INDUKTIVNÍ STATISTIKA

II. TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

- **Při testování statistických hypotéz** vycházíme z údajů zjištěných ve výběrovém souboru - jde o **induktivní soud**.

- **Statistická hypotéza =** výrok o statistickém souboru (není nutně totožná s výzkumnou hypotézou!!!)

např.
- daná veličina má normální rozdělení,
- dva srovnávané výběry pocházejí z jednoho ZS,
- dvě veličiny jsou na sobě nezávislé

- K určení platnosti hypotézy se používá tzv. **testů významnosti**, které rozhodují mezi:
  - **nulovou (testovanou) hypotézou H_0**
  - **hypotézou alternativní (opačnou) H_A**

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ – základní pojmy

- Hypotéza **jednoduchá** (předpokládá se jediná možnost)

  např. $\pi = 0{,}3$
- Hypotéza **složená** (souhrn jednoduchých hypotéz)

  např. $\pi \neq 0{,}3$ - jednostranná

  - dvoustranná
- Formulace Ho, HA <u>není nahodilá,</u> je přesně specifikovaná statistikem při odvozování testu významnosti.

  ! H_0 se volí jako jednoduchá !

  = je rovno

  ≠ není rovno – dvoustranná H

  > je větší – jednostranná H

  ≡ totožný s...

Příklady statistických hypotéz

1. H_0: Rozložení výšek 10-letých chlapců je normální (Gaussovo).

   H_A: Není normální.
2. H_A: 10-letí chlapci jsou větší než 10-letá děvčata.

   H_0: Mají stejnou výšku.

   $(\mu 1 = \mu 2) \equiv \mu 1 - \mu 2 = 0$
3. H_A: Lék A je účinnější než lék B při léčbě hypertenze.

   H_0: Léky jsou stejně účinné.

   $(\pi A = \pi B) \equiv \pi A - \pi B = 0$
4. H_A: Existuje závislost mezi nízkou porodní hmotností a kojeneckou úmrtností.

   H_0: Není závislost.

Příklad:

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

Odpověď můžeme odhadnout pomocí intervalů spolehlivosti. Pokud se intervaly spolehlivosti, které vytvoříme kolem bodových odhadů m_1 a m_2 překrývají, pak lze očekávat, že rozdíl mezi nimi není statisticky významný. Naopak, pokud se nepřekrývají, lze očekávat, že rozdíl je statisticky významný.

$m_1 = 4{,}57$ 95% CI (4,37; 4,77) $m_2 = 5{,}42$ 95% CI (5,18; 5,66)

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Otázku můžeme objektivně zodpovědět pomocí **testování statistické hypotézy** o rozdílu průměrů $m_1 - m_2$. (test pro srovnání dvou průměrů)

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu

NULOVÁ A ALTERNATIVNÍ HYPOTÉZA

Při testování hypotéz začínáme tím, že předpokládáme určitou hodnotu parametru základního souboru a potom učiníme závěr týkající se výběrového statistického ukazatele

Nulová hypotéza H_0 - testovaná

- Předpokládá, že rozdíl mezi parametrem a výběrovým ukazatelem je blízký nule – nulová hypotéza.
- $(p = 0{,}3 = \pi,\ \ \pi - p = 0)$

Alternativní hypotéza H_A - opačná

- Předpokládá opak, tj. že rozdíl mezi parametrem a výběrovým ukazatelem je nenulový (hodně vzdálen od nuly).
- $(p = 0{,}3 \neq \pi,\ \ \pi - p \neq 0)$

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Nulová hypotéza (testovaná)

- vždy předpokládá, že jde o dva náhodné výběry z jednoho základního souboru (rozdíl mezi průměry není statisticky významný)

