

Radiologická fyzika

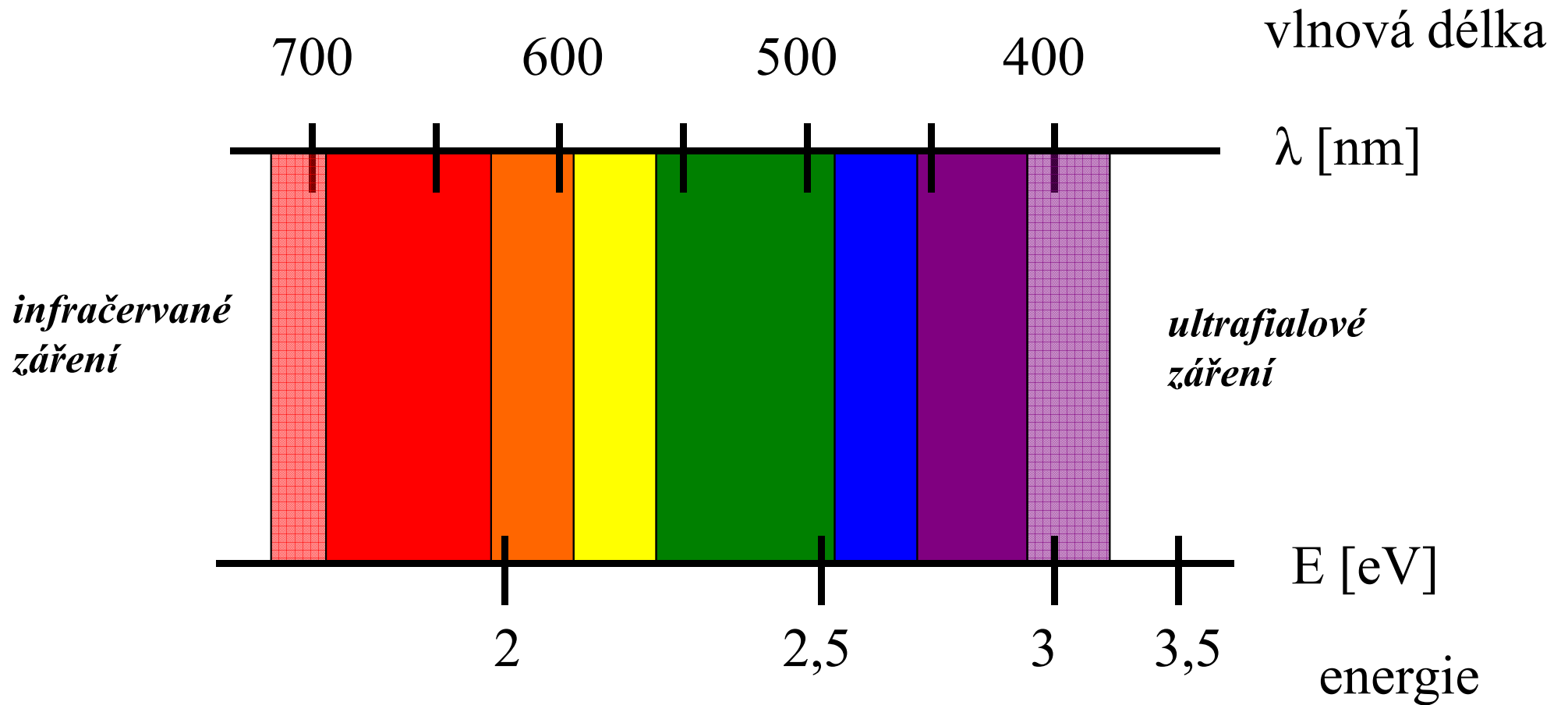
Rentgenové a γ záření

podzim 2011, pátá přednáška

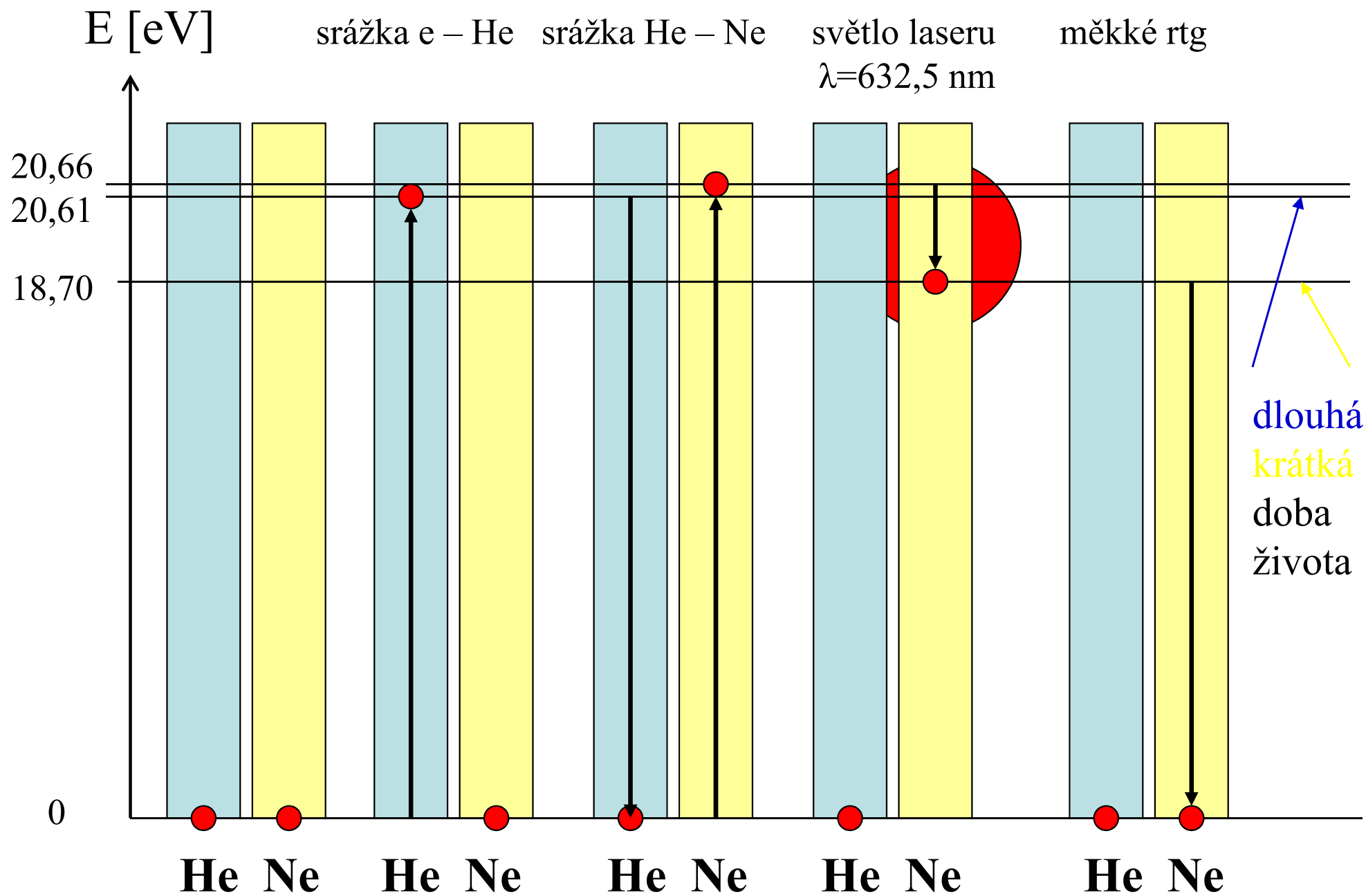
Elektromagnetické záření

| Typ záření | Vlnová délka [m] | Energie fotonu [eV] |
|--------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| gama | $10^{-11} - 10^{-14}$ | $10^5 - 10^8$ |
| rentgenové | $10^{-8} - 10^{-11}$ | $10^2 - 10^5$ |
| ultrafialové | $4 \cdot 10^{-7} - 10^{-8}$ | $3,1 - 10^2$ |
| viditelné | $8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$ | $1,55 - 3,1$ |
| infračervené | $10^{-3} - 8 \cdot 10^{-7}$ | $10^{-3} - 1,55$ |
| mikrovlnné | $1 - 10^{-3}$ | $10^{-6} - 10^{-3}$ |
| MRI | $25 - 0,5$ | $5 \cdot 10^{-8} - 2,5 \cdot 10^{-6}$ |
| rádiové | $> 10^{-4}$ | $< 10^{-2}$ |

