

Radiologická fyzika

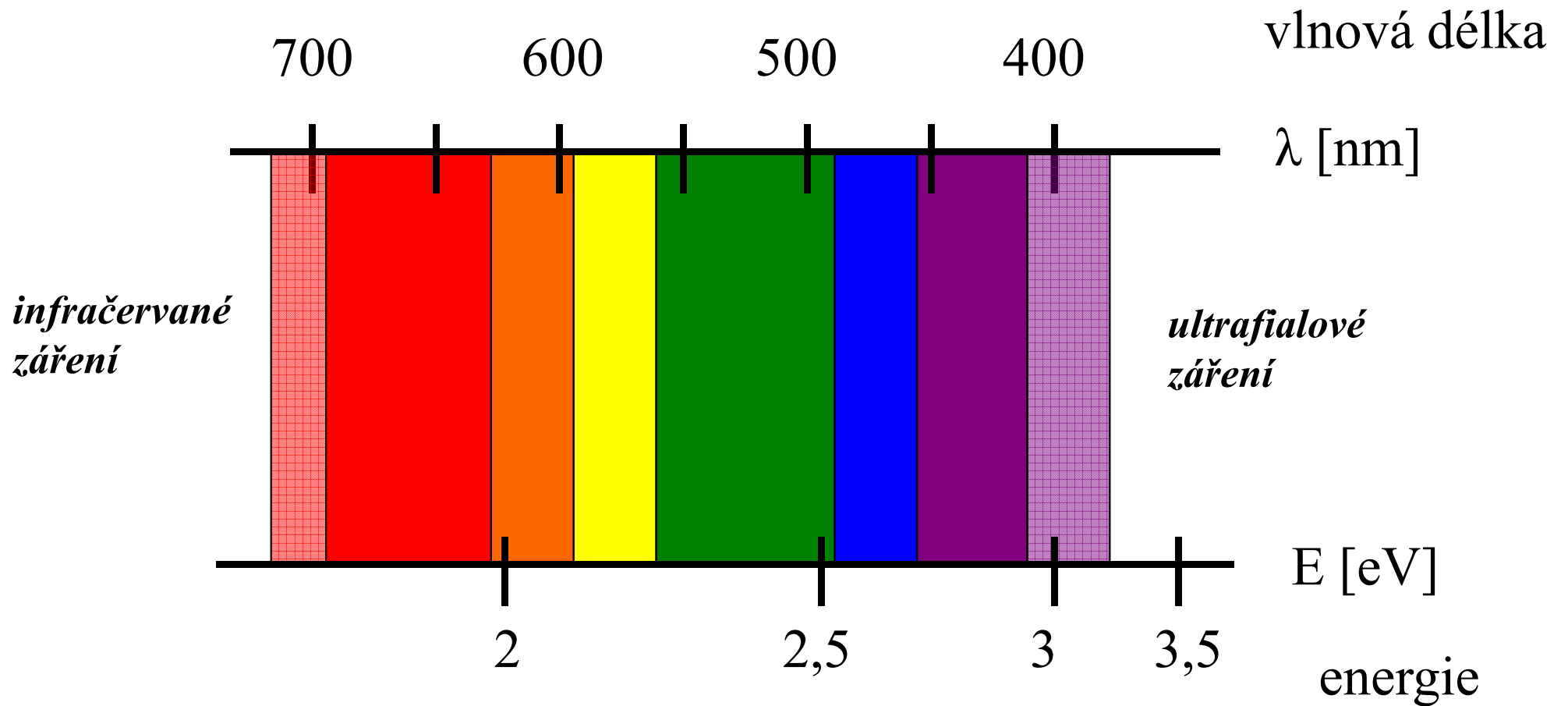
Rentgenové a γ záření

22. října 2012

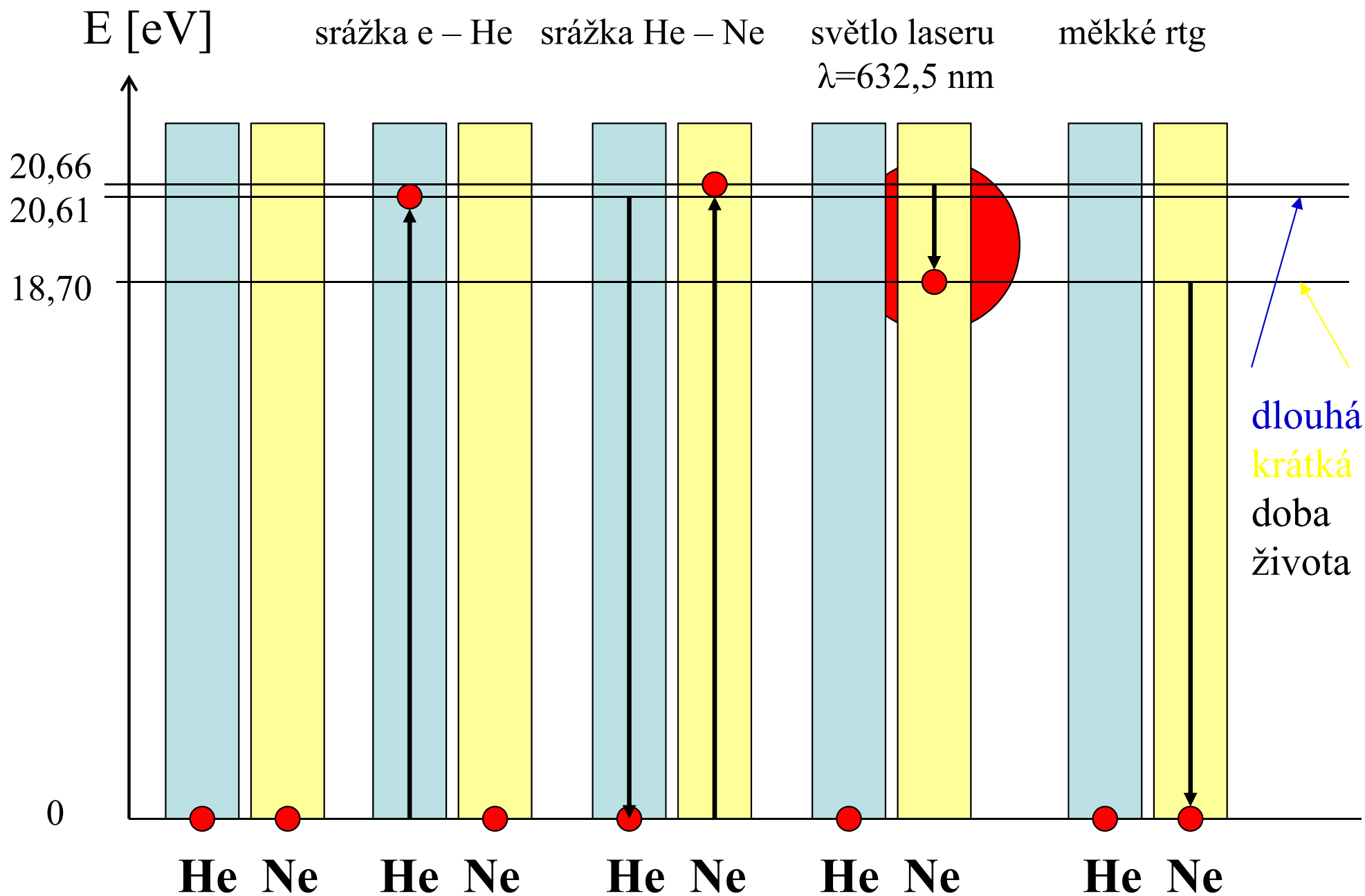
Elektromagnetické záření

Typ záření	Vlnová délka [m]	Energie fotonu [eV]
gama	$10^{-11} - 10^{-14}$	$10^5 - 10^8$
rentgenové	$10^{-8} - 10^{-11}$	$10^2 - 10^5$
ultrafialové	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-8}$	$3,1 - 10^2$
viditelné	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$1,55 - 3,1$
infráčervené	$10^{-3} - 8 \cdot 10^{-7}$	$10^{-3} - 1,55$
mikrovlnné	$1 - 10^{-3}$	$10^{-6} - 10^{-3}$
MRI	$25 - 0,5$	$5 \cdot 10^{-8} - 2,5 \cdot 10^{-6}$
rádiové	$> 10^{-4}$	$< 10^{-2}$