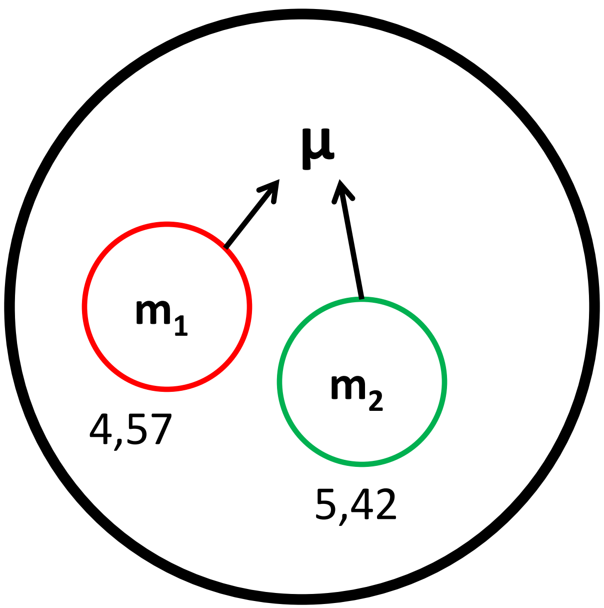
$$H_0:\ \mu_1 = \mu_2 = \mu$$

$$\mu_1 - \mu_2 = 0$$

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Nulová hypotéza (testovaná)

- vždy předpokládá, že jde o dva náhodné výběry z jednoho základního souboru (rozdíl mezi průměry není statisticky významný)



$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu$$
$$\mu_1 - \mu_2 = 0$$

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Alternativní hypotéza (opačná)

- předpokládá opak, tj. že jde o dva výběry ze dvou různých základních souborů s rozdílnými průměry (rozdíl mezi průměry je statisticky významný)

$$H_A:\ \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

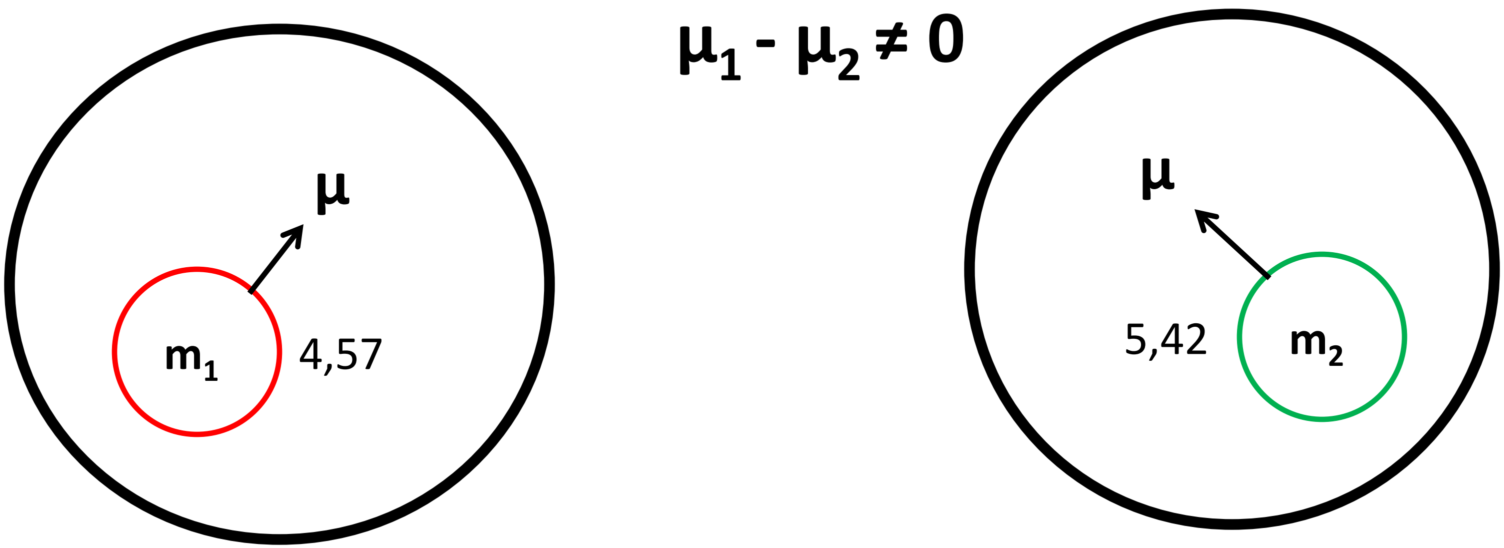
Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Alternativní hypotéza (opačná)

- předpokládá opak, tj. že jde o dva výběry ze dvou různých základních souborů s rozdílnými průměry (rozdíl mezi průměry je statisticky významný)

$$H_A: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$$



TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti

HLADINA VÝZNAMNOSTI

- Je-li pravděpodobnost nějakého jevu velmi malá, chováme se (většinou) tak, jako by nemohl vůbec nastat.

