

Radiologická fyzika

Michal Lenc

podzim 2010

Fyzikální základy radiologie

Záření: částice a vlny. Spektrum elektromagnetického pole.

Struktura látek. Atomy. Jádra. Zákony zachování.

Radioaktivita.

Rentgenové záření.

Zdroje a detektory záření.

Interakce záření s hmotou.

Ultrazvuk.

Repetitorium.

Moderní diagnostické metody

MRI – zobrazení pomocí jaderné magnetické resonance

(magnetic resonance imaging)

CT – zobrazení pomocí absorpce rentgenového záření

(computer tomography)

PET – zobrazení pomocí positronů emitovaných při β^+ rozpadu (positron emission tomography)

USI – zobrazení pomocí absorpce, odrazu nebo frekvenčního posuvu ultrazvukových vln (ultrasound imaging)

Co je to za zařízení?



CT



MRI

Typický problém

Ionizující elektromagnetické záření ($f > 3 \cdot 10^{15}$ Hz neboli $\lambda < 100$ nm - UV, rtg a gama) má dostatek energie pro ionizaci atomů tvořících naše tělo. Ionty způsobují tvorbu volných radikálů (H, OH) a vysoce chemicky reaktivních sloučenin (H_2O_2), které vyvolávají změny biologicky významných molekul (DNA) a vedou k biologickým účinkům jako je kancerogeneze a mutageneze. Čím vyšší je počet fotonů absorbovaných tělem a čím vyšší je energie těchto fotonů, tím vyšší je počet vytvářených volných radikálů, tím vyšší je riziko. **Ale...**

Kvalita obrazu souvisí s dávkou

Obecně platí, že lepší obraz vyžaduje více fotonů a tím i vyšší dávku.



Něco jaderné terminologie

Pokud se o jádra atomů zajímáme jen z hlediska různých jaderných vlastností, nikoli jako o části atomů, nazýváme je obecně **nuklidy**.

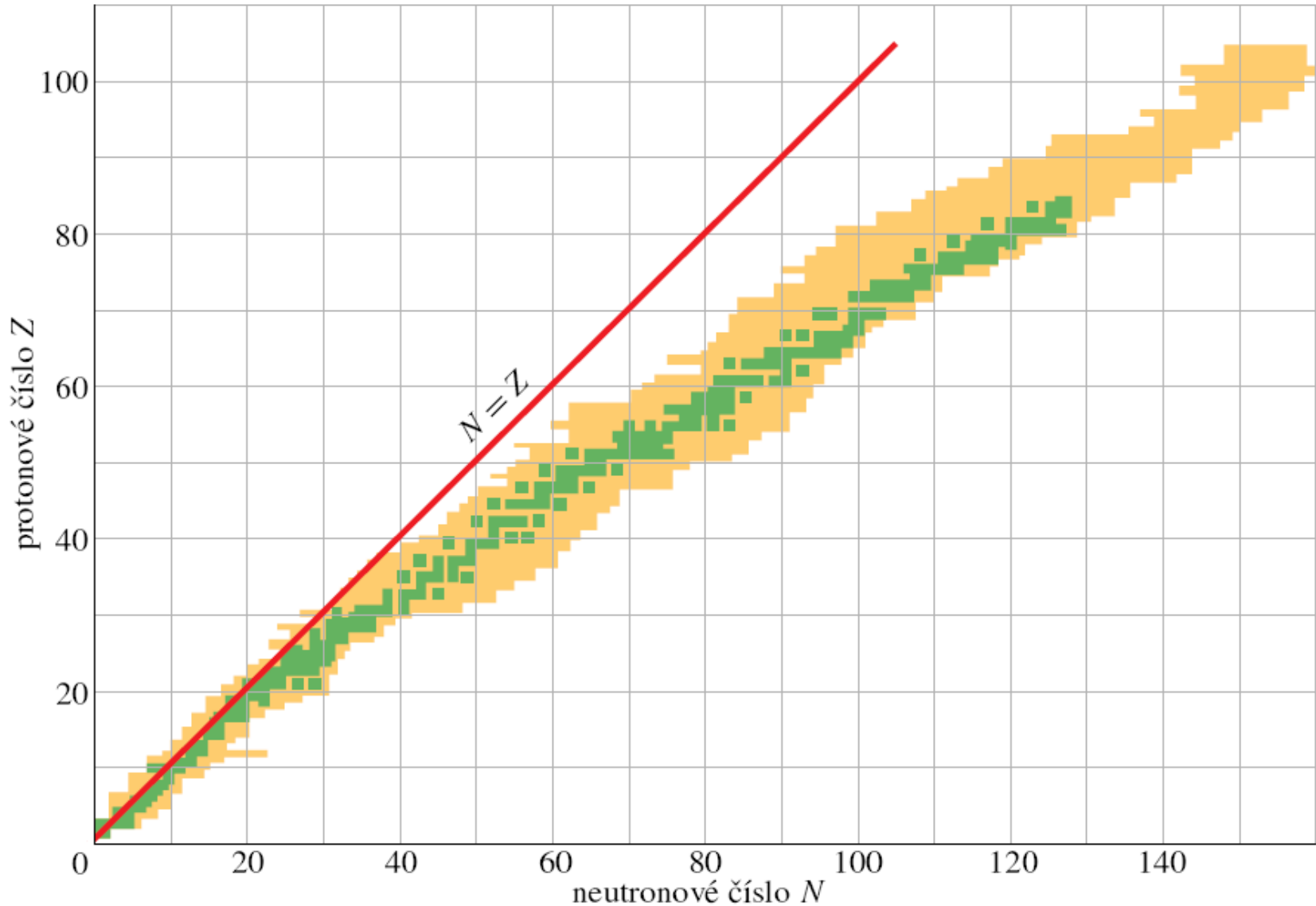
Jádro se skládá z protonů a neutronů. Počet protonů v jádře (**atomové číslo** nebo také **protonové číslo** jádra) je označováno symbolem **Z**; počet neutronů (**neutronové číslo**) symbolem **N**. Celkovému počtu neutronů a protonů v jádře říkáme **hmotnostní číslo A**. Máme-li na mysli jak neutrony, tak protony, používáme společného pojmenování **nukleony**.

