte hodnoty natočení polarizátoru a fotoproud odpovídající těmto natočením.

<sup>1</sup>Ze světelného zdroje vychází přirozené světlo a dopadá na polarizátor č. 1, jehož stupeň polarizace chceme určit. Za ním je umístěn polarizátor č. 2 o němž předpokládáme, že je dokonalý tzn., že jeho hlavní propustnosti jsou rovny 1 resp. 0. Nepolarizované světlo je po průchodu polarizátorem č. 1 částečně nepolarizované a jeho polarizační vlastnosti jsou dle předchozího testovány.

- (d) Zopakujte měření se zaměněnými rolemi polarizátorů.
- (e) Vsunujte do optické cesty barevné filtry a zaznamenejte nejvyšší a nejnižší fotoproud, který můžete získat otočením polaroidu..

### Literatura:

[1] A.Kučírková, K.Navrátil,Fyzikální měření I,SPN Praha 1986.

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

1. Proved'te justování optické soustavy s cílem maximalizovat fotoproud měřený na multimetru. Jmenovitě můžete zkusit optimalizovat:
  - (a) vzdálenost fokusující čočky od fotodiody (ta je umístěná v kartonové krabici s otvorem)
  - (b) náklon čočky k optické ose
  - (c) výšky zdroje, čočky a polarizátorů nad optickou lavicí

Pokud optimalizujete více komponent, vkládejte komponenty do optické soustavy jednu po druhé a optimalizujte.
2. Za použití bílého světla ze zdroje otáčejte prvním polarizátorem v soustavě s krokem  $15^\circ$  o celou periodu (tj.  $360^\circ$ ) a zaznamenávejte závislost fotoproudu na úhlu otočení polarizátoru. Druhý polarizátor nechte přítom v pevné poloze.
3. Opakujte měření z bodu 2. se zaměněnými rolemi polarizátorů.
4. Pro každý z polarizátorů najděte též dvě hodnoty dvě nejnižší a dvě nejvyšší hodnoty fotoproudu, které získáte v průběhu otáčení polarizátoru o  $360^\circ$ .
5. Vkládejte postupně barevné filtry do optické cesty a pro každý zaznamenejte dvě nejnižší a dvě nejvyšší hodnoty fotoproudu, které získáte v průběhu otáčení polarizátoru o  $360^\circ$ . Pro každý filtr si též poznameňte vlnovou délku, na které propouští maximum světla.
6. Do jednoho grafu vykreslete závislost fotoproudu na otočení jednotlivých polarizátorů tak jak byly naměřeny v bodech 2. a 3.
7. Do samostatného grafu pak vykreslete teoretickou závislost fotoproudu na úhlu stočení  $\alpha$  polarizátorů tak, jak ji předpovídá Malusův zákon. Závislost vynášejte pro stejné úhly  $\alpha$ , jaké byly otočení polarizátoru při měření v úkolu 2. a intenzitu fotoproudu v Malusově zákonu volte libovolně (např. 1 mA). Diskutujte podobnosti a rozdíly mezi teoretickou závislostí a naměřenými závislostmi.
8. Z měření v úkolech 4. a 5. určete stupeň polarizace polarizátorů pro bílé světlo resp. pro jednotlivé filtry a tedy jim odpovídající vlnové délky světla.
9. Do grafu vyneste závislost stupně polarizace jednoho z polarizátorů na vlnové délce tak, jak byl určen v úkolu 8.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

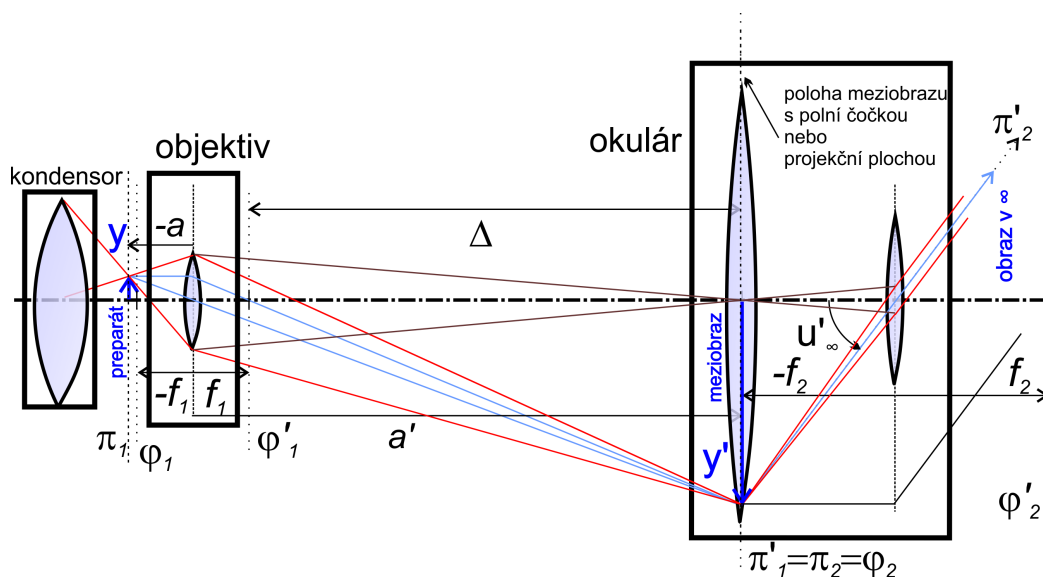
## 4. Měření parametrů mikroskopu

### Cíle úlohy

- Provést kalibraci zvětšení mikroskopu pomocí kalibračního normálu
- Zjistit skutečnou velikost pozorovaného předmětu

### Teorie

Mikroskop je centrovaná soustava dvou složených spojných čoček; objektiv a okulár. Přední z nich – objektiv – má malou ohniskovou vzdálenost  $f_1$  (viz. obr 10), zadní čočka – okulár – má ohniskovou vzdálenost  $f_2$  několik centimetrů. Ve skutečnosti jsou obě vlastně složité optické soustavy a navíc mezi okulárem a objektivem se ještě obvykle nachází tzv. polní čočka. Ta sice nemění zvětšení obrazu (nachází se přesně v místě meziobrazu po průchodu paprsků objektivem), ale rozšiřuje výrazně zorné pole mikroskopu. Nedílnou součástí každého mikroskopu je dále kondenzor a osvětlovací soustava preparátu. Optický interval objektivu a okuláru  $\Delta$  má velkou hodnotu ve srovnání s  $f_1$  a  $f_2$  (zpravidla 16 cm). My pro jednoduchost budeme uvažovat pouze objektiv a okulár.



Obrázek 10: Optické schéma mikroskopu

Na obr. 10 označuje  $\varphi_1$  předmětovou ohniskovou rovinu objektivu a  $\varphi_2$  předmětovou ohniskovou rovinu okuláru, tytéž symboly s čárkami pak označují příslušné obrazové ohniskové roviny objektivu a okuláru. Aby se oko při pozorování mikroskopem neunavovalo stálou akomodací, klade se předmět  $y$  v rovině  $\pi_1$  na stolek mikroskopu do malé vzdálenosti před ohniskovou rovinu objektivu, který vytvoří zvětšený, převrácený, reálný obraz v předmětové rovině okuláru  $\pi_2$ , která je zároveň totožná s předmětovou ohniskovou rovinou okuláru  $\pi'_1 = \pi_2 = \varphi_2$ . Tento obraz se často nazývá jako meziobraz a v jeho místě bývá umístěna již zmíněna polní čočka, nebo různá měřítko či nitkové kříže. Vše v této rovině, tedy hlavně obraz preparátu, pak okulár zobrazí v nekonečnu – pozorujeme neakomodovaným okem. U projekčních mikroskopů pak samotný okulár chybí a rovina meziobrazu  $\pi'_1$

slouží přímo jako projekční rovina, kde je umístěno stínítko nebo snímací čip kamery. V tom případě pozorujeme na projekční ploše rovnou obraz  $y'$ .

Mikroskop se zaostřuje otáčením dvou šroubů posunem stolečku s preparátem, jedním se provede zaostření zhruba, druhým se jemně doostří. Zvětšení objektivu plyne z elementárních úvah o zobrazení tenkou čočkou (viz. úloha č.8),

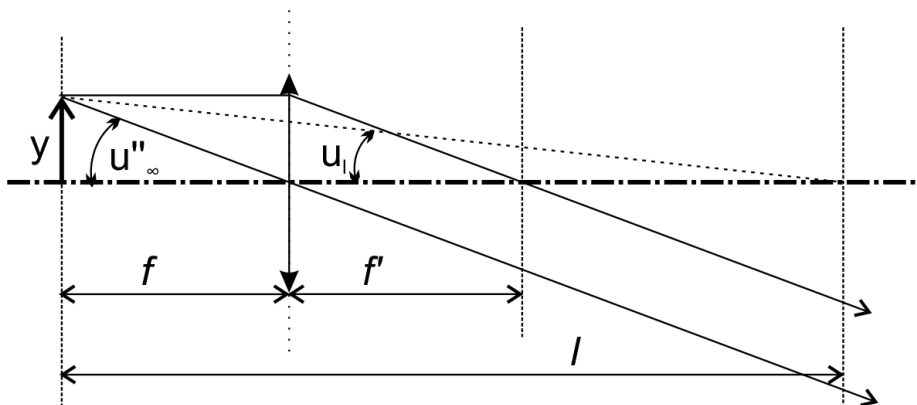
$$Z_1 = \frac{y'}{y} = \frac{f'_1 - a'}{f'_1} \quad (10)$$

Z obr. 10 plyne, že  $a' = f'_1 + \Delta$ . Optický interval  $\Delta$  je vzdálenost obrazové ohniskové roviny objektivu a předmetové ohniskové roviny okuláru. Pak pro zvětšení objektivu  $Z_1$  platí

$$Z_1 \equiv \frac{f'_1 - f'_1 - \Delta}{f'_1} = -\frac{\Delta}{f'_1} = \frac{\Delta}{f_1}. \quad (11)$$

Toto *příčné* zvětšení figuruje i při použití projekčního mikroskopu, kdy měříme přímo  $y$  a  $y'$ .

Při odvození zvětšení okuláru vycházíme z faktu, že pozorování obrazu vytvořeného objektivem se provádí neakomodovaným okem, tzn. že okulár funguje podobně jako lupa [1,2]. Zvětšení je v tomto případě dáno poměrem zorného úhlu  $u''_\infty$  pod nímž vidíme předmět čočkou k zornému úhlu  $u_l$  pod nímž se oku jeví tentýž předmět v konvenční vzdálenosti  $l = -25$  cm. Jedná se o tzv. *úhlové* zvětšení.



Obrázek 11: Zvětšení okuláru

Z obr. 11 tedy plyne, že

$$Z_2 \equiv \frac{u''_\infty}{u_l} = \frac{\tan u''_\infty}{\tan u_l} = \frac{y}{-f} : \frac{y}{-l} = \frac{l}{f} = -\frac{l}{f'} \quad (12)$$

Celkové úhlové zvětšení klasického mikroskopu s okulárem  $Z$  je dáno vztahem

$$Z_\infty = \frac{u''_\infty}{u_l}, \quad (13)$$

kde  $u''_\infty$  je zorný úhel pod nímž vidíme předmět mikroskopem při neakomodovaném oku a  $u_l$  je zorný úhel pod nímž se oku jeví tento předmět ve vzdálenosti  $l = -25$  cm. Z obr. 10 vidíme, že

$$\tan u''_\infty = \frac{y'}{-f_2}$$

a protože dále platí  $\tan u_l = y/(-l)$ , dostáváme konečně

$$Z_\infty = \frac{y' l}{y f_2}.$$

Srovnáním se shora odvozenými vztahy lze tedy psát

$$Z_\infty = Z_1 \cdot Z_2 = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{l}{f_2} \quad (14)$$

Zvětšení mikroskopu je dáno součinem zvětšení objektivu a okuláru. Bývají na objektivěch i okulárech uvedená a jejich kombinací lze dosáhnout žádaného zvětšení.

## Experimentální provedení

### 1. Stanovení zvětšení projekčního mikroskopu

- Na stoleček položíme měřítko na němž je vzdálenost vyznačených dílků rovná 200 a 50 mikrometrů.
- Obraz zaostříme za použití objektivu s nejmenším dostupným zvětšením. Posuvem ztotožníme obraz měřítko se stupnicí na matnici projekčního mikroskopu. Na této stupnici jsou dílky ve vzdálenosti 1 mm. Pak můžeme okamžitě určit hledané zvětšení mikroskopu, známe-li skutečnou velikost měřeného předmětu. V případě projekčního mikroskopu pracujeme rovnou s hodnotou zvětšení  $Z_1$  ve vztahu (10).

