

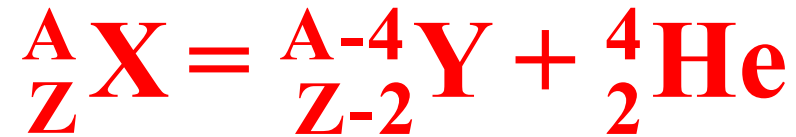
# Radiologická fyzika

## Radioaktivita

15. října 2012

# Radioaktivní rozpad

$\alpha$  rozpad



$\beta$  rozpad



$\gamma$  rozpad



$\beta^+$  rozpad



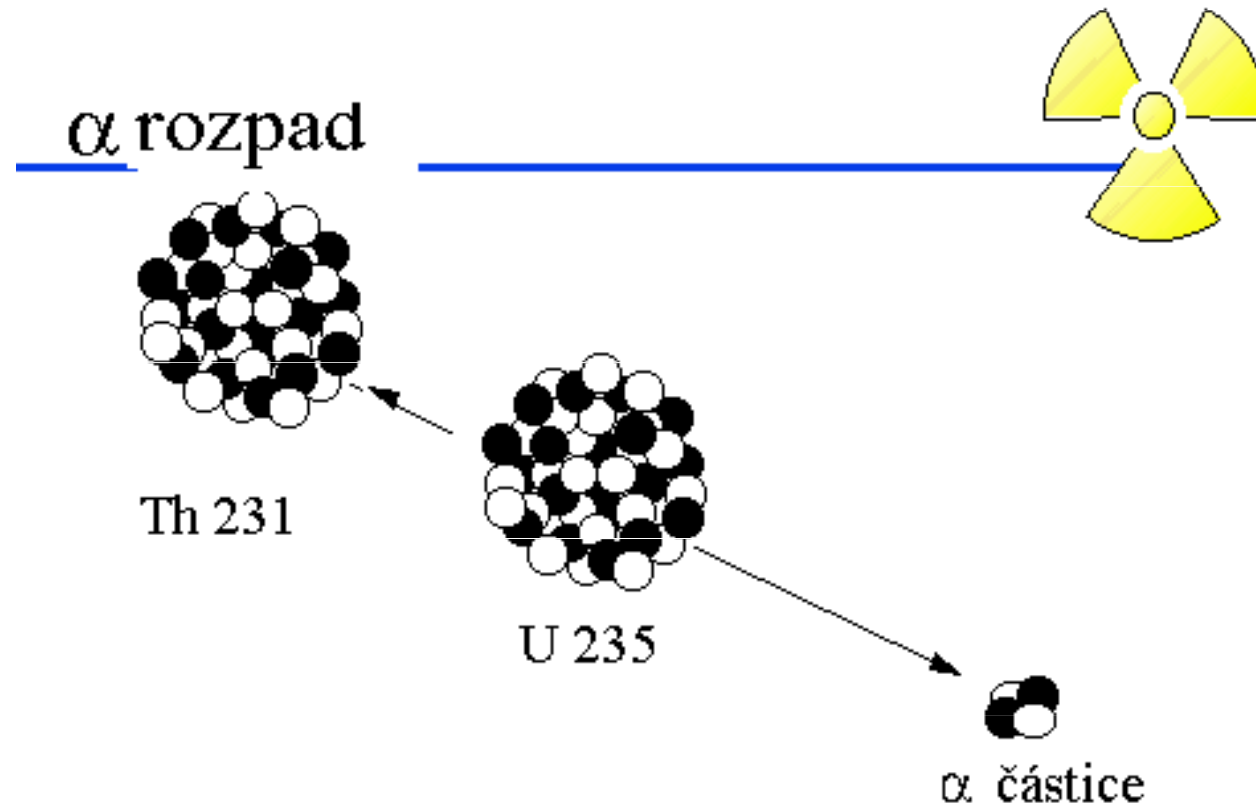
Elektronový záchyt



Vnitřní konverse

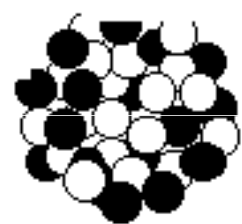


# Rozpad $\alpha$

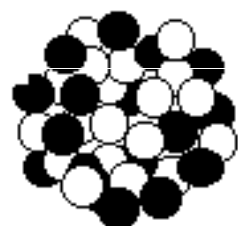


# Rozpad $\beta$

$\beta$  rozpad



Ca 40