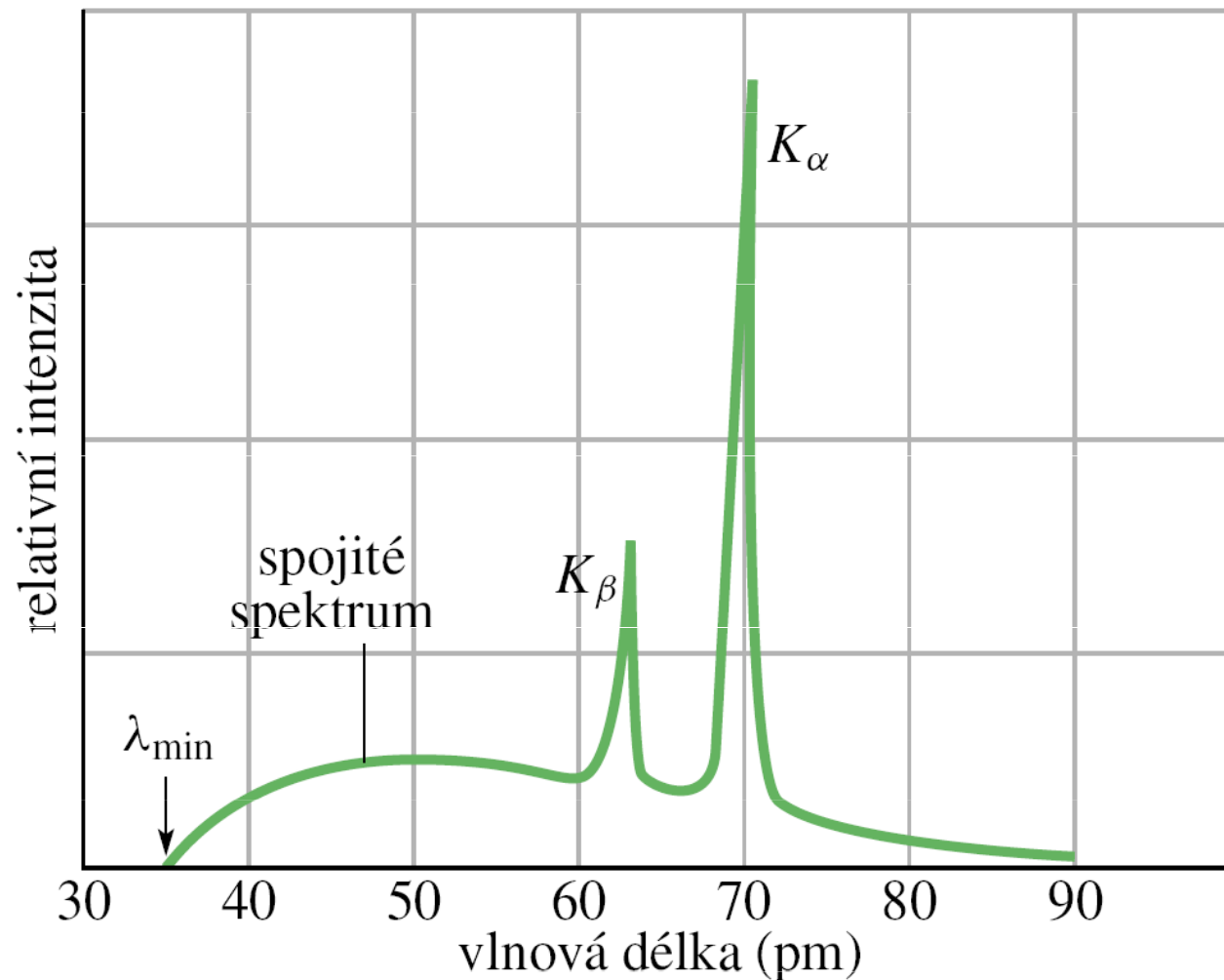
Viditelné světlo



Helium – neonový laser

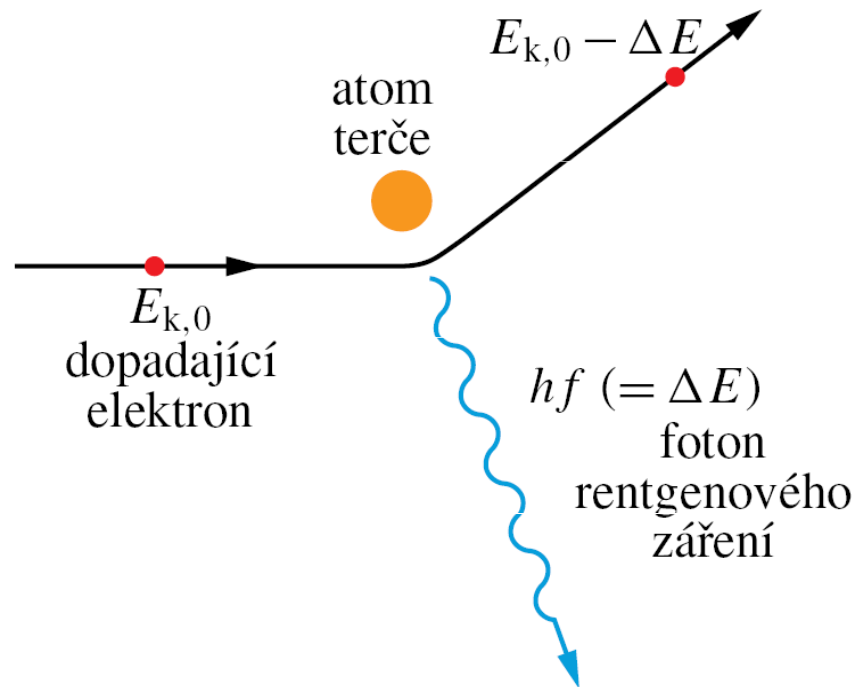


Rentgenové záření



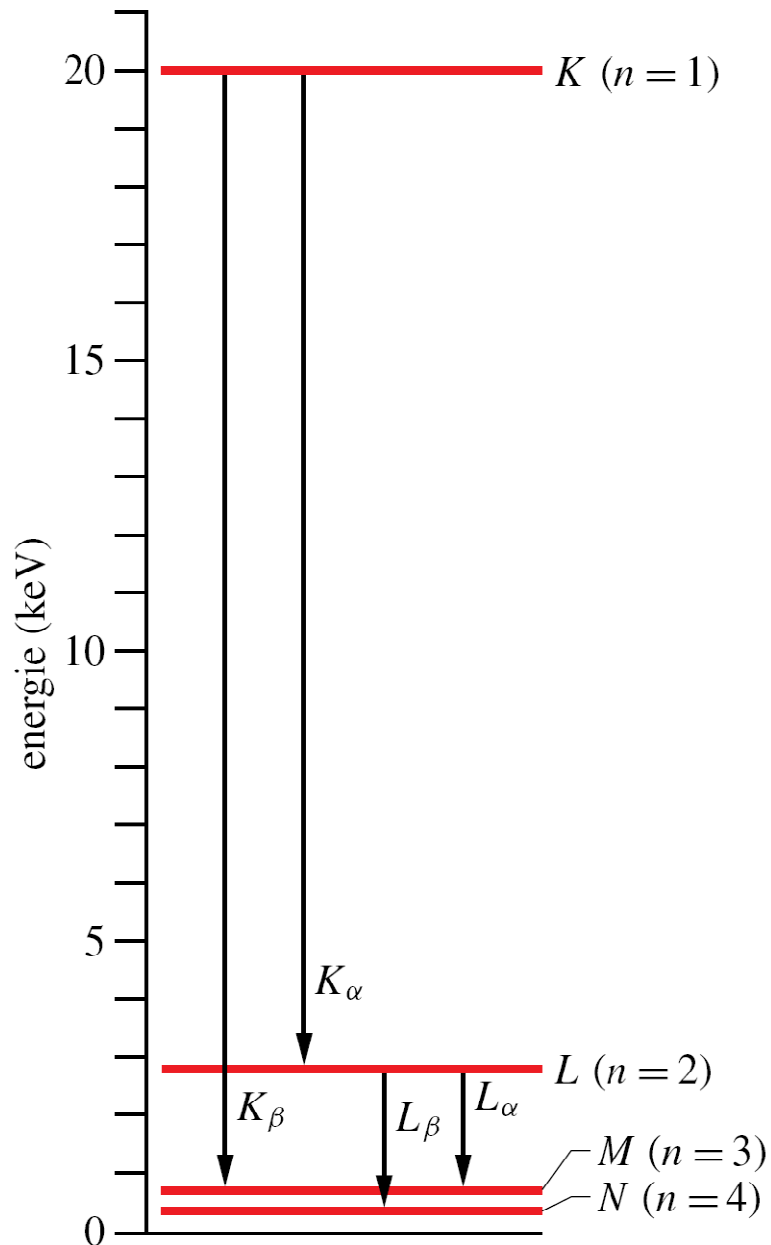
Závislost intenzity rentgenového záření na vlnové délce při dopadu elektronů s kinetickou energií $E_{k,0}=35$ keV na molybdenový terč.

Brzdné záření



Kratší vlnové délky, než je hodnota λ_{\min} , nejsou ve spojitém spektru zastoupeny. Hodnota λ_{\min} odpovídá jediné srážce