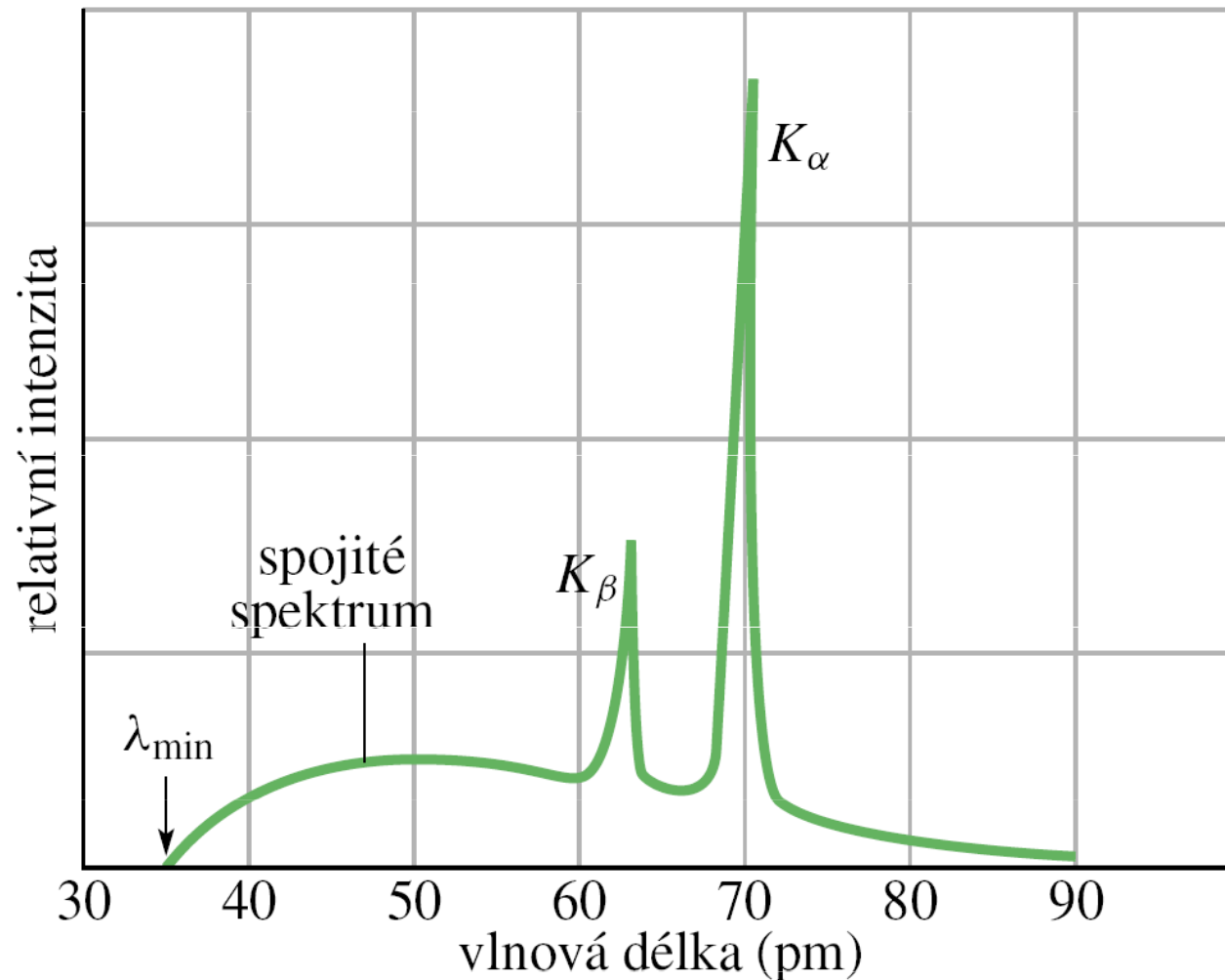
Viditelné světlo



Helium – neonový laser

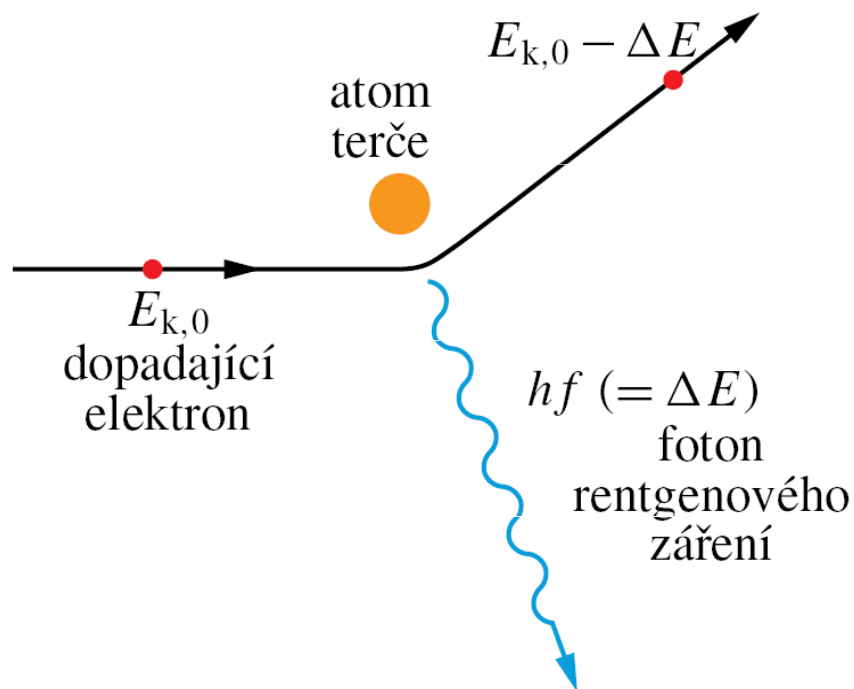


Rentgenové záření



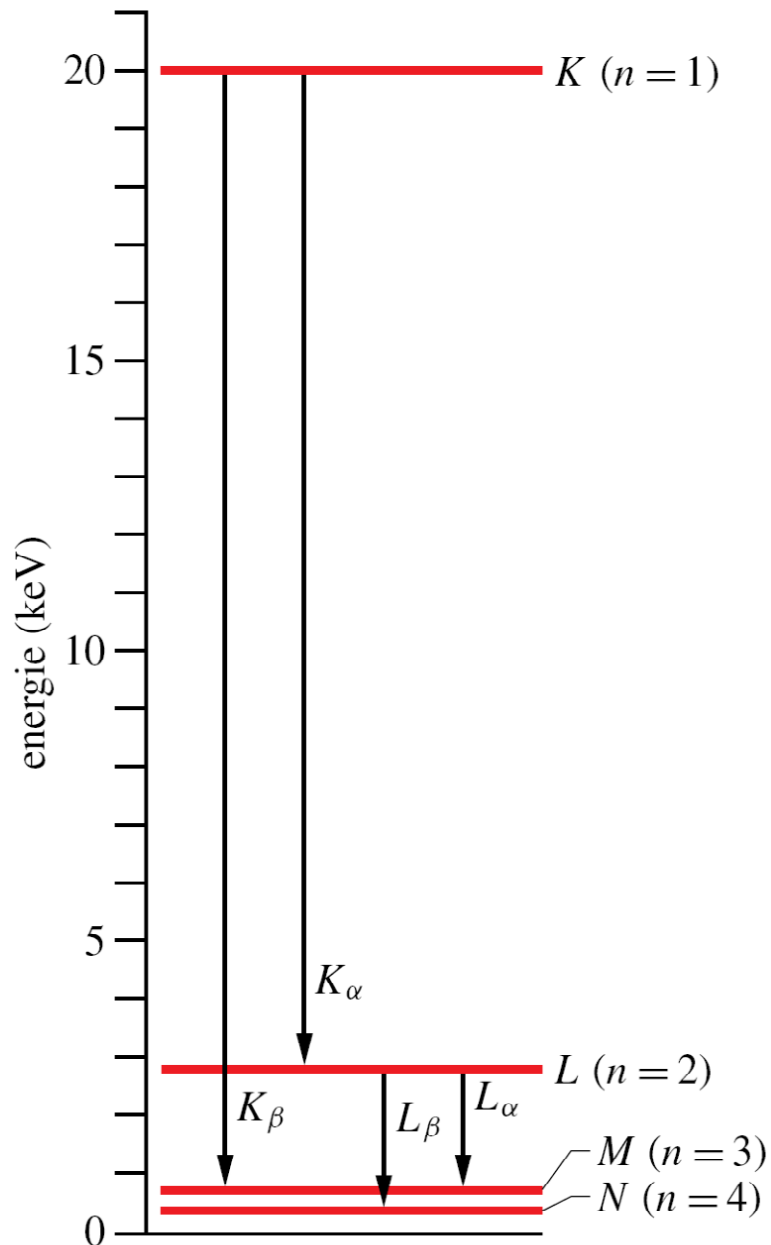
Závislost intenzity rentgenového záření na vlnové délce při dopadu elektronů s kinetickou energií $E_{k,0}=35$ keV na molybdenový terč.

Brzdné záření



Kratší vlnové délky, než je hodnota λ_{\min} , nejsou ve spojitém spektru zastoupeny. Hodnota λ_{\min} odpovídá jediné srážce elektronu s atomem terče, při které elektron ztratí veškerou svou počáteční kinetickou energii $E_{k,0}$.