- Je-li malá pravděpodobnost, že H_0 platí, chováme se tak, jako by neplatila a zamítáme ji.

- Tato malá pravděpodobnost se nazývá **hladina významnosti**, obvykle **α** = 0,05 nebo 0,01. Vyjadřuje riziko nesprávného zamítnutí $H_{0,}$ **tzv. chyba 1. druhu**.

- **β** ozn. **chybu 2. druhu**, souvisí se silou statistického testu . Nastává, když H_0 nezamítáme, přestože ve skutečnosti neplatí.

- **Síla testu** = 1- β: schopnost zamítnout H_0, když neplatí.

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

Hladinu významnosti si zvolíme např. $\alpha = 0{,}05$.

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test

TESTY VÝZNAMNOSTI

- Platnost statistických hypotéz prověřujeme pomocí tzv. **testů významnosti**:
  - Testy pro hodnoty parametrů (měříme vzdálenost pozorované statistiky od hypotézou stanovené hodnoty parametru)
  - Srovnávání rozdílů parametrů (např. test významnosti pro rozdíly středních hodnot či pravděpodobností)
  - Zjišťování typu rozložení četností (testy NR)
  - Hodnocení závislostí (testy závislosti)

TESTY VÝZNAMNOSTI

Parametrické testy

- Vycházejí ze srovnávání parametrů **μ, σ, π** (zastoupených při srovnávání výběrovými charakteristikami m, p, s).
- Musíme znát typ rozložení testované veličiny, hypotézy se týkají parametrů tohoto rozložení.
- Srovnáváme charakteristiky dvou **nezávislých** výběrů.

TESTY VÝZNAMNOSTI

Neparametrické testy

- Velkou skupinu tvoří např. testy založené na pořadí
- Výhody: jsou početně jednodušší a **nepředpokládají znalost typu rozložení** a lze je použít pro **závislé** výběry malého rozsahu
- Nevýhody: mají menší sílu, tzn. mají menší schopnost zamítnout nulovou hypotézu, když ta skutečně neplatí.

VÝBĚR VHODNÉHO TESTU

- **Obecně:** rozhodování mezi Ho a HA spočívá v přijetí vhodného pravidla, kterým se rozdělí výběrový prostor na 2 podmnožiny : 1/obor nezamítnutí Ho

  2/ kritický obor (tj.obor zamítnutí Ho)

  Testovací charakteristika má za platnosti Ho některé známé teoretické rozdělení → znalost modelu umožnit stanovit hranice mezi oborem zamítnutí a nezamítnutí tj. tzv. **kritické hodnoty**

u-test (z-test):

- parametrický test
- normální rozložení
- Vypočítaná testovací charakteristika u (někdy ozn. z) se srovnává s kritickými hodnotami normálního rozložení (1,96;2,58)

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

- **Pro srovnání průměrů zvolíme u-test**
- **Při dostatečně velkých souborech mají rozdíly výběrových průměrů normální rozdělení**

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu

PODMÍNKY PRO POUŽITÍ TESTU

Podmínky pro použití u-testu pro srovnávání průměrů

1. $n_1 > 30$, $n_2 > 30$
   – pro menší soubory Studentův t-test
2. nezávislé výběry
   – (hodnoty do nich zahrnuté se vzájemně neovlivňují)
3. stejné rozptyly
   – neliší se významně

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4,57$ $s_1 = 0,70$ $SE_1 = 0,10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5,42$ $s_2 = 0,85$ $SE_2 = 0,11$

Podmínky pro použití u-testu:

1. **50 > 30 60 > 30**
2. **soubory jsou nezávislé**
3. **předpokládáme stejné rozptyly**

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku

TESTOVACÍ CHARAKTERISTIKA

- Testy významnosti rozhodují mezi $\mathbf{H_0}$ a $\mathbf{H_A}$, a to nejčastěji pomocí výpočtu tzv. **testovací charakteristiky**

- Vymezuje obor hodnot pro zamítnutí a obor hodnot pro nezamítnutí $H_{0.}$

- Pro stanovení takových oborů hodnot je nezbytné, aby měla některé ze známých teoretických rozdělení – umožní to stanovení tzv. **kritických hodnot.**

