

BODOVÉ ZOBRAZUJÍCÍ BRÝLOVÉ ČOČKY

Ideální svazek paprsků je svazek rovnoběžných osových paprsků, které se po průchodu brýlovou čočkou protnou na optické ose v jednom bodě. Paprskový svazek, který projde šikmo sférickou plochou bude zatízen vadou optického zobrazování - tzv. astigmatismem šikmých paprsků. Rovnoběžný svazek paprsků jdoucí z nekonečna šikmo na tenkou čočku vytvoří po průchodu čočkou dvě fokály astigmatického svazku.

Asigmatismus šikmých svazků - výklad k obr. Petzvalova plocha.

Uvažujme lámovou plochu o středu křivosti O, která odděluje prostředí o indexech lomu n , n' . X, X' sdružené body. Kulová plocha Σ procházející bodem X je koncentrická s lámovou plochou. Zobrazení Σ do Σ' procházející bodem X' je také koncentrické s lámovou plochou. Když Σ nebude koncentrická s lámovou plochou potom také její obraz Σ' nebude koncentrický, ale obě budou kulové. Bude-li předmětová koule o nekonečně velkém poloměru tj. rovina, bude její obraz také koule a nazývá se Petzvalova plocha P' s Petzvalovou křivostí. Pokud je zobrazení zatíženo vadami, potom obraz na Petzvalově ploše nebude ostrý. Zobrazení je zatíženo astigmatismem.

Výklad k obr. Astigmatismus tenké čočky.

Před čočkou je umístěna clona $\tilde{\pi}$ s kruhovým otvorem soustředným vzhledem k optické ose čočky. Osové body X, X'. Bodem X prochází kolmo na optickou osu rovina Σ a bod Y je její mimoosový bod. Astigmatismus uvažované tenké čočky se projeví tím, že paprsky procházející otvorem clony podél svislého průměru AB se protnou před Petzvalovou plochou ve vzdálenosti asi 3x větší než paprsky vycházející z bodu Y a probíhající podél vodorovného průměru MN. Bod Y bude zobrazen v místě Y' jako vodorovná úsečka (fokála) a v místě Y' jako svislá úsečka. Petzvalova plocha bude proto tímto nesouměrným svazkem obecně v eliptické ploše, která vyvolává zhoršení ostrosti obrazu na Petzvalově ploše, ježíž poloměr křivosti r pro tenkou čočku je dán Petzval-Coddingtonovou podmínkou vztahem $r = -n \cdot f$.

Vliv otáčení oka na kvalitu zobrazení

Otačí-li se oko v očnicové dutině, otáčí se i jeho pupila a proto paprsky, které vymezuje procházejí různými částmi brýlové čočky. Vyclonění paprskových svazků se jeví tak, jako kdyby ve středu otáčení oka byla umístěna pevná clona. Střed otáčení oka je (13-15) mm za vrcholem rohovky, clona tedy (25-27) mm za brýlovou čočkou. Jelikož průměr oční pupily za normálních světelných podmínek má rozdíl (3-4) mm, tak otvorová vada a koma je prakticky zanedbatelná, ale projevuje se astigmatismus šikmých svazků paprsků, který vynucuje změnu akomodace. U brýlových čoček je však možné vhodnou volbou jejich tvaru astigmatismus minimalizovat. Předpokládejme, že brýlová čočka má odstraněn astigmatismus tj. při korekci čočkou na dálku musí obrazy vzdálených předmětů ležet na Petzvalově ploše. Pro nevychýlené oko musí obrazové ohnisko této brýlové čočky F' splývat s dalekým bodem R. Jestliže se oko otáčí, daleký bod R se pohybuje po kulové ploše (R), která má ale jiný poloměr křivosti než Petzvalova plocha. Existuje zde rozdíl "a", který musí oko překonat akomodací. Příklad: $S_B' = +10D$, $d = 12mm$, $F' = ?$, $A_R = ?$

