

# Testování statistických hypotéz (1)

---

V lékařském výzkumu → neustále prověřujeme  
**předpoklady a domněnky** (cíl: potvrdit nebo vyvrátit)

možno formulovat jako **tzv. statistické hypotézy**

STAT metody: urychlují a objektivizují třídění domněnek  
(hypotéz) na:

- mylné
  - správné
-

# Testování statistických hypotéz (2)

---

Pojmy:

- Testovaná (nulová) hypotéza
- Alternativní hypotéza
- Hladina významnosti
- Kritické hodnoty

atd.

---

# Testování statistických hypotéz (3)

---

**STATISTICKÁ HYPOTÉZA = výrok o statistickém souboru**

Platnost statistických hypotéz se prověřuje pomocí **testů významnosti**, které rozhodují mezi:

- **Hypotézou nulovou** (testovanou)  $H_0$
- **Hypotézou alternativní** (opačnou)  $H_A$

Formulace  $H_0$ ,  $H_A$  není nahodilá  $x$  je přesně specifikovaná statistikem při odvozování testu významnosti.

**!  $H_0$  se volí jako jednoduchá !**

---

# Příklady statistických hypotéz

---

1.  $H_0$ : Rozložení výšek 10-letých chlapců je normální (Gaussovo).  
 $H_A$ : Není normální.
  2.  $H_A$ : 10-letí chlapci jsou větší než 10-letá děvčata.  
 $H_0$ : Mají stejnou výšku.  
 $(\mu_1 = \mu_2) \equiv \mu_1 - \mu_2 = 0$
  3.  $H_A$ : Lék A je účinnější než lék B při léčbě hypertenze.  
 $H_0$ : Léky jsou stejně účinné.  
 $(\pi_A = \pi_B) \equiv \pi_A - \pi_B = 0$
  4.  $H_A$ : Kouření je rizikový faktor pro ICHS, IM, Ca plic.  
 $H_0$ : Kouření není rizikový faktor. (RR = 1)
  5.  $H_A$ : Existuje závislost mezi nízkou porodní hmotností a kojeneckou úmrtností.  
 $H_0$ : Není závislost.
-

## Příklad (1):

---

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu **různých norem** (standardů) **s přihlédnutím k věku?**

### Výsledky výběrového šetření (muži)

1. (20-30) roků	$n_1 = 50$	$m_1 = 4,57$
	$s_1 = 0,70$	$SE_1 = 0,10$
2. (40-50) roků	$n_2 = 60$	$m_2 = 5,42$
	$s_2 = 0,85$	$SE_2 = 0,11$

---

## Příklad (2):

---

Orientační řešení pomocí CI

20-30 95% CI (4,37; 4,77)

40-50 95% CI (5,20; 5,64)

**Objektivně lze rozhodnout pomocí testu významnosti pro srovnání dvou průměrů.**

Vzhledem k tomu, že oba výběry jsou větší než 30, můžeme vycházet z modelu **normálního** (Gaussova) rozdělení.

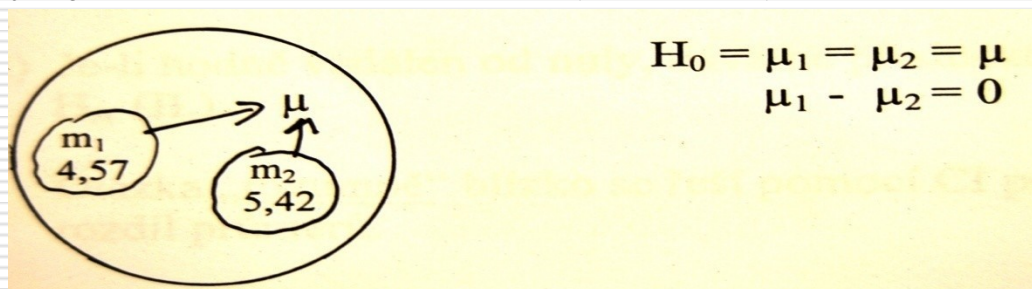
$(\mu_1, \sigma_1) ; (\mu_2, \sigma_2)$

---

# $H_0 / H_A$

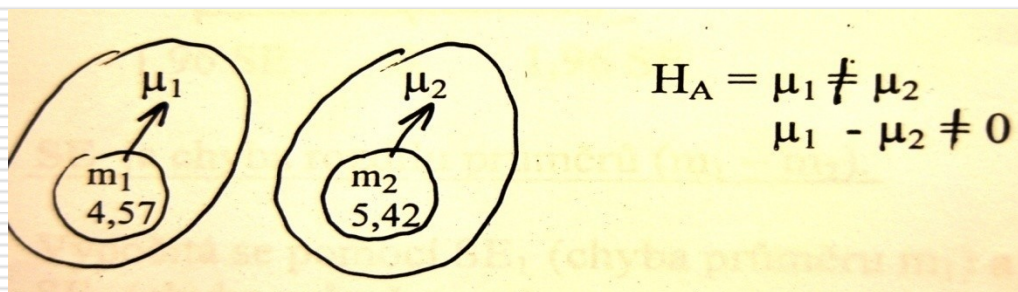
## Nulová hypotéza (testovaná)

Předpokládá, že jde o dva náhodné výběry z jednoho základního souboru (rozdíl není).