Charakteristické záření

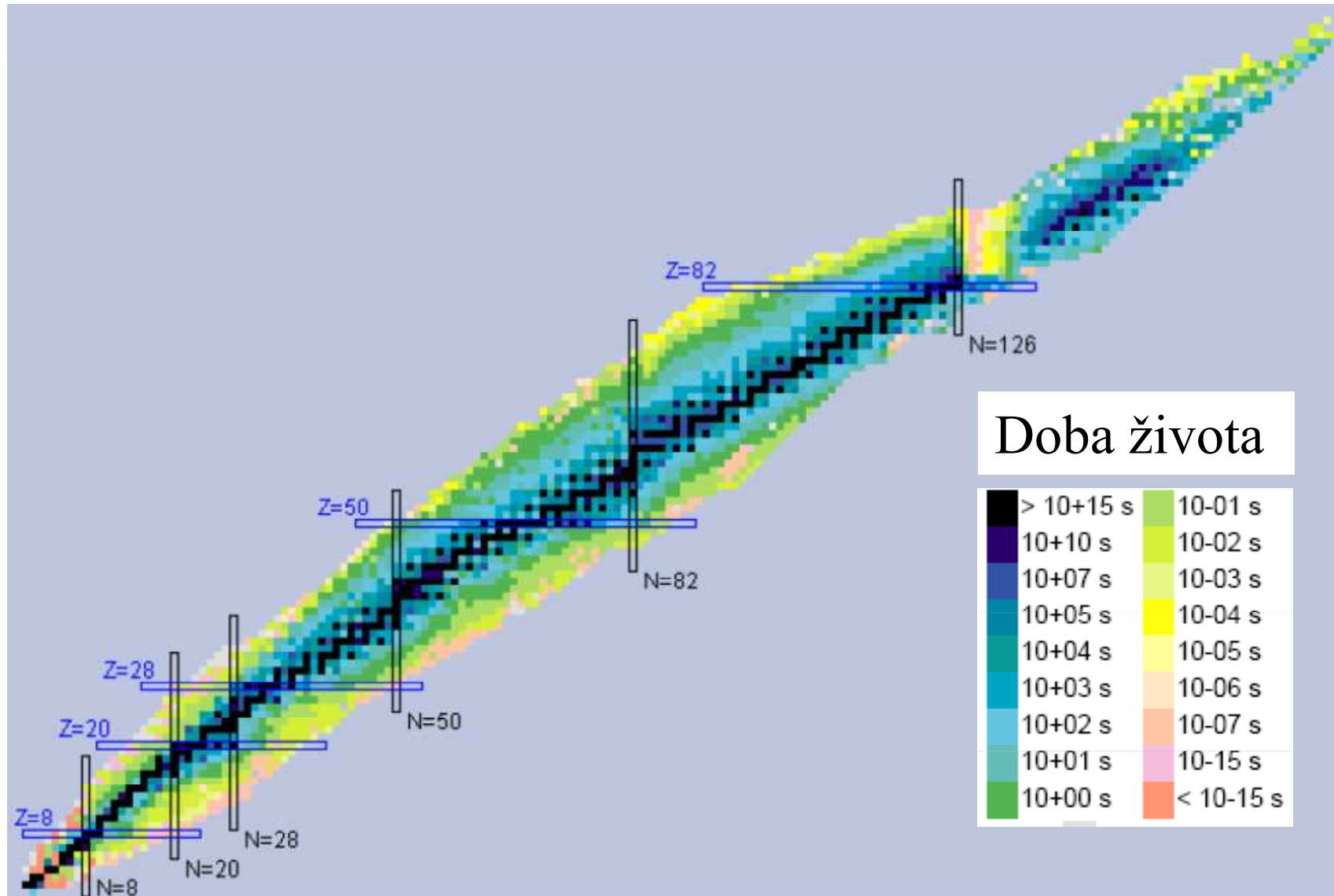


Zjednodušený diagram hladin energie atomu molybdenu znázorňuje přechody (děr, nikoli elektronů), odpovídající vzniku některé z charakteristických čar rentgenového spektra tohoto atomu. Každá z vodorovných čar odpovídá energii atomu s dírou (tj. scházejícím elektronem) v označené slupce.

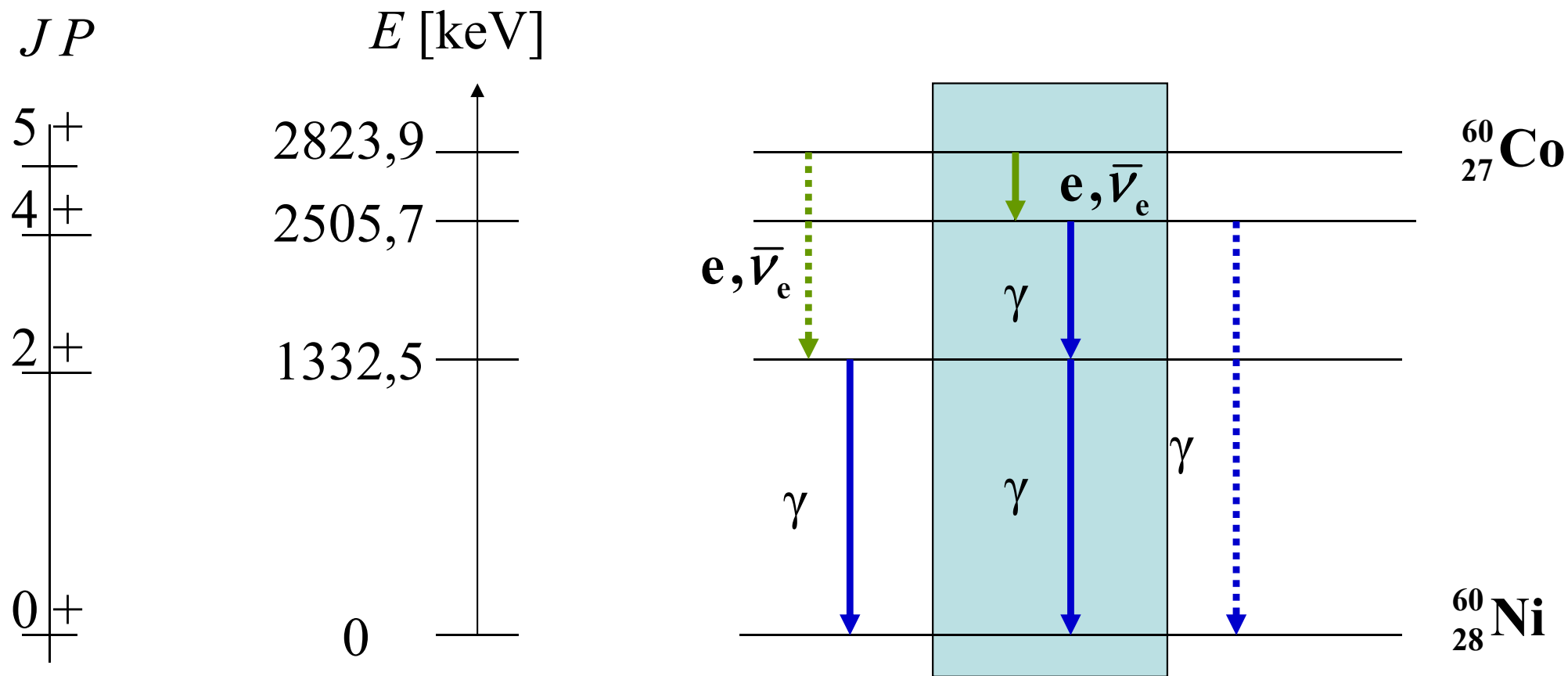
Moseley:

$$E_{K\alpha} = \frac{m c^2}{2} \frac{e^2}{(\hbar c)^2} \frac{e^2 (Z-1)^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$
$$= 10,2 (Z-1)^2 \text{ eV}$$