### 2. Pozorování drobných předmětů v prošlém světle pomocí projekčního mikroskopu.

Pomocí již dříve zjištěného zvětšení můžeme obdobným způsobem pomocí stupnice na matnici mikroskopu určit např. tloušťku lidského vlasu.

### 3. Práce s mikroskopem s osvětlením na odraz (neprůhledné objekty).

- na stoleček umístíme pozorovaný předmět známé velikosti, v našem případě opět kalibrační měřítko, (nebo vlas, jehož tloušťku jsme získali v předchozí části úlohy)
- použijeme odečítacího okuláru s vestavěnou stupnicí
- provedeme zaostření na pozorovaný předmět a upravíme jeho polohu tak, abychom mohli odečíst jeho rozměr v dílcích pomocí stupnice v odečítacím okuláru
- stanovíme výpočtem kalibraci stupnice, počet dílků na milimetr nebo velikost jednoho dílku v mm.
- zopakujeme postup v případě vzorku neznámé velikosti (část mikročipu) a ze zjištěných údajů jeho velikost stanovíme.

Připomeňme, že u mikroskopu na odraz nestanovujeme přímo zvětšení, ale pouze kalibraci vnitřního měřítko v okuláru mikroskopu, tedy velikost dílku. U projekčního mikroskopu naopak stanovujeme přímo příčné zvětšení mikroskopu.

## Zpracování měření

Získané hodnoty velikostí obrazů kalibračního měřítko zpracujte statisticky: stanovte celková zvětšení mikroskopu při použití jednotlivých objektivů (měření obou velikostí kalibračních objektů zahrňte vždy do společného průměru pro daný objektiv), dále stanovte průměrné zvětšení projekční části mikroskopu (zahrnutím měření na všech objektivěch dohromady). Z měření obrazu vlasu stanovte společnou hodnotu jeho skutečné tloušťky pro všechny použité objektivy (určete průměrnou hodnotu a její krajní odchylku). Pro měření na mikroskopu na odraz určete jeho zvětšení a skutečnou velikost pozorovaného objektu.

## Úkoly

- Změřte opakovaně velikost obrazu obou kalibračních měřítek pro všechny dostupné objektivy projekčního mikroskopu.
- Změřte opakovaně velikost obrazu lidského vlasu pro všechny dostupné objektivy projekčního mikroskopu.
- Změřte velikost obrazu vlasu v odečítacím okuláru mikroskopu s osvětlením na odraz
- Změřte velikost obrazu vybrané struktury mikroelektronického obvodu v mikroskopu s osvětlením na odraz

## Literatura:

- [1] Z. Horák, Praktická fyzika, SNTL.Praha 1958
- [2] A.Kučírková, K.Navrátil, Fyzikální měření I, SPN Praha 1986
- [3] J.Brož a kol., Základy fyzikálních měření I, SPN 1983

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

1. Všechna měření v této úloze opakujte pětkrát až desetkrát abyste mohli provést statistické zpracování měřených hodnot. Pro pohodlné zpracování měření proveďte pro každý typ měření vždy stejný počet měření.
2. Položte na stoleček projekčního mikroskopu kalibrační vzorek (Bürkerova komůrka) na němž je pravoúhlá soustava vrypů s vzdáleností blízkých vrypů (strana malého čtverečku)  $50 \mu\text{m}$  a délkou strany velkých čtverečků  $200 \mu\text{m}$ .
3. Pro každý objektiv projekčního mikroskopu proveďte zaostření oblasti se soustavou vrypů na projekčním matnici. Potom provádějte na zobrazené síti vrypů měření vzdálenosti vrypů - stran velkých a malých čtverečků - pomocí měřítka na matnici. Délky měřítka jsou s krokem 1 mm. Neopomeňte si poznamenat zvětšení příslušných objektivů.
4. Na stoleček projekčního mikroskopu položte podložní sklíčko s vlasem. Pro každý objektiv proveďte zaostření vlasu a proveďte měření tloušťky obrazu vlasu na matnici na několika místech podél délky vlasu.
5. Na stoleček mikroskopu s osvětlením na odraz položte vzorek s vlasem, u něhož už z předešlého měření na projekčním mikroskopu budete znát velikost. Zaostřete vlas a proveďte měření průměru obrazu vlasu na několika místech pomocí stupnice uvnitř okuláru mikroskopu (1 dílek na stupnici odpovídá 1 mm). Proveďte pro zvětšení objektivu  $2,5 \times$  a  $1 \times$ .
6. Pro stejné objektivy proveďte měření výšky řádky součástek a šířky jedné součástky na vzorku mikročipu.
7. Z měření v úkolu 3. určete zvětšení mikroskopu při použití jednotlivých objektivů. Do statisticky zpracovávaného souboru dat zahrňte všechna měření na obou velikostech kalibračního objektu (tj. stran obou typů čtverečku) při daném objektivu.
8. Dále z poměru celkového zvětšení mikroskopu z úkolu 7. a zvětšení příslušného objektivu určete zvětšení projekční optické soustavy mikroskopu. Do statisticky zpracovaného souboru zahrňte všechna měření při všech zvětšeních objektivu.
9. Na základě měření z úkolu 4. a zvětšení zobrazovacího mikroskopu (viz úkol 7.) určete skutečnou tloušťku vlasu. Do statisticky zpracovaného souboru dat zahrňte měření při všech zvětšeních objektivu.
10. Na základě měření velikosti obrazu vlasu mikroskopem na odraz z úkolu 5. a z tloušťky vlasu určené v úkolu 9. určete zvětšení mikroskopu na odraz pro oba objektivy a dále pak zvětšení okulárové části mikroskopu.
11. Z měření velikostí obrazu části mikročipu (viz úkol 6.) a zvětšení mikroskopu na odraz určete skutečnou velikost (úkol 10.) určete skutečné velikosti částí mikročipu.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

## 5. Stanovení indexu lomu hranolu metodou minimální deviace

### Cíle úlohy

- Určit lámavý úhel hranolu
- Stanovit disperzi indexu lomu hranolu z měření minimální deviace

### Teorie

Metodu minimální deviace lze použít ke stanovení indexu lomu vzorků (sklo, plasty, atd.) které mají tvar hranolu. Dvě sousední stěny, kterými vstupuje a vystupuje paprsek spolu svírají lámavý úhel  $\omega$ , který spolu s indexem lomu tvoří parametry hranolu. Paprsek vystupující z hranolu je od vstupujícího paprsku odchýlen o úhel  $\delta$ , nazvaný deviace. Ta závisí na úhlu dopadu  $\alpha$  a na parametrech hranolu – můžeme ji vyjádřit ve tvaru

$$\delta = f(\alpha, \omega, n) \quad (15)$$

Z této závislosti bychom mohli index lomu určit, kdybychom změřili deviaci, lámavý úhel a úhel dopadu. Z průběhu deviace v závislosti na úhlu dopadu vyplývá, že funkce (1) má absolutní minimum pro určitý úhel dopadu. Toto minimum se nazývá minimální deviace  $\delta_m$  a snadno se experimentálně najde jako bod obratu vystupujícího paprsku při monotonní změně úhlu dopadu. Z podmínky pro minimum funkce (1) lze určit vztah pro index lomu, lámavý úhel a minimální deviaci [2]:

$$n = \frac{\sin([\delta_2 + \omega]/2)}{\sin(\omega/2)} \quad (16)$$

V tomto vztahu již nevystupuje úhel dopadu a k určení indexu lomu stačí změřit lámavý úhel hranolu  $\omega$  a minimální deviaci  $\delta_m$  vystupujícího paprsku určité vlnové délky. Tento postup se nazývá metoda minimální deviace.

Index lomu látek je závislý na vlnové délce světla. Tomuto jevu se říká disperze a je způsobená závislostí rychlosti šíření monochromatické elektromagnetické vlny v látce a na její frekvenci. Disperze je příčinou existence tzv. rozkladu světla hranolem, o kterém se můžeme přesvědčit osvětlíme-li hranol paprskem bílého světla, nebo světlem z výbojky. Pozorujeme, že největší deviaci mají paprsky s barvou fialovou a nejmenší s barvou červenou. Tedy s rostoucí vlnovou délkou deviace klesá a protože podle (2) nebo (1) většímu indexu lomu odpovídá větší deviace, klesá index lomu s rostoucí vlnovou délkou. Tato závislost se nazývá normální disperze látky a její znalost je významná z hlediska použití dané látky pro optické účely. Naším úkolem bude zjistit tuto závislost pro sklo, ze kterého je vyroben hranol, tj. určit disperzní křivku hranolu.

### Experimentální provedení

Jako zdroje světla použijeme rtuťovou výbojku, která ve viditelné oblasti spektra obsahuje řadu čar o známých vlnových délkách uvedených [2]. Potřebné úhly: lámavý úhel  $\omega$  hranolu a úhel  $\delta_m$  minimální deviace paprsků změříme pomocí goniometru. Polohu paprsku budeme určovat vizuálně pomocí nitkového kříže umístěného v ohniskové rovině okuláru dalekohledu, do kterého zobrazíme vstupní šterbinu kolimátoru osvětlenou výbojkou při měření úhlu minimální deviace.

Vlastní měření se provádí na goniometru SG-5, který má pevné rameno s kolimátorem a otočný stolek s měřeným hranolem. Polohu stolku a dalekohledu lze velmi přesně nastavit hrubým a jemným posuvem a číst ji

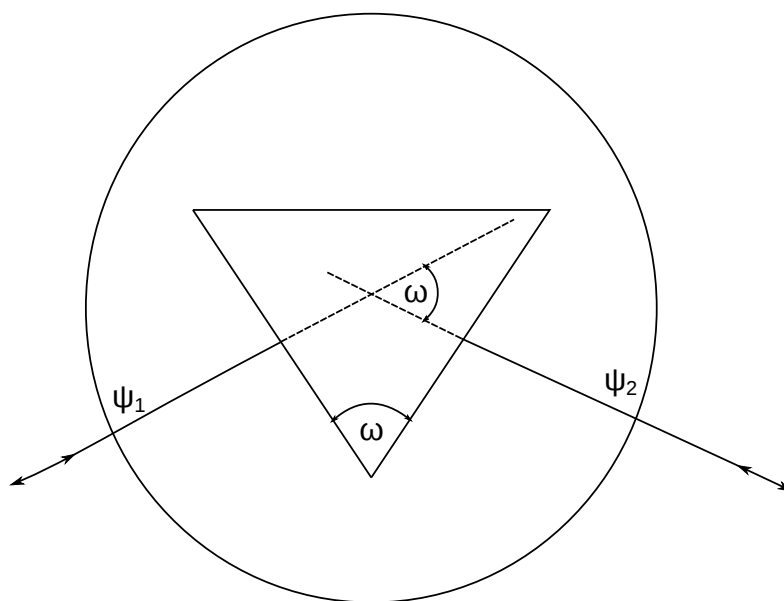


s přesností jednotek úhlových vteřin. Způsob manipulace a odečítání úhlů na stupnici je popsáno v návodu na obsluhu tohoto goniometru. Před měřením je třeba provést justování hranolu, které spočívá v nastavení lámavých ploch kolmo na optickou osu dalekohledu. Provádí se nakláněním stolečku regulačními šrouby. Kolmost se kontroluje autokolimační metodou: nitkový kříž osvětlený žárovkou v okuláru se po odrazu od justované lámavé plochy hranolu zobrazí zpět do ohniskové roviny okuláru dalekohledu. Při ztotožnění nitkového kříže ze svým obrazem je lámavá plocha kolmá k optické ose dalekohledu. Postup opakujeme několikrát.

Měření lámavého úhlu  $\omega$  hranolu provádíme tak, že změříme úhel, který spolu svírají paprsky kolmé k lámavým plochám. Je-li úhel mezi kolmicemi  $\psi_1 - \psi_2$ , je lámavý úhel

$$\omega = 180 - (\psi_1 - \psi_2), \quad (17)$$

$\psi_1$  a  $\psi_2$  jsou úhlové polohy dalekohledu na stupnici spojené se stolečkem. Při měření otáčíme z polohy  $\psi_1$  do polohy  $\psi_2$  stolečkem spojeným se stupnicí, polohu dalekohledu neměníme.



Obrázek 12: Průchod světla hranolem

Měření úhlu minimální deviace  $\delta_m$  provádíme pro každou spektrální čáru rtuti v bodě obratu paprsku. Najdeme ho změnou úhlu dopadu otáčením stolečku s hranolem. Protože nemůžeme změřit úhlovou polohu paprsku vstupujícího do hranolu (museli bychom sejmout hranol) postupujeme tak, že změříme úhlovou polohu  $\phi_1$  vystupujícího paprsku při jeho vstupu do hranolu první lámavou plochou, pak otočíme stolec s hranolem tak, aby paprsek vstupoval do hranolu druhou lámavou plochou a změříme jeho polohu  $\phi_2$  po výstupu z hranolu.