- Kritické hodnoty vymezují **interval spolehlivosti**, jenž je mírou vzdálenosti od 0. Leží-li hodnota testovací charakteristiky mimo tento interval, zamítáme $H_{0.}$

VZDÁLENOST OD NULY

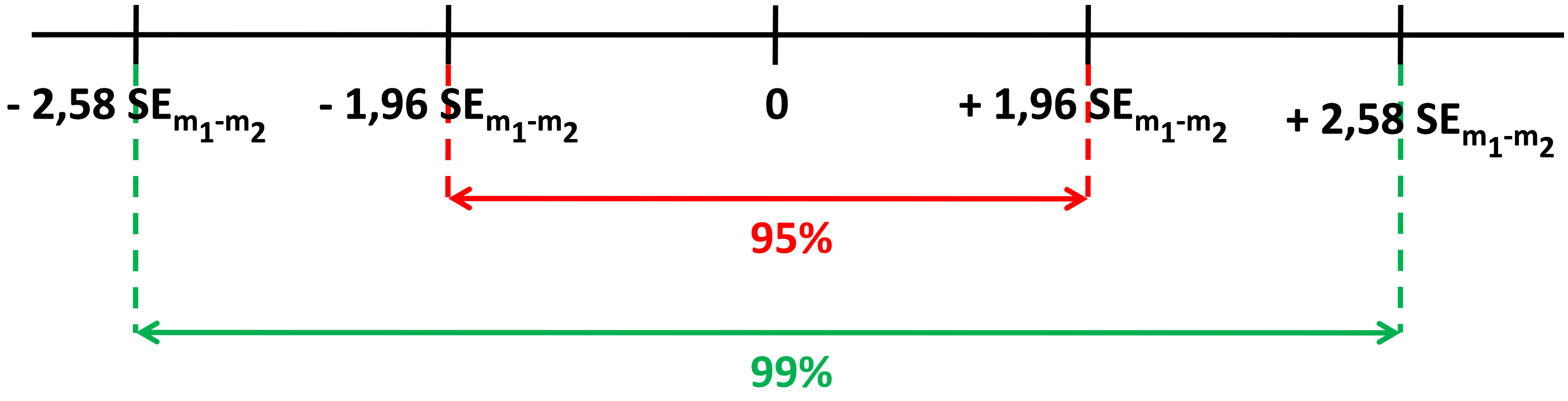
- Pokud je rozdíl srovnávaných průměrů **rozumně blízko nule**, pak můžeme říct, že rozdíl vznikl náhodou a rozhodujeme se pro nulovou hypotézu.

- Je-li rozdíl **hodně vzdálen od nuly**, dáváme přednost alternativní hypotéze.

VZDÁLENOST OD NULY

- Řeší se pomocí <u>intervalu spolehlivosti pro rozdíl průměrů.</u>

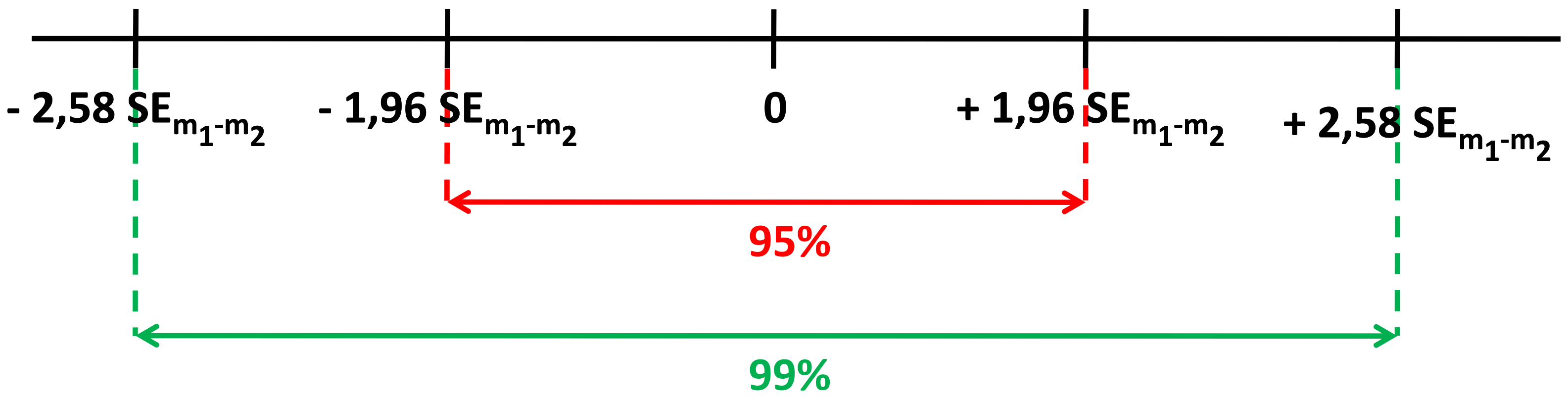
- Pokud **H_0** platí **($\mu_1 = \mu_2 = \mu$)**, pak s pravděpodobností 0,95 by se měl rozdíl $m_1 - m_2$ nacházet v 95% intervalu spolehlivosti.



