

Radiologická fyzika

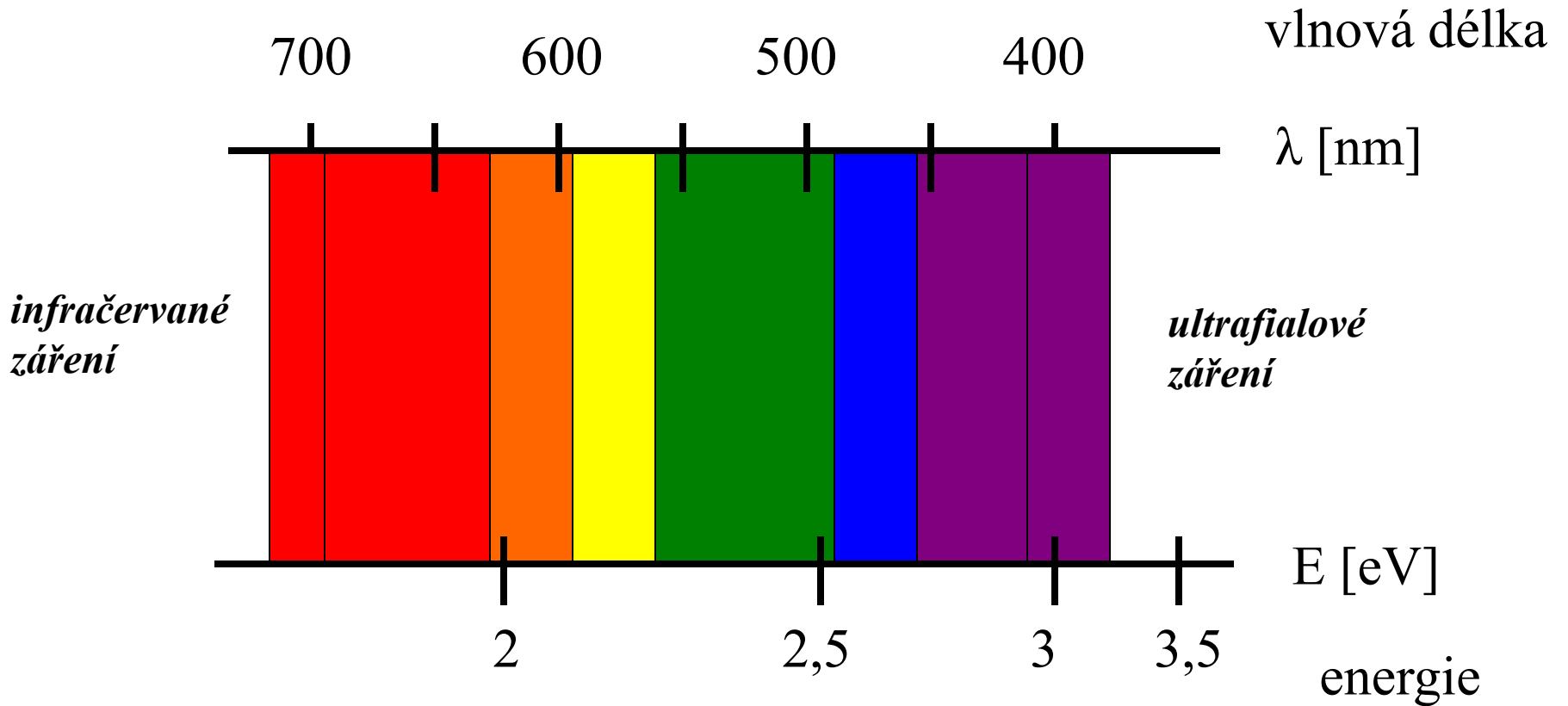
Rentgenové a γ záření

4. listopadu 2013

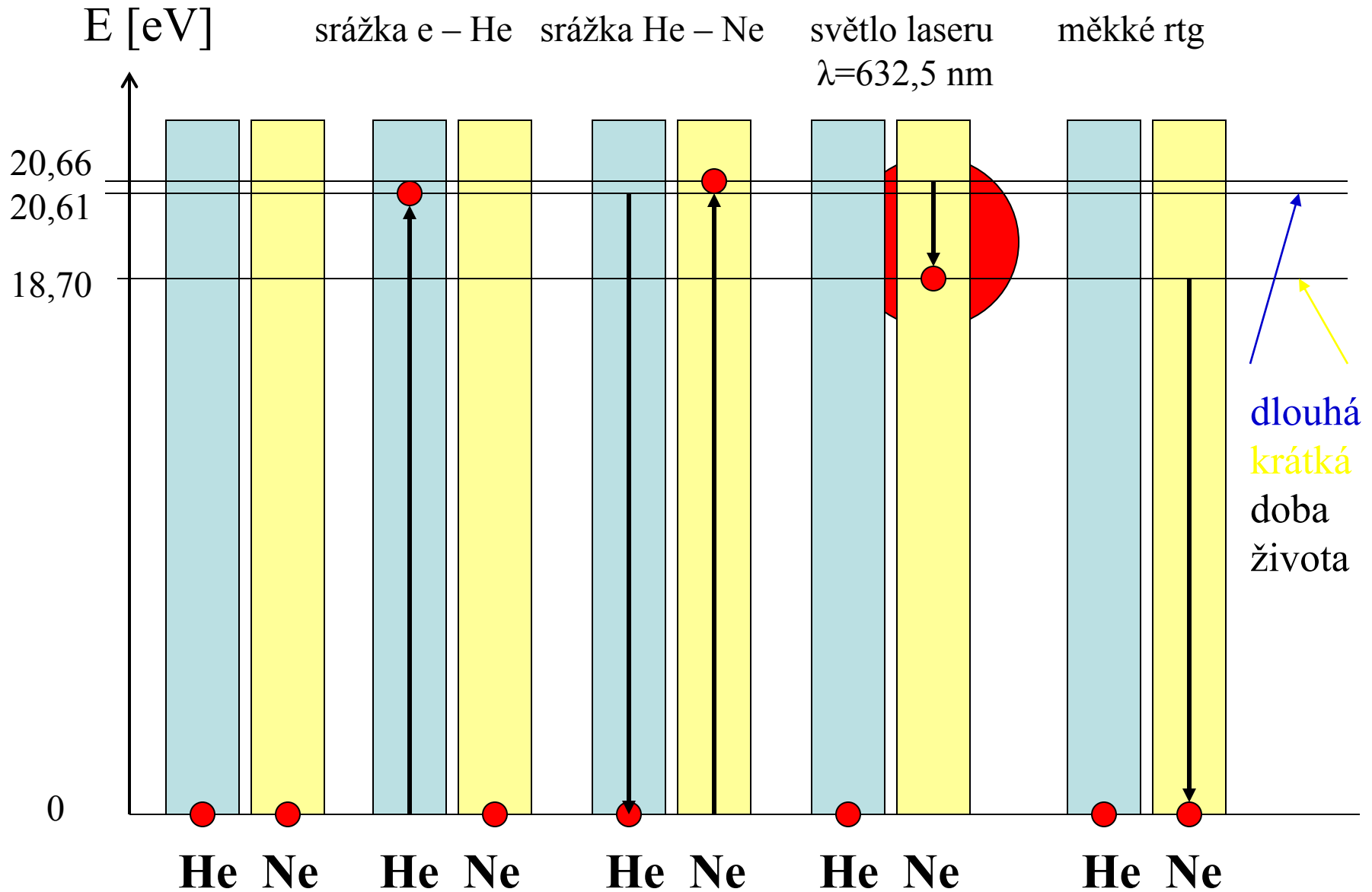
Elektromagnetické záření

Typ záření	Vlnová délka [m]	Energie fotonu [eV]
gama	$10^{-11} - 10^{-14}$	$10^5 - 10^8$
rentgenové	$10^{-8} - 10^{-11}$	$10^2 - 10^5$
ultrafialové	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-8}$	$3,1 - 10^2$
viditelné	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$1,55 - 3,1$
infračervené	$10^{-3} - 8 \cdot 10^{-7}$	$10^{-3} - 1,55$
mikrovlnné	$1 - 10^{-3}$	$10^{-6} - 10^{-3}$
MRI	$25 - 0,5$	$5 \cdot 10^{-8} - 2,5 \cdot 10^{-6}$
rádiové	$> 10^{-4}$	$< 10^{-2}$