$$A = Z + N$$

Značení nuklidů

NUKLID	Z	N	A		
${}^1\text{H}$	1	0	1	A	X
${}^7\text{Li}$	3	4	7		
${}^{31}\text{P}$	15	16	31		
${}^{84}\text{Kr}$	36	48	84		
${}^{120}\text{Sn}$	50	70	120		
${}^{157}\text{Gd}$	64	93	157	A	X
${}^{197}\text{Au}$	79	118	197	Z	
${}^{227}\text{Ac}$	89	138	227		
${}^{239}\text{Pu}$	94	145	239		

Známé nuklidy (zeleně stabilní)



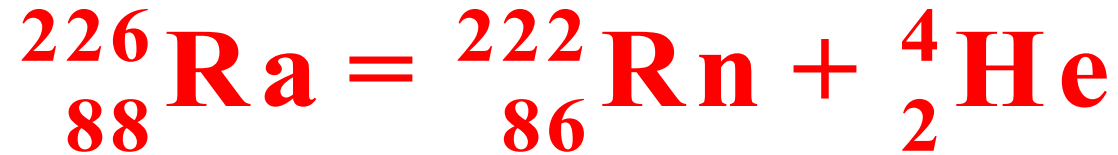
Nuklidy v okolí zlata

	$A = 198$						
82	¹⁹⁷ Pb 43 min	¹⁹⁸ Pb 2,4 h	¹⁹⁹ Pb 1,5 h	²⁰⁰ Pb 21,5 h	²⁰¹ Pb 9,33 h	²⁰² Pb 53 000 y	²⁰³ Pb 2,16 d
81	¹⁹⁶ Tl 1,84 h	¹⁹⁷ Tl 2,83 h	¹⁹⁸ Tl 5,3 h	¹⁹⁹ Tl 7,4 h	²⁰⁰ Tl 26,1 h	²⁰¹ Tl 72,9 h	²⁰² Tl 12,2 d
80	¹⁹⁵ Hg 9,5 h	¹⁹⁶ Hg 0,15 %	¹⁹⁷ Hg 64,1 h	¹⁹⁸ Hg 10,0 %	¹⁹⁹ Hg 16,9 %	²⁰⁰ Hg 23,1 %	²⁰¹ Hg 13,2 %
79	¹⁹⁴ Au 39,4 h	¹⁹⁵ Au 186 d	¹⁹⁶ Au 6,18 d	¹⁹⁷ Au 100 %	¹⁹⁸ Au 2,69 d	¹⁹⁹ Au 3,14 d	²⁰⁰ Au 48,4 min
78	¹⁹³ Pt 60 y	¹⁹⁴ Pt 32,9 %	¹⁹⁵ Pt 33,8 %	¹⁹⁶ Pt 25,3 %	¹⁹⁷ Pt 18,3 h	¹⁹⁸ Pt 7,2 %	¹⁹⁹ Pt 30,8 min
77	¹⁹² Ir 73,8 d	¹⁹³ Ir 62,7 %	¹⁹⁴ Ir 19,2 h	¹⁹⁵ Ir 2,8 h	¹⁹⁶ Ir 52 s	¹⁹⁷ Ir 5,8 min	¹⁹⁸ Ir ≈ 8 s
76	¹⁹¹ Os 15,4 d	¹⁹² Os 41,0 %	¹⁹³ Os 30,5 h	¹⁹⁴ Os 6,0 y	¹⁹⁵ Os 6,5 min	¹⁹⁶ Os 35 min	—
	115	116	117	118	119	120	121
	neutronové číslo N						

„Klasické“ třídění na α , β a γ rozpad

α rozpad

Radium se změní na radon při emisi α částice (jádra helia)



obecně

Nuklid X se změní na nuklid Y při emisi α částice (jádra helia)