Nuklidy



Schema přechodu ^{60}Co - ^{60}Ni

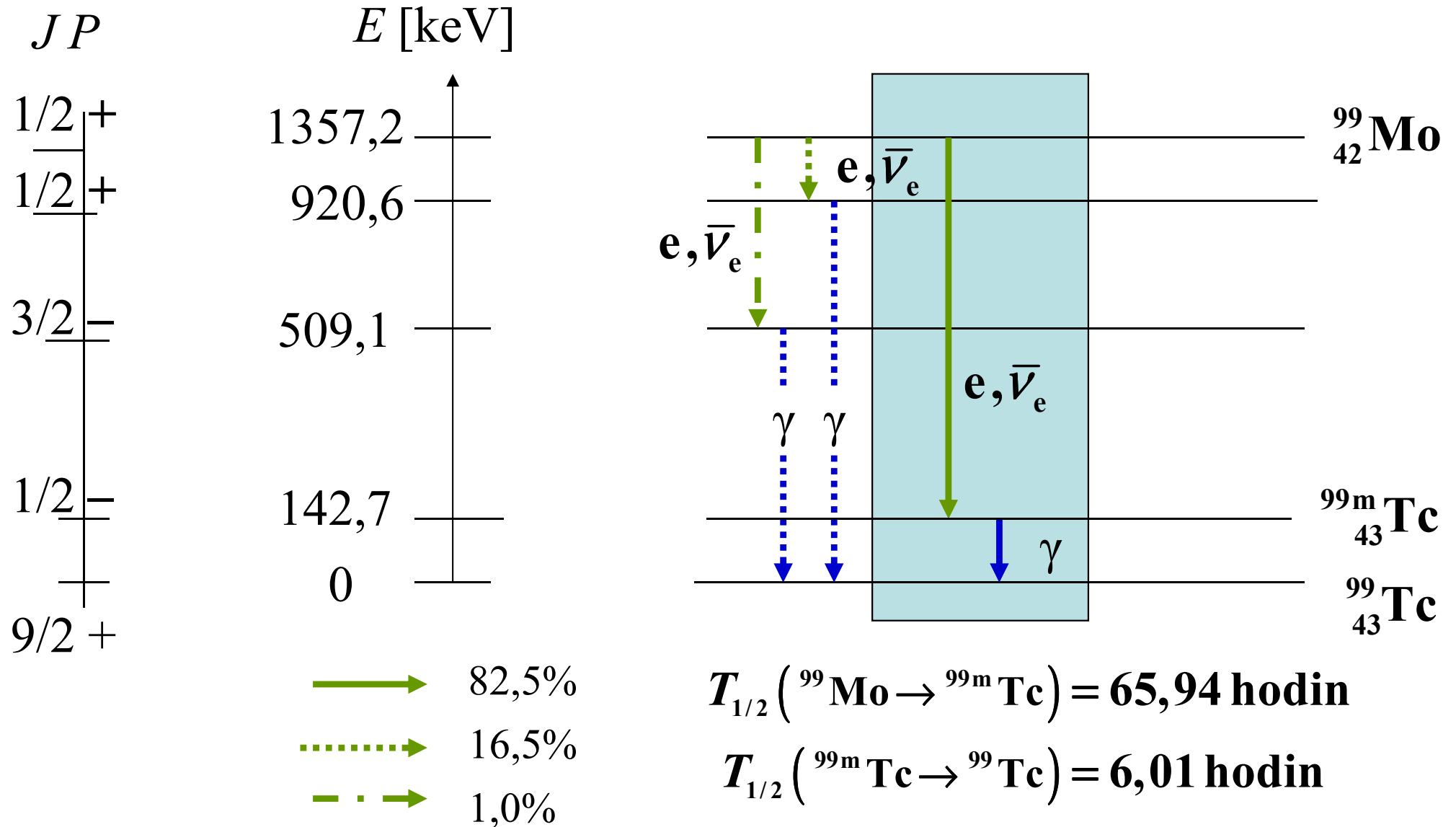


→ 99,88% → > 99,9%

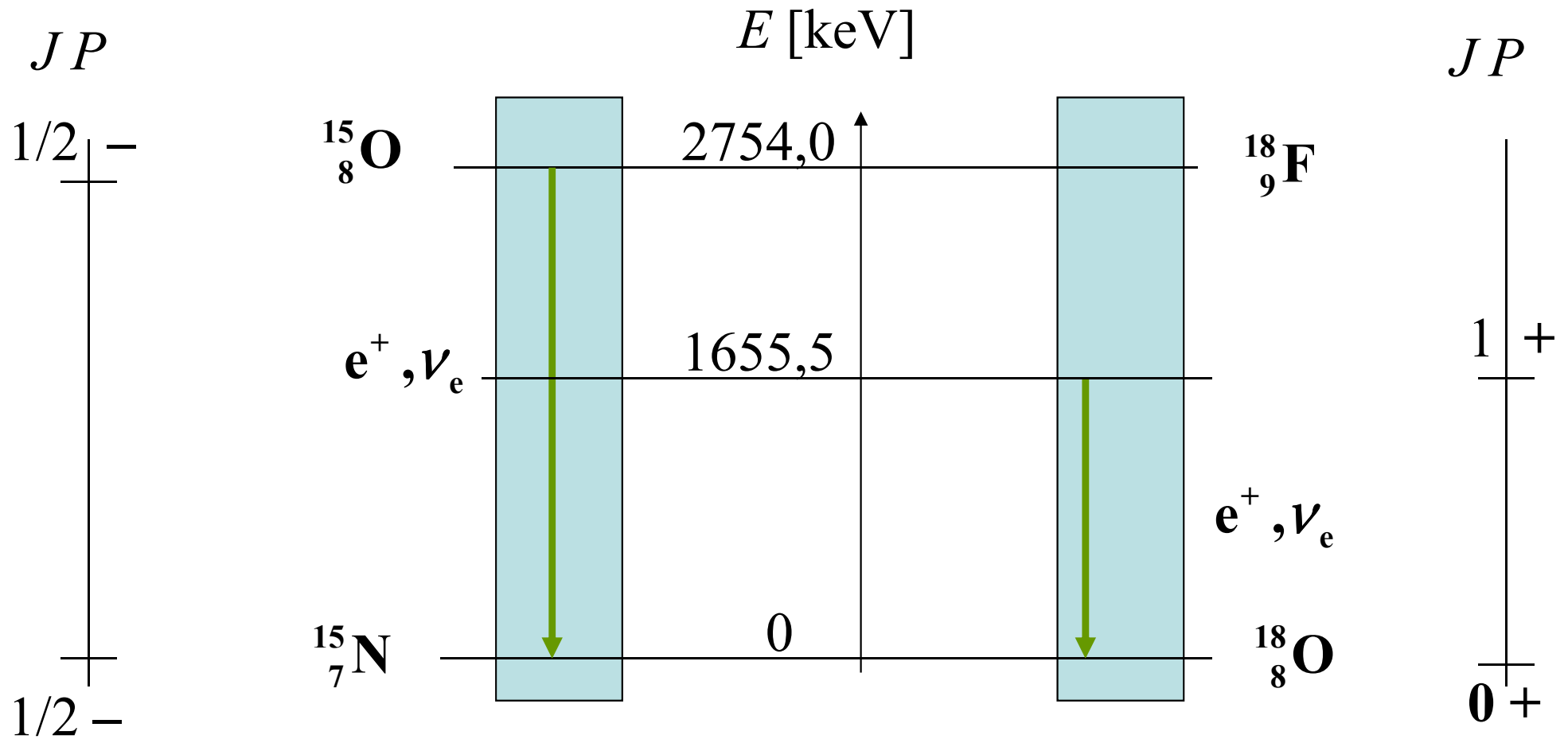
→ 0,12% → < 0,1%

$T_{1/2} (^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni}) = 1925,28 \text{ dní}$

Schema přechodu $^{99}\text{Mo} - ^{99}\text{Tc}$



Positronová emise



$$T_{1/2} (^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N}) = 122,24 \text{ s}$$

$$\langle E \rangle (^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N}) = 735,28 \text{ keV}$$

$$T_{1/2} (^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O}) = 109,77 \text{ minut}$$

$$\langle E \rangle (^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O}) = 249,8 \text{ keV}$$

Brzdné záření nabité částice I

Částice hmotnosti m a s nábojem e vyzařuje výkon

$$P = \frac{e^2 \gamma^2}{6\pi \varepsilon_0 m^2 c^3} \left[\left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{dt} \right)^2 \right]$$

V tomto vztahu vystupuje hybnost, energie a Lorentzův faktor

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad , \quad E = \gamma m c^2 \quad , \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}$$

Pro částici na kruhové trajektorii v magnetickém poli indukce B

$$P = \frac{e^2 c}{6\pi \varepsilon_0 R^2} \left(\frac{p}{m c} \right)^4 \quad , \quad R = \frac{p}{|e B|}$$

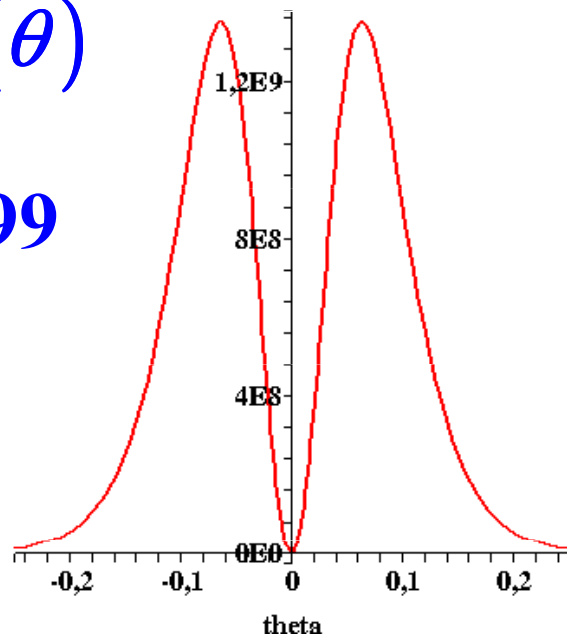
Brzdné záření nabité částice II

Pro rychlosti částice blízké rychlosti světla má záření výkon přibližně P , je soustředěno dopředu do malého kužele s vrcholovým úhlem $\Delta\theta$ a frekvencí s maximem kolem ω

$$P \approx \frac{e^2 c}{6\pi \epsilon_0 R^2} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4, \Delta\theta \approx \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}, \omega_m \approx \frac{|e B|}{m} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^2$$