Rozdíl těchto úhlů je dvojnásobek minimální deviace [2]:

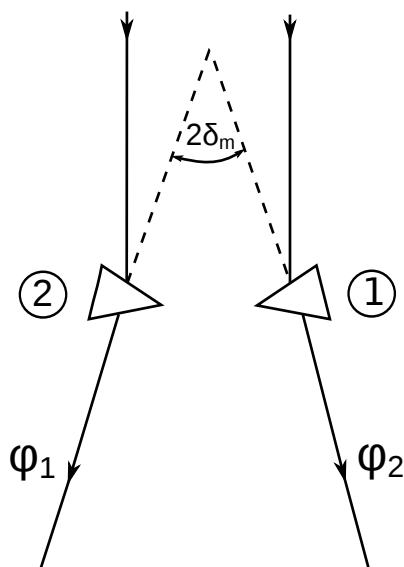
$$\delta_m = (\phi_1 - \phi_2)/2 \quad (18)$$

Při měření postupujeme tak, že nejdříve změříme pro všechny zvolené spektrální čáry polohy  $\phi_1$ , pak hranol otočíme a měříme polohy  $\phi_2$  u stejných spektrálních čar.

Index lomu pro každou spektrální čáru vypočítáme ze vztahu (2). Příslušnou vlnovou délku najdeme v [2] nebo přímo v tabulkách [3].

## Zpracování měření

Získané hodnoty lámavého úhlu hranolu zpracujte statisticky. Z odpovídajících párů hodnot minimální deviace stanovte index lomu hranolu pro jednotlivé proměřované spektrální čáry. Získanou závislost indexu lomu na vlnové délce vynesete do grafu. Posuďte, zda se v případě proměřovaného hranolu jedná a tzv. normální disperzi (kdy index lomu klesá s rostoucí vlnovou délkou).



Obrázek 13: Polohy minimální deviace

## Úkoly

- Prověďte justaci hranolu metodou zrcadlení nitkového kříže (doporučuje se umístit hranol na stolek goniometru tak, aby jeho lámavé plochy byly zhruba proti stavěcím šroubům).
- Změřte opakovaně lámavý úhel hranolu.
- Změřte úhly minimální deviace pro spektrální čáry rtuti v obou polohách hranolu.
- Určete index lomu jako závislost na vlnové délce a znázorněte tuto závislost graficky.

## Literatura:

- [1] Průchod světla planparalelní deskou a hranolem, návod k úloze do fyzikálního praktika pro optometrii
- [2] A. Kučírková, K. Navrátil, Fyzikální měření 1, str. 148, SPN Praha 1986
- [3] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky str. 137, SNTL Praha 1980

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

- Proveďte justaci hranolu na goniometru, tj. nastavte lámavé plochy hranolu kolmo na rovinu pohybu optické osy pozorovacího dalekohledu goniometru. Justování se provádí pomocí zrcadlení nitkového kříže dalekohledu, kdy se pomocí šroubů goniometru naklánějících hranol postupně ztotožní horizontální složka nitkového kříže v okuláru s jejím odrazem na každé z lámavých ploch hranolu.
- Změřte opakovaně (pětkrát až desetkrát) lámavý úhel hranolu pomocí zrcadlení nitkového kříže dalekohledu na první a druhé lámavé ploše hranolu. Zaznamenávejte páry úhlových poloh dalekohledu, v nichž je vertikální složka nitkového kříže v okuláru ztotožněna s jejím odrazem na první resp. druhé lámavé ploše. Mezi měřeními párů úhlových poloh otočte stolek hranolu tak, aby se otočila i stupnice dalekohledu.
- Naměřte úhlové polohy vystupujících paprsků několika (3 - 6) spektrálních čar rtuťové výbojky v bodech minimální deviace příslušných čar. Měření se provádí postupně při vstupu svazku světla z Hg výbojky přes první resp. druhou lámavou plochu hranolu, tj. provádí se dvě měření pro každou spektrální čáru. Zaznamenejte si též vlnové délky spektrálních čar.

4. Z měření v úkolu 2. vypočítejte lámavý úhel hranolu a hodnoty ze série měření statisticky zpracujte.
5. Z měření v úkolu 3. určete minimální deviaci pro každou z měřených spektrálních čar. Z hodnot minimálních deviací a lámavého úhlu pak vypočtete index lomu materiálu hranolu pro měřené spektrální čáry.
6. Vykreslete graf závislosti indexu lomu materiálu hranolu na vlnové délce.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

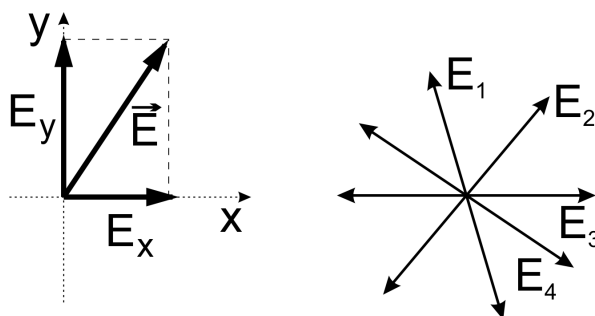
## 6. Závislost stáčení polarizační roviny roztoku na koncentraci

### Cíle úlohy

- Připravit roztoky sacharózy o zadané koncentraci a ověřit tuto koncentraci měřením
- Stanovit specifickou stáčivost opticky aktivní látky (sacharózy)

### Teorie

Světlo je příčné vlnění elektromagnetického pole. Pro popis světelných jevů plně postačí se zaměřit na chování periodicky proměnného vektoru elektrického pole  $\vec{E}$ . Tento vektor je vždy kolmý ke směru šíření paprsku. Je-li směr vektoru  $\vec{E}$  ve všech bodech paprsku v čase stálý, hovoříme o lineárně polarizovaném světle a rovina, v níž se kmity dějí se nazývá kmitová rovina. Lineárně polarizované světlo můžeme získat lomem nebo odrazem [1].



Obrázek 14: Polarizace denního světla

Je vhodné rozložit vektor elektrického pole  $\vec{E}$  do dvou navzájem kolmých směrů a vyjádřit ho ve složkách  $E_x$  a  $E_y$  (obr.1, přičemž se světelný paprsek šíří kolmo k rovině obrázku). Je-li fázový posuv  $\delta$  mezi těmito složkami stálý a je-li zároveň roven nule, dostáváme lineárně polarizované světlo. V případě, že  $\delta = \pi/2$  a navíc platí  $E_x = E_y$  opisuje koncový bod vektoru  $\vec{E}$  kružnici a dostáváme kruhově polarizované světlo; v obecném případě, kdy  $0 < \delta < \pi/2$  jde o elipticky polarizované vlnění.

Lidské oko není citlivé na stav polarizace světla a musíme tedy vždy testovat pomocí vhodného analyzačního zařízení v jakém stavu je po této stránce detekované záření. K tomuto účelu se ve většině polarimetrických přístrojů využívá Malusova zákona [1].

### Optická aktivita látek

Látky jsou opticky aktivní, mají-li schopnost stáčet rovinu lineárně polarizovaného světla. Tuto vlastnost mají jak některé látky pevné tak i některé roztoky obsahující v molekule např. asymetricky umístěný uhlík (vodný roztok sacharózy). Podle směru stočení kmitové roviny se opticky aktivní látky dělí na pravo- a levotočivé vzhledem k pozorovateli hledícímu proti směru šíření světla. Biot stanovil empirický vztah pro úhel stočení kmitové roviny po průchodu aktivní látkou,

$$\alpha = [\alpha]d \quad (19)$$

kde  $[\alpha]$  je specifická stáčivost zkoumané látky a  $d$  je tloušťka této látky. Veličina  $[\alpha]$  závisí na teplotě a vlnové délce světla. Jde-li o roztoky, pak

$$\alpha = [\alpha]cd \quad (20)$$

kde  $c$  označuje koncentraci opticky aktivní látky. Specifickou stáčivost roztoku lze stanovit ze vztahu (2) polarimetrem:

$$[\alpha] = \frac{100\alpha}{dq}, \quad (21)$$

kde  $q$  je počet gramů látky ve  $100 \text{ cm}^3$  roztoku. Koncentraci roztoku je vhodné experimentálně stanovit sacharimetrem. Stupnice kompenzátoru tohoto přístroje je cejchována tak, že 50-ti dílkům na stupnici odpovídá 26 % roztok sacharózy v destilované vodě (26 g sacharózy ve  $100 \text{ cm}^3$  roztoku). Užijeme-li při měření sodíkové čáry ( $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ ), znamenají dílky na stupnici mezinárodní stupně cukernatosti a objemovou koncentraci v procentech zjistíme ze vztahu

$$c = \frac{26}{50}(n - n_0), \quad (22)$$

kde  $n_0$  je nulová poloha kompenzátoru a  $n$  poloha kompenzátoru, odpovídající vykompenzování stočení kmitové roviny lineárně polarizovaného světla vlivem opticky aktivního roztoku v kyvetě délky 0.1 m.

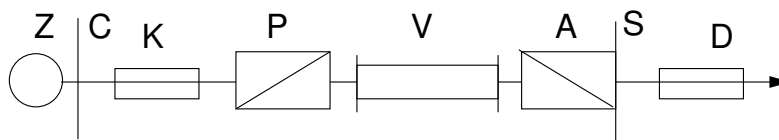
## Experimentální provedení

Připravíme asi  $25 \text{ cm}^3$  15 % roztoku sacharózy a nalijeme do kyvety. Zbytek roztoku zředíme tak, abychom získali 10 % roztok sacharózy a znovu odlejeme do druhé kyvety. Postup ještě jednou zopakujeme tak, nay ve třetí kyvetě byl 5 % roztok sacharózy.

Nastavíme sodíkovou výbojku před sacharimetr tak, aby bylo zorné pole správně osvětleno. Vykompenzujeme osvětlení zorného pole na polostín a odečteme na stupnici nulovou polohu. Do kyvetového prostoru přístroje vložíme kyvetu s roztokem sacharózy a znovu vykompenzujeme osvětlení zorného pole na polostín, na stupnici opět přečteme údaj. Ze vztahu (4) pak určíme objemovou koncentraci roztoku. Toto opakujeme alespoň 5x. Výbojku přemístíme před polarimetr. Otáčením analyzátoru nastavíme polostín a odečteme na stupnici nulovou polohu (pozor na správnou stupnici). Kyvetu s roztokem vložíme do přístroje a opět najdeme polostín a na stupnici odečteme úhel stočení. Ze vztahu (3) určíme specifickou stáčivost, měření opakujeme alespoň 5x.

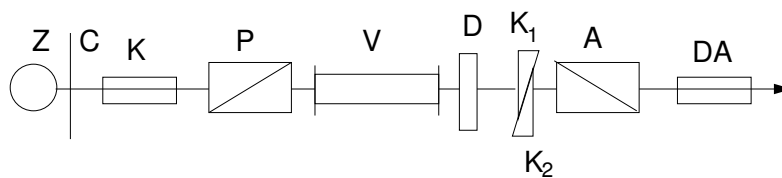
### Polarimetr

Polarimetr je znázorněn na obr.2. Světlo z monochromatického zdroje (Z) je kolimátorem (K) zpracováno na rovnoběžný svazek paprsků. Průchodem přes polarizátor (P) se vlnění lineárně polarizuje a buď prochází přes měřený vzorek (V) nebo jde přímo na analyzátor (A), kterým lze otáčet kolem optické osy přístroje. Výsledná intenzita prošlého světla se pozoruje dalekohledem (D). Polarizátor a analyzátor jsou zpravidla realizovány pomocí speciálních hranolů z opticky anizotropních krystalů.



Obrázek 15: Polarimetr

Zkřížíme-li kmitové roviny polarizátoru a analyzátoru, bude intenzita osvětlení zorného pole minimální. Naše oči pozorují minimum osvětlení dosti nepřesně a nespolehlivě, naopak jsou citlivé na kontrast v osvětlení dvou sousedních ploch. Tohoto poznatku se využívá při konstrukci tzv. polostínového zařízení analyzátoru [2,3], kde se snažíme dosáhnout otáčením analyzátoru takového stavu, při kterém jsou obě poloviny zorného pole osvětleny stejně (málo). Úhel stočení analyzátoru vůči polarizátoru se měří na stupnici (S).



Obrázek 16: Sacharimetr

Sacharimetr (obr.3) je konstrukčně proveden obdobně jako polarimetr s tím rozdílem, že analyzátor a polarizátor jsou nastaveny napevno ve skřížené poloze a kompenzace případných změn kmitové roviny se provádí dvojicí křemenných klínů (K1, K2), přístroj je navíc opatřen křemennou destičkou (D). Křemen stáčí kmitovou rovinu lineárně polarizovaného světla a změnou tloušťky křemenných destiček lze vykompenzovat stočení kmitové roviny způsobené měřeným vzorkem. Tento přístroj je také opatřen polostínovým zařízením.