„Klasické“ třídění na α , β a γ rozpad

β rozpad

Kobalt se změní na nikel (v nabuzeném stavu) při emisi elektronu a antineutrína



obecně

Nuklid X se změní na nuklid Y při emisi elektronu a antineutrína



„Klasické“ třídění na α , β a γ rozpad

γ rozpad

Nikl v nabuzeném stavu přejde do základního stavu při emisi dvou fotonů



obecně

Nuklid v nabuzeném stavu X^* přejde do základního stavu X při emisi dvou fotonů



Další typy přechodů

β^+ rozpad

Dusík se změní na uhlík při emisi pozitronu a neutrina



obecně

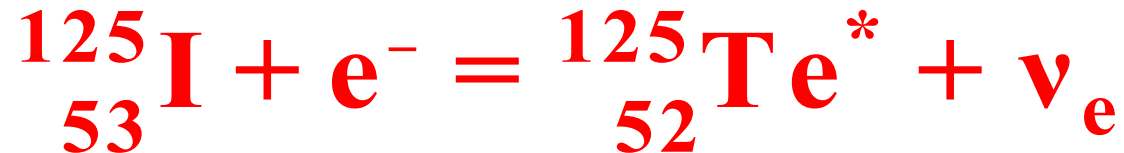
Nuklid X se změní na nuklid Y při emisi pozitronu a neutrina



Další typy přechodů

Elektronový záchyt

Jod se přemění na tellur v nabuzeném stavu při emisi neutrina



obecně

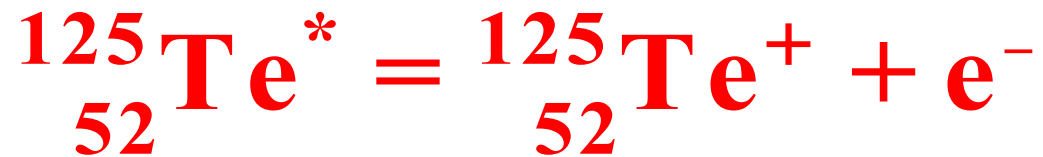
Elektron z vnitřní hladiny „se sloučí“ s protonem jádra na neutron při emisi neutrina



Další typy přechodů

Vnitřní konverse

Tellur z nabuzeného stavu přejde do jedenkrát ionizovaného stavu při emisi elektronu



obecně

Prvek uvolní energii nabuzeného stavu emisí vnitřního elektronu



Jak podrobný popis je potřeba pro porozumění jevu?

Dva příklady:

1) Stručný:

Jak je popisován na různých úrovních β rozpad

2) Podrobnější:

Proč jsou při α rozpadu emitovány právě nuklidy helia

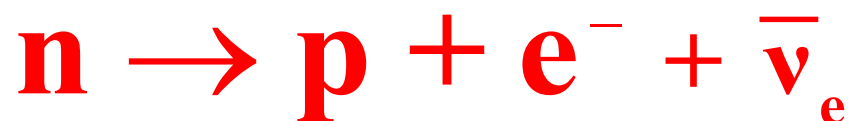
Popis β - rozpadu

fosfor se změní na síru
při emisi elektronu a neutrina



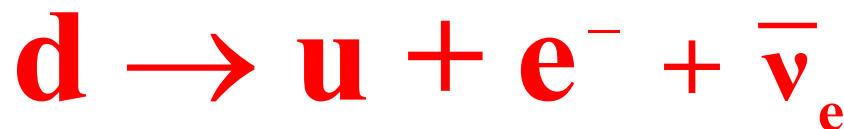
Zákon zachování počtu nukleonů ($32=32$) a elektrického náboje
($15=16-1$)