## Alternativní hypotéza (opačná)

Předpokládá, že jde o dva náhodné výběry ze dvou základních souborů s rozdílnými průměry.



Rozhodování mezi  $H_0$  a  $H_A$  se zakládá na rozdílu  $m_1 - m_2$  ( $5,42 - 4,57 = 0,85$ )

# Rozhodování (1)

---

Pokud je rozdíl  $m_1 - m_2$  ( $5,42 - 4,57 = 0,85$ )

- 1) ?? **rozumně** blízko nule, tzn., že se dá vysvětlit **náhodou** → rozhodujeme se pro  $H_0$
  - 2) Je-li hodně vzdálen od nuly, dáváme přednost  $H_A$
-

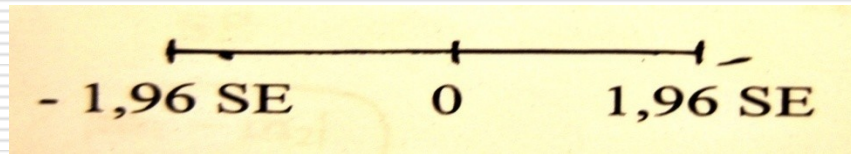


# Rozhodování (2)

---

Otázka „rozumně“ blízko se řeší pomocí CI pro rozdíl průměrů.

Pokud  $H_0$  platí ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ ), pak s pravděpodobností 0,95 by se měl rozdíl  $m_1 - m_2$  nacházet v 95% CI



**! SE je chyba rozdílu průměrů ( $m_1 - m_2$ ).**

Vypočítá se pomocí  $SE_1$  (chyba průměru  $m_1$ ) a  $SE_2$  (chyba průměru  $m_2$ ).

**! Pro nezávislé výběry platí  $SE^2 = SE_1^2 + SE_2^2$  !**

$$\frac{s_1^2}{n_1 - 1} + \frac{s_2^2}{n_2 - 1}$$

# Rozhodování (3)

---

## Jak rozhodujeme?

1) Pokud je  $m_1 - m_2$  mimo CI  $\rightarrow$   **$H_0$  zamítáme**  
 $|m_1 - m_2| > 1,96 \text{ SE}$

2) Pokud  $m_1 - m_2$  padne do CI  $\rightarrow$   **$H_0$  nezamítáme**  
 $|m_1 - m_2| \leq 1,96 \text{ SE}$

**! Nezamítnutí  $H_0$  neznamená její přijetí**

---

# Rozhodování (4)

---

Formální úprava zápisu:

ad1)  $|m_1 - m_2| / SE > 1,96 \rightarrow$  **H0 zamítáme**

ad 2)  $\underline{|m_1 - m_2| / SE} \leq 1,96 \rightarrow$  **H0 nezamítáme**

 **u = testovací charakteristika => u-test**

*V anglické literatuře se používá i označení z → z-test*

---

# Příklad: Cholesterol

---

Podmínky použitelnosti:

- 1)  $n_1, n_2 > 30$
- 2) nezávislé výběry  $\Rightarrow$  **u-test**

$$u = 5,70$$

Závěr:

$u = 5,70 > 2,58 \Rightarrow$   **$H_0$  zamítáme na 1% HV**, tzn., že je hodně malá pravděpodobnost, že se mýlíme, když přisuzujeme významný vliv věku.

---

# Jak rozhodujeme? (1)

---

**Zamítnutí** – pravděpodobnost, že rozdíl mezi průměry je způsoben náhodou, je tak malá, že tuto možnost ( $H_0$ ) zamítáme – a přijímáme alternativní hypotézu ( $H_A$ )

- riziko chyby prvního typu

**Nezamítnutí** – rozdíly nepřesahují velikost rozdílů způsobených náhodou, ale mohla nastat tzv. chyba druhého typu.

	Skuteč nost	
Naše rozhodnutí	<b><math>H_0</math> neplatí</b>	<b><math>H_0</math> platí</b>
<b>Zamítáme <math>H_0</math></b>	Správné rozhodnutí	Chyba 1. typu <b><math>\alpha</math></b>
<b>Nezamítáme <math>H_0</math></b>	Chyba 2. typu <b><math>\beta</math></b>	Správné rozhodnutí

# Jak rozhodujeme? (2)

---

IF spolehlivost rozhodování: 95%

→ riziko (nesprávnost) rozhodování: 1%

Je to pravděpodobnost, že rozhodnutí je špatné →  
pravděpodobnost chyby 1.druhu nebo tzv. **HLADINA  
VÝZNAMNOSTI  $\alpha$**

pro 95% → konstanta 1,96 → 5 % kritická hodnota

Pro 99% → konstanta 2,58 → 1% kritická hodnota

---

# Jak rozhodujeme? (3)

---

+ rozhodování doprovázeno **chybou 2.druhu  $\beta$** ,  
kt.vyjadřuje nesprávné zamítnutí  $H_A$

