

Testování statistických hypotéz (1)

V lékařském výzkumu → neustále prověřujeme
předpoklady a domněnky (cíl: potvrdit nebo vyvrátit)

možno formulovat jako **tzv. statistické hypotézy**

STAT metody: urychlují a objektivizují třídění domněnek
(hypotéz) na:

- mylné
 - správné
-

Testování statistických hypotéz (2)

Pojmy:

- Testovaná (nulová) hypotéza
- Alternativní hypotéza
- Hladina významnosti
- Kritické hodnoty

atd.

Testování statistických hypotéz (3)

STATISTICKÁ HYPOTÉZA = výrok o statistickém souboru

Platnost statistických hypotéz se prověřuje pomocí **testů významnosti**, které rozhodují mezi:

- **Hypotézou nulovou** (testovanou) H_0
- **Hypotézou alternativní** (opačnou) H_A

Formulace H_0 , H_A není nahodilá x je přesně specifikovaná statistikem při odvozování testu významnosti.

! H_0 se volí jako jednoduchá !

Příklady statistických hypotéz

1. H_0 : Rozložení výšek 10-letých chlapců je normální (Gaussovo).
 H_A : Není normální.
 2. H_A : 10-letí chlapci jsou větší než 10-letá děvčata.
 H_0 : Mají stejnou výšku.
 $(\mu_1 = \mu_2) \equiv \mu_1 - \mu_2 = 0$
 3. H_A : Lék A je účinnější než lék B při léčbě hypertenze.
 H_0 : Léky jsou stejně účinné.
 $(\pi_A = \pi_B) \equiv \pi_A - \pi_B = 0$
 4. H_A : Kouření je rizikový faktor pro ICHS, IM, Ca plic.
 H_0 : Kouření není rizikový faktor. ($RR = 1$)
 5. H_A : Existuje závislost mezi nízkou porodní hmotností a kojeneckou úmrtností.
 H_0 : Není závislost.
-

Příklad (1):

Je potřeba použít pro hodnocení hladiny cholesterolu **různých norem** (standardů) **s přihlédnutím k věku?**

Výsledky výběrového šetření (muži)

1. (20-30) roků	$n_1 = 50$	$m_1 = 4,57$
	$s_1 = 0,70$	$SE_1 = 0,10$
2. (40-50) roků	$n_2 = 60$	$m_2 = 5,42$
	$s_2 = 0,85$	$SE_2 = 0,11$

Příklad (2):

Orientační řešení pomocí CI

20-30 95% CI (4,37; 4,77)

40-50 95% CI (5,20; 5,64)

Objektivně lze rozhodnout pomocí testu významnosti pro srovnání dvou průměrů.

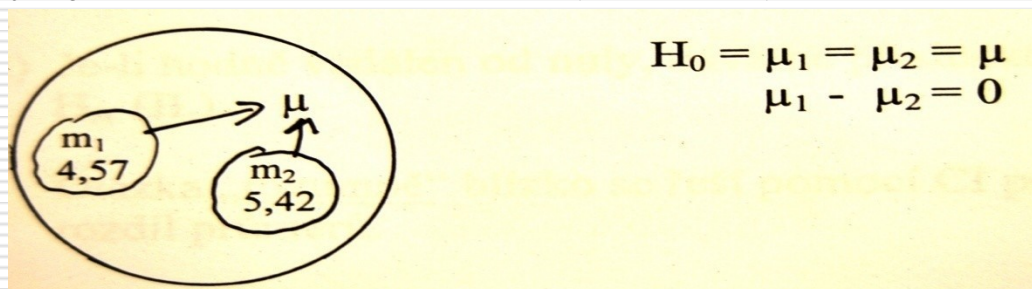
Vzhledem k tomu, že oba výběry jsou větší než 30, můžeme vycházet z modelu **normálního** (Gaussova) rozdělení.

$(\mu_1, \sigma_1) ; (\mu_2, \sigma_2)$

H_0 / H_A

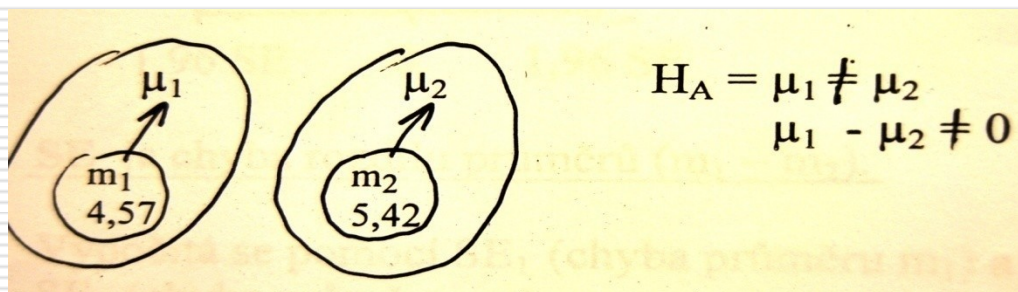
Nulová hypotéza (testovaná)

Předpokládá, že jde o dva náhodné výběry z jednoho základního souboru (rozdíl není).



