V.a1 Teoretické pozadí statistické analýzy

Jak vznikají informace

Rozložení dat

Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
J. Jarkovský, L. Dušek

Anotace

- Základním principem statistiky je pravděpodobnost výskytu nějaké události. Prostřednictvím vzorkování se snažíme odhadnout skutečnou pravděpodobnost událostí.Klíčovou otázkou je velikost vzorku, čím větší vzorek, tím větší šance na projevení se skutečné pravděpodobnosti výskytu jevu.

JAK vznikají informace ? základní pojmy

Skutečnost

Náhoda
(vybere jednu z možností pokusu)

Jev

podmnožina všech možných výsledků pokusu/děje, o které lze říct, zda nastala nebo ne

Pozorovatel

Rozliší, co nastalo
a) ***podle možností***
b) ***podle toho, jak potřebuje***

Jevové pole

třída všech jevů, které jsme se rozhodli nebo jsme schopni sledovat

Skutečnost + Jevové pole = Měřitelný prostor

Experimentální jednotka - *objekt, na kterém se provádí šetření*

Populace - *soubor experimentálních jednotek* **Znak -** *vlastnost sledovaná na objektu*

Sledovaná veličina - *číselná hodnota vyjadřující výsledek náhodného experimentu*

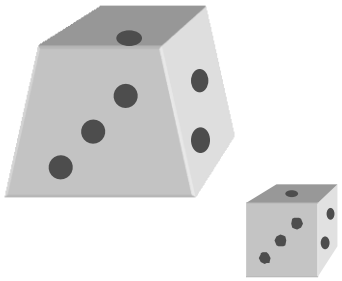
Znak se stává náhodnou veličinou, pokud se jeho hodnota zjišťuje vylosováním objektu ze základního souboru

Výběr - výběrová populace - cílová populace

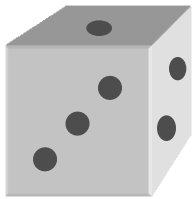
Náhodný výběr **Reprezentativnost**

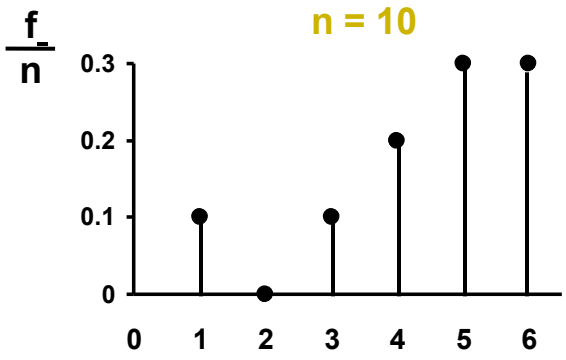
JAK vznikají informace ?

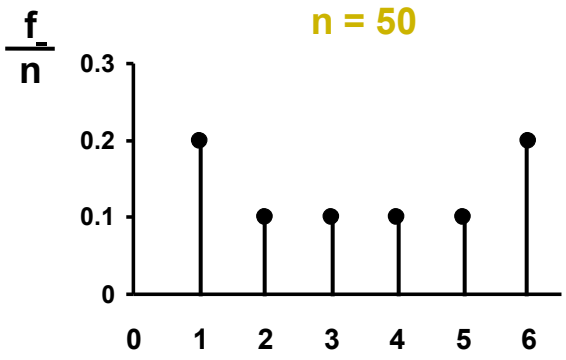
„Empirical approach“ **„Classical approach“**

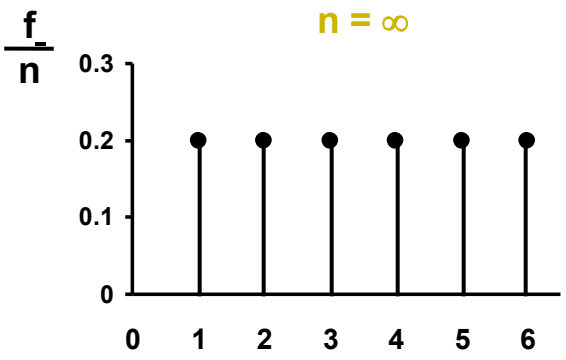


Empirický postup







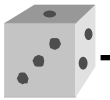


možné jevy: čísla 1 – 6

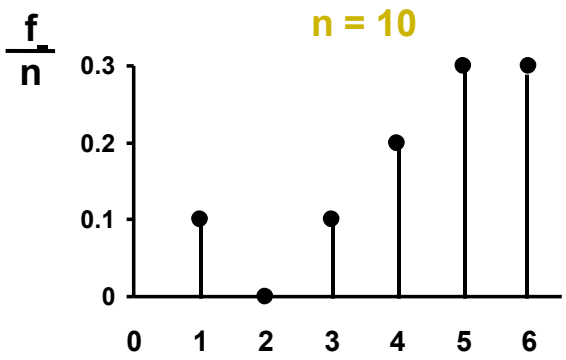
n – počet hodů (opakování)

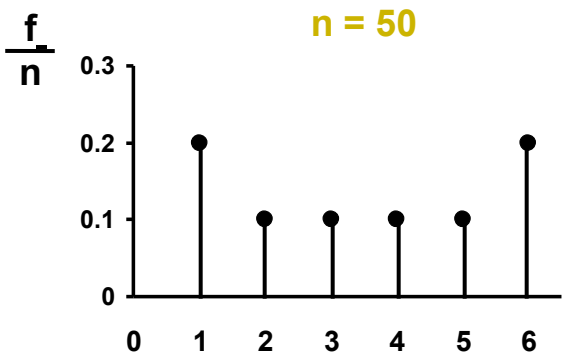
U složitých stochastických systémů se pravda získá až po odvedení značného množství experimentální práce: musíme dát systému šanci se projevit

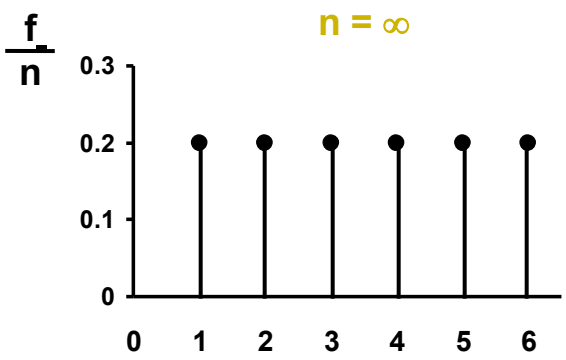
JAK vznikají informace ?