V Evropě používání brýlí na začátku 13. století. V průběhu středověku nebyl ve výrobě brýlových čoček žádný pokrok, stále byly plan-čočky. Teprve začátkem 19. století Wollaston v Anglii se pokusil zhotovit lepší brýlové čočky. Zjistil, že čočka mírně prohnutá dává na sítnici oka lepší obraz a proto se začaly vyrábět brýlové čočky periskopické se základní křivkou +/- 1,25D. Koncem 19. století se touto otázkou začíná zabývat francouzský lékař Ostwalt a dánský lékař Tscherning, žijící tou dobou také v Paříži. Ale až začátkem 20. století na popud švédského očního lékaře Gullstranda se vážně začalo s výrobou bodově zobrazujících stigmatických brýlových čoček, u kterých je potlačen astigmatismus šikmých paprsků pod hodnotu 0,05D. Základem pro výrobu jsou Tscherningovy práce a tvar čoček je vyjádřen Tscherningovou elipsou. Horní část je Wollastonova, dolní Ostwaltova.

Hlavní body postupu pro korekci astigmatismu šikmých svazků paprsků pro vidění na dálku jsou: 1) - 6)

D' dioptrií	Ostwalt		Wollaston	
	1. řešení r_1 mm	r_2 mm	2. řešení r_1 mm	r_2 mm
7	32,01	55,99	25,36	38,39
6	35,32	59,37	24,72	34,61
5	38,49	60,89	24,47	31,94
4	41,78	61,29	24,39	29,98
3	45,27	61,16	24,43	28,41
2	49,06	60,39	24,52	27,09
1	53,22	59,25	24,74	25,97
0	57,83	57,83	24,99	24,99
-1	62,93	56,22	25,31	24,15
-2	68,84	54,49	25,68	23,38
-3	75,48	52,67	26,11	22,71
-4	83,13	50,82	26,59	22,09
-5	92,04	48,96	27,13	21,54
-6	102,51	47,11	27,73	21,04
-7	114,98	45,29	28,40	20,58
-8	130,03	43,50	29,15	20,17
-9	148,51	41,77	29,99	19,78
-10	171,63	40,09	30,92	19,43
-11	201,18	38,46	31,96	19,11
-12	240,01	36,89	33,13	18,82
-13	294,73	35,37	34,46	18,57
-14	367,35	33,91	35,97	18,33
-15	478,84	32,50	37,70	18,12
-16	658,21	31,14	39,71	17,93
-17	978,67	29,83	42,08	17,77
-18	1652,92	28,55	44,90	17,64
-19	3552,02	27,32	48,35	17,54
-20	14223,55	26,10	52,69	17,48
-21	261500,00	24,90	58,35	17,46
-22	8211,65	23,70	66,20	17,49
-23	1869,99	22,47	78,25	17,62
-24	664,41	21,10	86,07	17,99

- 1) Brýlová čočka umístěná před otáčejícím se okem pracuje jako čočka, která má ve středu otáčení oka C' umístěnu kruhovou clonu
- 2) Z geometrické optiky platí pro lom na kulové ploše následující rovnice:

$$\begin{aligned} \sin \epsilon &= \frac{x - r}{r} \sin \sigma ; \quad \sin \epsilon' = \frac{n}{n'} \sin \epsilon ; \\ \sigma' &= \sigma + \epsilon - \epsilon' ; \quad x' = r + r \frac{\sin \epsilon'}{\sin \sigma'} ; \quad h = r \cdot \sin(\sigma + \epsilon) \\ \varphi'_c &= \varphi'_1 + \varphi'_2 \end{aligned}$$

- 3) K bodu C' existuje sdružený bod C a pro tenkou čočku platí:

$$\frac{1}{t'_2} = \frac{1}{x_1} + \varphi'_c \Rightarrow x_1 = \frac{x'_2}{1 - \varphi'_c \cdot t'_2}$$

- 4) Z bodu Y, který leží v nekonečnu vychází úzký paprskový svazek pod úhlem ϵ_1 . Po průchodu čočkou prochází středem otáčení oka C'. Jelikož je zatížen astigmatismem bude bod Y₁ zobrazen tangenciálními respektive sagitálními paprsky do fokál Y'₂₇ respektive Y'₂₅.