## Zpracování měření

Ze získaných hodnot stupně cukernatosti zpracujte statisticky hodnoty koncentrace jednotlivých roztoků. Ze získaných hodnot úhlu stočení polarizační roviny stanovte statisticky pro každý roztok hodnotu specifické stáčivosti sacharózy; získané výsledky porovnejte s tabulkovou hodnotou specifické stáčivosti sacharózy.

## Úkoly

- Připravte tři roztoky sacharózy o různé koncentraci (15 %, 10 %, 5 %).
- Stanovte opakovaně stupeň cukernatosti každého z roztoků a prázdné kyvety pomocí sacharimetru.
- Určete polarimetrem úhel stočení kmitové roviny připravených roztoků a prázdné kyvety.
- Vypočítejte měrnou specifickou stáčivost a výsledky porovnejte s tabulkami.

## Literatura

- [1] Měření polarizační schopnosti polaroidu a ověření Malusova zákona pro reálné polaroidy, návod k úloze do fyzikálního praktika pro optometrii
- [2] A. Kučírková, K. Navrátil, Fyzikální měření I, SPN Praha 1986
- [3] Z. Horák, Praktická fyzika, SNTL Praha 1958

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

- Do kyvet připravte tři roztoky sacharózy o různých koncentracích (5 %, 10 %, 15 %). Řidší roztoky připravíte ředěním koncentrovanějšího roztoku.
- Opakovaně (5 - 10 měření) změřte stupeň cukernatosti jednotlivých roztoků pomocí sacharometru a kalibrujte jeho nulovou polohu při měření s prázdnou kyvetou.
- Pomocí polarimetru opakovaně (5 - 10 měření) změřte úhel stočení polarizace světla po průchodu jednotlivými roztoky a po průchodu prázdnou kyvetou.
- Z měření v úkolu 2. stanovte koncentrace roztoků sacharózy. Použijte přitom také kalibrační měření nulové polohy stupnice cukernatosti (odečítejte hodnoty z měření s prázdnou kyvetou od hodnoty z měření s kyvetou s roztokem se stejným pořadovým číslem). Hodnoty statisticky zpracujte.

5. Určete skutečný úhel stočení provedením korekce měřeného úhlu stočení na kalibrovanou nulovou polohu stupnice polarimetru (stejným způsobem jako v úkolu 4.) a data pro každý roztok statisticky zpracujte.
6. Na základě vypočtených hodnot úhlů stočení a koncentrací roztoků vypočtete měrné stáčivosti roztoků a statisticky zpracujte. Výsledky pro jednotlivé roztoky porovnejte s tabelovanou hodnotou měrné stáčivosti sacharózy.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

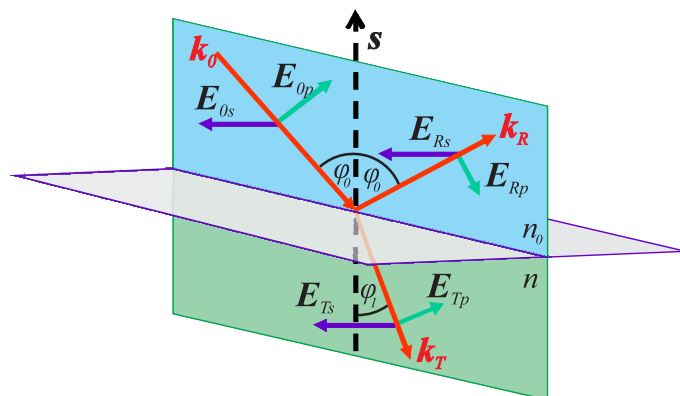
## 7. Měření světla odraženého na povrchu dielektrika

### Cíle úlohy

- Proměřit odrazivost s- a p- polarizovaného světla v závislosti na úhlu dopadu
- Z Brewsterova úhlu určete index lomu použitého dielektrika a porovnejte naměřené závislosti na úhlu dopadu paprsku s vypočtenými hodnotami.

### Teorie

Chování elektromagnetické světelné vlny při odrazu (nebo lomu) na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí zjistíme z Maxwellových rovnic [?, ?]. Situace je znázorněna na obr. 17. Rovina dopadu je definována dopadajícím paprskem světla s vlnovým vektorem  $\mathbf{k}_0$  a kolmicí  $\mathbf{s}$  k uvažovanému rozhraní dvou dielektrických prostředí.  $\mathbf{E}_0$  a  $\mathbf{E}_R$  jsou amplitudy dopadající a odražené vlny, přičemž  $p$  a  $s$  jsou složky amplitudy lineárně polarizovaného světla rovnoběžné s rovinou dopadu resp. kolmé k této rovině. Symbolem  $n_0$  je označen index lomu okolního prostředí (vzduch),  $n$  je index lomu měřeného dielektrika. Řešením vlnové rovnice dostáváme pro odraženou



Obrázek 17: Rozklad amplitudy elektromagnetické vlny do s- a p- polarizace při odrazu na rozhraní.

vlnu s vlnovým vektorem  $\mathbf{k}_R$  Fresnelovy amplitudy  $r_p$  a  $r_s$  ( $r_p = |\mathbf{E}_{Rp}|/|\mathbf{E}_{0p}|$ ,  $r_s = |\mathbf{E}_{Rs}|/|\mathbf{E}_{0s}|$ ;  $\mathbf{E}_{Rs}$  a  $\mathbf{E}_{0s}$  jsou kolmé k rovině dopadu a  $\mathbf{E}_{Rp}$  a  $\mathbf{E}_{0p}$  leží v rovině dopadu), které jsou dány vztahy

$$r_p = -\frac{\tan(\varphi_0 - \varphi_1)}{\tan(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad r_s = -\frac{\sin(\varphi_0 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad (23)$$

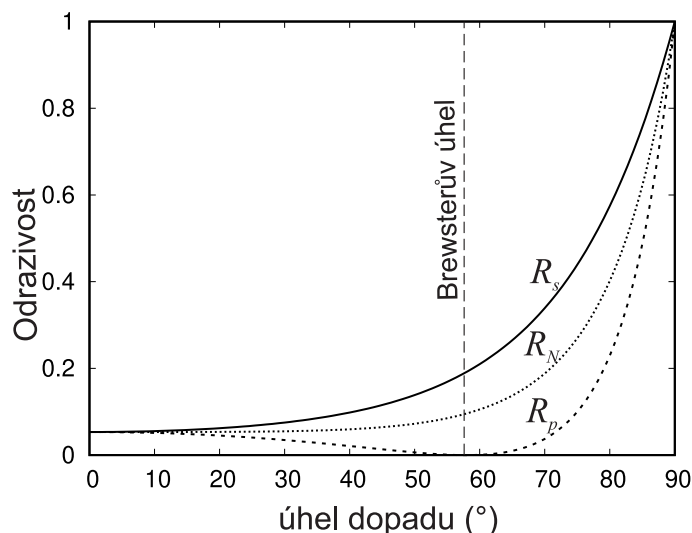
kde úhel  $\varphi_0$  je úhel dopadu světelného paprsku na rozhraní a  $\varphi_1$  označuje úhel lomu lomeného paprsku s vlnovým vektorem  $\mathbf{k}_T$ . Tyto úhly souvisí prostřednictvím Snellova zákona

$$n_0 \sin \varphi_0 = n_1 \sin \varphi_1. \quad (24)$$

Na základě Snellova zákona (24) je možné vztahy (23) přepsat do tvaru

$$r_p = \frac{n_0 \cos \varphi_1 - n \cos \varphi_0}{n_0 \cos \varphi_1 + n \cos \varphi_0} \quad r_s = \frac{n_0 \cos \varphi_0 - n \cos \varphi_1}{n_0 \cos \varphi_0 + n \cos \varphi_1}. \quad (25)$$





Obrázek 18: Závislost odrazivosti s-polarizované ( $R_s$ ) a p-polarizované ( $R_p$ ) vlny na úhlu odrazu podle Fresnelových vztahů na prostředí s indexem lomu  $n = 1,6$ . Odrazivost nepolarizovaného světla ( $R_N$ ).

Z této dvojice vztahů je zřejmé, že amplitudy  $E_{Rp,s}$  jsou závislé na úhlu dopadu  $\varphi_0$  světelného paprsku a na indexech lomu obou prostředí. Rozbor vztahů (23) ukazuje, že při šíření světla z prostředí opticky řidšího do opticky hustšího ( $n_0 < n$ ) je amplituda  $r_s < 0$  pro všechny úhly dopadu, zatímco  $r_p < 0$  pro  $\varphi < \varphi_B$  a  $r_p > 0$  pro  $\varphi > \varphi_B$ , kde  $\varphi_B$  je tzv. polarizační (Brewsterův) úhel, pro nějž je  $r_p = 0$ .<sup>2</sup> Tento fakt je významný pro optickou praxi. V tomto případě se totiž odráží pouze s-složka lineárně polarizovaného světla. To platí i pro odraz přirozeného světla a proto lze odrazem na povrchu dielektrického zrcadla při polarizačním úhlu dosáhnout lineárně polarizované vlny. Je-li  $r_p = 0$ , pak jmenovatel v prvním vztahu (23) roste do nekonečna, tedy  $\varphi_0 + \varphi_1 = \pi/2$ ; paprsek odražený a lomený jsou navzájem kolmé. Ze vztahu (25) pro  $r_p = 0$ , dostáváme matematický zápis Brewsterova zákona

$$\tan \varphi_B = n, \quad (26)$$

pokud  $n_0 = 1$ .

Je-li intenzita složek dopadajícího světla  $I_p^0$  a  $I_s^0$  a intenzita odraženého světla pro obě složky  $I_p^R$  a  $I_s^R$ , pak definujeme odrazivosti  $R_p$  a  $R_s$  jako

$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}. \quad (27)$$

Odrazivosti jsou pak dány vztahy

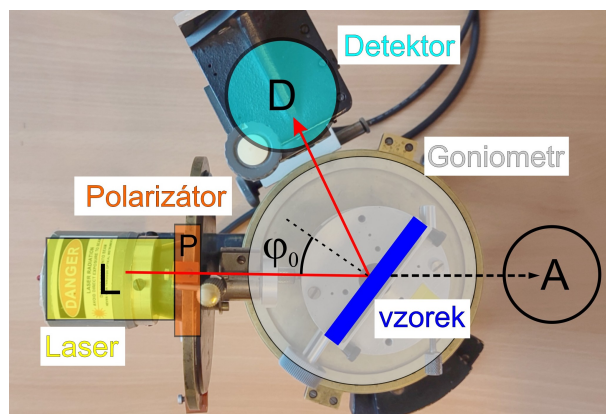
$$R_p = r_p^2 \quad R_s = r_s^2. \quad (28)$$

Závislosti  $R_p$  a  $R_s$  na úhlu dopadu mají odlišný charakter (viz obr. 18). Veličina  $R_s$  monotonně roste s rostoucí hodnotou  $\varphi_0$ , a při úhlu dopadu 90 stupňů je rovná jedné. Odrazivost  $R_p$  s rostoucí hodnotou úhlu dopadu nejprve klesá k nule, při  $\varphi_0 = \varphi_B$  je  $R_p = 0$  a pro  $\varphi_0 > \varphi_B$  opět rychle roste: pro 90 stupňů je opět  $R_p = 1$ . Odrazivost přirozeného světla odraženého na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí je pak dána vztahem

$$R_N = R_s/2 + R_p/2. \quad (29)$$

Z odrazivostí  $R_p$  a  $R_s$  jsme také schopni stanovit hodnoty indexu lomu měřeného dielektrika. Výrazy  $\pm\sqrt{R_p}$  a  $\pm\sqrt{R_s}$  odpovídají pravé straně vztahů (25), přičemž znaménko plus nebo minus před odmocninou je dáno v každém konkrétním případě fyzikální podstatou problému. Za předpokladu, že se měření provádí ve vzduchu, platí  $n_0 = 1$  a můžeme např. z prvního vztahu (25) vypočítat  $\cos \varphi_1$  a dosadit jej do druhého vztahu (25). Jednoduchou

<sup>2</sup>Záporné hodnoty amplitud znamenají fázový posuv o  $\pi$ . Je-li  $r_p > 0$  a  $r_s < 0$ , je složka  $r_s$  posunuta o  $\pi$  proti složce  $r_p$ . Je-li  $r_p < 0$  a  $r_s < 0$ , mají sice obě fázový posuv o  $\pi$ , ale jejich fázový rozdíl je 0 nebo  $2\pi$ .



Obrázek 19: Experimentální uspořádání pro měření úhlové závislosti odrazivosti dielektrika. A – referenční pozice pro měření signálu bez vzorku.