Empirický postup







možné jevy: čísla 1 – 6

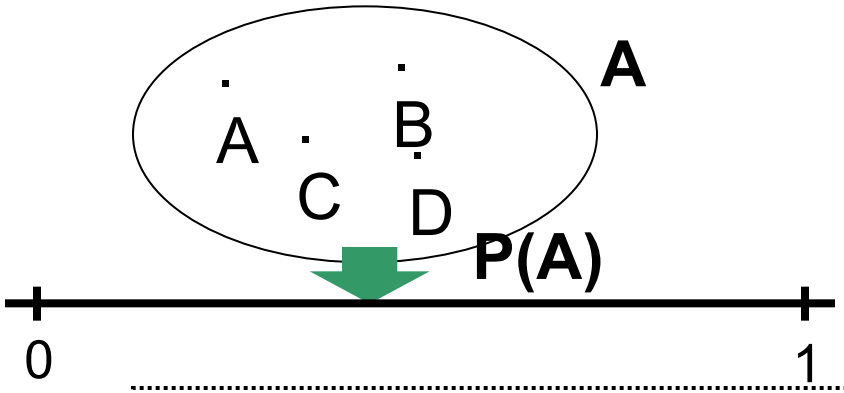
n – počet hodů (opakování)

Při realizaci náhodného experimentu roste se zvyšujícím se počtem opakování pravdivá znalost systému (výsledky se stávají stabilnější) …. diskutabilní je ale ovšem míra zobecnění konkrétního experimentu

Empirický zákon velkých čísel

Při opětovné nezávislé realizaci téhož náhodného experimentu se podíl výskytů sledovaného jevu mezi všemi dosud provedenými realizacemi zpravidla ustaluje kolem konstanty.

Pravděpodobnost je libovolná reálná funkce definovaná na jevovém poli A, která každému jevu A přiřadí nezáporné reálné číslo P(A) z intervalu 0 - 1.



Z praktického hlediska je pravděpodobnost **idealizovaná relativní četnost**

P (A) = 1 ..... jev jistý

P (A) = 0 ..... jev nemožný

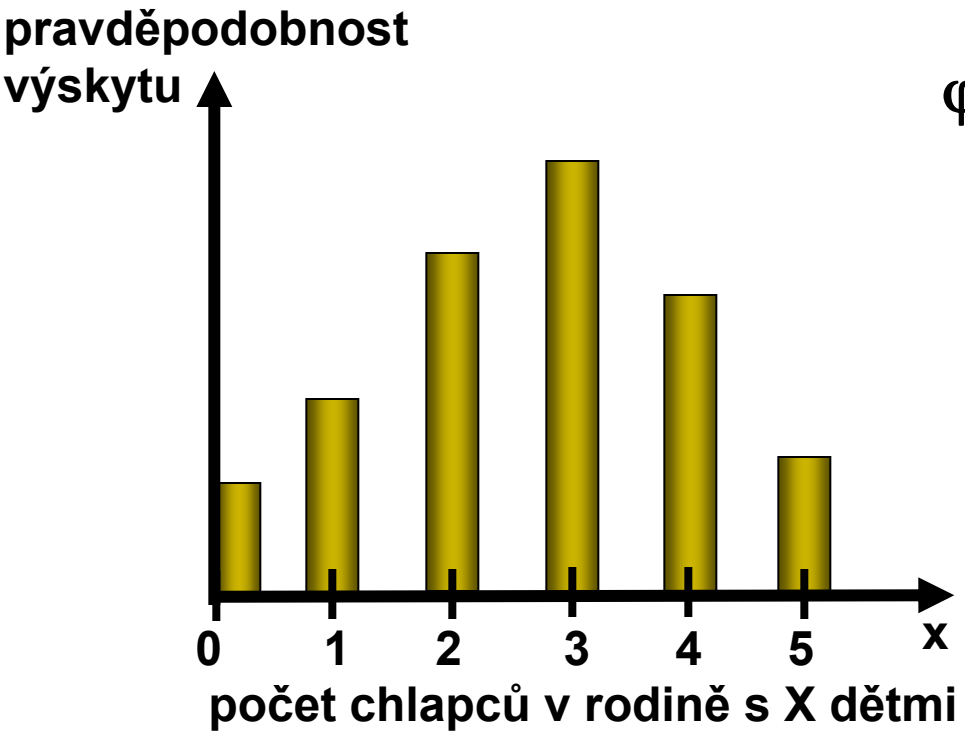
P (A ∩ B) = P (A) . P (B)..... nezávislé jevy

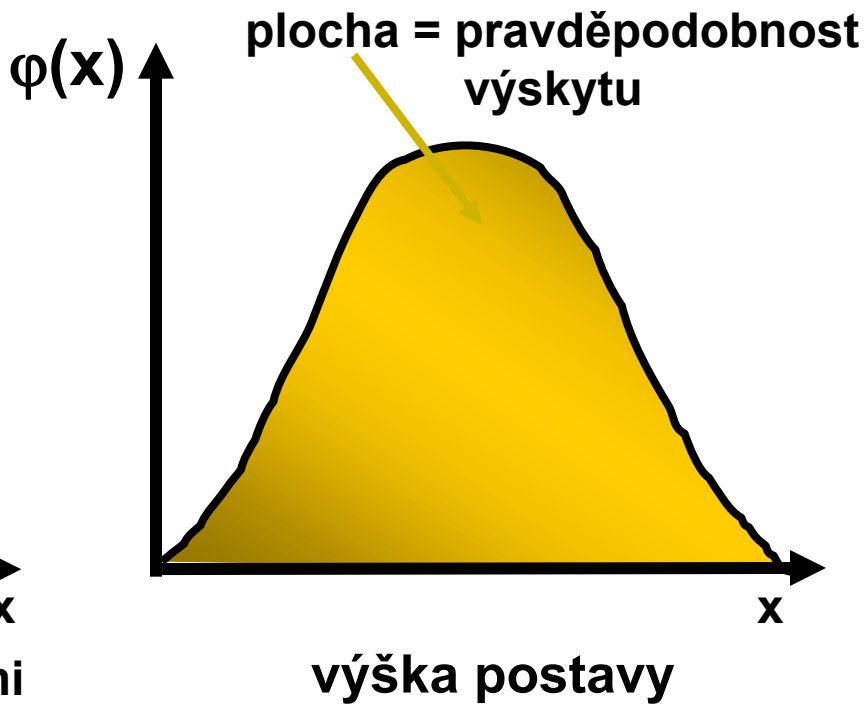
P (A ∩ B) = P (A) . P (B/A) .....závislé jevy

P (A / B) = P (A ∩ B) / P (B) .....podmíněná pravděpodobnost

Pravděpodobnost výskytu jevu – rozložení dat

- existuje pravděpodobnost výskytu jevů (nedeterministické závěry)
- „vše je možné“: pouze jev s pravděpodobností 0 nikdy nenastane
- pravděpodobnost lze zkoumat retrospektivně i prospektivně