VZDÁLENOST OD NULY

Chyba rozdílu průměrů

- Rozdíly průměrů mají normální rozdělení s parametry **μ** a **σ**; σ odhadujeme pomocí SE
- $\mathbf{SE_{m_1\text{-}m_2}}$ = chyba rozdílu průměrů ($m_1 – m_2$), přičemž pro nezávislé výběry platí: $\mathbf{SE^2_{m_1\text{-}m_2} = SE^2_{m_1} + SE^2_{m_2}}$



JAK ROZHODUJEME?

Testovací charakteristika „u“

- Pokud leží rozdíl mimo interval spolehlivosti, pak zamítáme nulovou hypotézu.

$$|m_1 - m_2| > 1{,}96 SE_{m_1 - m_2} = \underbrace{\frac{|m_1 - m_2|}{SE_{m_1 - m_2}}}_{u} > 1{,}96$$

- Pokud leží rozdíl v intervalu spolehlivosti, pak nulovou hypotézu nezamítáme.

$$|m_1 - m_2| \leq 1{,}96 SE_{m_1 - m_2} = \frac{|m_1 - m_2|}{SE_{m_1 - m_2}} \leq 1{,}96$$

- **Nezamítnutí nulové hypotézy neznamená její přijetí!**

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

Výpočet testovací charakteristiky u:

$m_1 – m_2 = 4{,}57 – 5{,}42 = -0{,}88$

$SE_{m_1\text{-}m_2}{}^2 = 0{,}10^2 + 0{,}11^2 = 0{,}0221$

$SE_{m_1\text{-}m_2} = 0{,}15$

$u = 0{,}88 : 0{,}15 = 5{,}66$

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4,57$ $s_1 = 0,70$ $SE_1 = 0,10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5,42$ $s_2 = 0,85$ $SE_2 = 0,11$

Srovnání testovací charakteristiky s kritickou hodnotou:

- 5,66 >1,96, (5,66 > 2,58)
- testovací charakteristika je větší než kritická hodnota pro α = 0,05, tzn. leží mimo 95% CI

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu

JAK ROZHODUJEME?

- **Nezamítnutí H_0**– rozdíly nepřesahují velikost rozdílů způsobených náhodou, ale mohla nastat tzv. chyba druhého typu.

- **Zamítnutí H_0**– pravděpodobnost, že rozdíl mezi průměry je způsoben náhodou je tak malá, že tuto možnost zamítáme – a přijímáme alternativní hypotézu (riziko chyby prvního typu)

JAK ROZHODUJEME?

	Skutečnost	
Naše rozhodnutí	H_0 neplatí	H_0 platí
Zamítáme H_0	Správné rozhodnutí	Chyba I. typu
Nezamítáme H_0	Chyba II. typu	Správné rozhodnutí

JAK ROZHODUJEME?

Statistický program

- spolu s testovací charakteristikou uvádí i **P-value**
- hodnota P-value udává pravděpodobnost, že hodnocený rozdíl je způsoben náhodou
- pokud je P-value menší než zvolená hladina významnosti, nulovou hypotézu zamítáme, pokud je větší nulovou hypotézu nezamítáme
- Např.: $\alpha = 5\%$ (pravděpodobnost platnosti H_0)

  P-value = 0,00073, zamítáme H_0

  P-value = 0,07300, nezamítáme H_0

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

Zamítnutí nebo nezamítnutí nulové hypotézy:

Zamítáme nulovou hypotézu a přijímáme hypotézu alternativní.