neutron se změní na proton
při emisi elektronu a
elektronového antineutrina



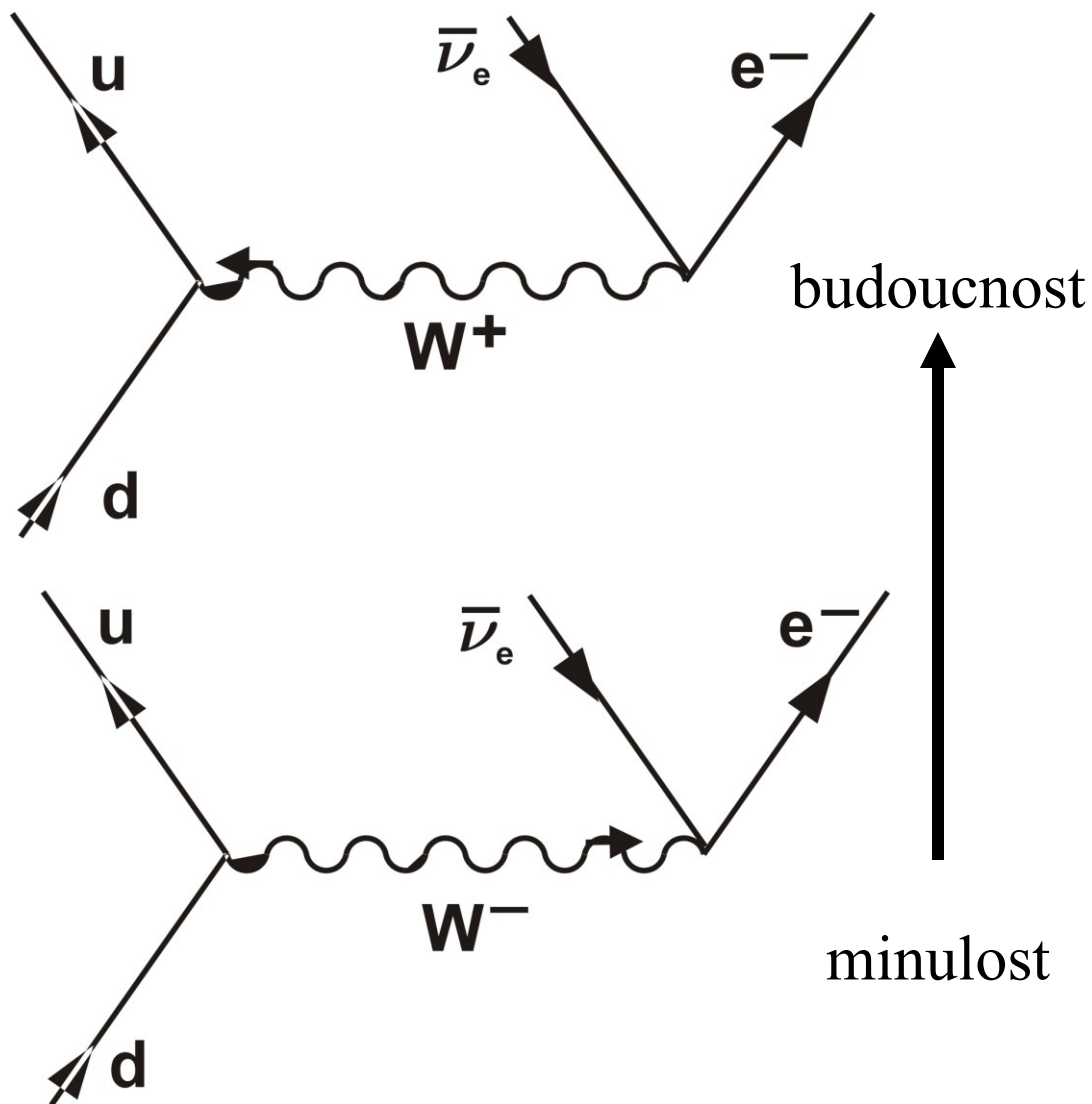
Zákon zachování baryonového ($1=1$), leptonového ($0=1-1$)
a elektrického náboje ($0=1-1$)

d-kvark se změní na u-kvark
při emisi elektronu a
elektronového antineutrina



Zákon zachování baryonového ($1/3=1/3$), leptonového ($0=1-1$)
a elektrického náboje ($-1/3=2/3-1$)

Popis β - rozpadu



V každém vrcholu
Feynmanova diagramu
jsou splněny zákony
zachování:

baryonového náboje
leptonového náboje
elektrického náboje
energie a hybnosti

Einsteinovy vztahy I

Vztah mezi energií E a hmotností m částice

$$E = m c^2$$

Pokud se částice pohybuje rychlostí velikosti v , platí

$$E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Einsteinovy vztahy II

Vztah mezi energií fotonu E a frekvencí elmg. záření ω

$$E = \hbar \omega$$

Vztah mezi energií fotonu E a vlnovou délkou elmg. záření λ

$$E = \frac{2 \pi \hbar}{\lambda}$$

Fundamentální konstanty

Rychlost světla ve vakuu c

$$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

Planckova konstanta \hbar

$$\hbar = 571\,628(53) \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

Elementární náboj e

$$e = 1,602\,176\,487(40) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Newtonova gravitační konstanta G

$$G = 6,674\,28(67) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Jednotky pro vyjádření hmotnosti

V soustavě SI je touto jednotkou kilogram. Díky Einsteinově vztahu mezi energií a hmotností částice v klidu můžeme vyjadřovat hmotnost pomocí jednotek pro energii nebo si zvolit nějakou hmotnost jako normál, se kterým budeme ostatní hmotnosti porovnávat. Pro atomovou a jadernou fyziku je vhodnou jednotkou energie elektronvolt (eV) a jeho násobky, tj. 1 eV je energie získaná nebo ztracená elementárním nábojem při překonání potenciálového rozdílu 1 V. Hmotnosti se většinou vyjadřují v MeV/c^2 ($1 \text{ MeV}=10^6 \text{ eV}$) nebo v atomových jednotkách hmotnosti u.

$$1 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 1,782\,661\,758(44) \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