úpravou pak dostaneme za předpokladu, že provádíme měření na skle, následující vztahy pro hledaný index lomu skla: pro úhly dopadu  $\varphi_0 < \varphi_B$  platí

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}}, \quad (30)$$

pro případ  $\varphi_0 > \varphi_B$  pak

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}}. \quad (31)$$

Tento postup v sobě skrývá určitou potíž spočívající v tom, že výpočet indexu lomu je v tomto případě založen na znalosti absolutních hodnot odrazivosti p- a s- složky lineárně polarizovaného světla.

## Experimentální provedení

Smyslem této úlohy je zjistit průběh křivek  $R_p = f(\varphi_0)$  a  $R_s = f(\varphi_0)$  pro danou neabsorbující látku a využitím vztahu (26) určit pro použitou vlnovou délku světla index lomu dané látky. Principiální uspořádání experimentu je uvedeno na obr.19: úzký svazek paprsků vycházející z laseru (L) prochází polarizátorem (P). Zde se světlo lineárně polarizuje a otáčením polarizátoru lze docílit toho, že kmitová rovina je rovnoběžná (kolmá) s rovinou dopadu, což odpovídá p- (s-) složce amplitudy dopadajícího světla. Po odrazu světla na měřeném vzorku umístěném na stolečku goniometru svazek světla dopadá na detektor (D) spojený s měřicím přístrojem. Otáčením stolečku se vzorkem kolem jeho svislé osy měníme úhel dopadu  $\varphi_0$  světelného svazku a odečítáme signál na měřicím přístroji detektoru (ampérmetru). Chceme-li určit úhlovou závislost odrazivosti  $R_p$  a  $R_s$ , je třeba před začátkem měření odstranit ze stolečku měřený vzorek a v místě označeném (A) detektorem stanovit intenzitu dopadajícího svazku  $I_s^0$  a  $I_p^0$ . Odrazivosti odraženého světla  $R_p$  a  $R_s$  pak vyjádříme jako

$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}, \quad (32)$$

kde  $I_p^R$  a  $I_s^R$  jsou s a p polarizované intenzity odraženého záření.

My budeme předpokládat, že detektor má lineární závislost své odezvy na dopadající intenzitu světla a všechny odrazivosti budeme proto moci určovat přímo z hodnot signálu na detektoru.

Pro přirozené světlo zjevně platí

$$R = \frac{R_s + R_p}{2}.$$

**POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!**

## Zpracování měření

Pro jednotlivé polarizace ze získaných hodnot fotoproudu bez přítomnosti vzorku a se zvoleným úhlem dopadu světla na vzorek stanovte hodnoty koeficientu odrazivosti,  $R_s = I_s/I_0^s$ ,  $R_p = I_p/I_0^p$ . Závislost koeficientu odrazivosti na úhlu dopadu zakreslete pro obě polarizace do společného grafu. Do téhož grafu vynesete předpověď závislosti koeficientu odrazivosti pro přirozené světlo. Ze získaných závislostí stanovte pro několik hodnot úhlu dopadu pod Brewsterovým úhlem a pro několik hodnot nad ním předpověď indexu lomu měřeného dielektrika. Přesnější měření úhlové závislosti fotoproudu v blízkosti minima p-složky zpracujte do grafu a určete z něj hodnotu Brewsterova úhlu. Z hodnoty Brewsterova úhlu stanovte index lomu dielektrika a porovnejte jeho hodnotu s výpočty v předchozí části úlohy.

## Úkoly

- Stanovte velikost signálu detektoru pro obě polarizace světla s vyjmutým dielektrikem ( $I_0^p$ ,  $I_0^s$ ).
- Stanovte úhlové závislosti signálu detektoru,  $I_p$ ,  $I_s$  a odrazivosti  $R_p$ ,  $R_s$  lineárně polarizovaného světla pro danou látku.
- V okolí minima  $I_p$  proměřte závislost zesíleného signálu detektoru s jemnějším krokem v úhlech dopadu a určete hodnotu Brewsterova úhlu daného dielektrického zrcadla. Tuto závislost vynesete do grafu. Nejistoty  $\varphi_B$  určete z kroku měřeného úhlu dopadu.
- Stanovte ze vztahu (26) hodnotu indexu lomu dané látky.
- Pro několik (alespoň 5) hodnot úhlů dopadu stanovte index lomu destičky ze vztahu (30), případně (31). Výsledek porovnejte s předchozím výpočtem pomocí  $\varphi_B$ .

## Literatura

- [1] A. Vašíček, Optika tenkých vrstev, NČSAV Praha 1956.

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

- V úloze se měří fotonapětí, které je přímo úměrné intenzitě světla dopadajícího na detektor (fotodiodu).
- Nastavte detektor do přímého svazku světla ze zdroje (s vyjmutým vzorkem dielektrika). Nastavte intenzitu laseru tak, aby nebyl zesilovač přesycen a fotonapětí na voltmetru bylo menší jak 4 V pro obě polarizace (S a P) světla. Změřte fotonapětí pro obě polarizace světla.
- Vložte vzorek do goniometru a proveďte justaci nulového úhlu dopadu na dielektrikum. Tedy, ověřte, zda při úhlu na goniometru  $0^\circ$  se odráží světlo z laseru zpět do zdroje světla. Případně proveďte korekci otočením vzorku bez otáčení stupnic.
- Pro odražené světlo pro obě polarizace naměřte závislost fotonapětí ( $U_P$  a  $U_S$ ) na úhlu dopadu světla na dielektrikum v rozmezí  $30^\circ$  až  $80^\circ$  s krokem  $5^\circ$ . Jedná se o zrcadlový odraz, je tedy třeba po každém nastavení úhlu dopadu nastavit detektor do odraženého svazku (ověříme sledováním fotonapětí na voltmetru a jeho maximalizací).
- Z měření v úkolu 4. stanovte úhel dopadu, kdy je intenzita odraženého světla pro P polarizaci minimální. Po zvýšení zesílení zesilovače a intenzitu laseru změřte v okolí tohoto úhlu ( $\pm 5^\circ$ ) úhlovou závislost fotonapětí pro P polarizované odražené světlo s krokem  $1^\circ$  a určete Brewsterův úhel.
- Z měření v úkolech 2. a 4. vypočtete závislost odrazivosti R a S polarizovaného a následně odrazivosti přirozeného světla na úhlu dopadu. Vynesete tyto závislosti do grafu.

7. Z odrazivosti R a S polarizovaného světla při třech zvolených úhlech dopadu určete index lomu dielektrika.
8. Určete index lomu dielektrika z Brewsterova úhlu.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

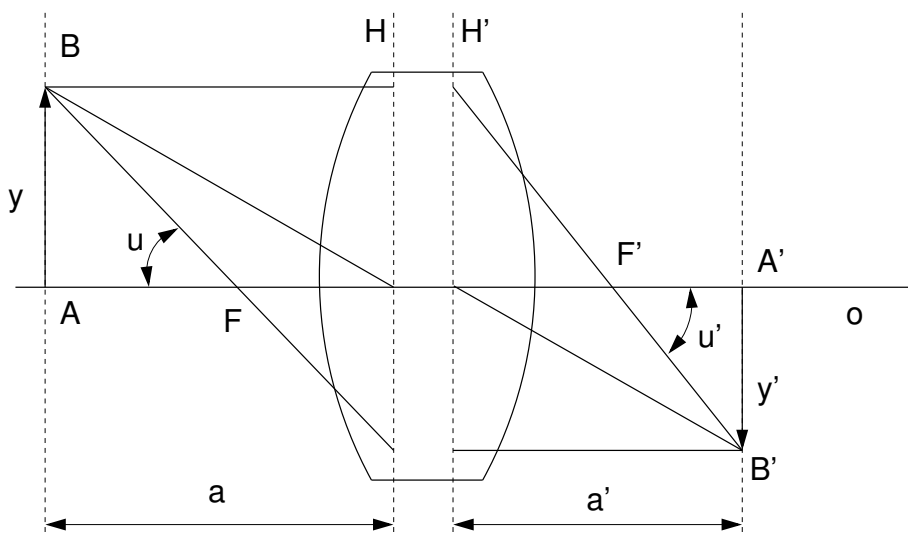
## 8. Měření ohniskové vzdálenosti tenkých čoček

### Cíle úlohy

- Určení ohniskové vzdálenosti tenké čočky třemi různými metodami, porovnání výsledků
- Určení ohniskové vzdálenosti tenké rozptylky

### Teorie

Průchod paraxiálních paprsků soustavou centrovaných kulových lámavých ploch je popsán základními zobrazovacími parametry, mezi nich patří hlavní a uzlové body (respektive roviny), ohniska a ohniskové vzdálenosti. Dopadá-li na zobrazovací soustavu (obr.1) svazek paprsků rovnoběžných s optickou osou  $O$ , pak po průchodu soustavou se paprsky protínají v obrazovém ohnisku  $F'$ . Naopak, svazek paprsků vycházejících z bodu  $F$  (předmětové ohnisko) se změní po průchodu soustavou na rovnoběžný svazek. Rovina kolmá k optické ose procházející předmětovým, respektive obrazovým ohniskem se nazývá předmětovou, respektive obrazovou ohniskovou rovinou.



Obrázek 20: Popis tlusté čočky:  $AB, A'B'$  - polohy předmětu a obrazu;  $F, F'$  - předmětové a obrazové ohnisko;  $H, H'$  - polohy předmětové a obrazové hlavní roviny;  $y, y'$  - velikost předmětu a obrazu;  $a, a'$  - předmětová a obrazová vzdálenost;  $o$  - optická osa.

Na obr.1 jsou obrazem bodů  $A, B$  body  $A', B'$ . Poměr úseček  $y' = A'B'$  a  $y = AB$  se nazývá příčným zvětšením  $\beta$ ,

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (33)$$

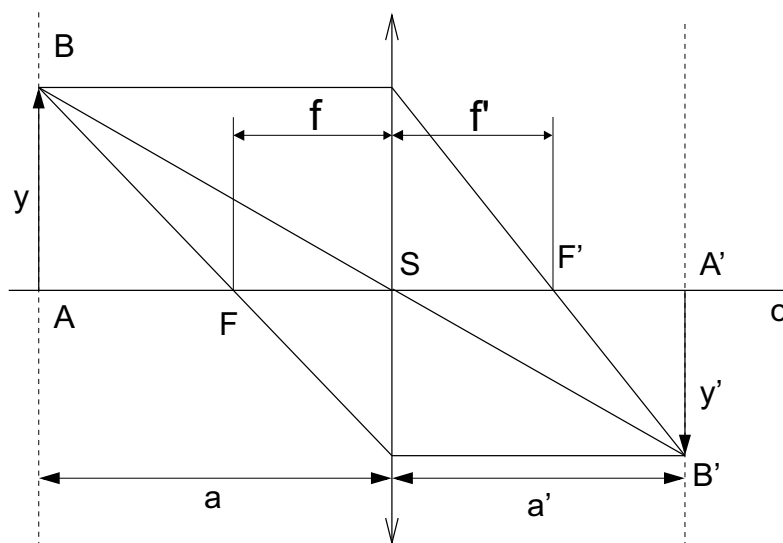
Poměr úhlů  $u'$  a  $u$ , které svírají sdružené paprsky s optickou osou, se nazývá úhlové zvětšení  $\gamma$ ,

$$\gamma = \frac{u'}{u}. \quad (34)$$

Hlavními rovinami soustavy nazýváme dvojici sdružených rovin, kolmých k optické ose, pro než je příčné zvětšení rovno jedné. Hlavními body nazýváme průsečíky hlavních rovin s optickou osou. Uzlovými rovinami nazýváme dvojici sdružených rovin kolmých k optické ose, pro než je úhlové zvětšení rovno jedné. Uzlovými body nazýváme průsečíky uzlových rovin s optickou osou. Vzdálenost předmětového (obrazového) ohniska od předmětového (obrazového) hlavního bodu se nazývá předmětová (obrazová) ohnisková vzdálenost soustavy. Je-li tloušťka čočky zanedbatelná ve srovnání s poloměry křivosti lámavých ploch, hovoříme o tenké čočce. V takovém případě hlavní roviny splývají a čočka je pak při výpočtech představována rovinou středního řezu.

### Znaménková konvence a zobrazovací rovnice čočky

Předmětový a obrazový prostor jsou charakterizovány souřadnými soustavami, jejichž počátky v případě tenké čočky leží ve stejném bodě ve středu čočky. Při výpočtech je nutné rozlišovat kladné a záporné hodnoty v těchto souřadných soustavách. Definice kladného a záporného prostoru může být různá, avšak je-li zvolena určitá definice, všechny vztahy musí být v souhlasu s touto konvencí.



Obrázek 21: Přímé měření ohniskové vzdálenosti tenké spojky S. AB, A'B' - polohy předmětu a obrazu; F, F' - předmětové a obrazové ohnisko;  $y, y'$  - velikost předmětu a obrazu;  $a, a'$  - předmětová a obrazová vzdálenost;  $f, f'$  - předmětová a obrazová ohnisková vzdálenost; o - optická osa.