elektronu s atomem terče, při které elektron ztratí veškerou svou počáteční kinetickou energii $E_{k,0}$.

Charakteristické záření

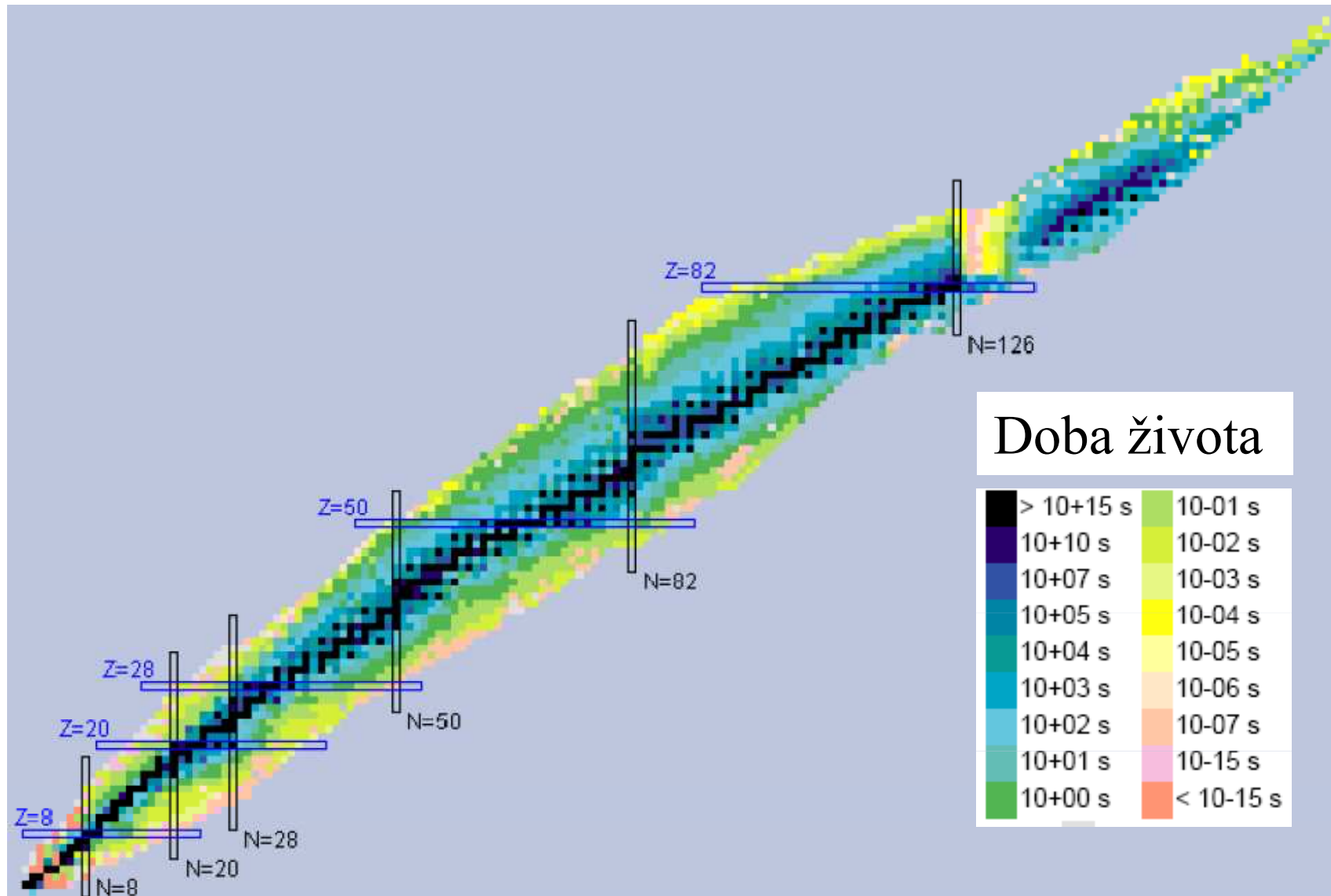


Zjednodušený diagram hladin energie atomu molybdenu znázorňuje přechody (děr, nikoli elektronů), odpovídající vzniku některé z charakteristických čar rentgenového spektra tohoto atomu. Každá z vodorovných čar odpovídá energii atomu s dírou (tj. scházejícím elektronem) v označené slupce.