V.a2 Základní typy dat

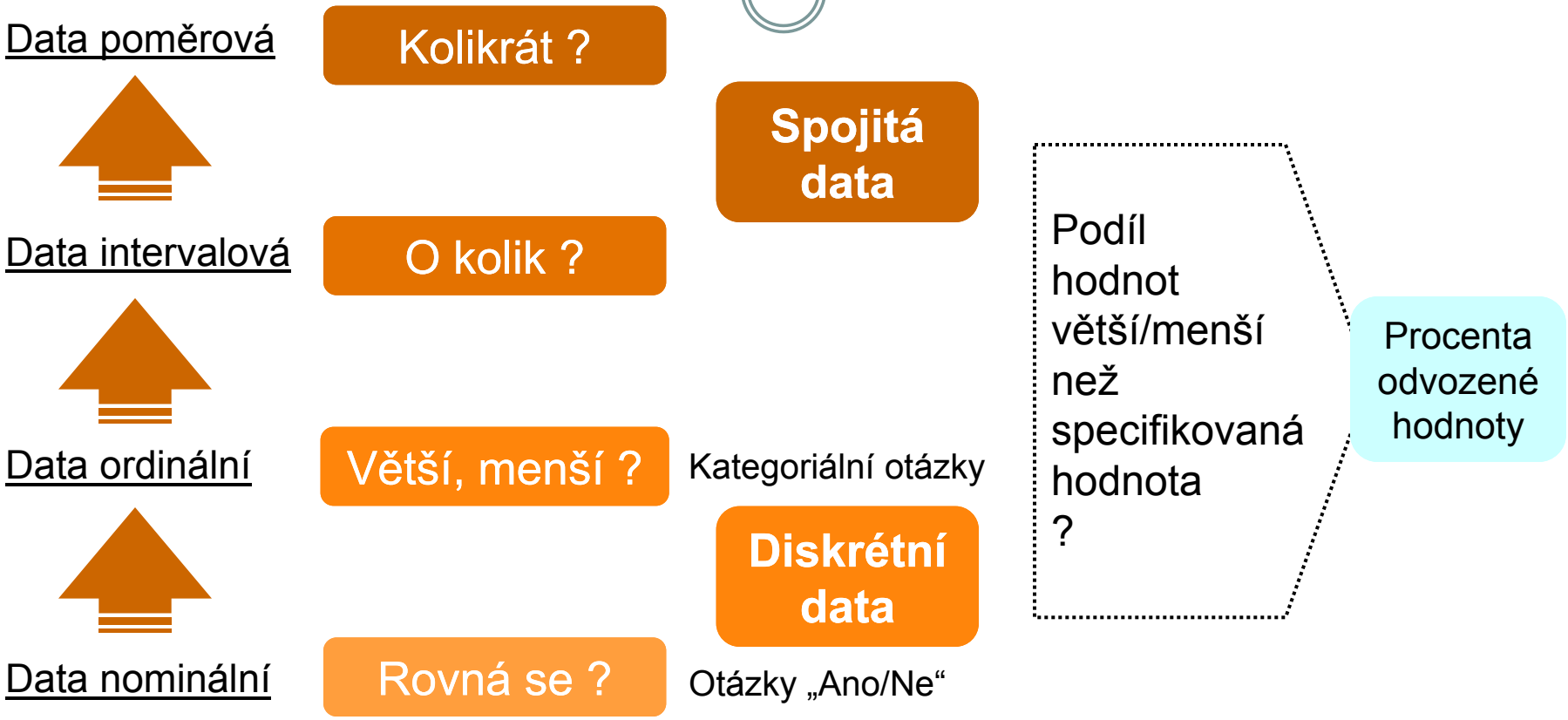
Spojitá a kategoriální data
Základní popisné statistiky
Grafický popis dat

Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
J. Jarkovský, L. Dušek

Anotace

- Realitu můžeme popisovat různými typy dat, každý z nich se specifickými vlastnostmi, výhodami, nevýhodami a vlastní sadou využitelných statistických metod - od binárních přes kategoriální, ordinální až po spojitá data roste míra informace v nich obsažené.
- Základním přístupem k popisné analýze dat je tvorba frekvenčních tabulek a jejich grafických reprezentací – histogramů.

Jak vznikají informace ?
– různé typy dat znamenají různou informaci



Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí .....

Jak vznikají informace ?
– různé typy dat znamenají různou informaci

Statistika středu

Data poměrová

Data intervalová

Data ordinální

Data nominální

PRŮMĚR

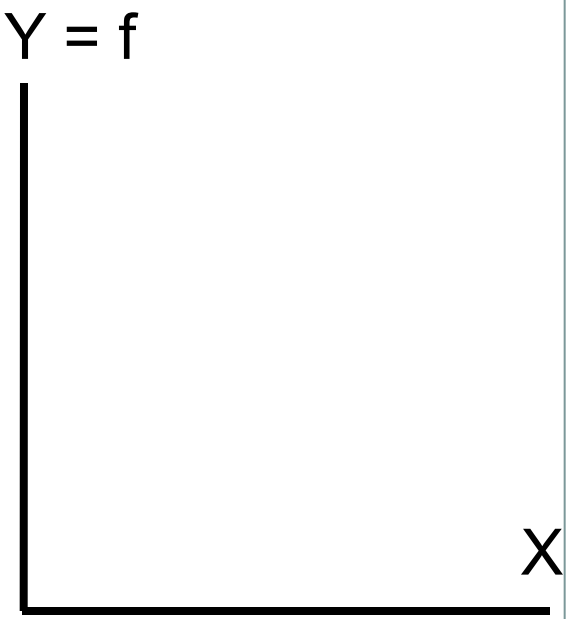
MEDIÁN

MEDIÁN

MODUS

Spojitá data

Diskrétní data

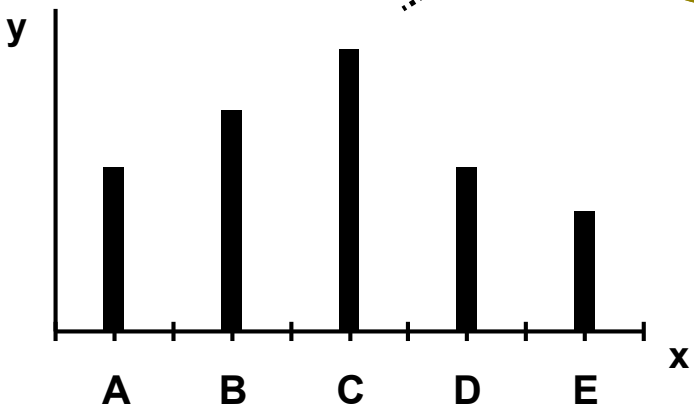


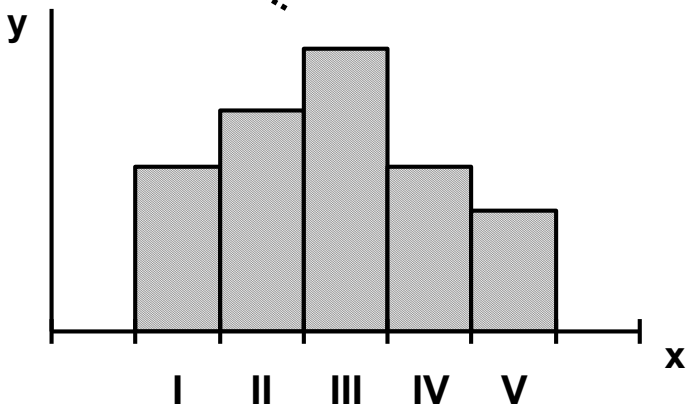
JAK vznikají informace ?
- opakovaná měření informují rozložením hodnot

Y: frekvence

- absolutní / relativní

KOLIK se naměřilo





CO se naměřilo

X: měřený znak

Diskrétní data ← → **Spojitá data**

Odvozená data: Pozor na odvozené indexy

Příklad I:

Znak X: Hmotnost
Znak Y: Plocha

Příklad II:

X: Průměrný počet výrobků v prodejně
Y: Odhad prostoru průměrně nabízeného k vystavení výrobku

průměr : (min - max)

X: 1,2 : (1,15 - 1,24) → **+ / - 3,8 %**

Y: 1,8 : (1,75 - 1,84) → **+ / - 2,5 %**

$$X/Y = 0{,}667 : \left(\frac{1{,}15}{1{,}84} - \frac{1{,}24}{1{,}75}\right)$$ → **+ / - 6,2 %**

Nová veličina má jinou šířku rozpětí než ty, ze kterých je odvozená

Jak vznikají informace ?
- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

DISKRÉTNÍ DATA

Primární data

Počty epizod pro n = 100 hemofiliků

0
0
1
2
1
1
3
1
1
2
.
.
.
.
.
.
n = 100

Frekvenční sumarizace

N: 100 dětí (hemofiliků)
x: znak: počet krvácivých epizod za měsíc

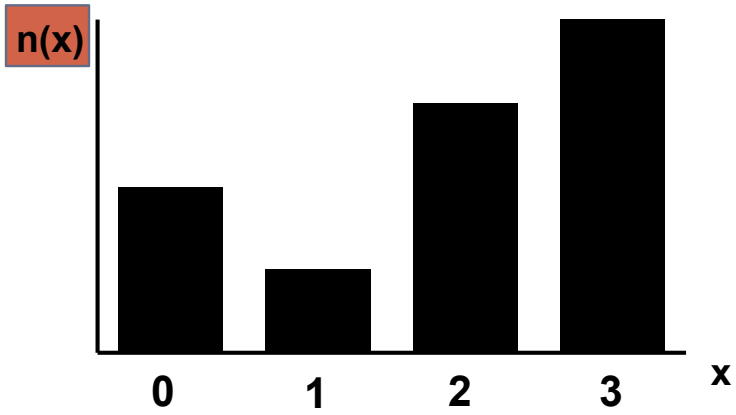
x	n(x)	N(x)	p(x)	F(x)
0	20	20	0,2	0,2
1	10	30	0,1	0,3
2	30	60	0,3	0,6
3	40	100	0,4	1,0

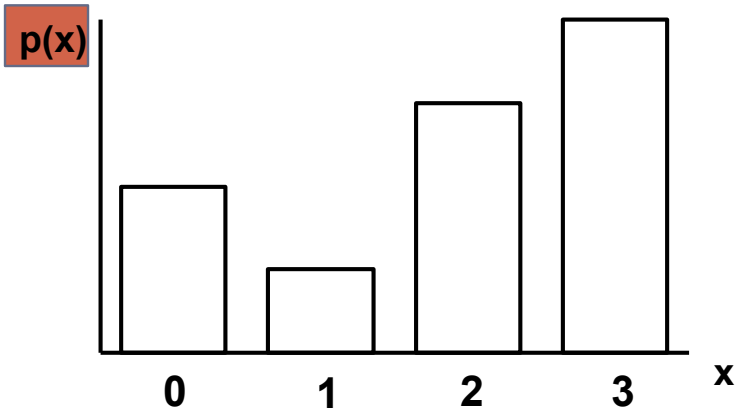
n(x) – absolutní četnost x
N(x) – kumulativní četnost hodnot nepřevyšujících x;

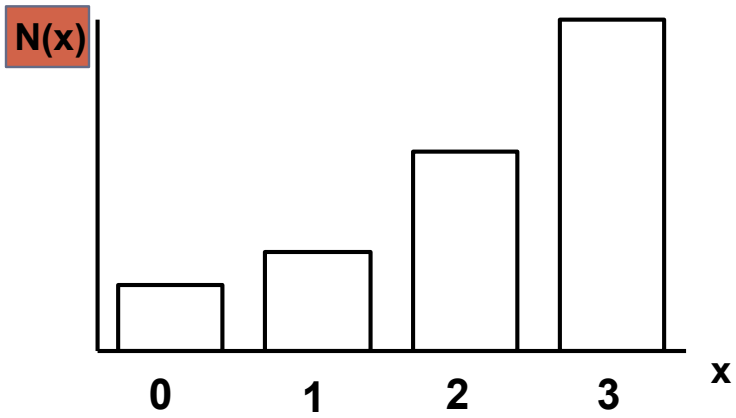
$$N(x) = \sum_{t \le x} n(t)$$

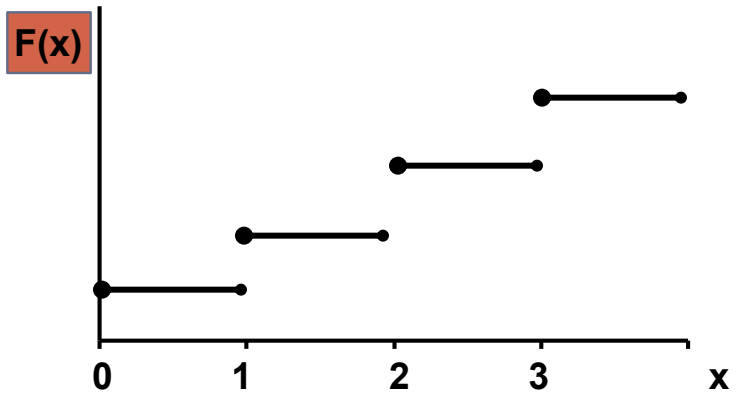
p(x) – relativní četnost; p(x) = n(x) / n
F(x) – kumulativní relativní četnost hodnot nepřevyšujících x; F(x) = N(x) / n

Jak vznikají informace ?
Grafické výstupy z frekvenční tabulky









Jak vznikají informace ?
- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

SPOJITÁ DATA

Příklad: **x: koncentrace látky v krvi n = 100 pacientů**

Primární data

Hodnoty pro n = 100 osob

45,21
28,48
33,56
92,31
56,21
61,33
39,33
.
.
.
n = 100

Frekvenční sumarizace

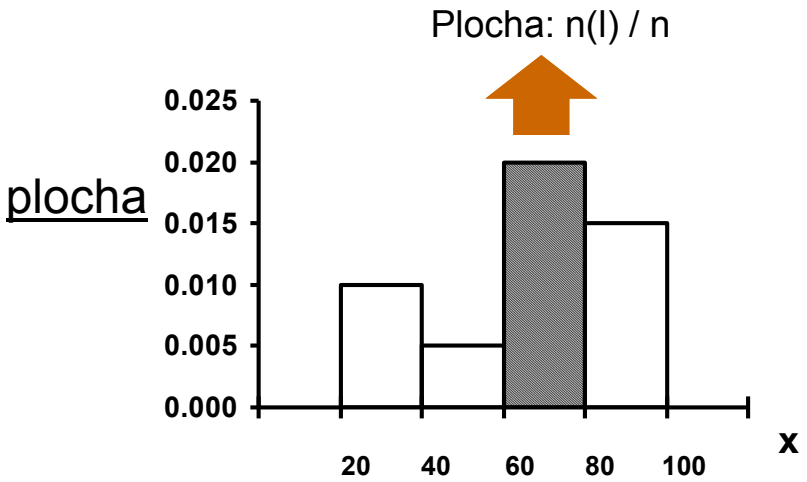
n = 100 opakovaných měření (100 pacientů)
x: koncentrace sledované látky v krvi (20 – 100 jednotek)

interv	d(l)	n(l)	n(l)/n	N(x'')	F(x'')
<20, 40)	20	20	0,2	20	0,2
<40, 60)	20	10	0,1	30	0,3
<60, 80)	20	40	0,4	70	0,7
<80, 100)	20	30	0,3	100	1,0