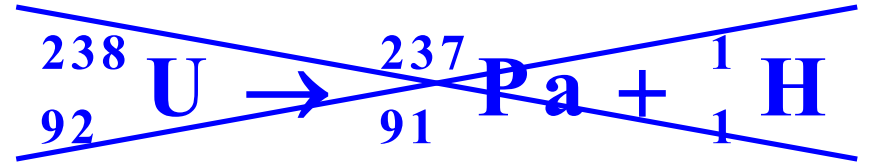
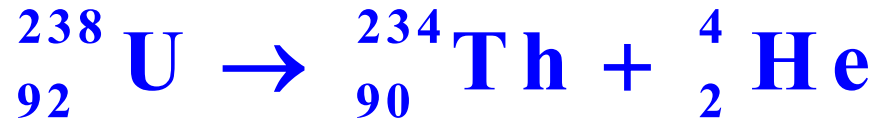
$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} m \left({}^{12}\text{C} \right) = 1,660\,538\,782(83) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Hmotnostní přebytek nuklidu

$$\frac{\Delta}{u} = \left(\frac{m}{u} - A \right)$$

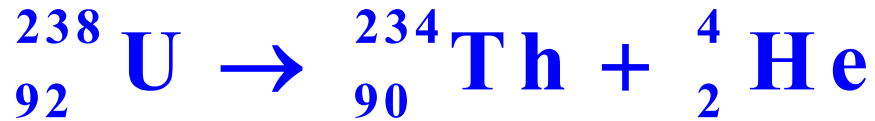
	Z	A	Δ/u
proton	1	1	0,007 276
neutron	0	1	0,008 665
deuteron	1	2	0,013 553
triton	1	3	0,015 501
helion	2	3	0,014 932
α částice	2	4	0,001 506

Přirozený α rozpad uranu



atom	Z	A	$m[\text{u}]$
uran	92	238	238,050 79
protaktinium	91	237	237,051 21
thorium	90	234	234,043 63
helium	2	4	4,002 60
vodík	1	1	1,007 83

Spontánní α rozpad uranu

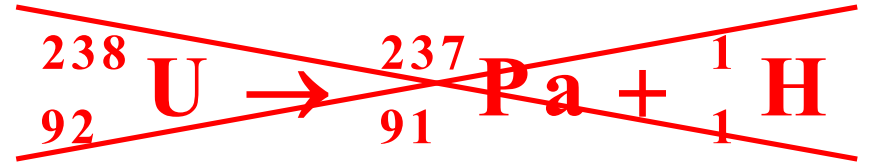


$$\Delta m c^2 =$$

$$(238,050\,79 - 234,043\,63 - 4,002\,60) \text{u} c^2 =$$

$$0,004\,56 \text{u} c^2 = \boxed{4,25 \text{MeV}}$$

Spontánní rozpad nastává, poločas rozpadu je $4,47 \cdot 10^9$ let.



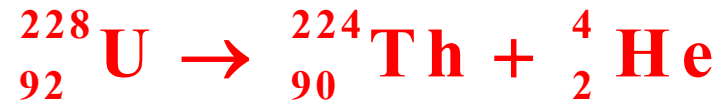
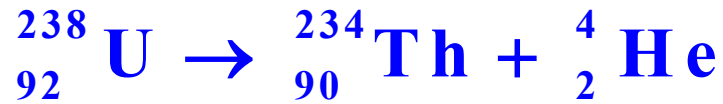
$$\Delta m c^2 =$$

$$(238,050\,79 - 237,051\,21 - 1,007\,83) \text{u} c^2 =$$

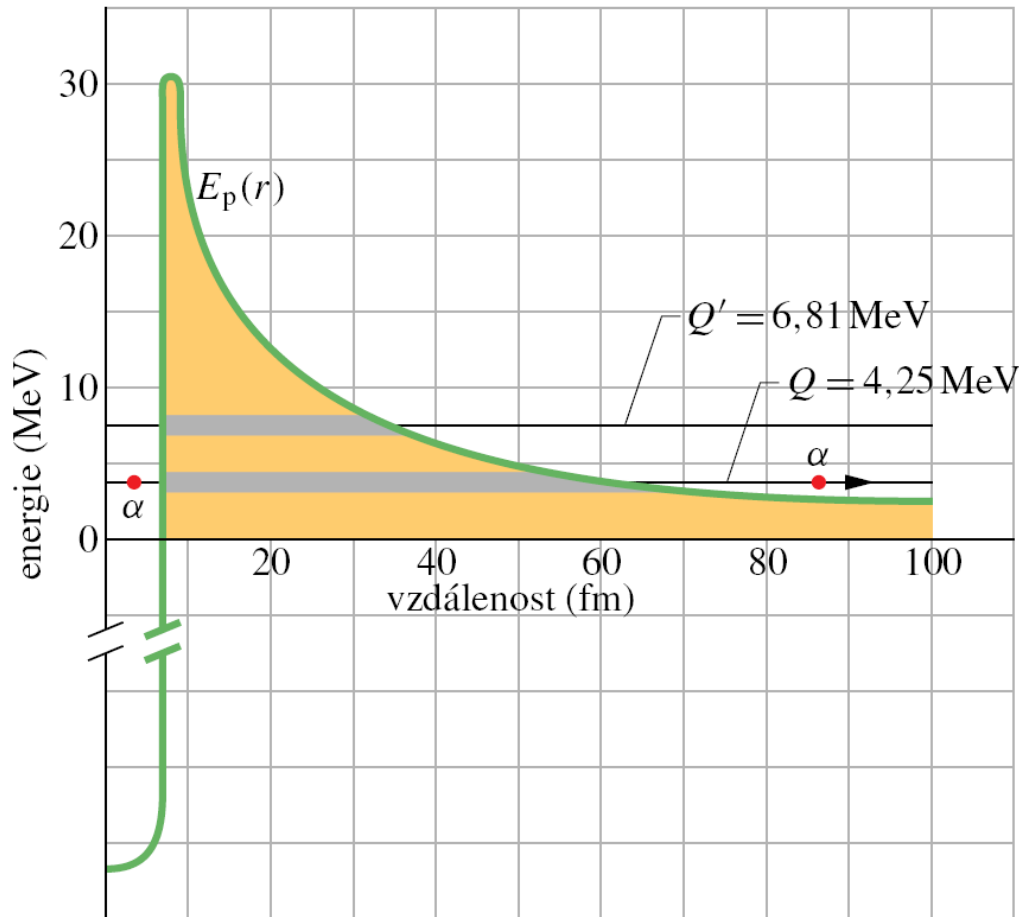
$$-0,008\,25 \text{u} c^2 = \boxed{-7,68 \text{MeV}}$$