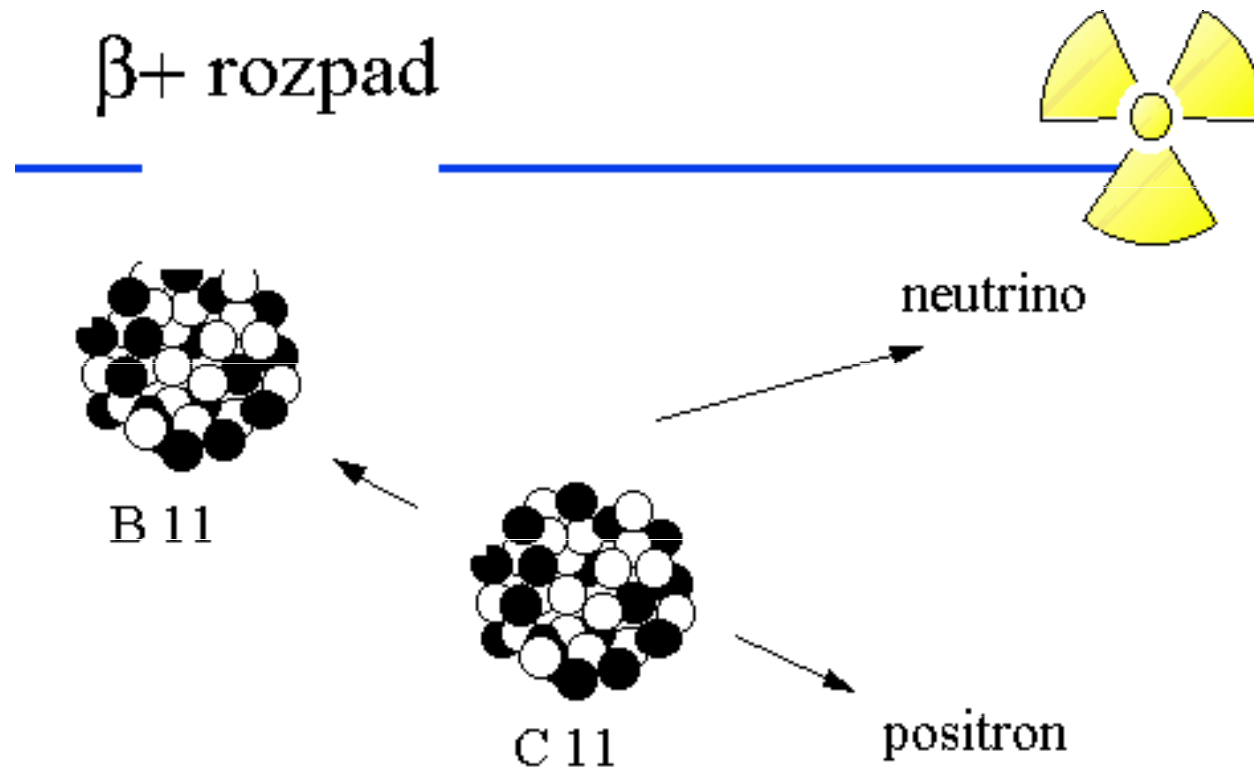
K 40

antineutrino

elektron



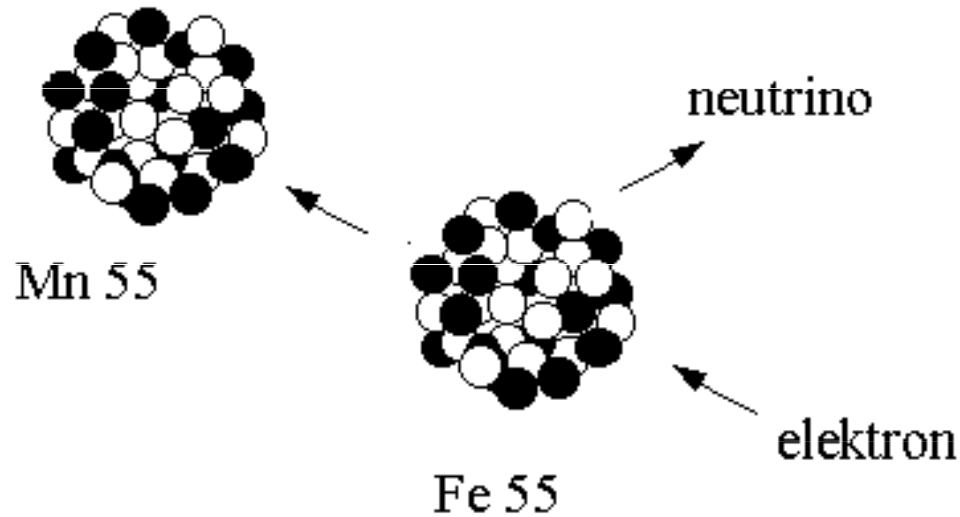
# Rozpad $\beta^+$



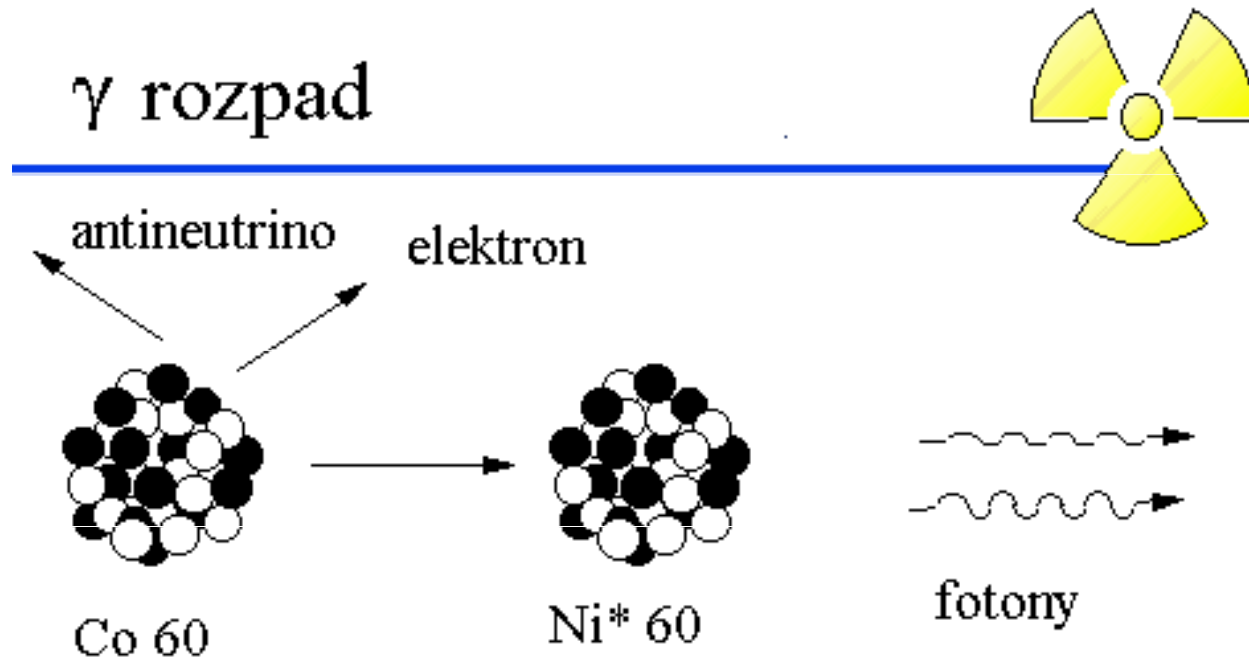
# Elektronový záchyt

## Elektronový záchyt