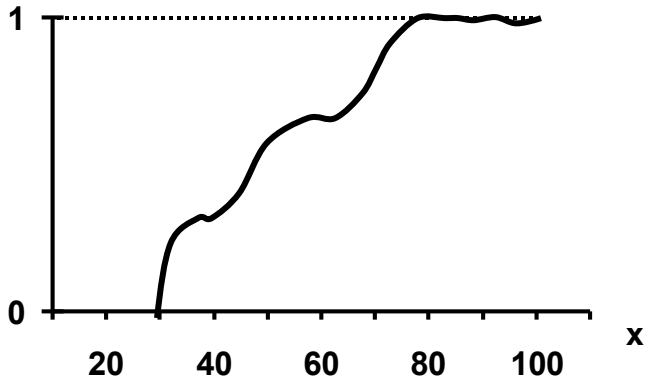
d(l) – šířka intervalu
n(l) – absolutní četnost
n(l) / n – intervalová relativní četnost
N(x") – intervalová kumulativní četnost do horní hranice X"
F(x") – intervalová relativní kumulativní četnost do horní hranice X"

Jak vznikají informace ?
- frekvenční sumarizace spojitých dat

Histogram



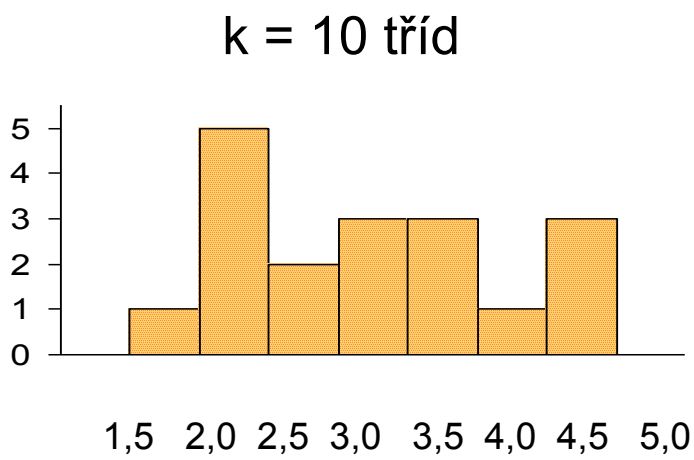
Výběrová distribuční funkce

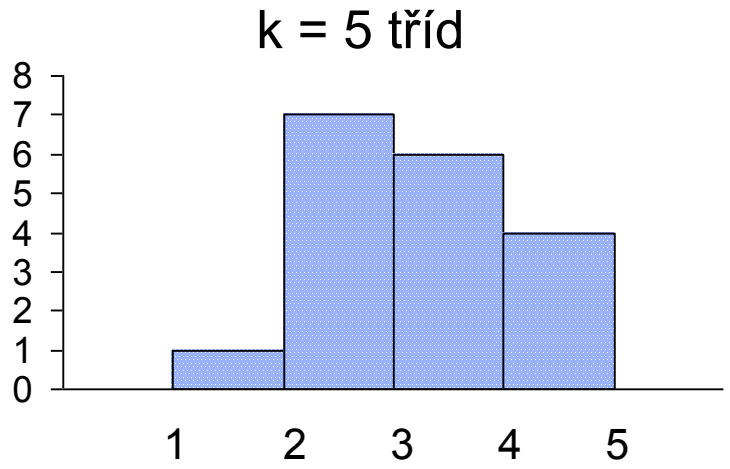


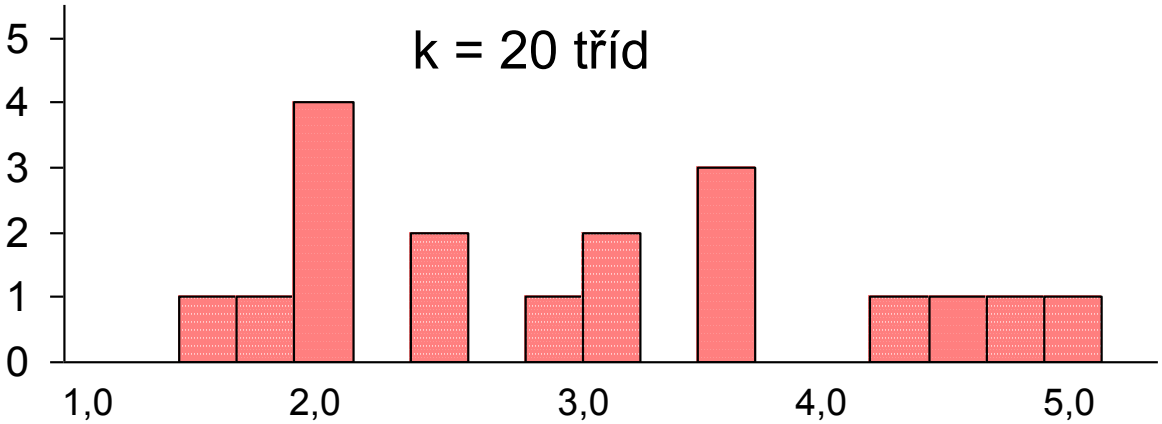
$$f(x)=\frac{n(l)\,/\,n}{d(l)} \Rightarrow$$ **Intervalová hustota četnosti**