→ stará se o ni statistik při odvozování testu

---

# ! Testování statistických hypotéz !

---

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
  2. Zvolíme hladinu významnosti ( $HV = 5\%$  nebo  $1\%$ )
  3. Vybereme vhodný test (*u-test; t-test*)
  4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
  5. Vypočítáme testovací charakteristiku
  6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
  7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
  8. Výsledky interpretujeme
-



# Příklad:

---

Srovnajte výšku tříletých brněnských chlapců a děvčat na podkladě výběrového šetření náhodně vybraných dětí:

**CH:**       $n_1 = 80$                $m_1 = 97,4$                $s_1 = 3,8$

**D:**       $n_2 = 80$                $m_2 = 96,3$                $s_2 = 3,7$

---

# Nezamítnutí $H_0$

---

Nezamítnutí  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ ) představuje rozhodnutí dvojznačné. Buď nulová hypotéza platí, nebo neplatí, avšak na základě zjištěných výsledků se ji nepodařilo zamítnout.

Příklad: s výškou chlapců a děvčat (skripta str. 23),  
 $u = 2,70$ , což vede k zamítnutí  $H_0$  ( $n_1 = 170$ ,  $n_2 = 172$ )

Rozdíl ve výškách chlapců a děvčat 1,1 cm se jako významný prokázal při větším počtu změřených dětí.

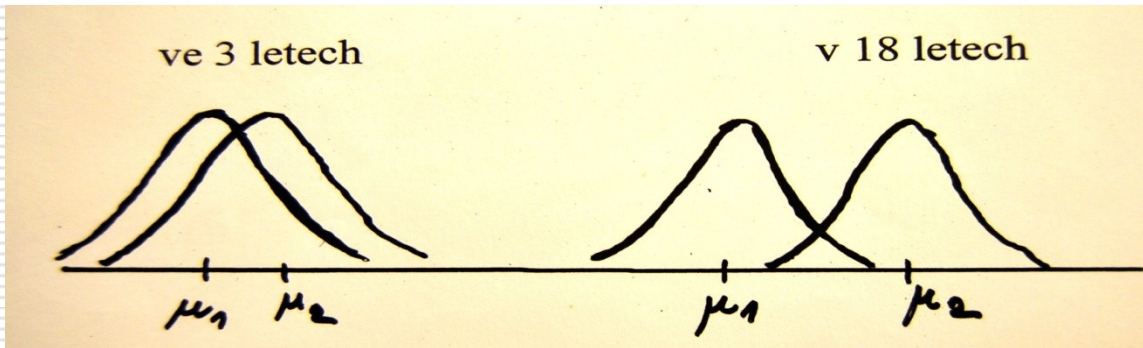
**! Závěr:** Prokázání *relativně malého rozdílu* v průměrech vyžaduje *větší počet měření*.

---

# Nezamítnutí $H_0$

---

Rozložení výšek chlapců a děvčat



# Příklad na srovnání pravděpodobností (1)

---

Byl sledován výskyt alergií u studentů LF:

Muži:  $n_1 = 105$        $k = 21$        $p = 0,20$  (20%)

Ženy:  $n_2 = 195$        $k = 19$        $p = 0,097$  (9,7%)

Otázka: Je rozdíl mezi pravděpodobností výskytu alergie u mužů a u žen způsoben náhodou, anebo lze odvodit, že alergie postihují častěji muže?

---

# Příklad na srovnání pravděpodobností (2)

---

Postup:

- 1) Pro soubor mužů i pro soubor žen zjistit, zda je splněna podmínka pro použití u-testu.
- 2) Vypočítat SE rozdílů pravděpodobností

$$SE_{p_1 - p_2}^2 = \frac{p_1 \cdot (1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2 \cdot (1 - p_2)}{n_2}$$

- 3) Vypočítat testovací charakteristiku a porovnat ji s příslušnou kritickou hodnotou
-

# Srovnání pravděpodobností u-testem

---

## Příklad:

V souboru 200 náhodně vybraných studentů LF byla zjištěna zraková vada u 80 studentů ( $p_1 = 80/200 = 0,40$ , ev. 40%)

U 250 nestudujících stejného věku byla zraková vada zjištěna u 85 vyšetřovaných ( $p_2 = 0,34$ , ev. 34%)

---

# Studentovo rozdělení t

---

Podmínka:  $n_1, n_2 < 30$

Testovací charakteristika  $t =$

$$t = \frac{m_1 - m_2}{S_{m_1 - m_2}} = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \times \frac{n_1 + n_2}{n_1 \times n_2}}}$$

Počet stupňů volnosti  $f = n_1 + n_2 - 2$

Kritické hodnoty viz skripta str. 25

---

# Příklad

---

Srovnajte průměrnou porodní hmotnost u novorozenců matek silných kuřáček a nekuřáček na podkladě výběrového šetření u 30 novorozenců.

- 1) Nekuřáčky:  $n_1 = 15$        $m_1 = 3,59$        $s_1 = 0,37$
  - 2) Silné kuřáčky:  $n_2 = 15$        $m_2 = 3,20$        $s_2 = 0,49$
-