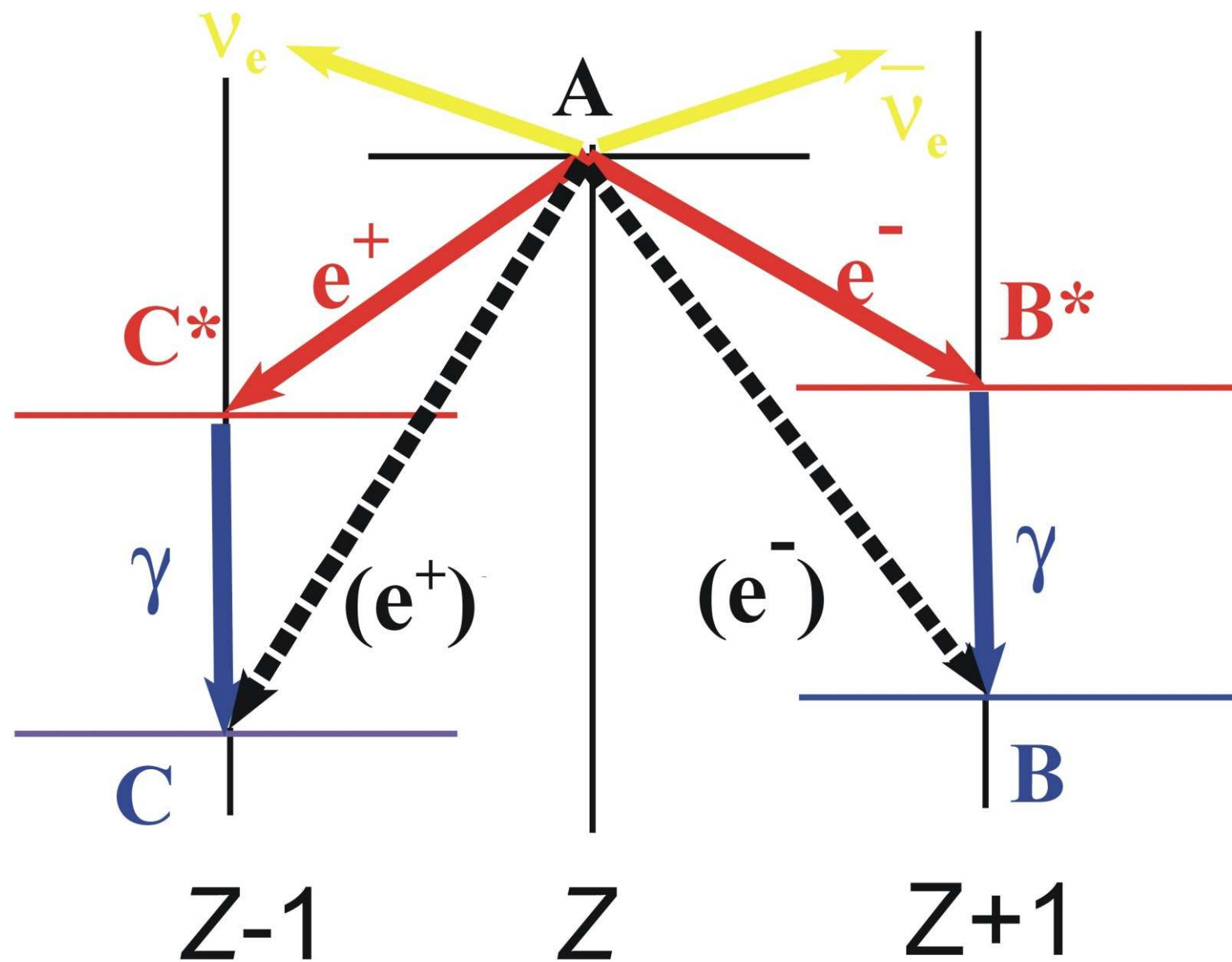
---



# Rozpad $\gamma$



# Obecné schema $\beta$ rozpadů





## Příprava technecia (Tc) I

Začínáme u molybdenu (Mo),  $Z=42$ . V přírodě se vyskytuje řada stabilních isotopů:

A	%
92	15,86
94	09,12
95	15,70
96	16,50
97	09,45
98	23,75
100	09,62

## Příprava technecia (Tc) II

V reaktoru dochází k vytvoření radionuklidu

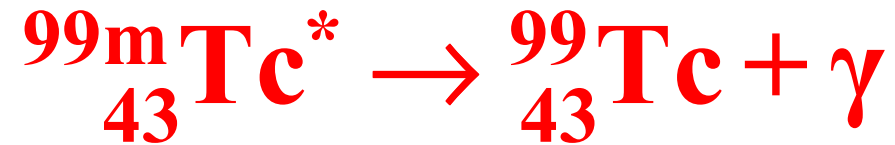


Molybden je přepraven k diagnostickému zařízení, probíhá přitom  $\beta$  rozpad s poločasem rozpadu  $T_{1/2}=66$  hodin

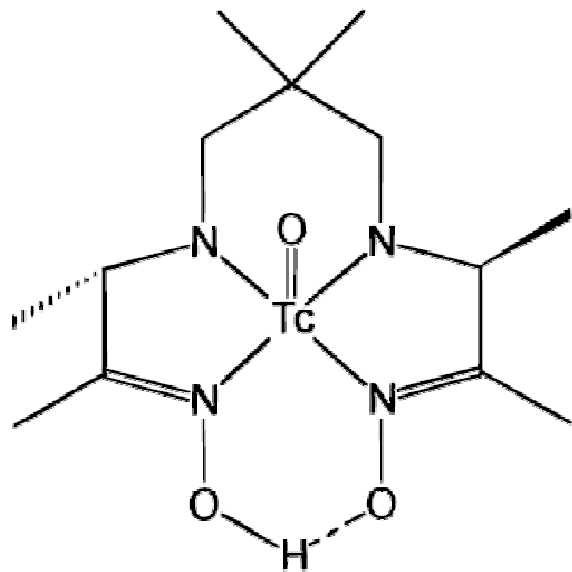


V chemickém generátoru je technecium separováno a navázáno na vhodnou látku. Pak je dopraveno ke zkoumanému orgánu. Technecium přejde  $\gamma$  rozpadem s poločasem rozpadu  $T_{1/2}=361$  minut z excitovaného do základního stavu. Vyzáří přitom foton o energii 141 keV, který je detekován.