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu různých norem s přihlédnutím k věku?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

(jedná se o 2 NV ze 2 ZS)

Interpretace výsledků:

Na 5% (resp. 1%HV) hladině významnosti jsme prokázali, že při <u>hodnocení hladiny cholesterolu je vhodné používat různé normy pro různé věkové kategorie.</u> Je hodně malá pst, že se mýlíme , když přisuzujeme významný vliv věku. Rozdíl mezi výběrovými průměry je vysoce statisticky významný.

SHRNUTÍ PŘÍKLADU

1. H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; $\mu_1 - \mu_2 = 0$
   H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$; $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$
2. $\alpha = 0{,}05$
3. u-test
4. $n_1 > 30$; $n_2 > 30$; nezávislé soubory; stejné rozptyly
5. $u = 5{,}66$
6. $5{,}66 > 1{,}96$
7. Zamítáme nulovou hypotézu a přijímáme hypotézu alternativní.
8. Rozdíl mezi průměrnými hodnotami cholesterolu je statisticky významný, tj. není způsoben náhodou a pro různé věkové kategorie má smysl použít odlišné normy

Příklad:

Srovnejte výšku tříletých brněnských chlapců a děvčat na podkladě <u>výběrového šetření náhodně vybraných dětí</u>:

CH:	$n_1 = 80$	$m_1 = 97{,}4$	$s_1 = 3{,}8$
D:	$n_2 = 80$	$m_2 = 96{,}3$	$s_2 = 3{,}7$

Řešení

Řešení:

1) $H_0 \equiv \mu_{CH} = \mu_D$ $H_A \equiv \mu_{CH} \neq \mu_D$

2) Zvolíme hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ eventuálně 0,01

3) Ověříme podmínky použitelnosti u-testu

$n_1, n_2 > 30$

výběry jsou nezávislé

Řešení

4) Vypočítáme testovací charakteristiku

$$u = \frac{97{,}4 - 96{,}3}{\sqrt{\frac{3{,}8^2}{79} + \frac{3{,}7^2}{79}}} = 1{,}84$$

5) Závěr: protože u = 1,84 **<** 1,96, **H0 nezamítáme.**

6) Interpretace: Nezamítnutí H0 neznamená její přijetí.

Správná formulace: **Rozdíl** v průměrných výškách tříletých chlapců a děvčat **nepovažujeme za statisticky významný**. Nebylo by správné tvrdit, že rozdíl neexistuje. (Na základě našeho výběrového šetření jsme neprokázali rozdíl ve výškách 3 l Ch a D – tzn., že rozdíl buď neexistuje –tedy platí Ho, nebo je rozdíl tak malý, že vyšetření uvedeného rozsahu jej neprokázalo).

Nezamítnutí H_0

Nezamítnutí H0 ($\mu1 = \mu2$) představuje rozhodnutí dvojznačné. Buď nulová hypotéza platí, nebo neplatí, avšak na základě zjištěných výsledků se ji nepodařilo zamítnout.

Příklad: s výškou chlapců a děvčat (skripta str. 23),

u = 2,70, což vede k zamítnutí H_0 (n1 = 170, n2 = 172)

Rozdíl ve výškách chlapců a děvčat 1,1 cm se jako významný prokázal při **většim počtu změřených dětí.**

! Závěr: Prokázání ***relativně malého rozdílu*** v průměrech vyžaduje ***větší počet měření.***

Studentovo rozdělení t

Podmínka: n_1, $n_2 < 30$

Testovací charakteristika t =

$$t = \frac{m_1 - m_2}{s_{m_1 - m_2}} = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \times \frac{n_1 + n_2}{n_1 \times n_2}}}$$

Počet stupňů volnosti f = $n_1 + n_2 - 2$

Kritické hodnoty viz skripta str. 25

Příklad

Srovnejte průměrnou porodní hmotnost u novorozenců matek silných kuřaček a nekuřaček na podkladě výběrového šetření u 30 novorozenců.