- 5) Má-li být astigmatismus brýlové čočky nulový, musí být:

$$\frac{1}{t'_2} - \frac{1}{S'_2} = 0$$

- 6) Pro φ'_c vychází kvadratická rovnice:

$$\frac{\varphi_c^2 \cdot x_2'^2}{n(n-1)^2} (n+2) - \frac{\varphi_c \cdot x_2'^2}{n(n-1)^2} [\varphi_c'(n+2) + \frac{2}{x_2'}(n^2-1)] + \frac{x_2'^2}{(n-1)^2} \left(\varphi_c' + \frac{n-1}{x_2'} \right)^2 = 0$$

Po úpravě:

$$\varphi_c'^2(n+2) - \varphi_c'[\varphi_c'(n+2) + \frac{2}{x_2'}(n^2-1)] + n\left(\varphi_c' + \frac{n-1}{x_2'}\right)^2 = 0$$

Tato rovnice představuje elipsu, pro n = 1,523 a x' = 25mm dostaváme:

$$\varphi_c'^2 - \varphi_c'(\varphi_c' + 29,78) + 0,4318\varphi_c'^2 + 17,96\varphi_c' + 186,8 = 0$$

Řešení:

$$(\varphi_c')_{1,2} = \frac{\varphi_c' + 29,78 \pm \sqrt{(\varphi_c' + 29,78)^2 - 0,4318\varphi_c'^2 - 17,96\varphi_c' - 186,8}}{2}$$

protože $\varphi_c' = f(\varphi_c')$ je řešení reálné pro $-24,68D \leq \varphi_c' \leq +7,78D$

příslušná elipsa se nazývá Tscherningova.

Z diagramu vyplývá, že brýlová čočka o optické mohutnosti $\varphi'_c = -20,8D$ je plánkonkávní, střed otáčení oka splývá se středem křivosti její druhé plochy.

Periskopické brýlové čočky o konstantní lámavosti $\pm 1,25D$ mají odstraněn astigmatismus pro optickou mohutnost $\varphi'_c = -14,4D$ a $\varphi'_c = -24,3D$

a meniskové brýlové čočky pro $\varphi'_c = -4,4D$ a $\varphi'_c = -23,3D$

Na základě těchto teoretických hodnot můžeme v běžné praxi použít s dostatečnou přesností $S'_B = \varphi'_c$ a potom

meniskové brýlové čočky jsou pro vrcholovou lámavost $S'_B > -10D$

periskopické brýlové čočky pro vrcholovou lámavost S'_B od $-17D$ do $-10D$

plánkonkávní brýlové čočky pro vrcholovou lámavost $S'_B < -17D$

Hodnoty poloměrů křivosti obou řešení Tscherningovy rovnice jsou v tabulce

větší poloměry křivosti - část Ostwaltova

menší poloměry křivosti - část Wollastonova

a platí jen pro tenké brýlové čočky vzdálené 25mm od bodu otáčení oka při pozorování značně vzdálených předmětů a pro malé úhly dopadu.

Tlusté brýlové čočky s korigovaným astigmatismem šíkmých svazků paprsků

Tscherningova rovnice $\varphi' = f(\varphi_c')$ platí pouze za předpokladu, že $d = 0$, tj. tenká čočka. Pro tlustou čočku je nutno upravit její tvar změnou poloměrů křivosti a to tak, že se sleduje velikost astigmatismu šíkmých svazků pro paprsky svírající s optickou osou úhel $\sigma = 30^\circ$ tak dlouho, až se příslušný astigmatismus sníží na hodnotu 0,05D tj.

$$\left| \frac{1}{t'_2} - \frac{1}{S'_2} \right| \leq 0,05D$$

Pro jednotlivé vrcholové lámavosti brýlových čoček vychází jiné hodnoty základního radiusu, výroba by byla velmi nákladná, proto sjednocení poloměru r_2 u několika dioptricky blízkých brýlových čoček.