Budeme důsledně používat následující znaménkovou konvenci: vzdálenost měříme od středu čočky a sice tak, že leží-li bod napravo od počátku bereme vzdálenosti kladně a v opačném případě záporně; leží-li bod nad osou O bereme vzdálenosti kladně a v opačném případě záporně. Na obr. 2 je znázorněno zobrazování spojkou – vidíme, že tady  $a < 0$ ,  $a' > 0$ ,  $f < 0$ ,  $f' > 0$ ,  $y > 0$ , a  $y' < 0$ . V uvedené znaménkové konvenci zobrazovací rovnice čočky má tvar

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \quad (35)$$

kde  $a$  je předmětová vzdálenost,  $a'$  je obrazová vzdálenost a  $f'$  je obrazová ohnisková vzdálenost.

## Experimentální provedení

Úloha je sestavena na optické lavici, obsahující zdroj světla se zabudovaným předmětem (šipka s měřítkem), držáky pro měřené čočky a stínítko. Jednotlivé metody vycházejí z proměření poloh prvků optické lavice při zaostření obrazu na stínítku.

### Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké spojky z polohy obrazu a předmětu

Ze zobrazovací rovnice (3) vyplývá pro ohniskovou vzdálenost  $f'$  vztah

$$f' = \frac{aa'}{a - a'}. \quad (36)$$

Určíme-li tedy vzdálenosti  $a$  a  $a'$ , pak pomocí vztahu (4) vypočítáme  $f'$ . Měření se provádí na optické lavici s měřítkem, na které jsou umístěny předmět  $y$  (svítící šipka s vestavěným měřítkem), proměřovaná čočka  $S$  a stínítko, na něž zachycujeme obraz  $y'$  (viz obr.2). Změnou polohy čočky nebo stínítka při stálé poloze předmětu hledáme co nejlépe zaostřený obraz a odečteme na měřítku optické lavice hodnoty  $a$ ,  $a'$ .

### Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké čočky z příčného zvětšení

Podle obr. 2 pro příčné zvětšení platí

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}. \quad (37)$$

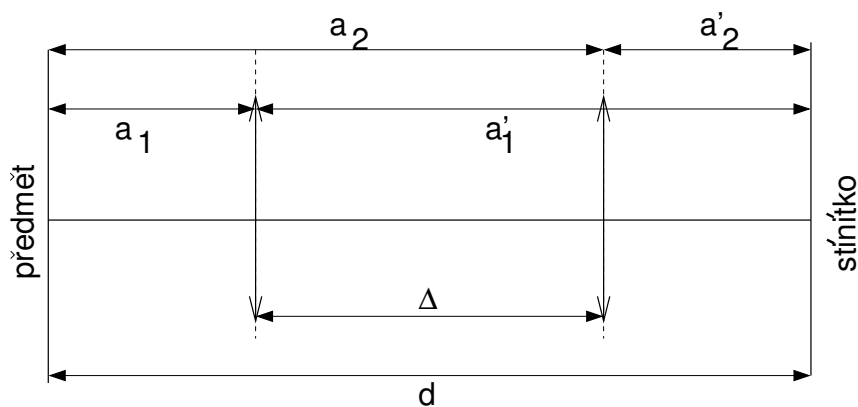
Rovnici (4) přepíšeme do tvaru

$$f' = \frac{a'}{1 - \beta} = \frac{a\beta}{1 - \beta}. \quad (38)$$

Zvětšení  $\beta$  určíme tak, že na stínítku změříme určitou část osvětleného milimetrového měřítka. K změřenému  $\beta$  přiřadíme odpovídající vzdálenost  $a$  nebo  $a'$ . Z rovnice (6) vypočítáme ohniskovou vzdálenost. Z hlediska dosažení maximální přesnosti je vhodné volit vzdálenost  $a$  co největší, na druhé straně bereme zřetel na to, aby obraz byl dostatečně velký, aby zvětšení bylo dobře měřitelné.

### Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké spojky Besselovou metodou

Uvažujeme uspořádání podle obr. 3. Vzdálenost  $d$  předmětu od stínítka ponecháme pevnou.



Obrázek 22: Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké spojky Besselovou metodou.  $\Delta$  - vzdálenost dvou Besselových poloh čočky;  $d$  - vzdálenost předmětu od stínítka;  $a_1, a_1'$  - předmětová a obrazová vzdálenost pro 1. Besselovu polohu;  $a_2, a_2'$  - předmětová a obrazová vzdálenost pro 2. Besselovu polohu.

Dá se ukázat, že pro  $d > 4f$  existují dvě polohy spojky, ve kterých se na stínítku vytvoří ostrý obraz. Uvědomíme-li si, že polohy předmětu a obrazu mohou být vzájemně vyměněny,

$$a_1 = -a_2', \quad a_2 = -a_1' \quad (39)$$

Dále platí (viz.obr.3)

$$d = |a_1| + |a_1'| = |a_2| + |a_2'| \quad (40)$$

$$\Delta = |a_1'| - |a_2'| = |a_2| - |a_1|. \quad (41)$$

Ze vztahů (7)-(9) lze odvodit, že

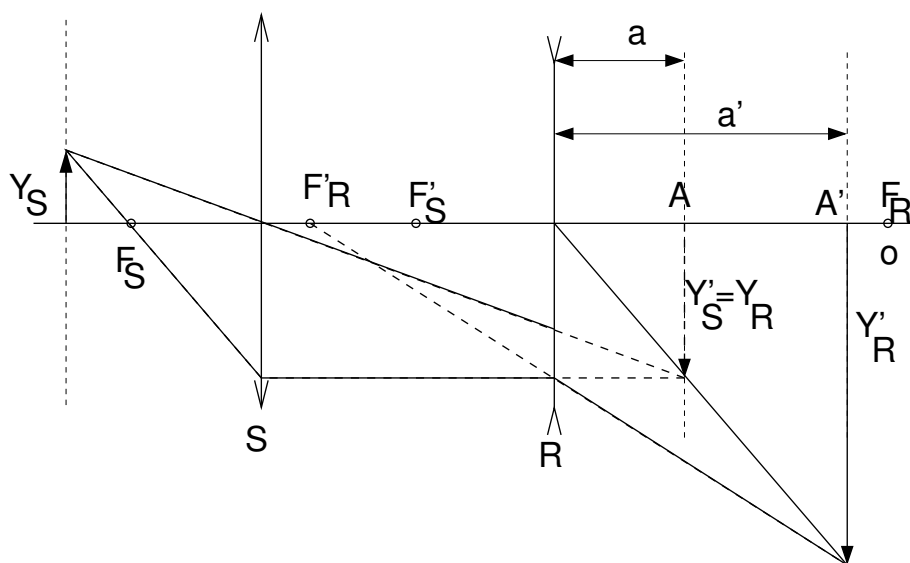
$$d^2 - \Delta^2 = 4a_1a'_1 = 4a_2a'_2. \quad (42)$$

Dosadíme-li do vztahu (4) za čitatele  $aa'$  ze vztahu (10) a za jmenovatele  $d$  ze vztahu (8), dostaneme vztah pro určení ohniskové vzdálenosti

$$f' = \frac{d^2 - \Delta^2}{4d} \quad (43)$$

### Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké rozptylky

Rozptylky vytvářejí vždy neskutečný obraz skutečného předmětu. Proto je v tomto případě nutno postupovat tak, že k měřené rozptylce se přidá spojka tak, aby obraz vytvořený spojkou mohl být neskutečným předmětem pro rozptylku. Podle obr.4 umístíme na optickou lavici předmět  $y_s$ , a spojkou  $S$  vytvoříme reálný obraz  $y'_s$ , v bodě  $A$ . Mezi tento obraz a spojku umístíme rozptylku  $R$  a na stínítku zase nalezneme ostrý obraz  $y'_r$  v bodě  $A'$ .



Obrázek 23: Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké rozptylky  $R$  za pomoci spojky  $S$ .  $F_S, F'_S$  -předmětové a obrazové ohnisko spojky  $S$ ;  $F_R, F'_R$  -předmětové a obrazové ohnisko rozptylky  $R$ ;  $y_s, y'_s$  - velikost předmětu a obrazu spojky;  $y_r, y'_r$  - velikost předmětu a obrazu rozptylky;  $A, A'$  -polohy předmětu a obrazu rozptylky;  $a, a'$  - předmětová a obrazová vzdálenost u rozptylky;  $o$  - optická osa.

Obraz  $y'_s$  je vlastně předmětem  $y_r$  pro rozptylku. Známe-li polohu rozptylky  $R$ , polohu obrazu spojky  $A$  a polohu obrazu rozptylky  $A'$ , můžeme vypočítat

$$a = A - R \quad a' = A' - R \quad (44)$$

a pro výpočet ohniskové vzdálenosti rozptylky použít vztah (4).

### Zpracování měření

V průběhu měření je vhodné opisovat z optické lavice přímo polohu jejích jednotlivých členů a tato data převést na optické parametry jako je předmětová vzdálenost a podobně teprve následně. Ze získaných optických parametrů statisticky vyhodnot' te třemi zadanými metodami ohniskovou vzdálenost měřené spojky, a výsledky mezi sebou porovnejte. V případě rozptylky měření rovněž statisticky zpracujte.



## Úkoly

- Změřte opakovaně ohniskovou vzdálenost tenké spojky přímou metodou.
- Změřte opakovaně ohniskovou vzdálenost téže spojky ze zvětšení.
- Změřte opakovaně ohniskovou vzdálenost téže spojky Besselovou metodou.
- Změřte opakovaně ohniskovou vzdálenost rozptylky přímou metodou.

## Literatura

- [1] Kučírková A., Navrátil K.: Fyzikální měření I., SPN Praha 1986

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

- U všech metod určení ohniskové vzdálenosti proved'te pět až deset měření sledovaných veličin.
- Proved'te měření pro stanovení ohniskové vzdálenosti tenké spojky přímou metodou a metodou ze zvětšení.** Umístěte stínítko na optické lavici do libovolné vzdálenosti od předmětu (osvětlená šipka s milimetrovou stupnicí uvnitř) větší než čtyřnásobek ohniskové vzdálenosti čočky. Vytvořte ostrý obraz předmětu na stínítku posunem spojky na optické lavici v oblasti mezi předmětem a stínítkem. Vzhledem k tomu, že je ohnisková vzdálenost neznámá, je nutno při hledání pozice čočky a stínítka postupovat metodou pokus omyl. Odečtete polohu čočky a stínítka na optické lavici v momentě, kdy je vytvořený ostrý obraz a dále pravítkem změřte velikost obrazu 5 cm měřítka v průsvitce předmětu. Zaznamenejte též polohu předmětu na optické lavici.
- Proved'te měření potřebná pro stanovení ohniskové vzdálenosti spojky Besselovou metodou.** Umístěte stínítko na optické lavici do libovolné vzdálenosti od předmětu větší než čtyřnásobek ohniskové vzdálenosti čočky a najděte dvě polohy spojky na optické lavici, ve kterých se vytvoří na stínítku ostrý obraz. Odečítejte polohy čočky v těchto dvou polohách a polohu stínítka.
- Proved'te měření potřebná pro určení ohniskové vzdálenosti rozptylky přímou metodou.** Na optickou lavici vložte spojku a stínítko a nalezněte bod ve kterém je na stínítku ostrý obraz (ten bude předmětem pro obraz spojky). Nyní vložte mezi spojku a stínítko rozptylku a nalezněte polohu stínítka, kdy je na něm vytvořen ostrý obraz předmětu. Zaznamenávejte polohu rozptylky a polohy obrazu vytvořeného spojkou (před vložením rozptylky) a polohu obrazu vytvořeného soustavou spojky a rozptylky.
- Z měření provedených v úkolech 2. a 3., 4. určete ohniskové vzdálenosti rozptylek pomocí jednotlivých metod. Pro každou z metod pak data statisticky zpracujte.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

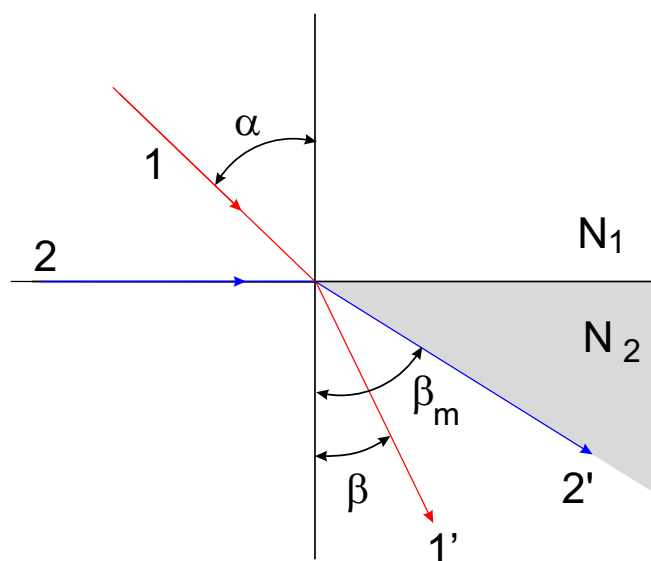
## 9. Měření indexu lomu látek refraktometrem

### Cíle úlohy

- Kalibrace polokulového refraktometru, stanovení indexu lomu kapalinových vzorků
- Srovnávací stanovení indexu lomu týchž kapalinových vzorků dvouhranovým refraktometrem

### Teorie

Index lomu pevných látek a kapalin lze snadno a s vysokou přesností zjistit měřením mezního úhlu při lomu resp. odrazu na rozhraní dvou prostředí. Máme-li dvě prostředí (viz obr. 1), charakterizovaná indexy lomu  $N_1$  a  $N_2$  ( $N_1 < N_2$ ) a prochází-li světlo z prostředí o indexu lomu  $N_1$  do prostředí charakterizovaného indexem lomu  $N_2$ , nastává podle Snellova zákona [1] lom paprsků ke kolmici. V mezním případě, kdy je úhel dopadu roven 90 stupňům (obr.1, paprsek 2), se šíří světlo ve druhém prostředí pod největším úhlem  $\beta_m$ . Tedy do vyšrafované oblasti na obr.1 nemůže světlo z prvního prostředí lomem vnikat.