Alternativní hypotéza (opačná)

Předpokládá, že jde o dva náhodné výběry ze dvou základních souborů s rozdílnými průměry.



Rozhodování mezi H_0 a H_A se zakládá na rozdílu $m_1 - m_2$ ($5,42 - 4,57 = 0,85$)

Rozhodování (1)

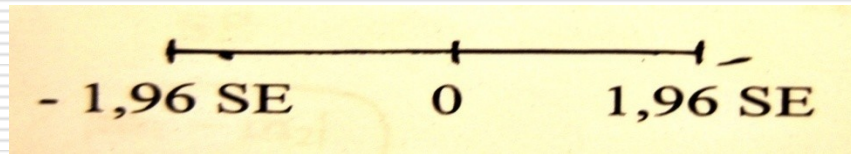
Pokud je rozdíl $m_1 - m_2$ ($5,42 - 4,57 = 0,85$)

- 1) ?? **rozumně** blízko nule, tzn., že se dá vysvětlit **náhodou** → rozhodujeme se pro H_0
 - 2) Je-li hodně vzdálen od nuly, dáváme přednost H_A
-

Rozhodování (2)

Otázka „rozumně“ blízko se řeší pomocí CI pro rozdíl průměrů.

Pokud H_0 platí ($\mu_1 = \mu_2 = \mu$), pak s pravděpodobností 0,95 by se měl rozdíl $m_1 - m_2$ nacházet v 95% CI



! SE je chyba rozdílu průměrů ($m_1 - m_2$).

Vypočítá se pomocí SE_1 (chyba průměru m_1) a SE_2 (chyba průměru m_2).

! Pro nezávislé výběry platí $SE^2 = SE_1^2 + SE_2^2$!

$$\frac{s_1^2}{n_1 - 1} + \frac{s_2^2}{n_2 - 1}$$

Rozhodování (3)

Jak rozhodujeme?

1) Pokud je $m_1 - m_2$ mimo CI \rightarrow **H_0 zamítáme**
 $|m_1 - m_2| > 1,96 \text{ SE}$

2) Pokud $m_1 - m_2$ padne do CI \rightarrow **H_0 nezamítáme**
 $|m_1 - m_2| \leq 1,96 \text{ SE}$

! Nezamítnutí H_0 neznamená její přijetí

Rozhodování (4)

Formální úprava zápisu:

ad1) $|m_1 - m_2| / SE > 1,96 \rightarrow$ **H0 zamítáme**

ad 2) $|m_1 - m_2| / SE \leq 1,96 \rightarrow$ **H0 nezamítáme**

 **u = testovací charakteristika => u-test**

V anglické literatuře se používá i označení z → z-test

Příklad: Cholesterol

Podmínky použitelnosti:

- 1) $n_1, n_2 > 30$
- 2) nezávislé výběry \Rightarrow **u-test**

$$u = 5,70$$

Závěr:

$u = 5,70 > 2,58 \Rightarrow$ **H_0 zamítáme na 1% HV**, tzn., že je hodně malá pravděpodobnost, že se mýlíme, když přisuzujeme významný vliv věku.

Jak rozhodujeme? (1)

Zamítnutí – pravděpodobnost, že rozdíl mezi průměry je způsoben náhodou, je tak malá, že tuto možnost (H_0) zamítáme – a **přijímáme alternativní hypotézu (H_A)**

- riziko chyby prvního typu

Nezamítnutí – rozdíly nepřesahují velikost rozdílů způsobených náhodou, ale mohla nastat tzv. **chyba druhého typu**.

	Skuteč nost	
Naše rozhodnutí	H_0 neplatí	H_0 platí
Zamítáme H_0	Správné rozhodnutí	Chyba 1. typu α
Nezamítáme H_0	Chyba 2. typu β	Správné rozhodnutí

Jak rozhodujeme? (2)

IF spolehlivost rozhodování: 95% , resp. 99%

→ riziko (nesprávnost) rozhodování: 5%, resp. 1%

Je to pravděpodobnost, že rozhodnutí je špatné →
pravděpodobnost chyby 1.druhu nebo tzv. **HLADINA**
VÝZNAMNOSTI α

pro 95% → konstanta 1,96 → 5 % kritická hodnota

Pro 99% → konstanta 2,58 → 1% kritická hodnota

Jak rozhodujeme? (3)

+ rozhodování doprovázeno **chybou 2.druhu β** ,
kt.vyjadřuje nesprávné zamítnutí H_A

→ stará se o ni statistik při odvozování testu

! Testování statistických hypotéz !