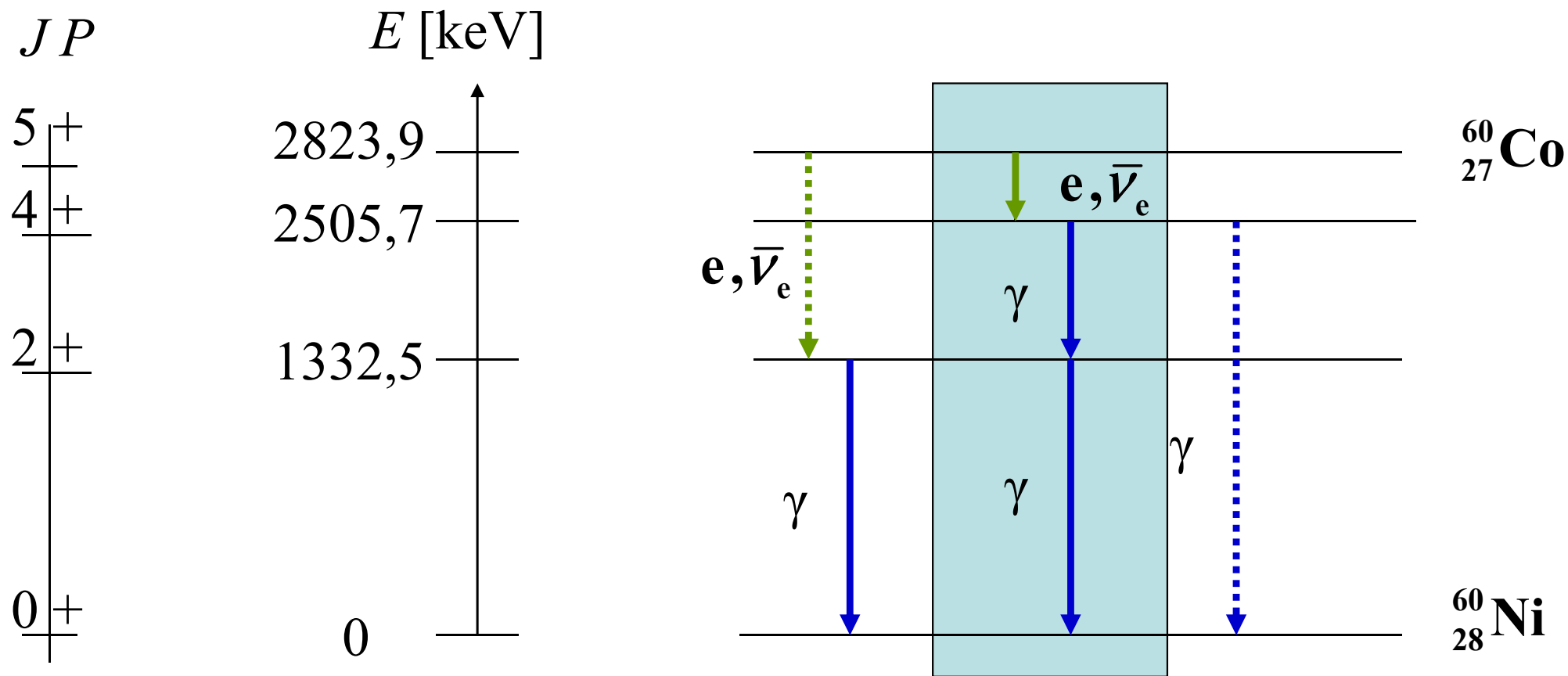
Moseley:

$$E_{K\alpha} = \frac{m c^2}{2} \frac{e^2}{(\hbar c)^2} \frac{e^2 (Z-1)^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$
$$= 10,2 (Z-1)^2 \text{ eV}$$