Spontánní rozpad nemůže nastat.

Tunelování při α rozpadu uranu

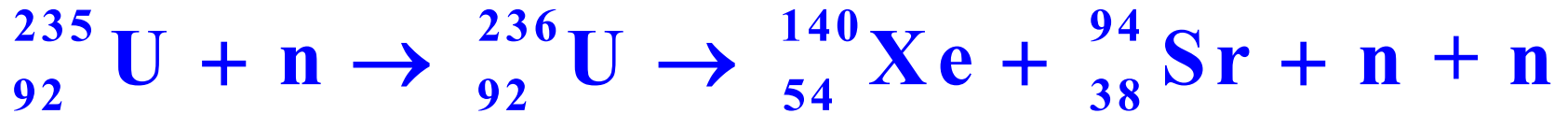


$4,5 \cdot 10^9$ let

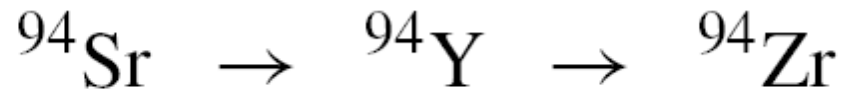


9,1 min

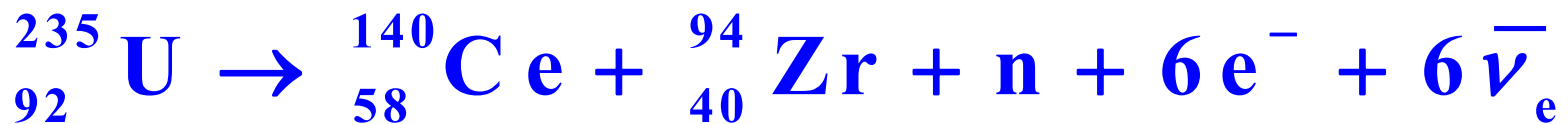
Štěpení uranu



τ	14 s	64 s	13 d	40 h	stabilní
Z	54	55	56	57	58



τ	75 s	19 min	stabilní
Z	38	39	40



Záření: částice nebo vlny?

Obecná odpověď je „ani částice, ani vlny“ nebo „někdy částice, někdy vlny“.

Elektrony, positrony, protony, neutrony, ...nebo vlnové funkce

$$\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$$

Hmotnost, rychlost,
impuls (= hybnost),
energie

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar}{|\vec{p}|} = 2\pi f = \frac{E}{\hbar}$$

Vlnová délka,
frekvence

Záření: částice nebo vlny?

Obecná odpověď je „ani částice, ani vlny“ nebo „někdy částice, někdy vlny“.

Elektromagnetické vlnění nebo fotony

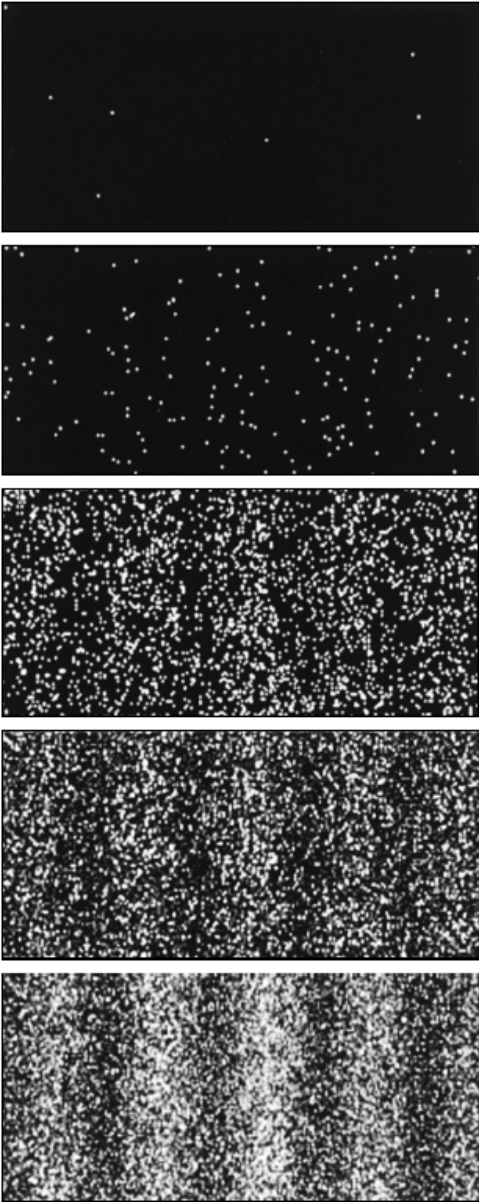
$$\lambda \quad , \quad \omega = 2\pi f$$