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
 2. Zvolíme hladinu významnosti ($HV = 5\%$ nebo 1%)
 3. Vybereme vhodný test (*u-test; t-test*)
 4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
 5. Vypočítáme testovací charakteristiku
 6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
 7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
 8. Výsledky interpretujeme
-

Příklad:

Srovnajte výšku tříletých brněnských chlapců a děvčat na podkladě výběrového šetření náhodně vybraných dětí:

$$\text{CH:} \quad n_1 = 80 \quad m_1 = 97,4 \quad s_1 = 3,8$$

$$\text{D:} \quad n_2 = 80 \quad m_2 = 96,3 \quad s_2 = 3,7$$

Nezamítnutí H_0

Nezamítnutí H_0 ($\mu_1 = \mu_2$) představuje rozhodnutí dvojznačné. Buď nulová hypotéza platí, nebo neplatí, avšak na základě zjištěných výsledků se ji nepodařilo zamítnout.

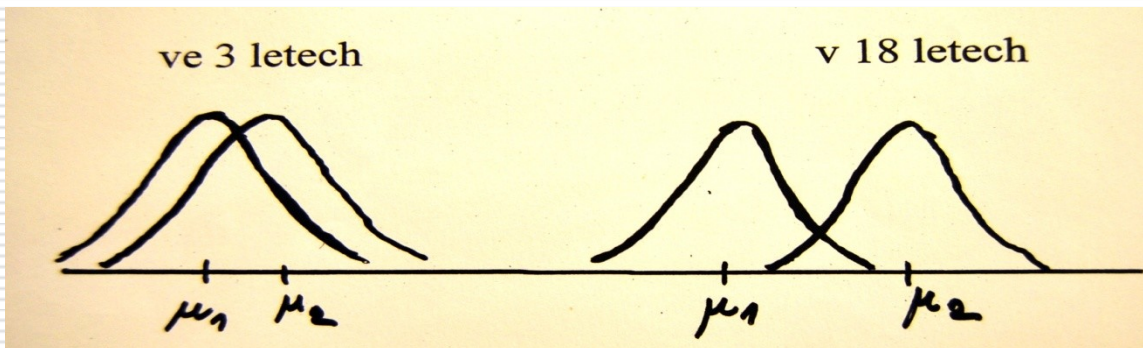
Příklad: s výškou chlapců a děvčat (skripta str. 23),
 $u = 2,70$, což vede k zamítnutí H_0 ($n_1 = 170$, $n_2 = 172$)

Rozdíl ve výškách chlapců a děvčat 1,1 cm se jako významný prokázal při větším počtu změřených dětí.

! Závěr: Prokázání *relativně malého rozdílu* v průměrech vyžaduje *větší počet měření*.

Nezamítnutí H_0

Rozložení výšek chlapců a děvčat



Příklad na srovnání pravděpodobností (1)

Byl sledován výskyt alergií u studentů LF:

Muži: $n_1 = 105$ $k = 21$ $p = 0,20$ (20%)

Ženy: $n_2 = 195$ $k = 19$ $p = 0,097$ (9,7%)

Otázka: Je rozdíl mezi pravděpodobností výskytu alergie u mužů a u žen způsoben náhodou, anebo lze odvodit, že alergie postihují častěji muže?

Příklad na srovnání pravděpodobností (2)

Postup:

- 1) Pro soubor mužů i pro soubor žen zjistit, zda je splněna podmínka pro použití u-testu.
- 2) Vypočítat SE rozdílů pravděpodobností

$$SE_{p_1 - p_2}^2 = \frac{p_1 \cdot (1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2 \cdot (1 - p_2)}{n_2}$$

- 3) Vypočítat testovací charakteristiku a porovnat ji s příslušnou kritickou hodnotou
-

Srovnání pravděpodobností u-testem

Příklad:

V souboru 200 náhodně vybraných studentů LF byla zjištěna zraková vada u 80 studentů ($p_1 = 80/200 = 0,40$, ev. 40%)

U 250 nestudujících stejného věku byla zraková vada zjištěna u 85 vyšetřovaných ($p_2 = 0,34$, ev. 34%)

Studentovo rozdělení t

Podmínka: $n_1, n_2 < 30$

Testovací charakteristika $t =$

$$t = \frac{m_1 - m_2}{S_{m_1 - m_2}} = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \times \frac{n_1 + n_2}{n_1 \times n_2}}}$$

Počet stupňů volnosti $f = n_1 + n_2 - 2$

Kritické hodnoty viz skripta str. 25

Příklad

Srovnajte průměrnou porodní hmotnost u novorozenců matek silných kuřáček a nekuřáček na podkladě výběrového šetření u 30 novorozenců.

- 1) Nekuřáčky: $n_1 = 15$ $m_1 = 3,59$ $s_1 = 0,37$
 - 2) Silné kuřáčky: $n_2 = 15$ $m_2 = 3,20$ $s_2 = 0,49$
-