# Příprava technecia (Tc) III

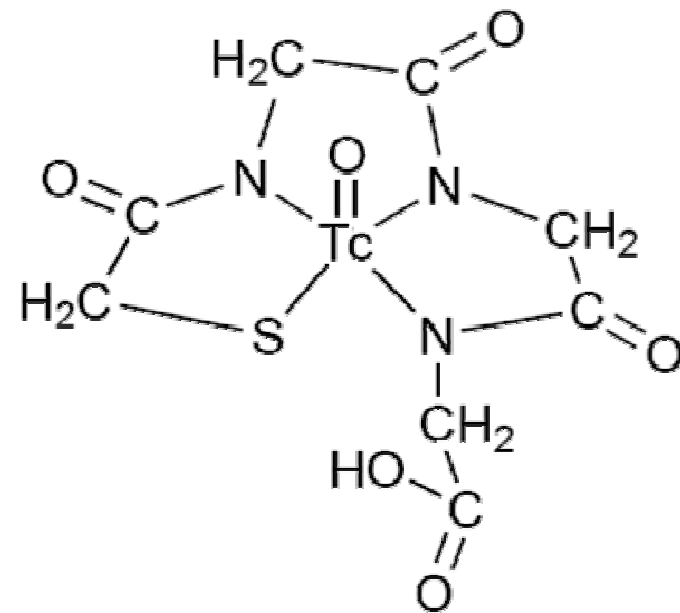


Vyšetření mozku „Ceretec“



${}^{99m}\text{TcO}$ -hexamethylpropyleneamineoxime

Vyšetření ledvin



${}^{99m}\text{TcO}$ -mercaptoacetyltriglycine

## Příprava kobaltu (Co)

V reaktoru dochází k vytvoření radionuklidu



Radionuklid je vhodně umístěn („kobaltová bomba“). Přitom probíhá  $\beta$  rozpad s poločasem rozpadu  $T_{1/2}=5,27$  roků



Excitované jádro niklu téměř okamžitě přechází do základního stavu, fotony vzniklé při tomto  $\gamma$  rozpadu mají každý energii přibližně 1.2 MeV





# Zákon radioaktivního rozpadu

Pro vzorek s  $N$  jádry radionuklidu je rychlost rozpadu

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

úměrná počtu těchto jader

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Tato rovnice popisuje **zákon radioaktivního rozpadu**. Konstanta úměrnosti  $\lambda$  je pro daný rozpad charakteristická, nazývá se proto **konstanta rozpadu** a má rozměr  $[\lambda]=\text{s}^{-1}$ . Aktivita vzorku je definována jako

$$R = \lambda N$$

# Integrální tvar zákona radioaktivního rozpadu

Jednoduchou integrací dostáváme

$$N(t) = N(t_0) \exp[-\lambda(t-t_0)]$$

Obvykle volíme  $t_0=0$  a značíme  $N(t_0)=N_0$ , takže

$$N = N_0 \exp[-\lambda t]$$

Tato rovnice také popisuje zákon radioaktivního rozpadu, stejně jako rovnice pro aktivitu (označujeme  $R_0=\lambda N_0$ )

$$R = R_0 \exp[-\lambda t]$$

## Další charakteristiky rozpadu

Poločas rozpadu  $T_{1/2}$  je doba, po které jak počet jader radionuklidu ve vzorku  $N$ , tak aktivita  $R$  poklesnou na polovinu své původní hodnoty

$$\frac{R_0}{2} = R_0 \exp[-\lambda T_{1/2}]$$

Jednoduchá úprava dává pro poločas rozpadu vztah

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Střední doba života je definována vztahem  $R_0 \bar{T} = \int_0^{\infty} R(t) dt$ , takže

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda}$$



## Rozpad dvěma různými způsoby

Rozpad se může dít více způsoby. Uvažujme dva různé, charakterizované rozpadovými konstantami  $\lambda^{(1)}$  a  $\lambda^{(2)}$ . Je tedy

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda^{(1)} N + \lambda^{(2)} N \Rightarrow N = N_0 \exp\left[-\left(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)}\right)t\right]$$

Pro poločas rozpadu máme teď vztah

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)}} = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(1)}} + \frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(2)}}}$$

Jednoduchá úprava dává

$$T_{1/2} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

# Dvoustupňový rozpad I

Velmi často musíme uvažovat o rozpadu jako vícestupňovém procesu. Nejčastější je dvoustupňový rozpad typu



Označení pochází z anglického parent, daughter, granddaughter.  
Potřebné rovnice budou

$$\begin{aligned} \frac{dN_P}{dt} &= -\lambda_{PD} N_P & N_P(t=0) &= N_0 \\ \frac{dN_D}{dt} &= -\lambda_{DG} N_D + \lambda_{PD} N_P & N_D(t=0) &= 0 \\ \frac{dN_G}{dt} &= \lambda_{DG} N_D & N_G(t=0) &= 0 \end{aligned}$$