F(x) $\Rightarrow$ **Intervalová relativní kumulativní četnost**

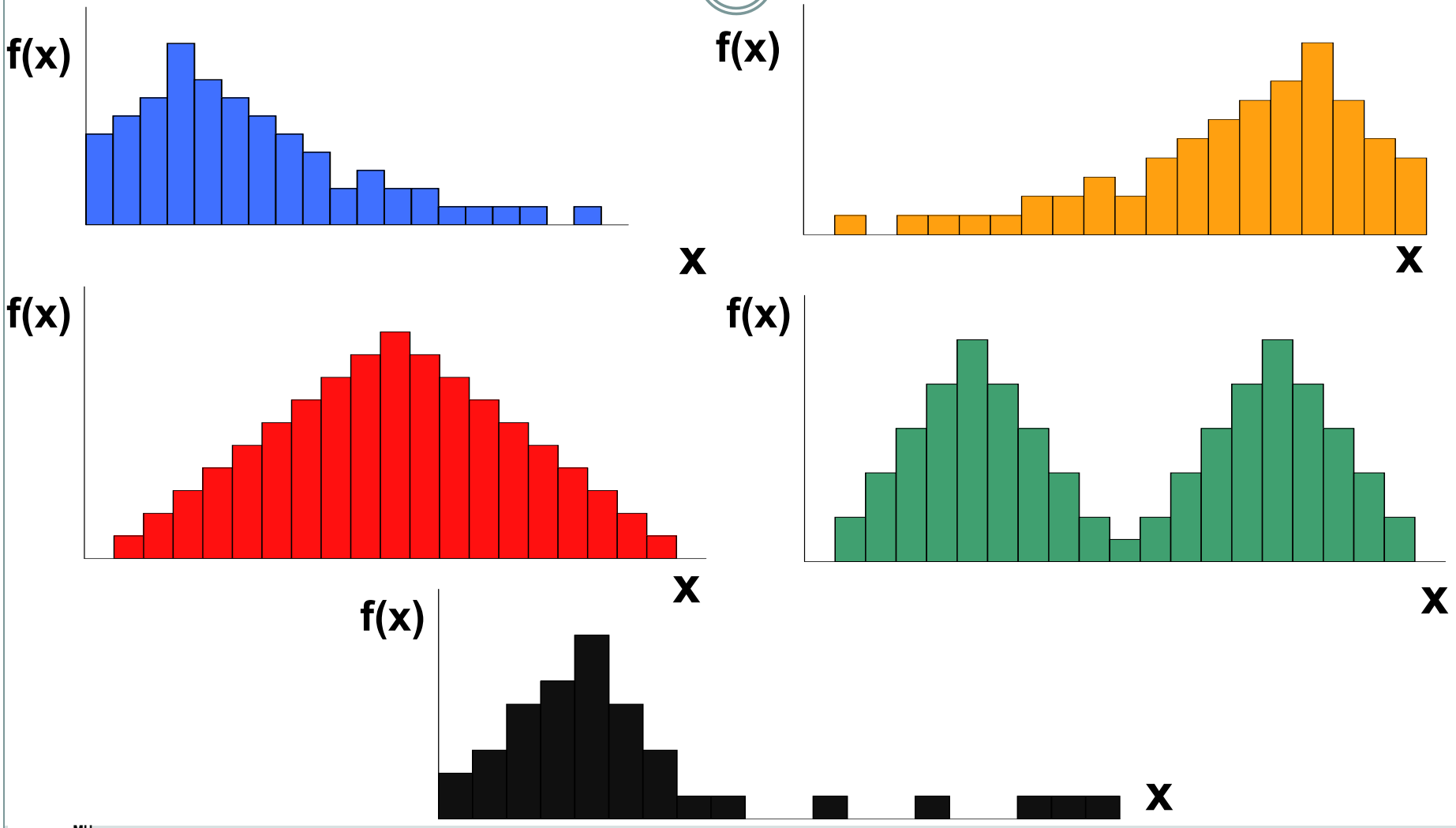
Počet zvolených tříd a velikost souboru určují kvalitu výstupu



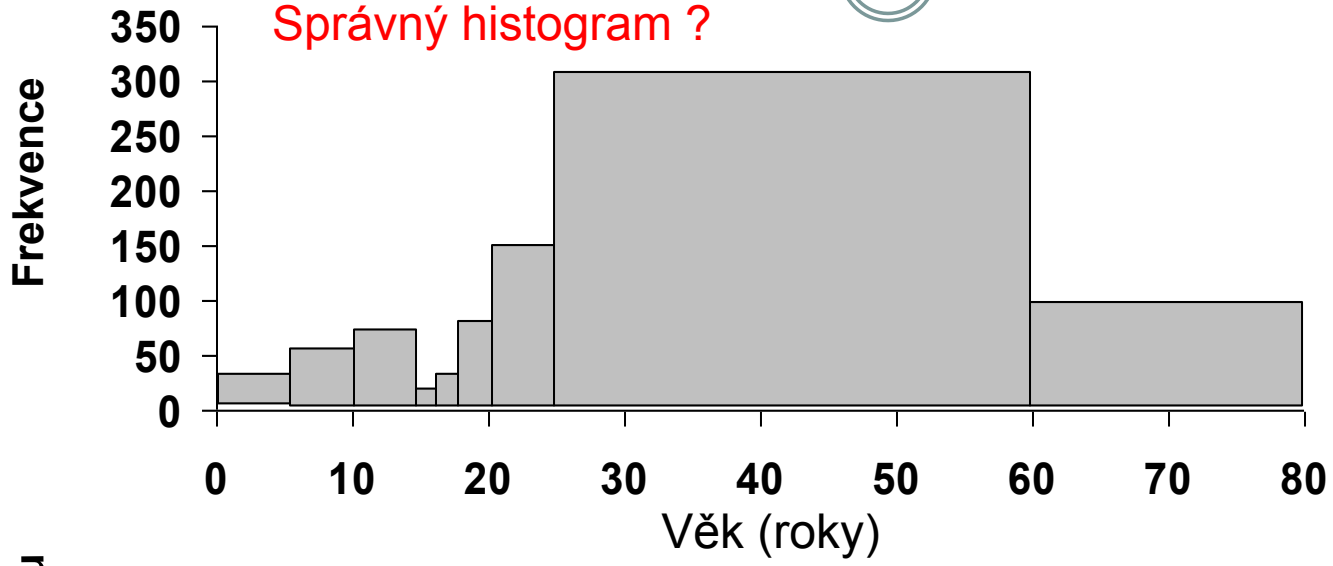




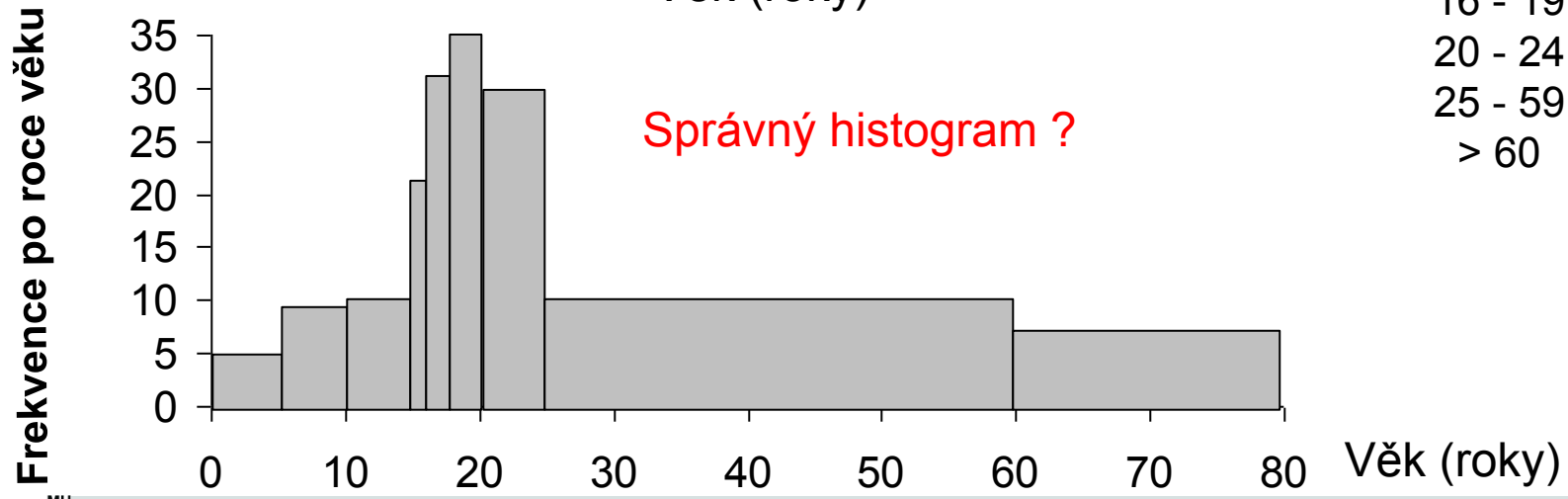
Histogram vyjadřuje tvar výběrového rozložení