Nuklidy



Schema přechodu ^{60}Co - ^{60}Ni

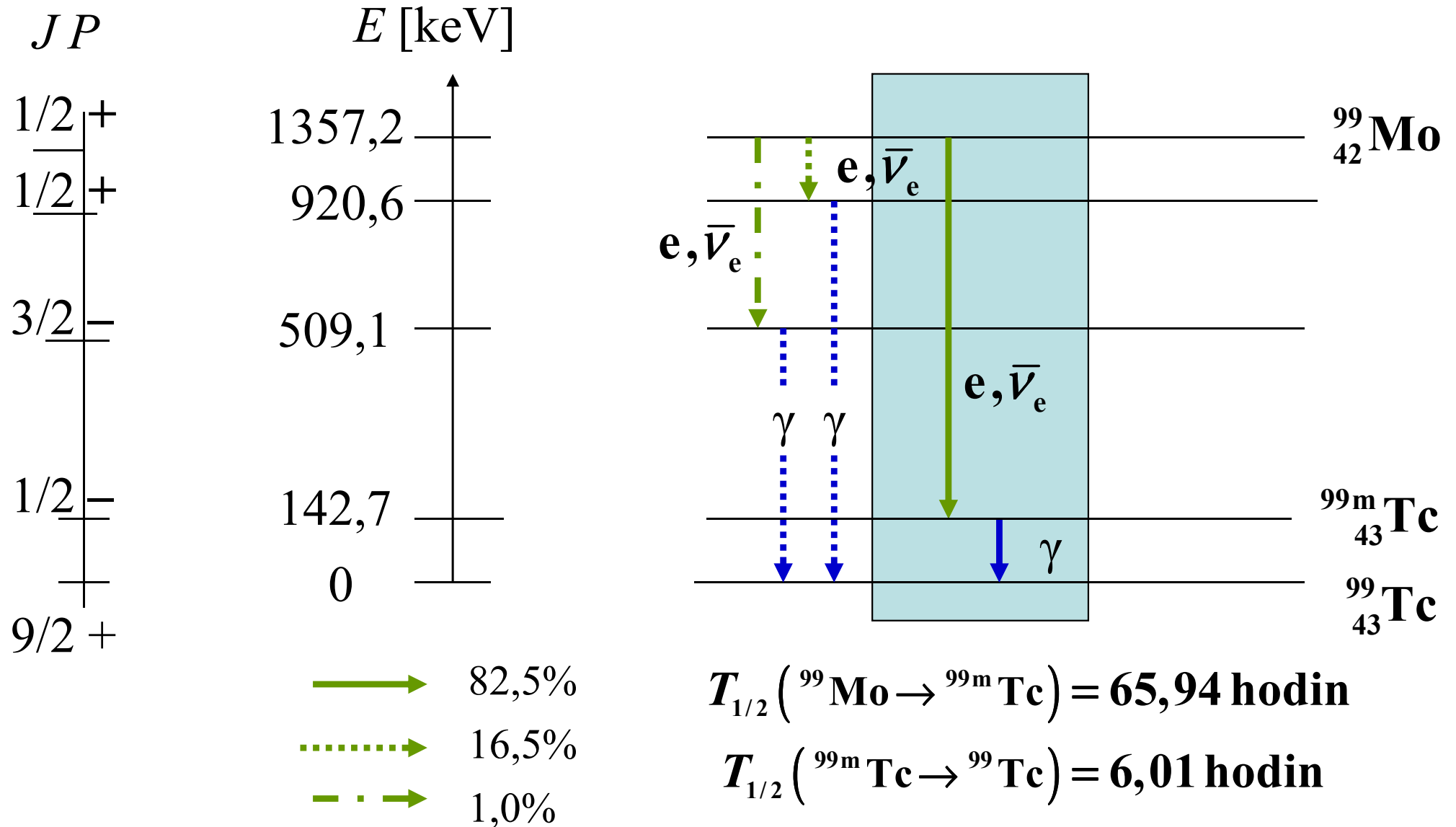


→ 99,88% → > 99,9%

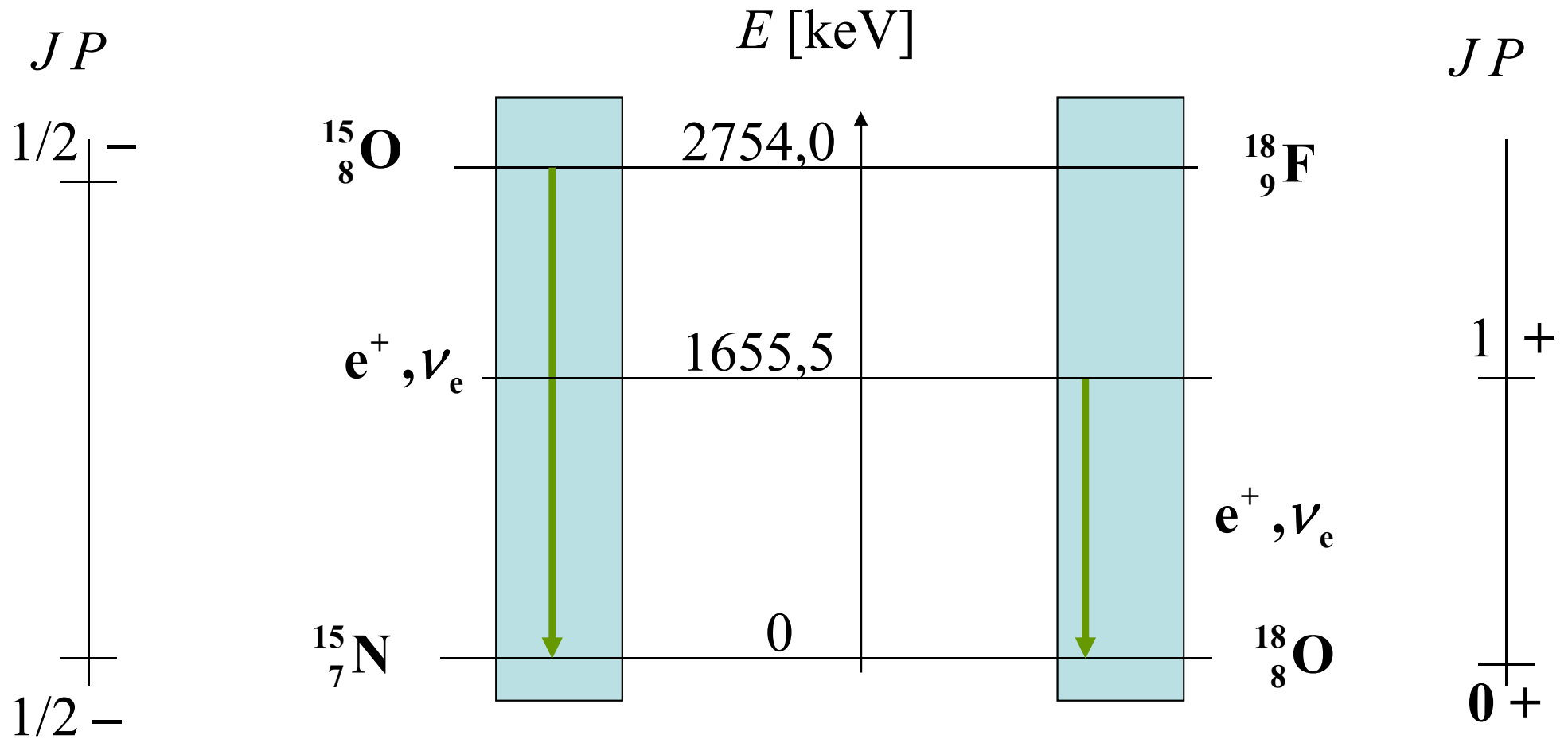
⋯→ 0,12% ⋯→ < 0,1%

$T_{1/2} (^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni}) = 1925,28 \text{ dní}$

Schema přechodu $^{99}\text{Mo} - ^{99}\text{Tc}$



Positronová emise



$$T_{1/2} (^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N}) = 122,24 \text{ s}$$

$$\langle E \rangle (^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N}) = 735,28 \text{ keV}$$

$$T_{1/2} (^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O}) = 109,77 \text{ minut}$$

$$\langle E \rangle (^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O}) = 249,8 \text{ keV}$$

Brzdné záření nabité částice I

Částice hmotnosti m a s nábojem e vyzařuje výkon

$$P = \frac{e^2 \gamma^2}{6\pi \varepsilon_0 m^2 c^3} \left[\left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{dt} \right)^2 \right]$$

V tomto vztahu vystupuje hybnost, energie a Lorentzův faktor

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad , \quad E = \gamma m c^2 \quad , \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}$$

Pro částici na kruhové trajektorii v magnetickém poli indukce B

$$P = \frac{e^2 c}{6\pi \varepsilon_0 R^2} \left(\frac{p}{m c} \right)^4 \quad , \quad R = \frac{p}{|e B|}$$

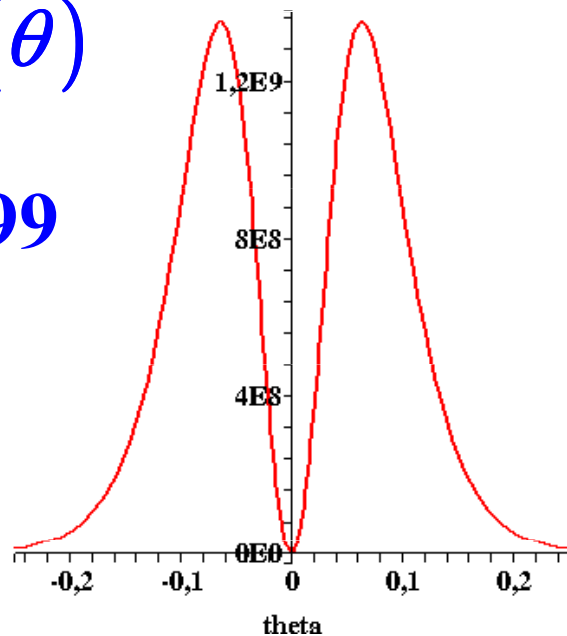
Brzdné záření nabité částice II

Pro rychlosti částice blízké rychlosti světla má záření výkon přibližně P , je soustředěno dopředu do malého kužele s vrcholovým úhlem $\Delta\theta$ a frekvencí s maximem kolem ω

$$P \approx \frac{e^2 c}{6\pi \epsilon_0 R^2} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4, \Delta\theta \approx \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}, \omega_m \approx \frac{|e B|}{m} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^2$$