Vlnová délka,
frekvence

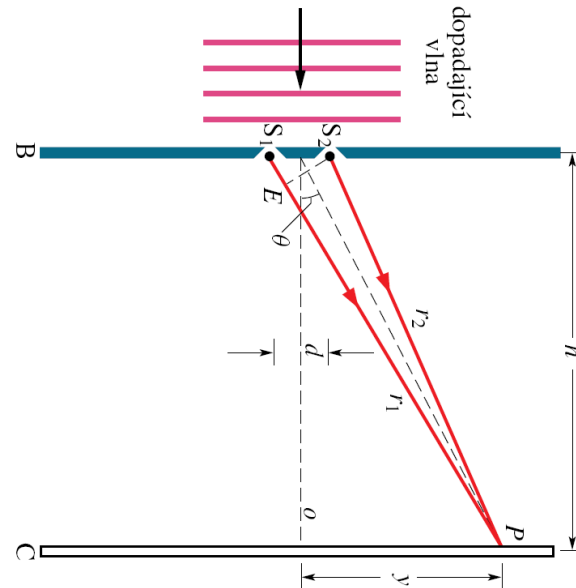
$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} \quad , \quad E = \hbar\omega$$

Impuls (= hybnost),
energie

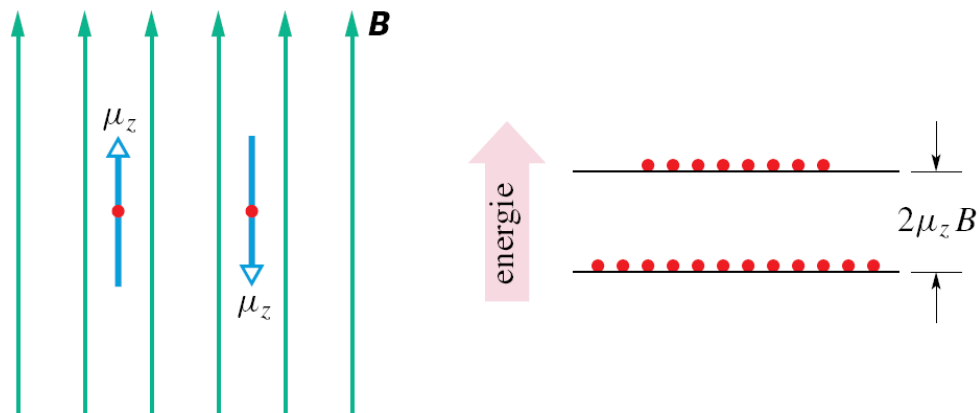
Záření: částice nebo vlny?



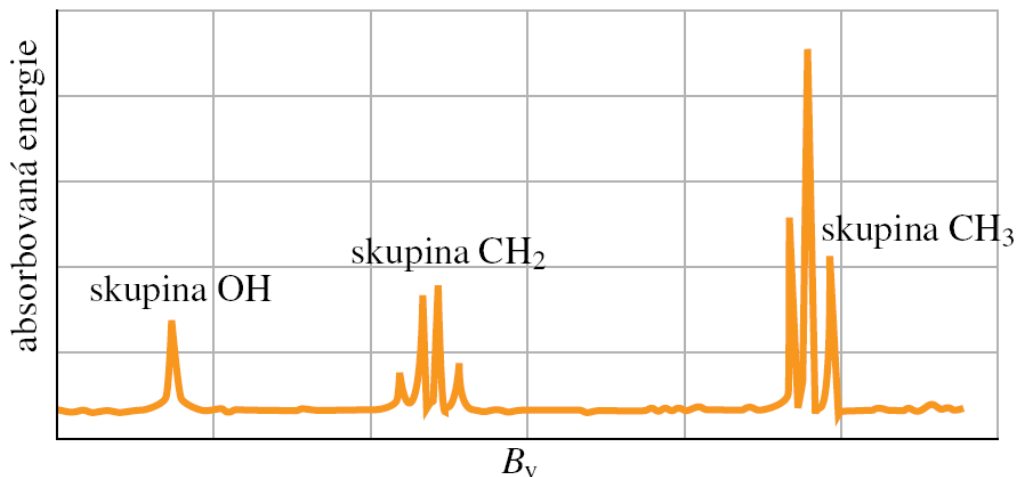
Interference je jistě projev vlnových vlastností. Ale podívejme se, jak se takový typický interferenční obrazec postupně vytváří. Jde o známou Youngovu interferenci na dvojštěrbině (v tomto případě ne se světelnou, ale elektronovou vlnou). Obrázky vytváří postupně 7, 100, 3000, 20000 a 70000 elektronů.