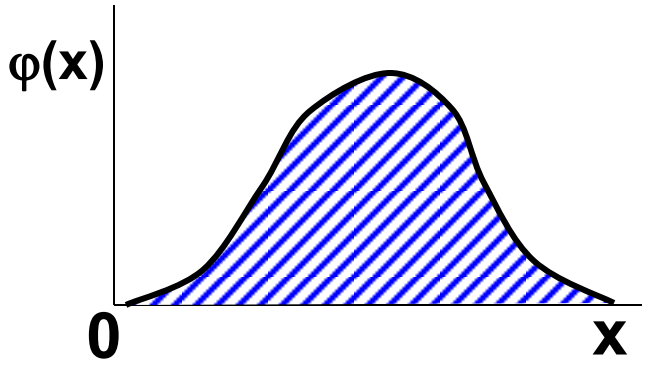
Příklad: věk účastníků vážných dopravních nehod



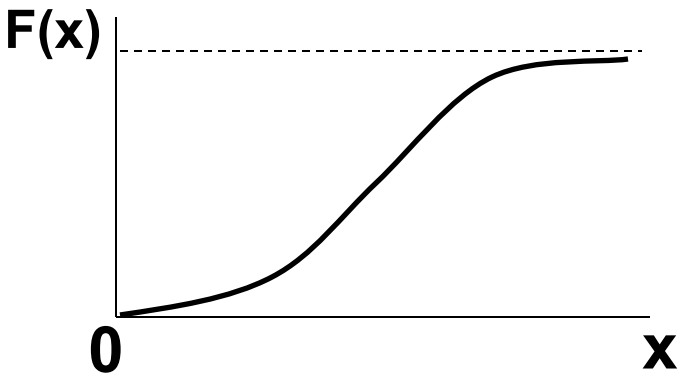
Věk	f
0 - 4	28
5 - 9	46
10 - 15	58
16 - 19	20
20 - 24	114
25 - 59	316
> 60	103



Pojem ROZLOŽENÍ - příklad spojitých dat



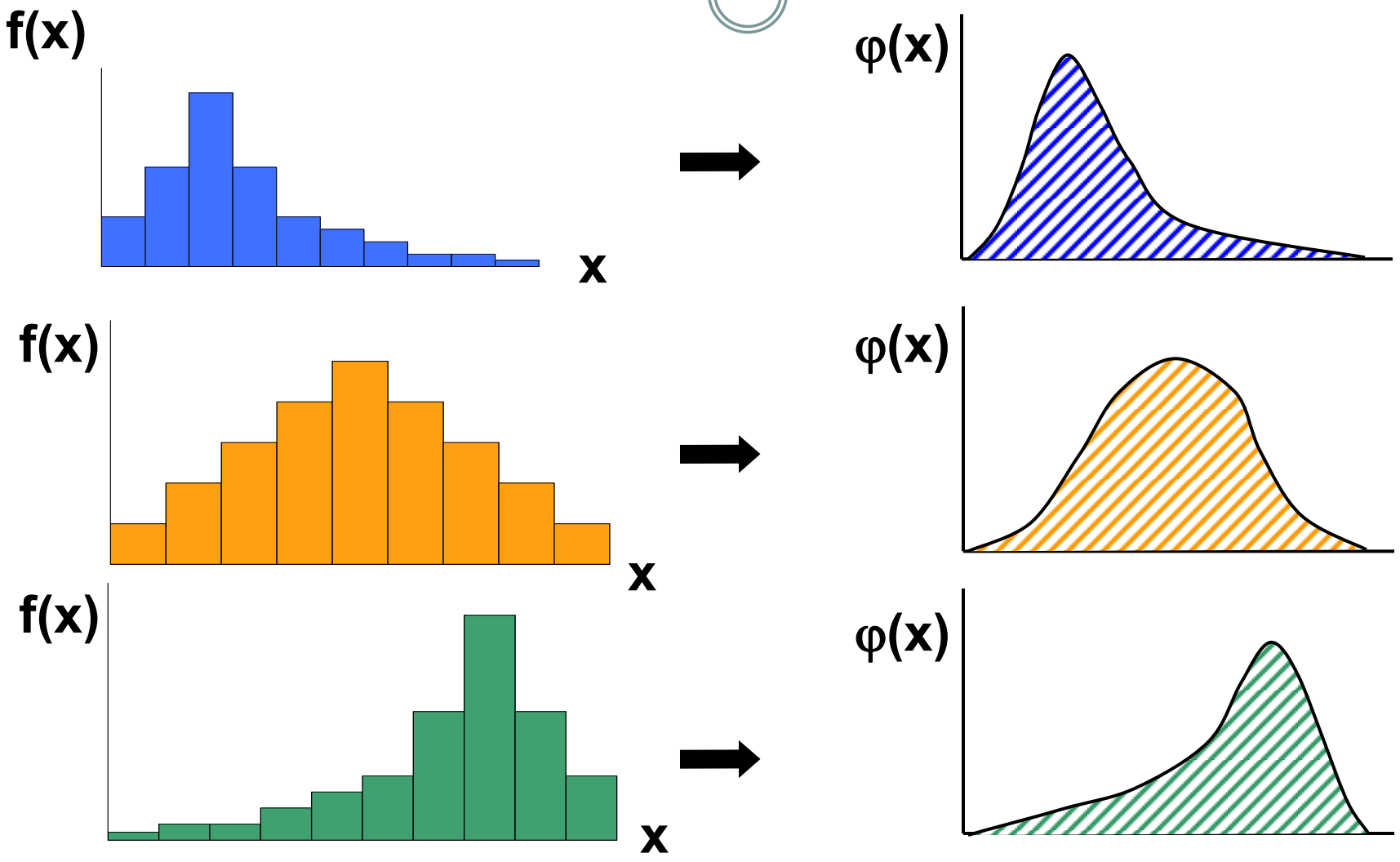
Rozložení



Distribuční funkce

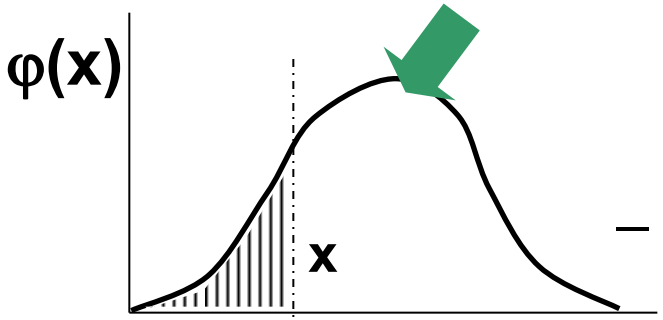
Je - li dána distribuční funkce, je dáno rozložení