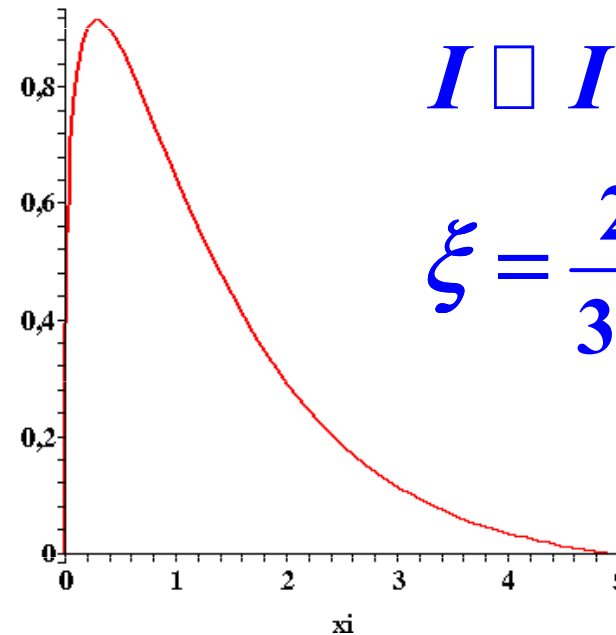
$$I \approx I(\theta)$$

$$\frac{v}{c} = 0,99$$



$$I \approx I(\xi)$$

$$\xi = \frac{2\omega}{3\omega_m}$$



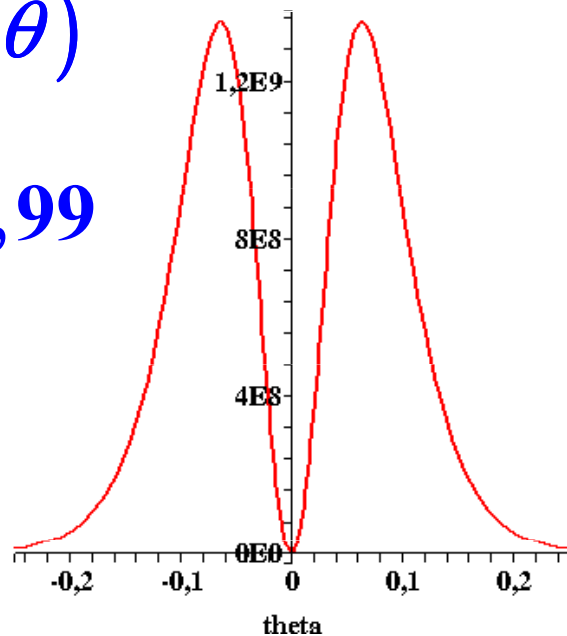
Brzdné záření nabité částice II

Pro rychlosti částice blízké rychlosti světla má záření výkon přibližně P , je soustředěno dopředu do malého kužele s vrcholovým úhlem $\Delta\theta$ a frekvencí s maximem kolem ω

$$P \approx \frac{e^2 c}{6\pi \epsilon_0 R^2} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4, \Delta\theta \approx \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}, \omega_m \approx \frac{|e B|}{m} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^2$$

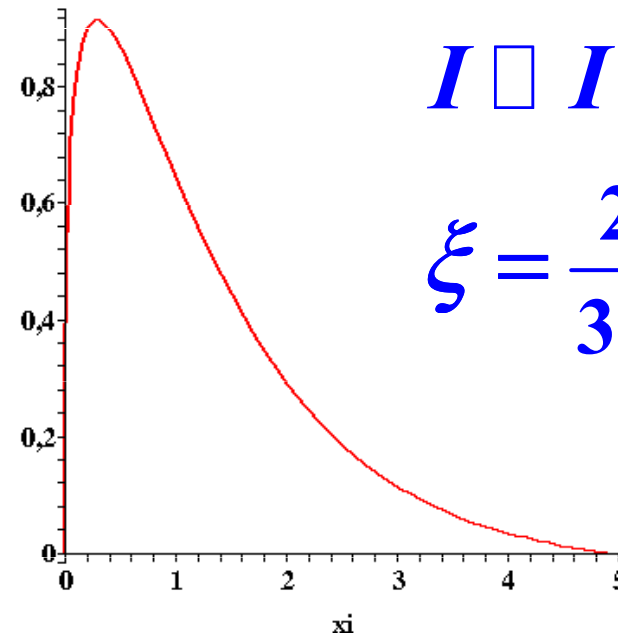
$$I \approx I(\theta)$$

$$\frac{v}{c_m} = 0,99$$

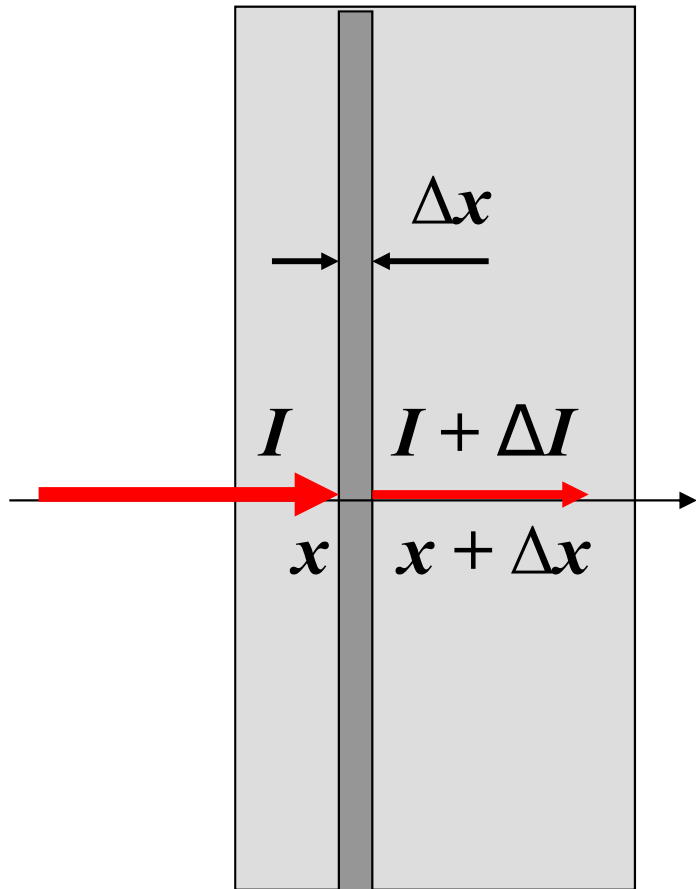


$$I \approx I(\xi)$$

$$\xi = \frac{2\omega}{3\omega_m}$$



Absorpce záření



$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu I(x) \quad , \quad I(x) = I(0) \exp[-\mu x]$$

$$I(d_{1/2}) = \frac{1}{2} I(0) \quad , \quad d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$d_{1/2}$ je polotloušťka a $\mu = \mu(\hbar\omega, Z)$ je lineární koeficient útlumu. Zavádějí se také hmotový a atomový koeficient útlumu

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad , \quad \mu_a = \frac{m_{mol} \mu}{N_A \rho}$$

ρ je hustota, m_{mol} je molární hmotnost, N_A je Avogadrova konstanta

Další koeficienty útlumu

Foton předává energii nabitým částicím látky (elektronům, případně dvojici elektron – positron). Energie těchto částic je absorbována látkou nebo v části opět vyzářena. Zavedeme pro charakteristiku těchto jevů koeficient energiového útlumu a koeficient energiové absorpce

$$\mu_{tr} = \frac{\langle E_{tr} \rangle}{\hbar \omega} \mu \quad , \quad \mu_{ab} = \frac{\langle E_{ab} \rangle}{\hbar \omega} \mu$$

kde $\langle E_{tr} \rangle$ je průměrná hodnota energie předaná fotonem nabitým částicím a $\langle E_{ab} \rangle$ je průměrná energie, kterou uloží tyto částice v látce. S definicí koeficientu zpětného vyzáření g máme

$$g = 1 - \frac{\langle E_{ab} \rangle}{\langle E_{tr} \rangle} \quad \Rightarrow \quad \mu_{ab} = (1 - g) \mu_{tr}$$