Příklad: jaderná magnetická rezonance



$$\hbar \cdot \gamma_z \cdot (B_{\text{vnější}} + B_{\text{vnitřní}})$$



Příklad: jaderná magnetická rezonance



Příklad: jaderná magnetická rezonance

Kapka vody je vložena do stálého magnetického pole \mathbf{B} o velikosti 1,80 T a střídavého elektromagnetického pole takové frekvence, aby došlo k překlápění spinů protonů. Složka μ_z magnetického dipólového momentu protonu ve směru vektoru \mathbf{B} má velikost $1,41 \cdot 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$. Předpokládejme, že lokální magnetické pole můžeme proti \mathbf{B} zanedbat. Jaká musí být frekvence f a vlnová délka λ střídavého magnetického pole?

ŘEŠENÍ: Z rov. (41.13) plyne

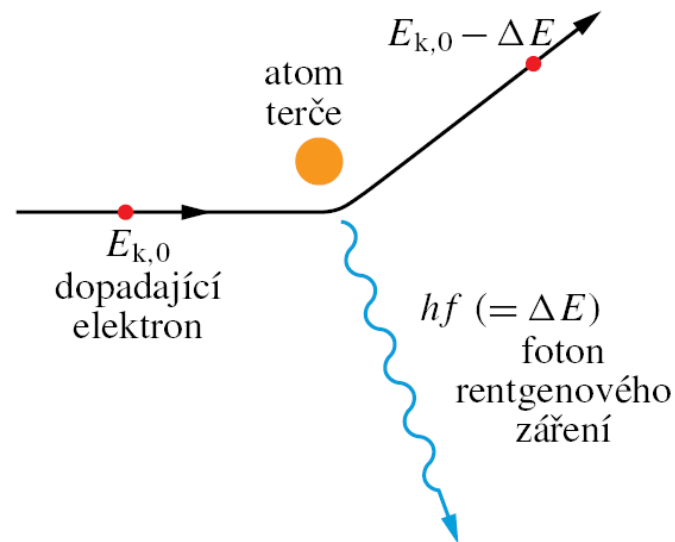
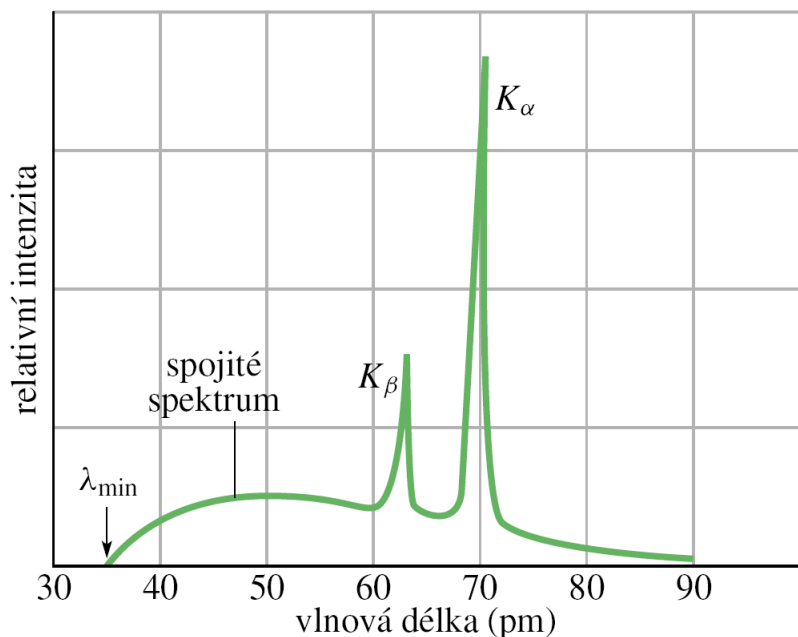
$$\begin{aligned} f &= \frac{2\mu_z B}{h} = \frac{2(1,41 \cdot 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1})(1,80 \text{ T})}{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})} = \\ &= 7,66 \cdot 10^7 \text{ Hz} = 76,6 \text{ MHz}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

Odpovídající vlnová délka je

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{(3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})}{(7,66 \cdot 10^7 \text{ Hz})} = 3,92 \text{ m}. \quad (\text{Odpověď})$$

Tyto hodnoty frekvence a vlnové délky leží v krátkovlnné rádiové oblasti elektromagnetického spektra.

Příklad: rentgenové záření



Svazek elektronů o energii 35,0 keV dopadá na molybdenový terč a vytváří tak rentgenové záření, jehož spektrum je znázorněno na obr. 41.15.

(a) Jaká je prahová vlnová délka?

ŘEŠENÍ: Z rov. (41.15) plyne

$$\begin{aligned}\lambda_{\min} &= \frac{hc}{E_{k,0}} = \frac{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})}{(35,0 \cdot 10^3 \text{ eV})} = \\ &= 3,55 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 35,5 \text{ pm}. \quad (\text{Odpověď})\end{aligned}$$