1) Nekuřačky: n1 = 15 m1 = 3,59 s1 = 0,37
2) Silné kuřačky: n2 = 15 m2 = 3,20 s2 = 0,49

Řešení

- Výběry jsou nezávislé
- n1, n2 < 30 => Studentův t-test

$$t=\frac{3{,}59-3{,}20}{\sqrt{\frac{15.0{,}37^2+15.0{,}49^2}{15+15-2}\cdot\frac{15+15}{15.15}}}=\frac{0{,}39}{0{,}1641}$$

$$=\underline{2{,}38} > t_{0,05}\,(28) = 2{,}05$$
$$< t_{0,01}\,(28) = 2{,}76$$

Závěr: H_0 ($\mu_1 = \mu_2$) zamítáme na 5% HV. Riziko, že se mýlíme, je mezi (1-5)%.

Interpretace: Preferujeme H_A, která říká, že je statisticky významný vztah mezi kouřením cigaret a porodní hmotností novorozenců.

Příklad: SROVNÁNÍ PRAVDĚPODOBNOSTÍ (π_1, π_2) dvou náhodných jevů

- **Podmínka pro použití u-testu:**

a) $n_1 \cdot p_1 \cdot (1 - p_1) > 9$
$n_2 \cdot p_2 \cdot (1 - p_2) > 9$

b) srovnávané výběry jsou vzájemně nezávislé

- **Standardní chyba rozdílu pravděpodobností**

$$SE^2 = SE_1^2 + SE_2^2 = \frac{p_1(1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1 - p_2)}{n_2}$$

- **Testovací charakteristika u**

$$u = \frac{p_1 - p_2}{SE}$$

Příklad: SROVNÁNÍ PRAVDĚPODOBNOSTÍ

Byl sledován výskyt alergií u studentů LF.

Muži: $m_1 = 105$ $k_1 = 21$ $p_1 = 0{,}20$ (20%)

Ženy: $m_2 = 195$ $k_2 = 19$ $p_2 = 0{,}097$ (9,7%)

Otázka: Je rozdíl ve výskytu alergie u mužů a u žen způsoben náhodou, anebo lze odvodit, že alergie postihují muže častěji?

Řešení

1. H_0: $\pi_1 = \pi_2 = \pi$; $\pi_1 - \pi_2 = 0$
   H_A: $\pi_1 \neq \pi_2$; $\pi_1 - \pi_2 \neq 0$
2. $\alpha = 0{,}05$
3. u-test
4. velikost souboru: $n_1 > 30$; $n_2 > 30$
   platnost nerovnosti: 16,8 > 9; 17,1 > 9
   nezávislé soubory
5. u = **2,32**
6. <u>2,32 > 1,96</u>
7. Na 5% hladině významnosti <u>nulovou hypotézu zamítáme</u> a přijímáme hypotézu alternativní. Riziko, že se mýlíme je menší než 5%.
8. <u>Alergie jsou častější u mužů než u žen.</u>

Příklad k samostatnému řešení
(srovnání pravděpodobností)

Zadání:

V souboru 200 náhodně vybraných studentů LF byla zjištěna zraková vada u 80 studentů ($p_1 = 80/200 = 0{,}40$, ev. 40%)

U 250 nestudujících stejného věku byla zraková vada zjištěna u 85 vyšetřovaných ($p_2 = 0{,}34$, ev. 34%)

Srovnání pravděpodobností u-testem

Řešení: $H_0 \equiv \pi_1 = \pi_2$

$H_A \equiv \pi_1 \neq \pi_2$

<u>Podmínky použití u-testu</u>

- Nezávislé výběry
- Konvergence binomického rozdělení k normálnímu (n.p.(1-p) > 9)

  200 . 0,4 . (1-0,4) = 48 > 9, 250 . 0,34 . (1-0,34) = 56,1 > 9

$$u = \frac{0{,}40 - 0{,}34}{\sqrt{\frac{0{,}40(1-0{,}40)}{200} + \frac{0{,}34(1-0{,}34)}{250}}} = 1{,}31 < 1{,}96$$

Závěr: Nulovou hypotézu nezamítáme, nepodařilo se prokázat, že by nestudující mládež měla významně méně zrakových vad než studenti LF.

Děkuji za pozornost