Možné interakce fotonů s látkou

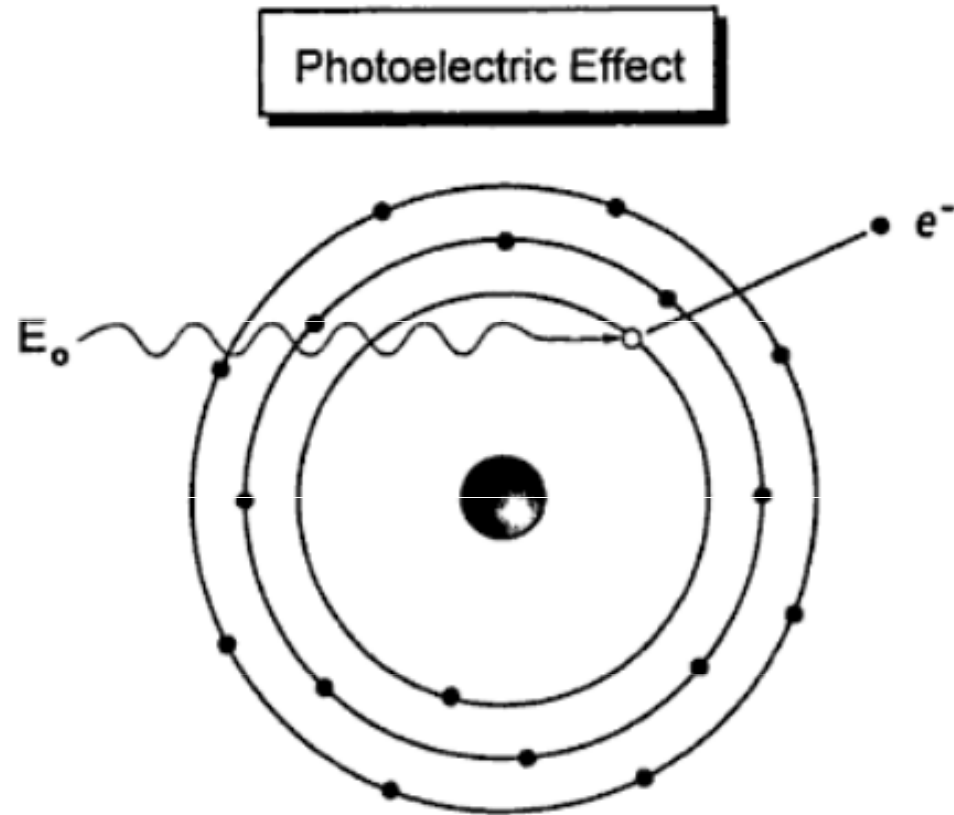
❖ Fotoelektrický jev

❖ Rayleighův rozptyl

❖ Comptonův jev

❖ Vytváření párů elektron - pozitron

Fotoelektrický jev

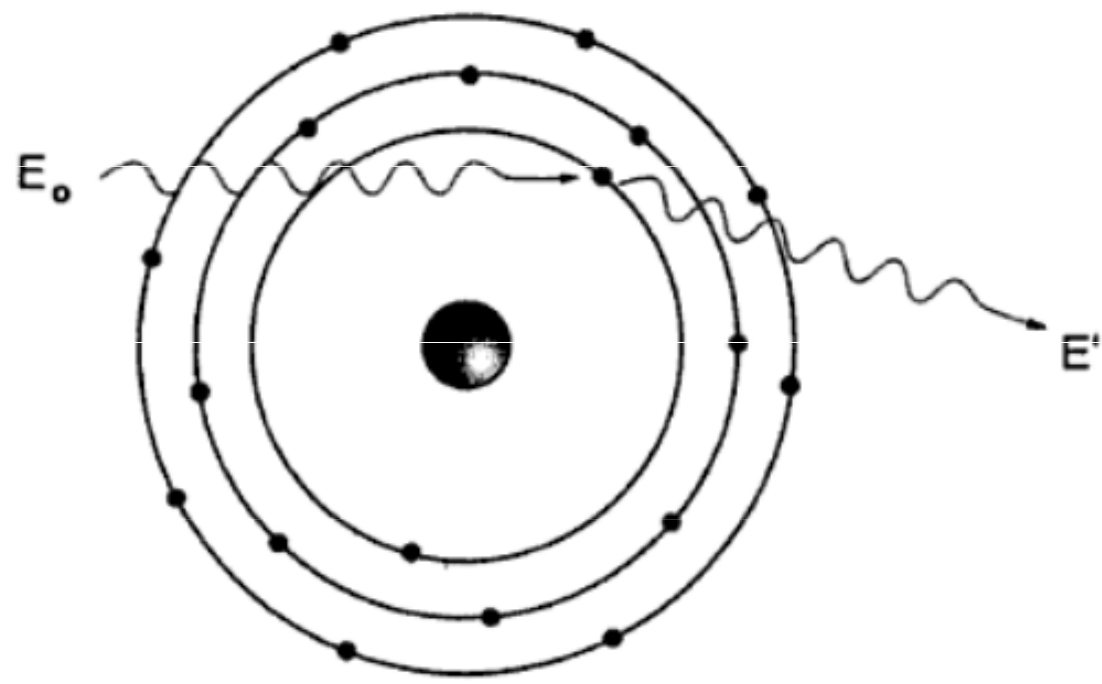


Fotoelektrický jev

Foton interaguje s	celým atomem
Co se stane s fotonem	zmizí
Závislost na energii	$\sim 1/(\hbar\omega)^3$
Práh jevu	není
Lineární koeficient útlumu	τ
Uvolněná částice	elektron
Závislost na Z	${}_a\tau \sim Z^4$, $\tau/\rho \sim Z^3$
Střední předaná energie	$\hbar\omega - P_K\omega_K E_B(K)$
Následný jev	charakteristické rtg záření nebo Augerův elektron
Významná oblast pro vodu	< 20 keV

Rayleigho rozptyl

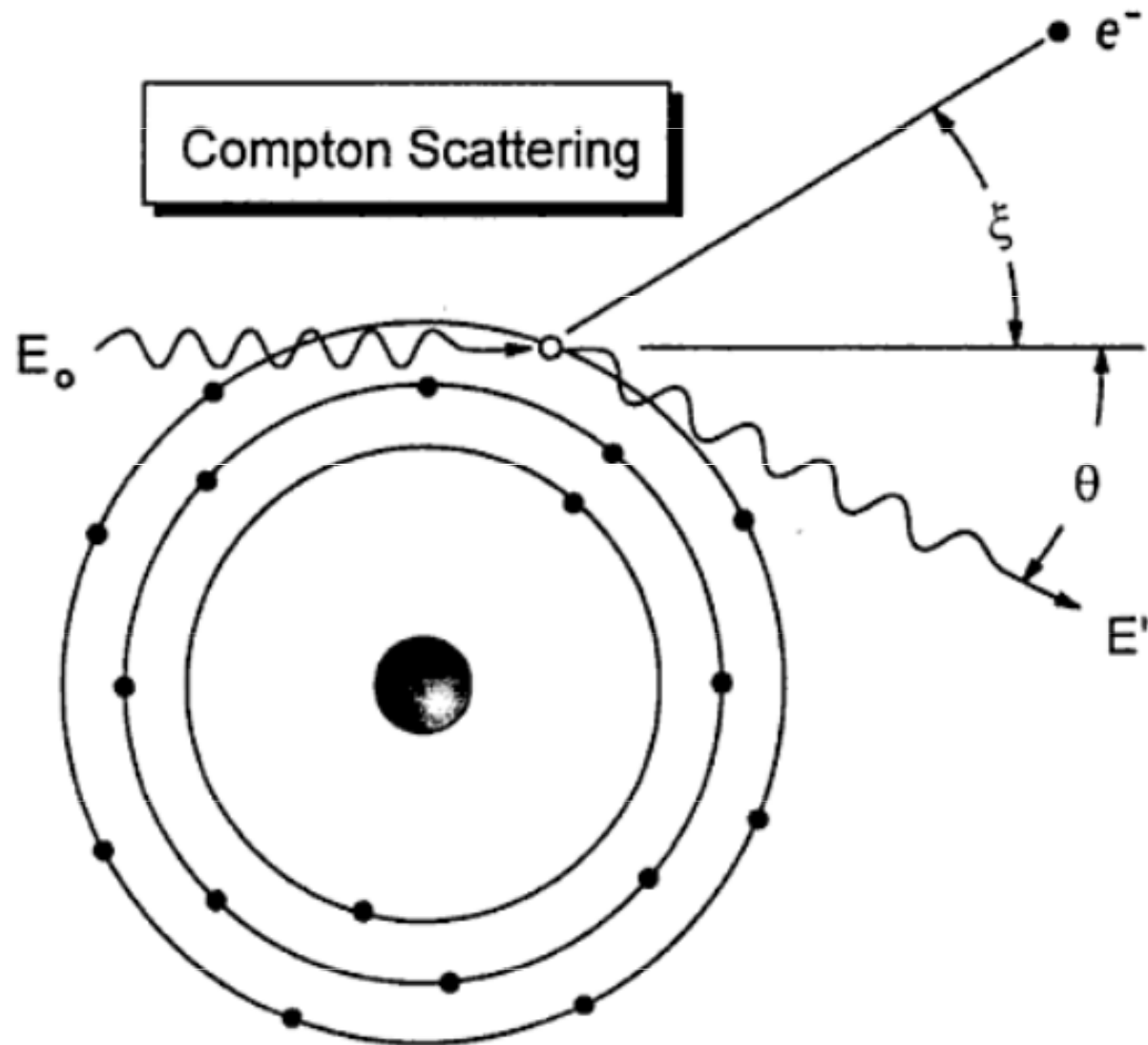
Rayleigh Scattering



Rayleigho rozptyl

Foton interaguje s	vázaným elektronem atomu
Co se stane s fotonem	rozptýlí se
Závislost na energii	$\sim 1/(\hbar\omega)^2$
Práh jevu	není
Lineární koeficient útlumu	σ_R
Uvolněná částice	žádná
Závislost na Z	${}_a\sigma_R \sim Z^2$, $\sigma_R / \rho \sim Z$
Střední předaná energie	0
Následný jev	žádný
Významná oblast pro vodu	< 20 keV