## Dvoustupňový rozpad II

Řešení, které splňuje počáteční podmínky najdeme například postupnou integrací rovnic jako

$$N_P = N_0 \exp[-\lambda_{PD} t]$$

$$N_D = \frac{\lambda_{PD} N_0}{\lambda_{DG} - \lambda_{PD}} (\exp[-\lambda_{PD} t] - \exp[-\lambda_{DG} t])$$

$$N_G = \frac{\lambda_{PD} \lambda_{DG} N_0}{\lambda_{DG} - \lambda_{PD}} \{ \lambda_{PD} (\exp[-\lambda_{DG} t] - 1) - \lambda_{DG} (\exp[-\lambda_{PD} t] - 1) \}$$

Pro praktické účely je potřeba znát aktivitu dceřinného vzorku. Aktivita rodičovského vzorku je

$$R_P = \lambda_{PD} N_0 \exp[-\lambda_{PD} t]$$

## Aktivita dceřinného vzorku I

Z předchozích výsledků dostáváme

$$R_D = \lambda_{DG} \frac{\exp[(\lambda_{PD} - \lambda_{DG})t] - 1}{\lambda_{PD} - \lambda_{DG}} R_P$$

Jiný vhodný tvar tohoto vztahu je

$$R_D = \lambda_{DG} \frac{\exp[-\lambda_{DG} t] - \exp[-\lambda_{PD} t]}{\lambda_{PD} - \lambda_{DG}} R_P (t=0)$$

## Aktivita dceřinného vzorku II

Maximální hodnotu aktivity dostaneme z

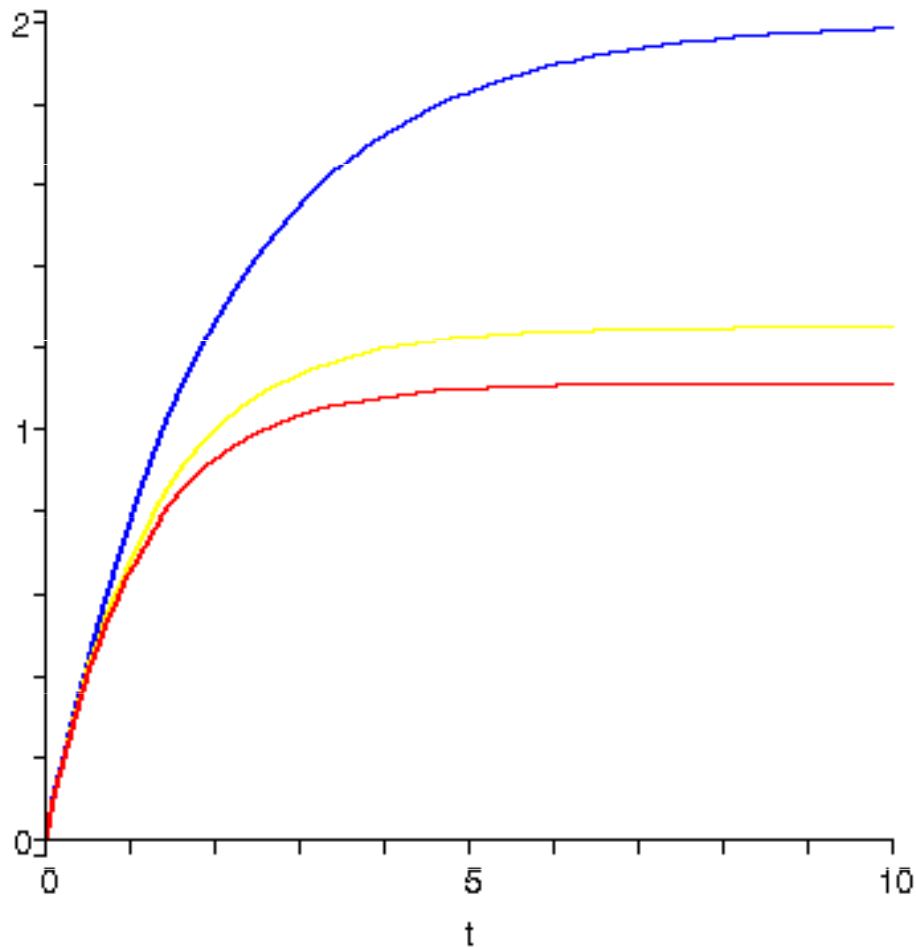
$$\frac{dR_D}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{\max} = \frac{1}{\lambda_{DG} - \lambda_{PD}} \ln \frac{\lambda_{DG}}{\lambda_{PD}}$$