Obrázek 24: Lom paprsků na rozhraní při mezním/kritickém úhlu  $\beta_m$  mezi prostředími s indexy lomu  $N_1$  a  $N_2$ . Paprsky 1,1' - obecný lom, paprsky 2,2' - mezní lom.

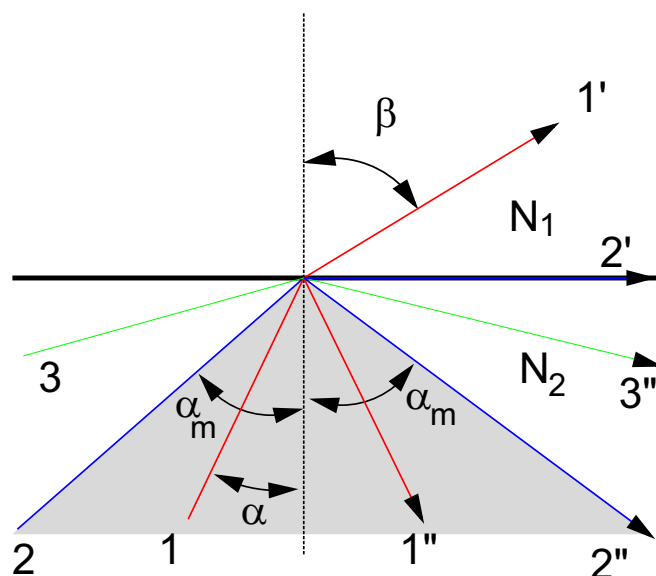
Potom pro  $\beta_m$  platí

$$\sin \beta_m = \frac{N_1}{N_2}. \quad (45)$$

Prochází-li naopak světlo z druhého prostředí do prvního, nastává lom od kolmice (obr. 2). Je-li úhel dopadu menší než  $\alpha_m$ , pronikne část světla do prvního prostředí a část se odrazí. Je-li úhel dopadu větší než  $\alpha_m$ , nastává totální odraz. Ve vyšrafované části na obr. 2 je tedy intenzita odraženého světla menší ve srovnání s částí nešrafovanou.

Pro úhel platí obdobně ze Snellova zákona

$$\sin \alpha_m = N_1/N_2 \quad (46)$$



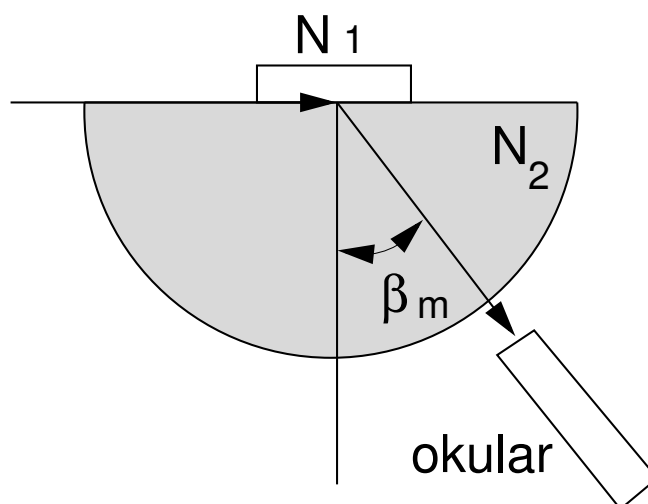
Obrázek 25: Využití kritického úhlu  $\alpha_m$ . Indexy lomu prostředí  $N_1$  a  $N_2$ . Paprsky 1,1' - obecný lom, paprsky 2,2' - mezní lom, paprsky 3,3' - daleko nad mezním úhlem při totálním odrazu.

Na principu měření mezního úhlu jsou konstruovány refraktometry, kterými lze měřit rychle a s malým množstvím měřené látky její index lomu.

## Experimentální provedení

### Abbeův polokulový refraktometr

Jeho princip je znázorněn na obr. 3 pro měření jak v prošlém, tak v odraženém světle. Měřicí polokoule  $K$  ze skla s vysokým indexem lomu  $N_2$  je uložena na podstavci, který je otočný kolem svislé osy  $O$ . Proti oblé ploše polokoule je umístěn dalekohled  $D$  otočný kolem osy  $O$ . Jeho poloha se odečítá na úhloměrné stupnici (úhel  $\beta_m$ ).



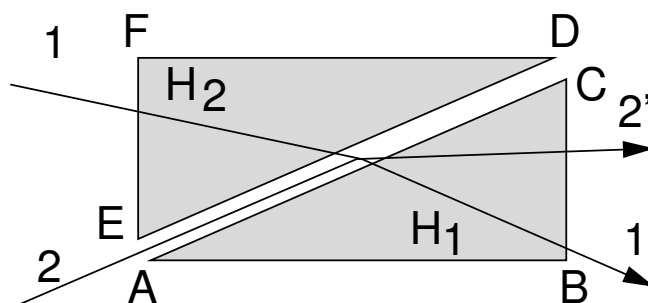
Obrázek 26: Abbeův polokulový refraktometr s polokoulí o indexu lomu  $N_2$  a měřeným prostředím s indexem lomu  $N_1$

Vzorek zkoumané pevné látky se položí na vyleštěnou rovinnou plochu polokoule, která byla před tím navlhčena imerzní kapalinou (v našem případě 1-bromnaftalen, nebo hřebíčkový olej). Přístroj se ze strany osvětlí monochromatickým světlem a dalekohled se nastaví do takové polohy, aby rozhraní tmavého a světlého pole procházelo středem nitkového kříže. Na stupnici dalekohledu se odečte mezní úhel. Měření lze provádět v proslém nebo odraženém světle. Index lomu kapalin se měří tak, že se na rovinnou část polokoule umístí skleněný prsteneček, který se naplní troškou testované kapaliny. Není-li znám index lomu skla polokoule, změří se nejprve mezní úhel  $\beta_m$ , který odpovídá situaci, kdy je nad polokoulí vzduch. Pak se provede měření mezního úhlu je-li nad polokoulí měřená kapalina. Potom pro její index lomu platí

$$N_1 = \sin \beta_m / \sin \beta_{m0} \quad (47)$$

### Dvouhranolový refraktometr

Základní částí přístroje jsou dva hranoly  $H_1$  a  $H_2$ , zhotovené ze skla s vysokým indexem lomu (obr. 4). Měřicí hranol  $H_1$  má stěny  $AB$  a  $BC$  vyleštěny, strana  $AB$  je zmatovaná. Osvětlovací hranol  $H_2$  má naopak zmatovanou stěnu  $ED$ .



Obrázek 27: Optický princip dvouhranolového refraktometru

Měřený objekt se umístí uje na plochu  $AC$  měřicího hranolu. Je-li měřen index lomu kapaliny, jsou oba hranoly k sobě přiklopeny a mezi ně se vpraví malé množství kapaliny. Chceme-li měřit index lomu pevné látky, musí mít vzorek alespoň jednu plochu rovinnou a dobře vyleštěnou. Vzorek přiložíme touto plochou na stěnu  $AC$ , na kterou je třeba před měřením nanést malé množství kapaliny s indexem lomu vyšším než má měřená látka (obvykle 1-bromnaftalem,  $n = 1,658$ ).

Měření indexu lomu kapaliny lze provádět v procházejícím světle nebo ve světle odraženém. Při měření na průchod vstupuje světlo plochou  $EF$  do osvětlovacího hranolu, na ploše  $ED$  se rozptýlí a vchází do měřené látky. Po lomu vychází stěnou  $BC$ . Tato plocha je pozorována dalekohledem. Při měření v monochromatickém světle je mezi oběma částmi zorného pole ostré rozhraní. Při měření na odraz vstupuje světlo plochou  $AB$  do hranolu  $H_1$  a po odrazu opět vychází plochou  $BC$ .

Měření indexu lomu pevných látek lze provádět také buď v proslém světle (chod paprsku 2) nebo ve světle odraženém (zde platí totéž co pro kapaliny). Je-li měření prováděno v bílém světle, je rozhraní v zorném poli dalekohledu zbarveno. Aby se tato obtíž odstranila, je dvojhnanolový refraktometr vybaven kompenzátozem, což jsou dva Amiciovy hranoly. Činnost kompenzátozu spočívá v tom, že se do optické soustavy přístroje zařadí nový hranol, jehož disperze je až na znaménko rovna disperzi měřicí soustavy.

S měřicím hranolem je pevně spojena stupnice kalibrovaná v hodnotách indexu lomu. Odečítá se na ní pomocí lupy umístěné vedle okuláru dalekohledu. Měření na tomto přístroji lze provádět buď v monochromatickém světle a to pro vlnovou délku 589.3 nm nebo ve světle bílém. Z údajů na stupnici kompenzátozu a přiložené tabulky lze stanovit hodnotu střední disperze látky  $n(486,1 \text{ nm}) - n(656,3 \text{ nm})$ .

### Postup měření

1. Na měřicí hranol nanést malé množství imerzní kapaliny.

2. Na kapku této kapaliny umístít vyleštěnou plochou měřený vzorek.
3. Šroubem na pravé straně přístroje otáčet hranolem tak dlouho, až se v zorném poli dalekohledu objeví rozhraní světlo-tma. Toto rozhraní otáčením šroubu nastavit do průsečíku nitkového kříže v zorném poli dalekohledu.
4. Na stupnici vpravo lupou odečíst hodnotu indexu lomu měřeného objektu.
5. Šroubem na levé straně přístroje se ovládá vzájemná poloha hranolů barevného kompenzátoru.

## Zpracování měření

Kalibraci polokulového refraktometru proved'te nepřímo: zpracujte nejprve statisticky všechna měření na polokulovém refraktometru, a následně proveďte, zda průměrná hodnota zjištěného indexu lomu u kalibrovaného sklíčka odpovídá tabelované. Pokud ne, určete faktor, kterým je potřeba tuto průměrnou hodnotu přenásobit, aby se s tabelovanou shodla. Takto zjištěným faktorem přenásobte všechny průměrné hodnoty i odchylky určených indexů lomů. Získané zkalibrované hodnoty porovnejte s měřeními na dvouhranolovém refraktometru a tabulkovými hodnotami indexu lomu měřených kapalin.

## Úkoly

- (a) Změřte opakovaně mezní úhel při pozorování polokulovým refraktometrem bez vložení vzorku.
- (b) Změřte opakovaně mezní úhel při pozorování dvou kapalinových vzorků polokulovým refraktometrem.
- (c) Změřte opakovaně mezní úhel při pozorování kalibrovaného sklíčka polokulovým refraktometrem.
- (d) Změřte index lomu stejných kapalinových vzorků dvouhranolovým refraktometrem.

## Literatura

- [1] A.Kučírková, K.Navrátíl, Fyzikální měření I, SPN Praha 1986.