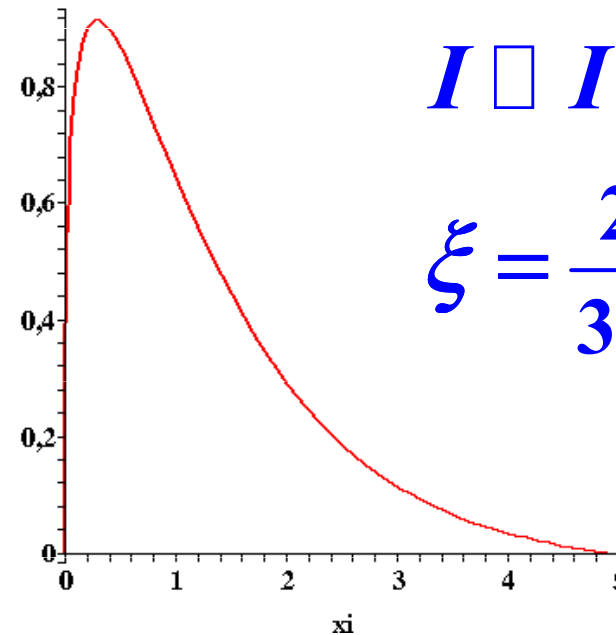
$$I \approx I(\theta)$$

$$\frac{v}{c} = 0,99$$



$$I \approx I(\xi)$$

$$\xi = \frac{2\omega}{3\omega_m}$$



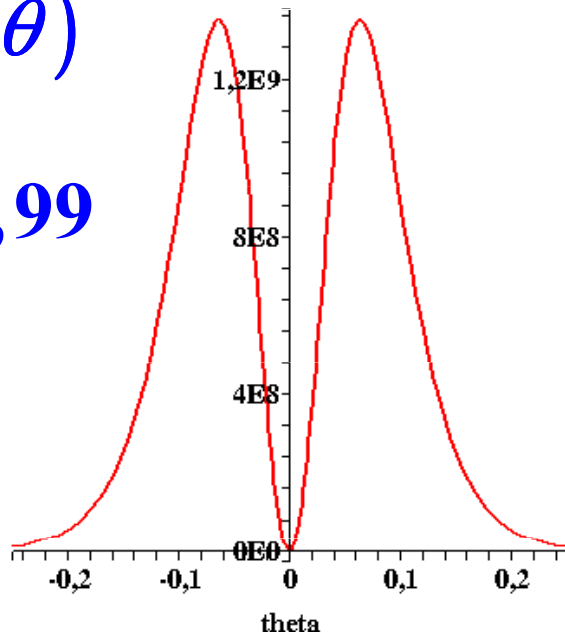
Brzdné záření nabité částice II

Pro rychlosti částice blízké rychlosti světla má záření výkon přibližně P , je soustředěno dopředu do malého kužele s vrcholovým úhlem $\Delta\theta$ a frekvencí s maximem kolem ω

$$P \approx \frac{e^2 c}{6\pi \epsilon_0 R^2} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4, \Delta\theta \approx \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}, \omega_m \approx \frac{|e B|}{m} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^2$$

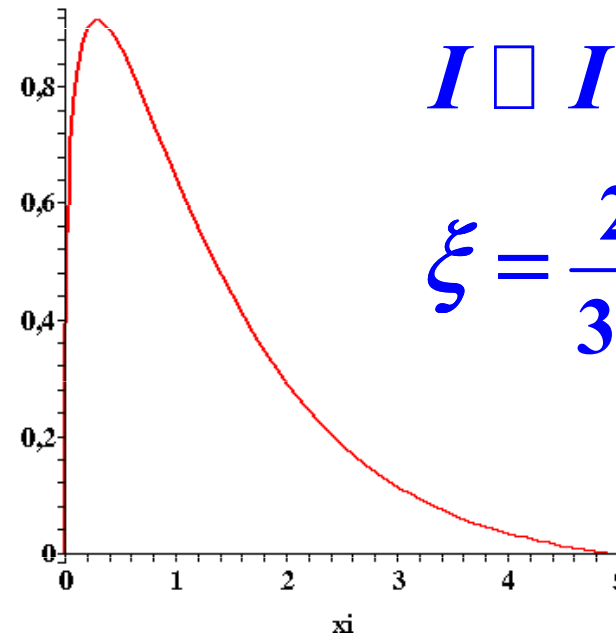
$$I \approx I(\theta)$$

$$\frac{v}{c_m} = 0,99$$

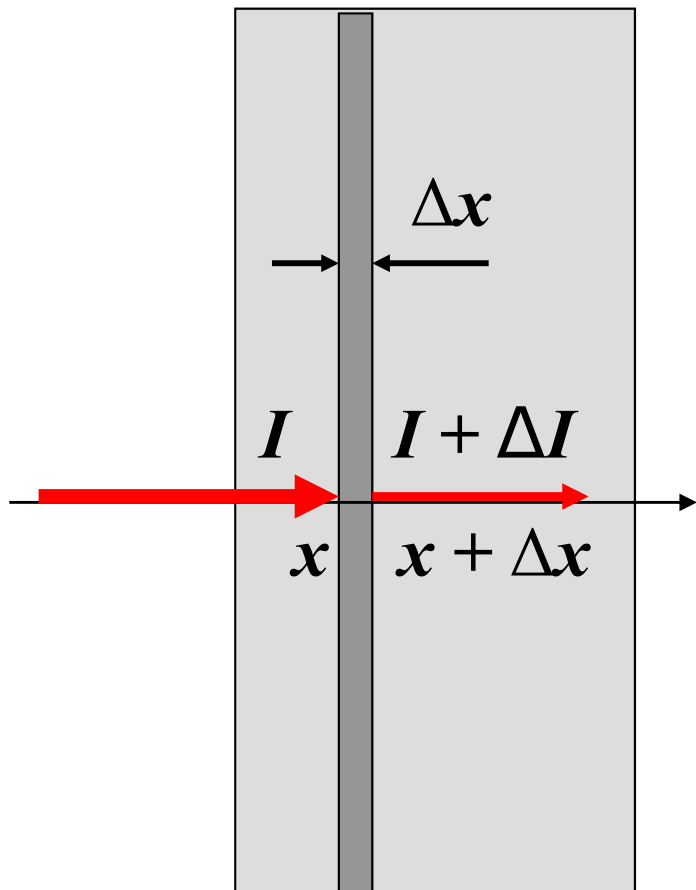


$$I \approx I(\xi)$$

$$\xi = \frac{2\omega}{3\omega_m}$$



Absorpce záření



$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu I(x) \quad , \quad I(x) = I(0) \exp[-\mu x]$$

$$I(d_{1/2}) = \frac{1}{2} I(0) \quad , \quad d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$d_{1/2}$ je polotloušťka a $\mu = \mu(\hbar\omega, Z)$ je lineární koeficient útlumu. Zavádějí se také hmotový a atomový koeficient útlumu

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad , \quad \mu_a = \frac{m_{mol} \mu}{N_A \rho}$$

ρ je hustota, m_{mol} je molární hmotnost, N_A je Avogadrova konstanta

Další koeficienty útlumu

Foton předává energii nabitým částicím látky (elektronům, případně dvojici elektron – positron). Energie těchto částic je absorbována látkou nebo v části opět vyzářena. Zavedeme pro charakteristiku těchto jevů koeficient energiového útlumu a koeficient energiové absorpce

$$\mu_{tr} = \frac{\langle E_{tr} \rangle}{\hbar \omega} \mu \quad , \quad \mu_{ab} = \frac{\langle E_{ab} \rangle}{\hbar \omega} \mu$$

kde $\langle E_{tr} \rangle$ je průměrná hodnota energie předaná fotonem nabitým částicím a $\langle E_{ab} \rangle$ je průměrná energie, kterou uloží tyto částice v látce. S definicí koeficientu zpětného vyzáření g máme

$$g = 1 - \frac{\langle E_{ab} \rangle}{\langle E_{tr} \rangle} \quad \Rightarrow \quad \mu_{ab} = (1 - g) \mu_{tr}$$

Možné interakce fotonů s látkou

❖ Fotoelektrický jev

❖ Rayleighův rozptyl

❖ Comptonův jev

❖ Vytváření párů elektron - pozitron

Fotoelektrický jev

| | |
|----------------------------|--|
| Foton interaguje s | celým atomem |
| Co se stane s fotonem | zmizí |
| Závislost na energii | $\sim 1/(\hbar\omega)^3$ |
| Práh jevu | není |
| Lineární koeficient útlumu | τ |
| Uvolněná částice | elektron |
| Závislost na Z | ${}_a\tau \sim Z^4$, $\tau/\rho \sim Z^3$ |
| Střední předaná energie | $\hbar\omega - P_K\omega_K E_B(K)$ |
| Následný jev | charakteristické rtg záření nebo Augerův elektron |
| Významná oblast pro vodu | < 20 keV |