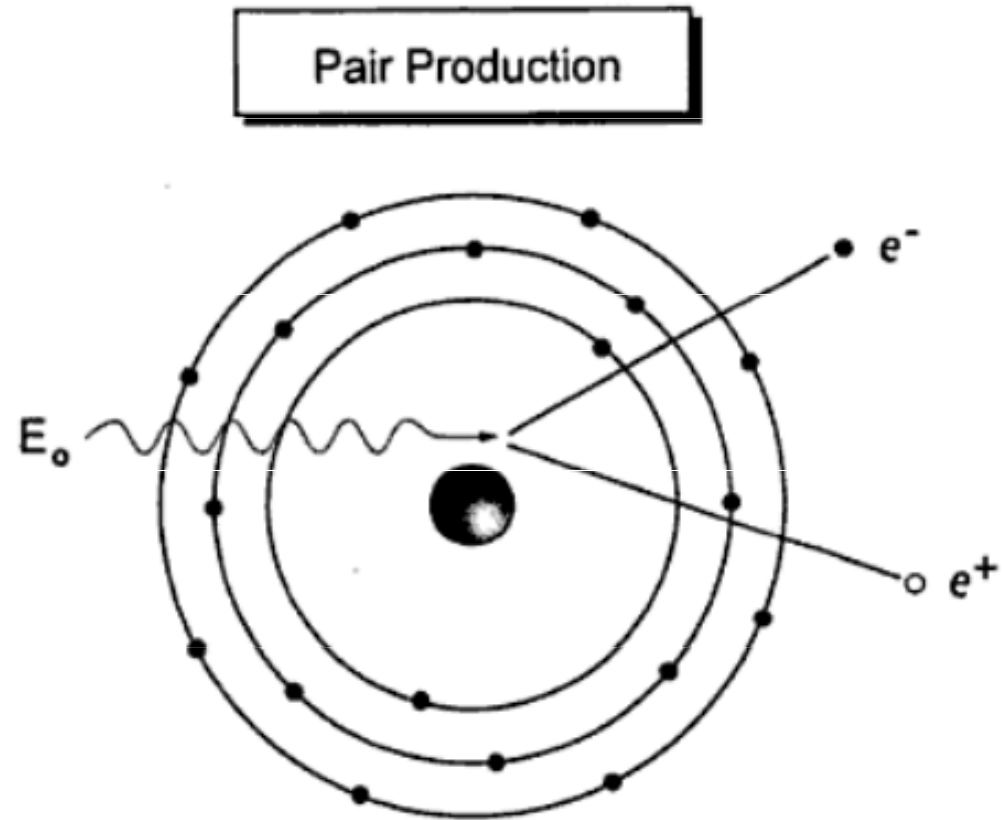
Compton'v jev



Comptonův jev

Foton interaguje s	volným elektronem
Co se stane s fotonem	rozptýlí se
Závislost na energii	s rostoucí energií klesá
Práh jevu	není
Lineární koeficient útlumu	σ_C
Uvolněná částice	Comptonův elektron
Závislost na Z	${}_a\sigma_C \sim Z$, $\sigma_C / \rho \sim 1$
Střední předaná energie	relativní část roste s energií
Následný jev	žádný
Významná oblast pro vodu	20 keV – 10 MeV