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

1. Proveďte kalibraci Abbeho refraktometru. Změřte mezní úhel (vzhledem k normále k broušené pološe polokoule) pod kterým se šíří světlo v polokouli refraktometru, tj. tedy úhlovou polohu rozhraní světla a stínu pozorovaného v dalekohledu refraktometru. Měření proveďte pro šest úhlů otočení polokoule refraktometru okolo vertikální osy s krokem  $60^\circ$ .
2. Proveďte měření mezních úhlů potřebná k určení indexů lomu dvou kapalin (vody a izopropanolu) a skla pomocí Abbeho refraktometru. Měří se opět mezní úhly šíření světla v polokouli refraktometru při nanesení nebo přiložení příslušné látky na plochu polokoule refraktometru. Proveďte opět šest měření při stejných úhlech otočení polokoule refraktometru kolem vertikální osy jako u úkolu 1.
3. Proveďte měření indexu lomu vody a izopropanolu pomocí dvouhranolového refraktometru.
4. Z měření v úkolu 1. určete index lomu skla polokoule Abbeho refraktometru.
5. Z měření v úkolech 1. a 2. určete indexy lomu měřených látek. Data statisticky zpracujte.
6. Srovnajte indexy lomu kapalin stanovené pomocí Abbeho refraktometru a pomocí dvouhranolového refraktometru.

# BOZF0221 Základy fyzikálně optických měření 1

## 10. Průchod světla planparalelní deskou a hranolem

### Cíle úlohy

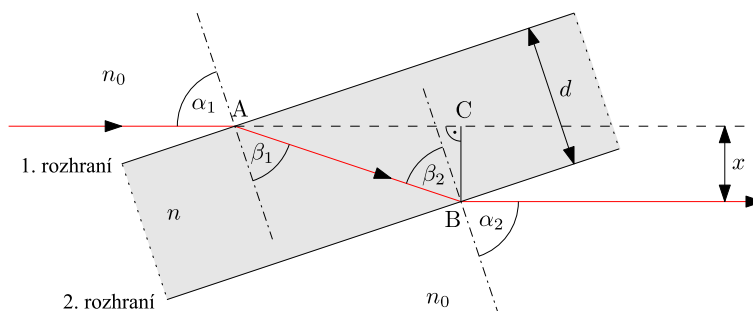
- Určení indexu lomu skleněné desky z měření stranové úchyly paprsku
- Určení indexu lomu skleněného hranolu z měření minimální deviace

### Teorie

Při průchodu světla skleněnou planparalelní deskou dochází k posunu vystupujícího paprsku a vstupující a vystupující paprsky jsou rovnoběžné. Při průchodu světla hranolem dochází k úhlové odchylce vystupujícího a vstupujícího paprsku, tato odchylka je deviace a vstupující a vystupující paprsky jsou různoběžné. Je-li dopadající světlo bílé, dochází k jeho rozkladu na jednotlivé barevné složky. Tyto skutečnosti vyplývají ze zákona lomu a ze závislosti indexu lomu na vlnové délce. Uvedené jevy budeme posuzovat jednak kvalitativně, jednak odchylky paprsků a příslušné úhly změříme a porovnáme je s hodnotami vypočtenými ze zákona lomu. Z těchto měření můžeme určit index lomu skla hranolu nebo planparalelní desky.

#### Průchod paprsku planparalelní deskou

Zde odvodíme závislost posuvu vystupujícího a vstupujícího paprsku na úhlu dopadu  $\alpha$ , tloušťce desky  $d$  a indexu lomu skla  $n$ , kde planparalelní deska je umístěna v prostředí s indexem lomu  $n_0$ . Situace je znázorněna na obrázku 28.



Obrázek 28: Průchod světla planparalelní deskou.

Protože obě rozhraní jsou rovnoběžná, je úhel dopadu  $\alpha_1$  na první rozhraní roven úhlu lomu  $\alpha_2$  na druhém rozhraní, položíme  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , a úhel lomu  $\beta_1$  na prvním rozhraní je roven úhlu dopadu  $\beta_2$  na druhém rozhraní, tudíž platí  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ . Zákon lomu na prvním rozhraní je

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta \quad (48)$$

a na druhém rozhraní

$$n \sin \beta = n_0 \sin \alpha. \quad (49)$$

Délka dráhy paprsku  $AB$  v planparalelní desce je

$$|AB| = \frac{d}{\cos \beta}. \quad (50)$$

Odchylka  $x$  vstupujícího a vystupujícího paprsku je

$$x = |BC| = |AB| \sin(\alpha - \beta). \quad (51)$$

Úpravou a použitím vztahů

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}, \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta, \quad (52)$$

obdržíme z (48)–(51) vztah pro odchylku paprsků,

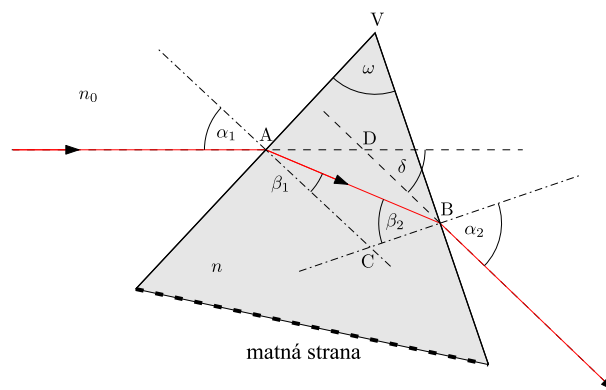
$$x = \left( 1 - \frac{n_0 \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha}} \right) d \sin \alpha. \quad (53)$$

Z tohoto vztahu můžeme určit index lomu skla za předpokladu, že  $\alpha \neq 0$ :

$$n = n_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left( 1 - \frac{x}{d \sin \alpha} \right)^{-2} \cos^2 \alpha}. \quad (54)$$

### Průchod světla hranolem

V této části odvodíme závislost úhlové odchylky  $\delta$  vystupujícího paprsku na úhlu dopadu  $\alpha_1 = \alpha$ , lámavého úhlu  $\omega$ , který svírají stěny hranolu jimiž vstupují a vystupují paprsky a na indexu lomu skla  $n$ .



Obrázek 29: Průchod paprsku světla hranolem.

Zákon lomu na prvním rozhraní je

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta_1 \quad (55)$$

a na druhém rozhraní

$$n \sin \beta_2 = n_0 \sin \alpha_2 \quad (56)$$

Deviace  $\delta$  je vnější úhel v trojúhelníku ABD při vrcholu D,

$$\delta = (\alpha - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) \quad (57)$$

Lámavý úhel  $\omega$  je vnějším úhlem při vrcholu C v trojúhelníku ABC, neboť strana AC je kolmá k prvnímu rozhraní AV a strana BC je kolmá k druhému rozhraní BV:

$$\omega = \beta_1 + \beta_2. \quad (58)$$

Deviace  $\delta$  je z (57) a (58) rovna  $\delta = \alpha + \omega + \alpha_2$ . Vyjádříme  $-\alpha_2$  ze vztahů (56), (58) a (55), obdržíme závislost deviace na úhlu dopadu  $\alpha$  ve tvaru

$$\delta = \alpha - \omega + \arcsin \left[ \sin \omega \sqrt{\left( \frac{n}{n_0} \right)^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \omega \sin \alpha \right] \quad (59)$$

Poznamenejme, že tato závislost má minimum  $\delta_m$  pro takový úhel dopadu, kdy paprsky vstupující a vystupující leží symetricky vzhledem k rovině půlící lámavý úhel hranolu. Pak platí

$$n = \frac{\sin([\delta_m + \omega]/2)}{\sin(\omega/2)}. \quad (60)$$

Tento případ se používá k měření indexu lomu metodou minimální deviace a je popsán v [1], na str.148 - vztah pro výpočet indexu lomu v bodě minimální deviace má tvar

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_m + \omega}{2}\right)}{\sin\frac{\omega}{2}}.$$

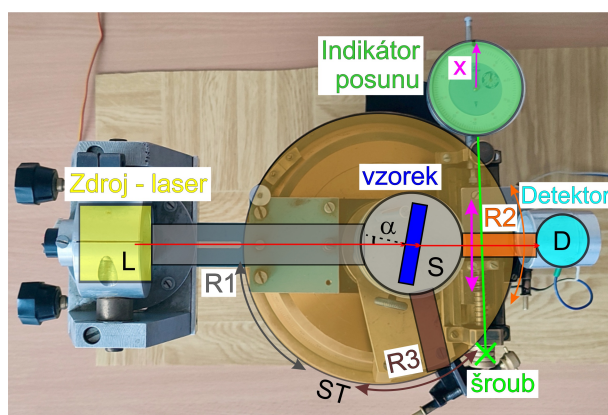
## Experimentální provedení

Pro měření úhlu dopadu, posuvu  $x$  nebo úhlu deviace použijeme goniometr, jehož schéma je na obrázku 30. Goniometr obsahuje kruhovou stupnici ST, po které se pohybují tři ramena: R1 se zdrojem, kterým je laserová dioda L, R2 s detektorem tvořeným Si fotodiodou a R3 se stolečkem S pro vzorek umístěným ve středu kruhu. Na stolek klademe zkoumanou planparalelní desku nebo hranol. Detektorem lze posouvat šroubem ve směru  $x$  kolmo na rameno R2. Posuv se měří pomocí indikátoru v podobě číselníkového úchylkoměru. Úhel dopadu  $\alpha$  určujeme z polohy ramen R1 a R3, úhel deviace výstupního paprsku  $\delta$  z polohy ramen R1 a R2 (pro desku je  $\delta = 0$ ). Před měřením je třeba nastavit stolek S tak, aby paprsek dopadal kolmo na měřenou planparalelní desku nebo hranol. Dosáhne se toho pomocí tří stavících šroubů pod stolečkem. Kolmost dopadajícího paprsku na lámavou plochu poznáme podle chodu zpětně odraženého paprsku: oba paprsky musí mít totožnou dráhu – sledujeme stopu odraženého paprsku u výstupního otvoru zdroje L. Pro hranol je jeho lámavý úhel je  $\omega = 60^\circ$ . Úhel dopadu měňte otáčením stolečku S ramenem R3. Správnou polohu detektoru poznáte podle maximální hodnoty fotoproudu, který měříte digitálním ampermetrem (na rozsahu  $200 \mu A$ ).

**POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!**

## Zpracování měření

Doporučuje se v laboratoři opisovat přímo polohy ramen, nastavené na goniometru, a optické parametry (úhel dopadu a podobně) dopočítávat až následně. Měření tloušťky planparalelní desky zpracujte statisticky, v dalším použijte pouze průměrnou hodnotu této tloušťky. Při měření planparalelní desky pro každou změřenou dvojici stranová úchylna - úhel dopadu stanovte index lomu desky a takto získané hodnoty zpracujte statisticky. Při měření hranolu vynesete do grafu závislost úhel deviace - úhel dopadu; z minima grafu určete hodnotu indexu lomu hranolu.



Obrázek 30: Experimentální uspořádání pro měření průchodu světla planparalelní deskou a hranolem.



## Úkoly

- Změřte opakovaně tloušťku  $d$  vybrané planparalelní desky pomocí posuvného měřítka nebo mikrometru.
- Proveďte justaci přístroje a planparalelní desky a určete závislost posuvu  $x$  vystupujícího paprsku z planparalelní desky na úhlu dopadu  $\alpha$  a znázorněte graficky.
- Z každého bodu posunutí  $x$  určete index lomu planparalelní desky  $n$ .
- Proveďte justaci přístroje hranolu a naměřte závislost deviace  $\delta$  na úhlu dopadu  $\alpha$  a znázorněte graficky.
- Určete minimální deviaci  $\delta_m$  a index lomu hranolu  $n$ .

**POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!**

## Literatura

- [1] Kučírková A., Navrátil K.: Fyzikální měření I., SPN Praha 1986

## Dodatek

### Detailní doplňující přehled úkolů

- Podle příslušného návodu přiloženého v praktiku proveďte justaci goniometru a planparalelní desky vložené na goniometr pro měření stranové úchylky paprsku po průchodu planparalelní deskou.
- Proveďte měření stranové úchylky paprsku prošlého planparalelní deskou pro úhly dopadu  $0^\circ$  až  $55^\circ$  s krokem  $5^\circ$ .
- Proveďte opakovaně měření tloušťky planparalelní desky pomocí mikrometru.
- Proveďte justaci goniometru a hranolu vložené na goniometr pro měření lomu světla na hranolu podle příslušného návodu přiloženého v praktiku.
- Naměřte závislost úhlové deviace paprsku prošlého hranolem na úhlu dopadu světla laseru. Měření proveďte nejdříve s krokem úhlu dopadu  $5^\circ$ . Nalezněte úhel dopadu pro který dochází k minimální deviace paprsku a v okolí tohoto úhlu proveďte měření s krokem  $1^\circ$ .
- Z měření v úkolu 2. a z tloušťky planparalelní desky vypočtete index lomu materiálu desky pro každý měřicí bod a data statisticky zpracujte. Závislost stranové úchylky paprsku po průchodu planparalelní deskou na úhlu dopadu paprsku světla vynesete do grafu.
- Vyneste do grafu závislost úhlové deviace paprsku světla po průchodu hranolem na úhlu dopadu světla (měření v úkolu 5.). Určete minimální úhlovou úchylku paprsku a z ní index lomu hranolu.