Rayleigho rozptyl

| | |
|----------------------------|--|
| Foton interaguje s | vázaným elektronem atomu |
| Co se stane s fotonem | rozptýlí se |
| Závislost na energii | $\sim 1/(\hbar\omega)^2$ |
| Práh jevu | není |
| Lineární koeficient útlumu | σ_R |
| Uvolněná částice | žádná |
| Závislost na Z | ${}_a\sigma_R \sim Z^2$, $\sigma_R / \rho \sim Z$ |
| Střední předaná energie | 0 |
| Následný jev | žádný |
| Významná oblast pro vodu | < 20 keV |

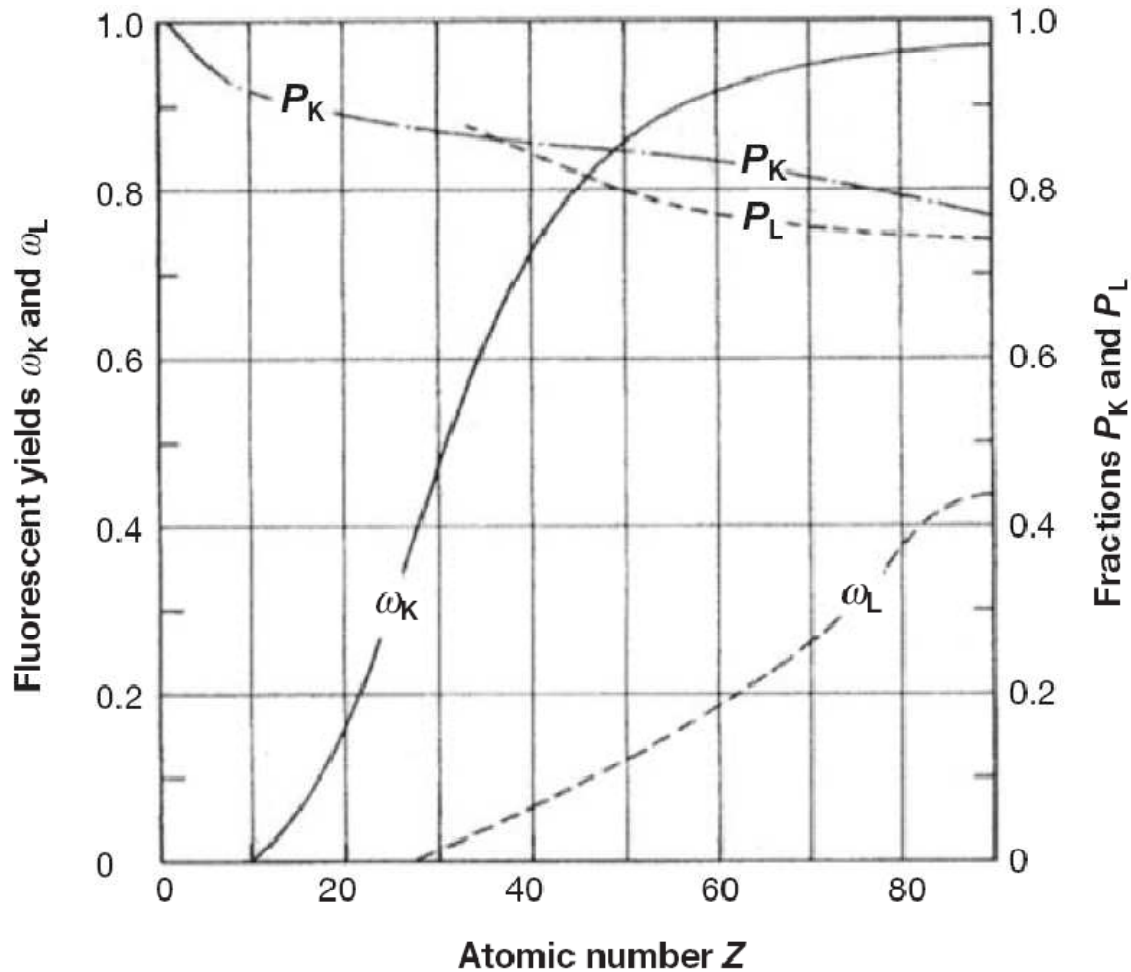
Comptonův jev

| | |
|----------------------------|--|
| Foton interaguje s | volným elektronem |
| Co se stane s fotonem | rozptýlí se |
| Závislost na energii | s rostoucí energií klesá |
| Práh jevu | není |
| Lineární koeficient útlumu | σ_C |
| Uvolněná částice | Comptonův elektron |
| Závislost na Z | ${}_a\sigma_C \sim Z$, $\sigma_C / \rho \sim 1$ |
| Střední předaná energie | relativní část roste s energií |
| Následný jev | žádný |
| Významná oblast pro vodu | 20 keV – 10 MeV |

Vytváření párů elektron - positron

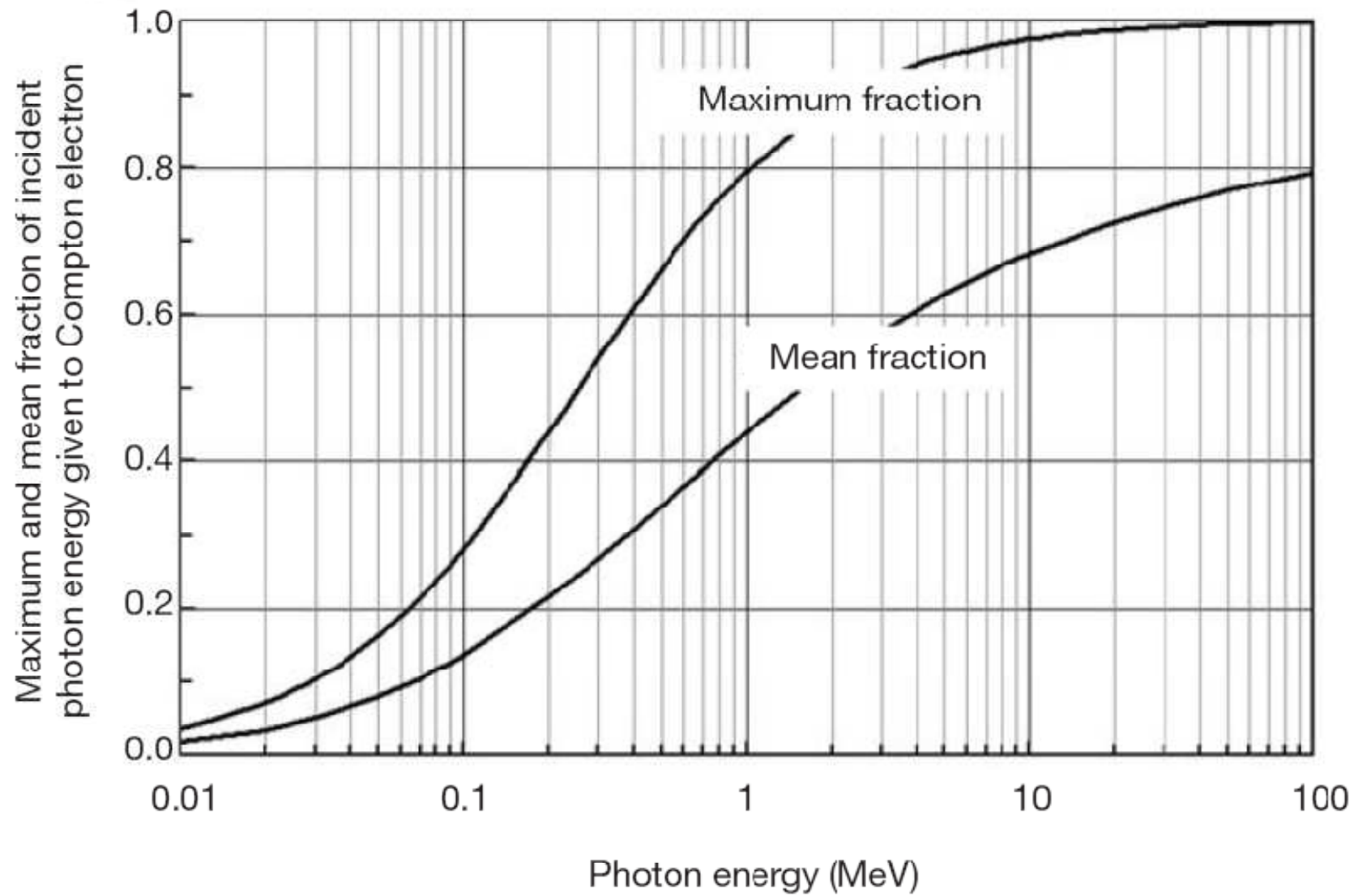
| | |
|----------------------------|--|
| Foton interaguje s | Coulombovým polem jádra |
| Co se stane s fotonem | zmizí |
| Závislost na energii | s rostoucí energií roste |
| Práh jevu | $2m_e c^2$ |
| Lineární koeficient útlumu | κ |
| Uvolněná částice | Pár elektron - positron |
| Závislost na Z | $\kappa \sim Z^2$, $\kappa / \rho \sim Z$ |
| Střední předaná energie | $\hbar\omega - 2m_e c^2$ |
| Následný jev | anihilační záření |
| Významná oblast pro vodu | > 10 MeV |