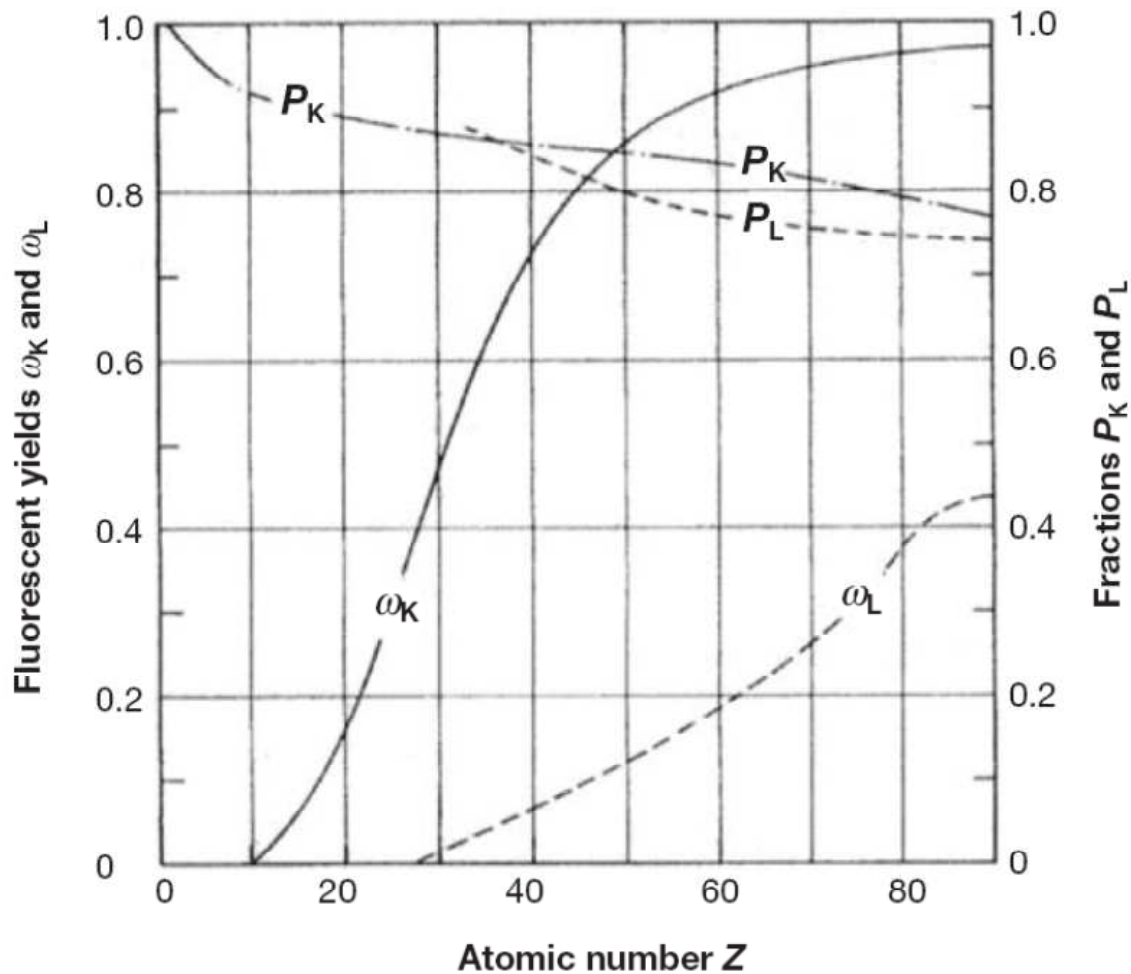
Vytváření párů elektron - positron



Vytváření párů elektron - positron

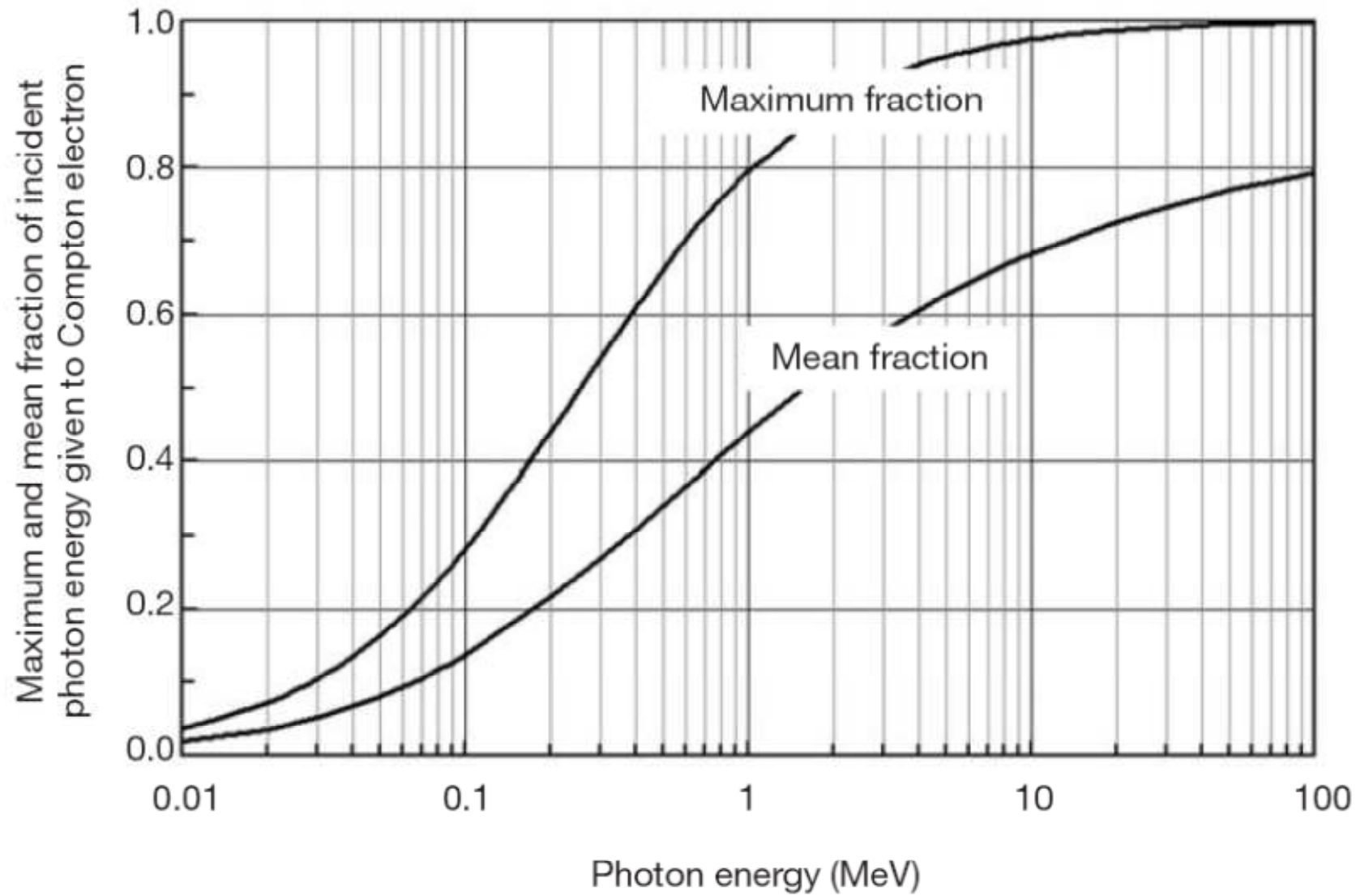
Foton interaguje s	Coulombovým polem jádra
Co se stane s fotonem	zmizí
Závislost na energii	s rostoucí energií roste
Práh jevu	$2m_e c^2$
Lineární koeficient útlumu	κ
Uvolněná částice	Pár elektron - positron
Závislost na Z	$\kappa \sim Z^2$, $\kappa / \rho \sim Z$
Střední předaná energie	$\hbar\omega - 2m_e c^2$
Následný jev	anihilační záření
Významná oblast pro vodu	> 10 MeV

Detaily k fotoelektrickému jevu

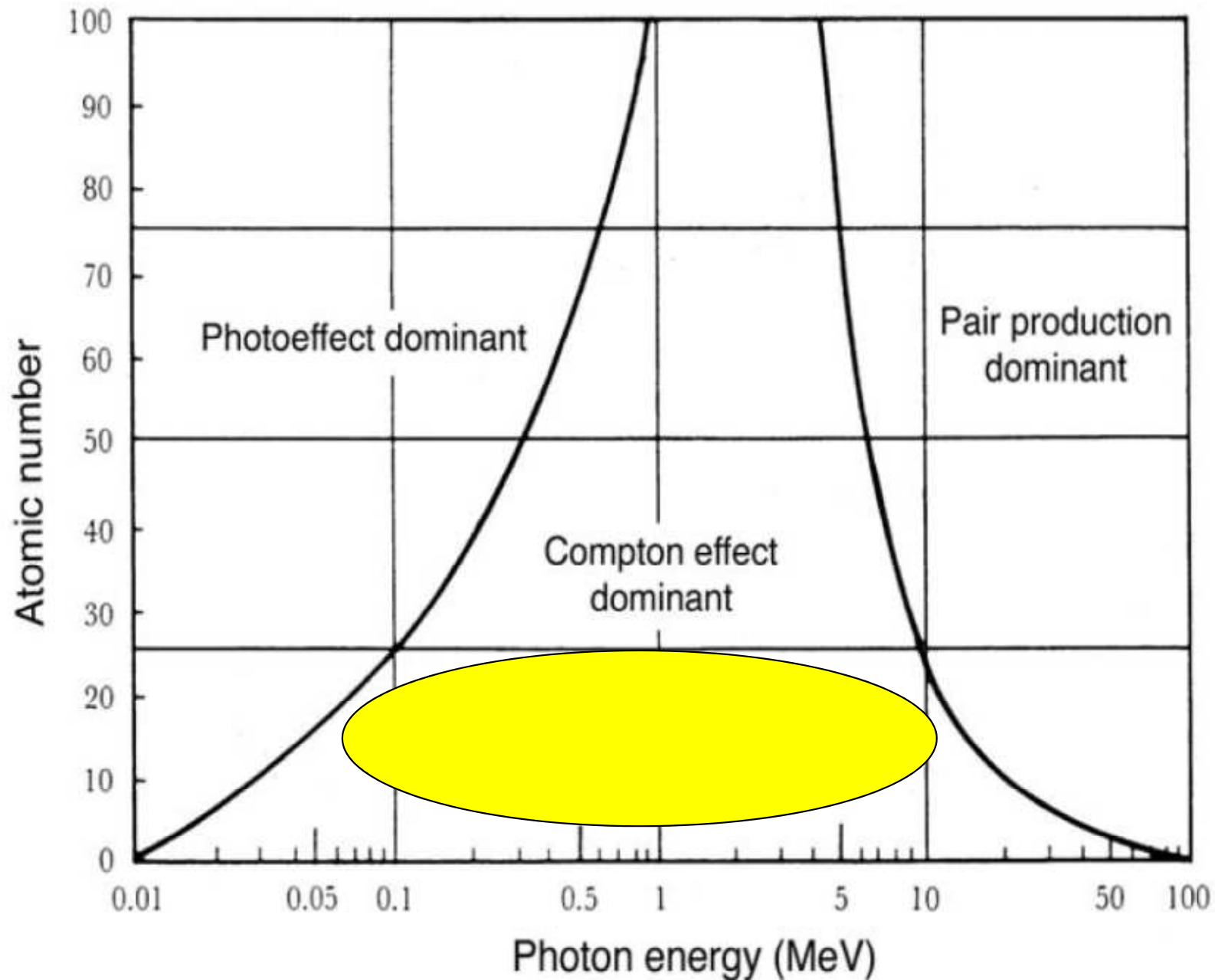


Fluorescenční výtěžek $\omega_{K(L)}$ udává podíl pravděpodobností emise fotonu a Augerova elektronů při zaplnění dané volné hladiny. Zlomek $P_{K(L)}$ pak určuje podíl dané hladiny na všech fotoelektrických jevech, a to P_K pro energii fotonu větší než vazebná energie na K – hladině, tj. $\hbar\omega > E_B(K)$, P_L pro $E_B(L) < \hbar\omega < E_B(K)$.

Detaily ke Comptonovu jevu



Dominance jednotlivých jevů



Přehled vztahů

Lineární koeficient útlumu a koeficient energiové absorpce

$$\mu = \tau + \sigma_R + \sigma_C + \kappa$$

$$\mu_{tr} = \tau_{tr} + (\sigma_C)_{tr} + \kappa_{tr}$$

$$= \tau \frac{\langle E \rangle_{tr}^{PE}}{\hbar \omega} + \sigma_C \frac{\langle E \rangle_{tr}^{CE}}{\hbar \omega} + \kappa \frac{\langle E \rangle_{tr}^{PP}}{\hbar \omega}$$

Střední hodnota předané energie pro fotoelektrický jev a tvorbu párů elektron - positron

$$\langle E \rangle_{tr}^{PE} = \hbar \omega - P_K \omega_K E_B(K)$$

$$\langle E \rangle_{tr}^{PP} = \hbar \omega - 2m_e c^2$$

Střední hodnota předané energie pro Comptonův jev nezávisí na látce, její hodnotu můžeme odečíst z universálního grafu.