V případě, že poločas rozpadu dceřinného vzorku je menší než poločas vzorku rodičovského (rodičovský:  $^{99}\text{Mo}$  na  $^{99\text{m}}\text{Tc}^*$ , dceřinný:  $^{99\text{m}}\text{Tc}^*$  na  $^{99}\text{Tc}$ ), dostáváme

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{R_D}{R_P} = \frac{\lambda_{DG}}{\lambda_{DG} - \lambda_{PD}}$$

# Aktivita dceřinného vzorku III

Závislosti  $R_D/R_P$  pro hodnoty  $\lambda_{PD}/\lambda_{DG}$  1/2 (modrá), 1/5 (žlutá) a 1/10 (červená) na  $\lambda_{DG}\cdot t$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{R_D}{R_P} = \frac{1}{1 - \lambda_{PD} / \lambda_{DG}}$$

## Aktivace v reaktoru

V reaktoru ozařuje neutronový svazek vzorek stabilního nuklidu, jadernou reakcí se vytváří požadovaný radioaktivní nuklid



Počet jader stabilního nuklidu se opět řídí zákonem

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Konstanta  $\lambda$  je v tomto případě součinem hustoty toku neutronů  $j$  a účinného průřezu reakce  $\sigma$ , tj. plošku, která ukazuje jak velkou překážku tvoří při dané reakci jádro dopadajícím neutronům (rozměry veličin jsou  $[\lambda]=\text{s}^{-1}$ ,  $[j]=\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ,  $[\sigma]=\text{m}^2$ )

$$\lambda = j\sigma$$

## Příklad s kobaltem

V reaktoru ozařuje neutronový svazek vzorek  $^{59}\text{Co}$  hmotnosti  $m=1$  g, jadernou reakcí se vytváří radioaktivní nuklid  $^{60}\text{Co}$ . Účinný průřez je  $\sigma=35$  barn (barn= $10^{-24}$  cm<sup>2</sup>), neutronový tok je  $j=10^{13}$  cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>. Poločas rozpadu  $^{60}\text{Co}$  na  $^{60}\text{Ni}^*$  je  $T_{1/2}=5,27$  roků, vyzáření dvou fotonů  $\gamma$  záření při přechodu  $^{60}\text{Ni}^*$  na  $^{60}\text{Ni}$  následuje v zanedbatelně krátké době.

$$N_0 = m \frac{N_A}{A}$$

$$N_0 \approx 1 \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{59} \approx 1,02 \cdot 10^{22}$$

$$\lambda_{PD} = j\sigma$$

$$\lambda_{PD} \approx 10^{13} \cdot 35 \cdot 10^{-24} \text{ s}^{-1} = 3,5 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{DG} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$\lambda_{DG} \approx \frac{0,693}{5,27 \cdot 3,156 \cdot 10^7} \text{ s}^{-1} \approx 4,17 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$



# Nejčastěji užívané radionuklidy I

## $\gamma$ rozpad

nuklid	$T_{1/2}$	energie [keV]
Jód I - 123	13,3 h	150
Jód I - 131	8,04 d	364
Jód I -125	60 d	35
Thallium Tl - 201	73 h	135
Technecium Tc -99m	6 h	140

# Nejčastěji užívané radionuklidy II

## $\beta^+$ rozpad

nuklid	$T_{1/2}$ [minut]	energie [keV]
Fluor - 18	110	202
Kyslík - 15	2	696