Výběrové rozložení hodnot lze modelově popsat a definovat tak pravděpodobnost výskytu X



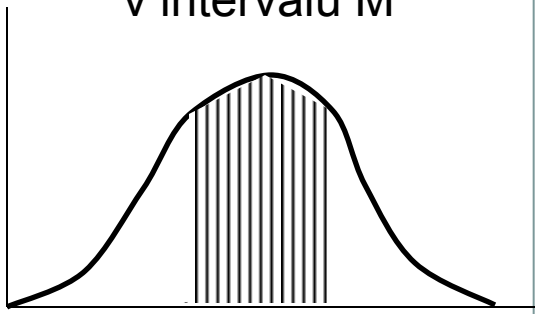
Distribuční funkce jako užitečný nástroj pro práci s rozložením

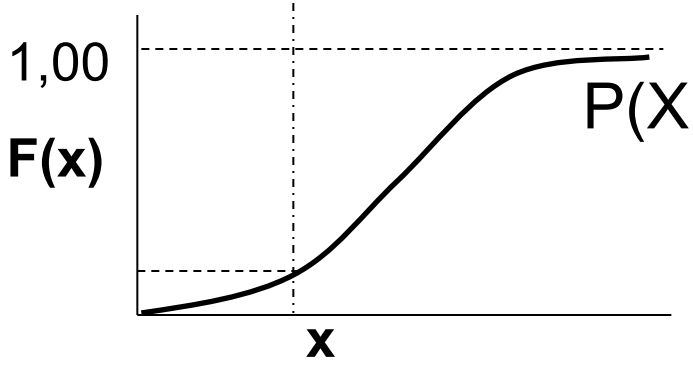
Plocha = relativní četnost



$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\ d(x) = 1$$

F(x):
Pravděpodobnost, že se X vyskytuje v intervalu M





$$P(X \leq x) = \Phi(x) = F(x'')$$

$\Phi(x)$ … distribuční funkce

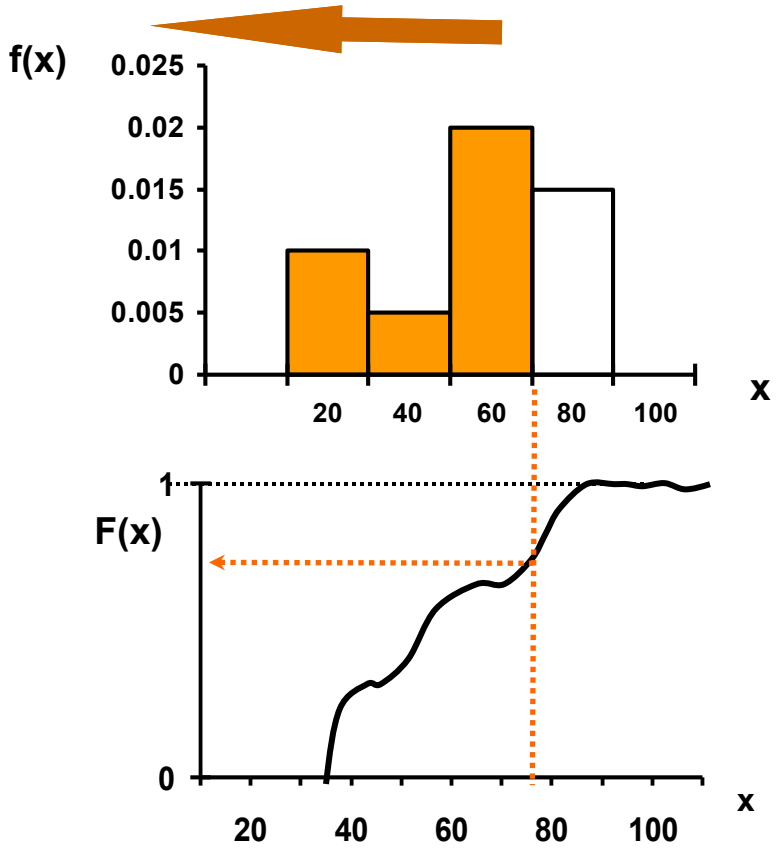
$$P(X \leq x) = \int_{M} \varphi(x)\ d(x)$$

Známe-li distribuční funkci, pak známe rozložení sledované veličiny.

Pro jakoukoli množinu hodnot (**M**) lze určit P, že X do této množiny patří.

Jak vznikají informace ?
- frekvenční sumarizace spojitých dat

Grafické výstupy z frekvenční tabulky – spojitá data



Uspořádání čísel podle velikosti a konstrukce rozložení umožňuje pravděpodobnostní zařazení každé jednotlivé hodnoty

KVANTIL

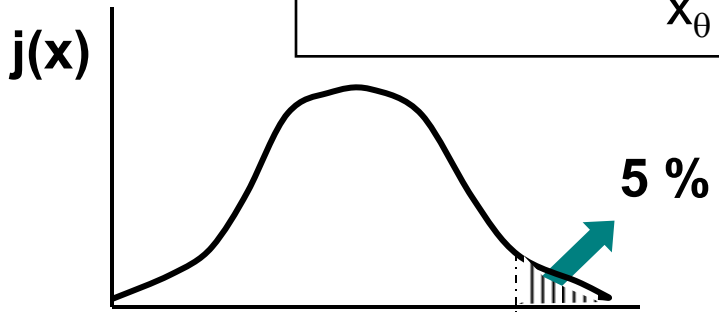
$X_{0.1}$; $X_{0.9}$; $X_{0.5}$; X_{θ}

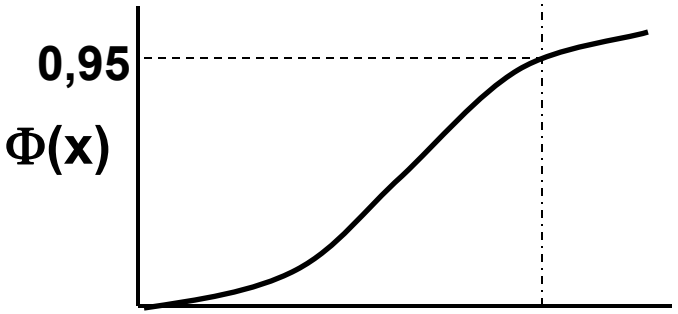
Otázka: Jak velké musí být X, aby 5 % všech hodnot bylo nad ním?

θ = 0,95 … Pravděpodobnost

Hledáme: $P(X \leq x_\theta) = 0{,}95 = \theta$

$x_\theta = (X_{0,95}) = ?$





F (xθ) = θ

Kvantil je číslo, jehož hodnota distribuční funkce je rovna P, pro kterou je kvantil definován

Jakékoliv číslo na ose x je kvantilem