Postup dílčí:

- a) pro φ_c' v intervalu od $-20D$ do $+7D$ se trigonometrickým výpočtem nebo na základě optického počítačového programu ZEMAX určí poloměry křivosti r_1 a r_2 tak, aby

$$\left| \frac{1}{t'_2} - \frac{1}{S'_2} \right| = 0$$

- b) k příslušným hodnotám poloměru r_1 se určí odchylky $+\Delta r_2$ resp. $-\Delta r_2$ poloměru křivosti r_2 druhé plochy pro podmínu

$$\left| \frac{1}{t'_2} - \frac{1}{S'_2} \right| \leq 0,05D$$

Tím se dostane toleranční pole pro poloměr r_2 a je možné v tomto rozsahu sjednotit poloměr r_2 alespoň pro tři vrcholové lámavosti brýlových čoček.

Příklad: $S'_B = \varphi'_c = +5D$, $n = 1,523$, $d = 4,2$

U spojních brýlových čoček o větší lámavosti než $+7D$ vychází astigmatická aberace v sagitální rovině podstatně větší než v rovině tangenciální. K minimalizaci tohoto zvýšeného astigmatismu je nutné použít systém s jednou plochou asférickou, rotačně symetrickou. Využívá se vlastnosti asférických ploch, že hlavní křivosti $1/r_s$ respektive $1/r_t$ jsou různé, u sférických ploch jsou stejné. Konstrukce brýlových čoček je taková, že jedna plocha je asférická (rotační elipsoid) a druhá kulová.

Katrální brýlové čočky pro korekci afakie:

- a) na dálku

- b) na blízko

Oblasti zobrazení této čočkami jsou velmi přesně vymezené, neboť afacké oko není schopno akomodovat. Pro zobrazování ze vzdálenosti 25cm odpovídá velmi přesně vergentní hodnota případku do blízka PB = $+4D$.

Na př. afacké oko korigované do dálky brýlovou čočkou o $S'_B = +12D$ má na blízko (25cm) hodnotu $S'_{BB} = +16D$.