Detaily k fotoelektrickému jevu

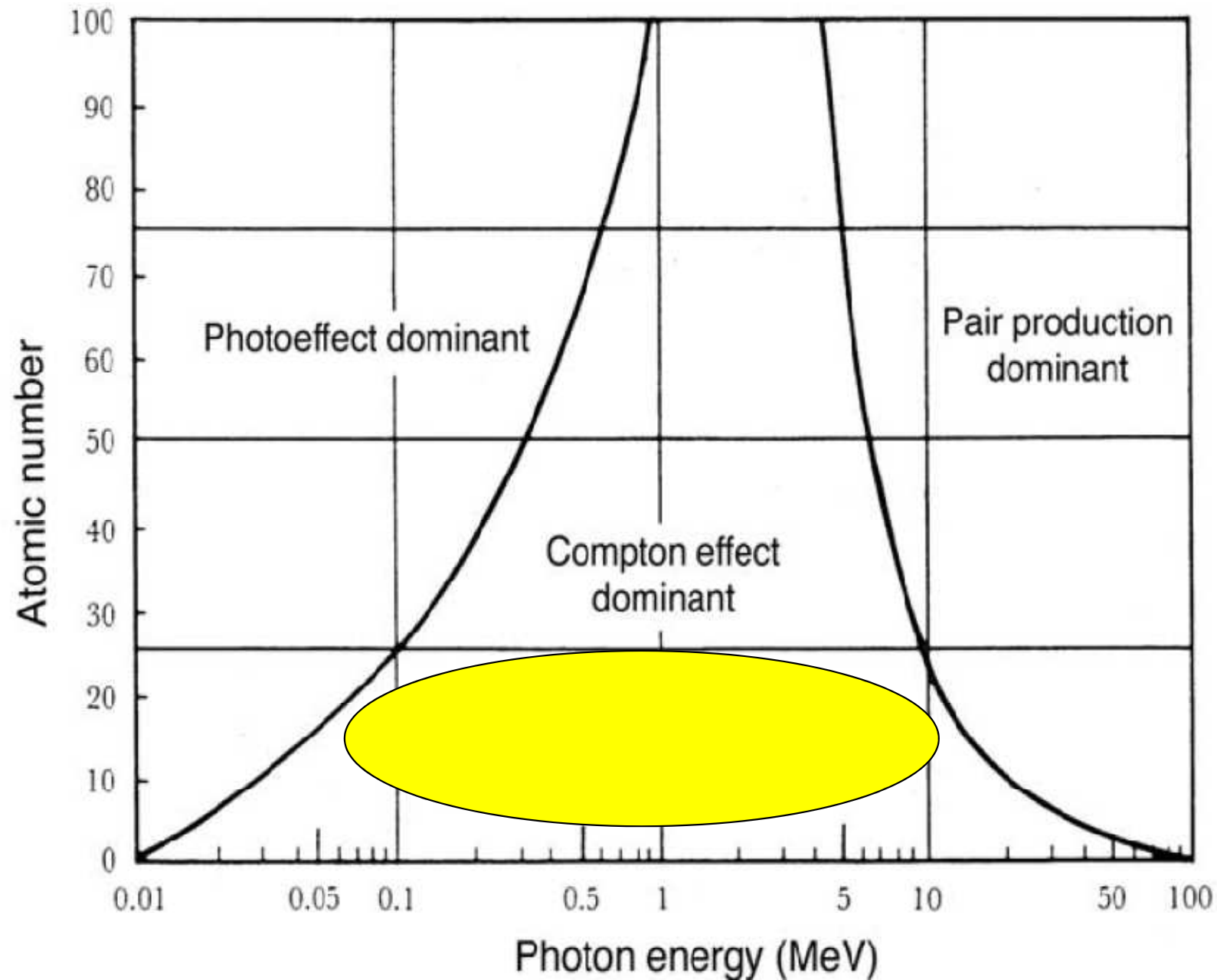


Fluorescenční výtěžek $\omega_{K(L)}$ udává podíl pravděpodobností emise fotonu a Augerova elektronů při zaplnění dané volné hladiny. Zlomek $P_{K(L)}$ pak určuje podíl dané hladiny na všech fotoelektrických jevech, a to P_K pro energii fotonu větší než vazebná energie na K – hladině, tj. $\hbar\omega > E_B(K)$, P_L pro $E_B(L) < \hbar\omega < E_B(K)$.

Detaily ke Comptonovu jevu



Dominance jednotlivých jevů



Přehled vztahů

Lineární koeficient útlumu a koeficient energiové absorpce

$$\mu = \tau + \sigma_R + \sigma_C + \kappa$$

$$\mu_{tr} = \tau_{tr} + (\sigma_C)_{tr} + \kappa_{tr}$$

$$= \tau \frac{\langle E \rangle_{tr}^{PE}}{\hbar \omega} + \sigma_C \frac{\langle E \rangle_{tr}^{CE}}{\hbar \omega} + \kappa \frac{\langle E \rangle_{tr}^{PP}}{\hbar \omega}$$

Střední hodnota předané energie pro fotoelektrický jev a tvorbu párů elektron - positron

$$\langle E \rangle_{tr}^{PE} = \hbar \omega - P_K \omega_K E_B(K)$$

$$\langle E \rangle_{tr}^{PP} = \hbar \omega - 2m_e c^2$$

Střední hodnota předané energie pro Comptonův jev nezávisí na látce, její hodnotu můžeme odečíst z universálního grafu.