Příklad: pro afacké Gullstrandovo schematické oko je $A_R = +12,62D$

$$S'_B = +10,96D$$

Příklad: $S'_B = +10D$, $\varphi'_c = -4D$, $n = 1,523$, $d = 6,2mm$

Vzdálenost lustru χ' [mm]	Optická konstanta objektu, výška D_1 [dpt]	Optická konstanta plochy, výška D_2 [dpt]	Optická konstanta hlavního objektu, výška D_3 [dpt]	Optická konstanta hlavního plochy [dpt]	Optická konstanta hlavního objektu, výška D_4 [dpt]	Optická konstanta hlavního plochy [dpt]	Optická konstanta hlavního objektu, výška D_5 [dpt]	Optická konstanta hlavního plochy [dpt]
					Vzdálenost X' [mm]	Optická konstanta objektu, výška D_6 [dpt]	Optická konstanta plochy, výška D_7 [dpt]	
SP	-0,00	φ'_1	φ'_1	-1,25	1,8	-1,25	-1,25	1,8
	+0,11			-4,25	2,0	-4,25	-4,25	2,0
	+0,15			-5,55	2,0	-5,55	-5,55	2,0
	+0,20			-6,85	2,0	-6,85	-6,85	2,0
	+0,25			-8,15	2,0	-8,15	-8,15	2,0
	+0,30			-9,45	2,0	-9,45	-9,45	2,0
	+0,35			-10,75	2,0	-10,75	-10,75	2,0
	+0,40			-12,05	2,0	-12,05	-12,05	2,0
	+0,45			-13,35	2,0	-13,35	-13,35	2,0
	+0,50			-14,65	2,0	-14,65	-14,65	2,0
	+0,55			-16,00	2,0	-16,00	-16,00	2,0
	+0,60			-17,35	2,0	-17,35	-17,35	2,0
	+0,65			-18,70	2,0	-18,70	-18,70	2,0
	+0,70			-20,05	2,0	-20,05	-20,05	2,0
	+0,75			-21,40	2,0	-21,40	-21,40	2,0
	+0,80			-22,75	2,0	-22,75	-22,75	2,0
	+0,85			-24,10	2,0	-24,10	-24,10	2,0
	+0,90			-25,45	2,0	-25,45	-25,45	2,0
	+0,95			-26,80	2,0	-26,80	-26,80	2,0
	+1,00			-28,15	2,0	-28,15	-28,15	2,0
	+1,05			-29,50	2,0	-29,50	-29,50	2,0
	+1,10			-30,85	2,0	-30,85	-30,85	2,0
	+1,15			-32,20	2,0	-32,20	-32,20	2,0
	+1,20			-33,55	2,0	-33,55	-33,55	2,0
	+1,25			-34,90	2,0	-34,90	-34,90	2,0
	+1,30			-36,25	2,0	-36,25	-36,25	2,0
	+1,35			-37,60	2,0	-37,60	-37,60	2,0
	+1,40			-38,95	2,0	-38,95	-38,95	2,0
	+1,45			-40,30	2,0	-40,30	-40,30	2,0
	+1,50			-41,65	2,0	-41,65	-41,65	2,0
	+1,55			-43,00	2,0	-43,00	-43,00	2,0
	+1,60			-44,35	2,0	-44,35	-44,35	2,0
	+1,65			-45,70	2,0	-45,70	-45,70	2,0
	+1,70			-47,05	2,0	-47,05	-47,05	2,0
	+1,75			-48,40	2,0	-48,40	-48,40	2,0
	+1,80			-49,75	2,0	-49,75	-49,75	2,0
	+1,85			-51,10	2,0	-51,10	-51,10	2,0
	+1,90			-52,45	2,0	-52,45	-52,45	2,0
	+1,95			-53,80	2,0	-53,80	-53,80	2,0
	+2,00			-55,15	2,0	-55,15	-55,15	2,0
	+2,05			-56,50	2,0	-56,50	-56,50	2,0
	+2,10			-57,85	2,0	-57,85	-57,85	2,0
	+2,15			-59,20	2,0	-59,20	-59,20	2,0
	+2,20			-60,55	2,0	-60,55	-60,55	2,0
	+2,25			-61,90	2,0	-61,90	-61,90	2,0
	+2,30			-63,25	2,0	-63,25	-63,25	2,0
	+2,35			-64,60	2,0	-64,60	-64,60	2,0
	+2,40			-65,95	2,0	-65,95	-65,95	2,0
	+2,45			-67,30	2,0	-67,30	-67,30	2,0
	+2,50			-68,65	2,0	-68,65	-68,65	2,0
	+2,55			-69,00	2,0	-69,00	-69,00	2,0
	+2,60			-69,35	2,0	-69,35	-69,35	2,0
	+2,65			-69,70	2,0	-69,70	-69,70	2,0
	+2,70			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+2,75			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+2,80			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+2,85			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+2,90			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+2,95			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,00			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,05			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,10			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,15			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,20			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,25			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,30			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,35			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,40			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,45			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,50			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,55			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,60			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,65			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,70			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,75			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,80			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,85			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,90			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+3,95			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,00			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,05			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,10			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,15			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,20			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,25			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,30			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,35			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,40			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,45			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,50			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,55			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,60			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,65			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,70			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,75			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,80			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,85			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,90			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+4,95			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,00			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,05			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,10			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,15			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,20			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,25			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,30			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,35			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,40			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,45			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,50			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,55			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,60			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,65			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,70			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,75			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,80			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,85			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,90			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+5,95			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,00			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,05			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,10			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,15			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,20			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,25			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,30			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,35			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,40			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,45			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,50			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,55			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,60			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,65			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,70			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,75			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,80			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,85			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,90			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+6,95			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0
	+7,00			-69,95	2,0	-69,95	-69,95	2,0