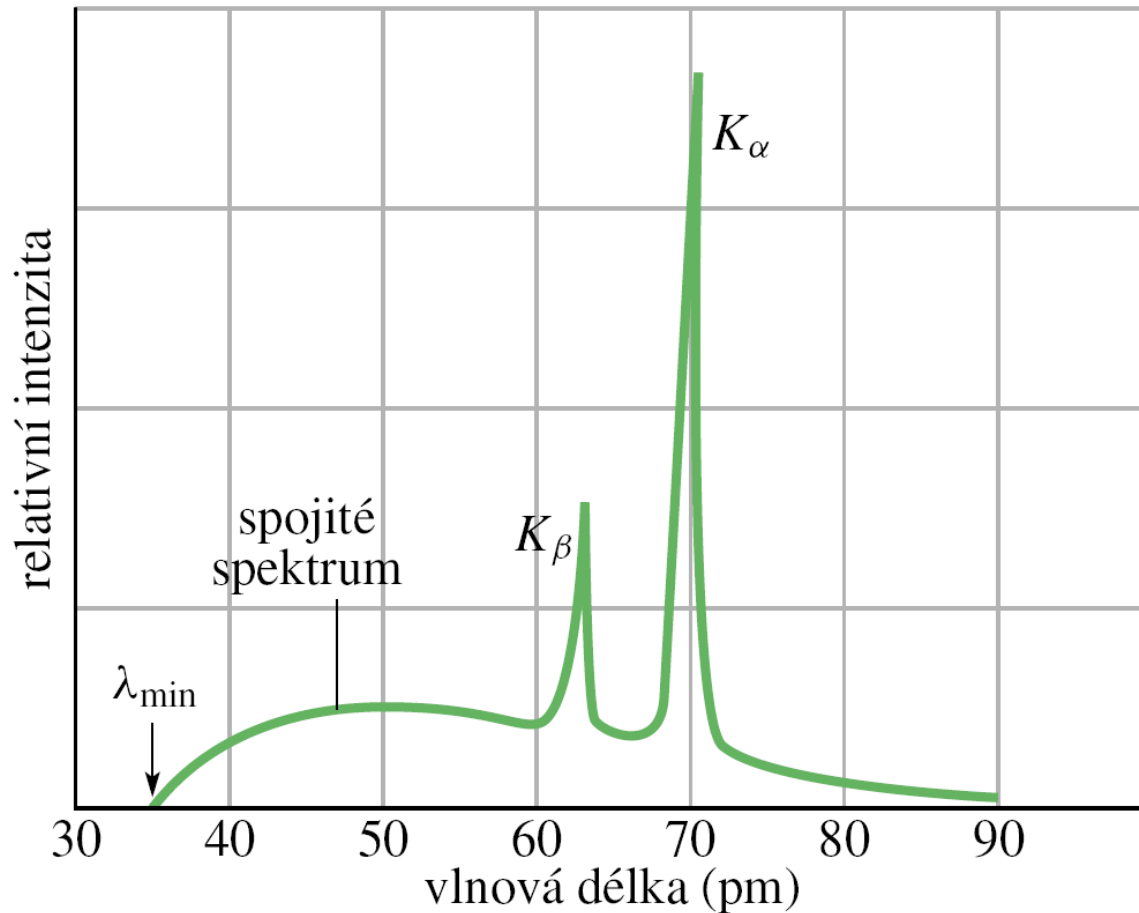
Viditelné světlo



Helium – neonový laser

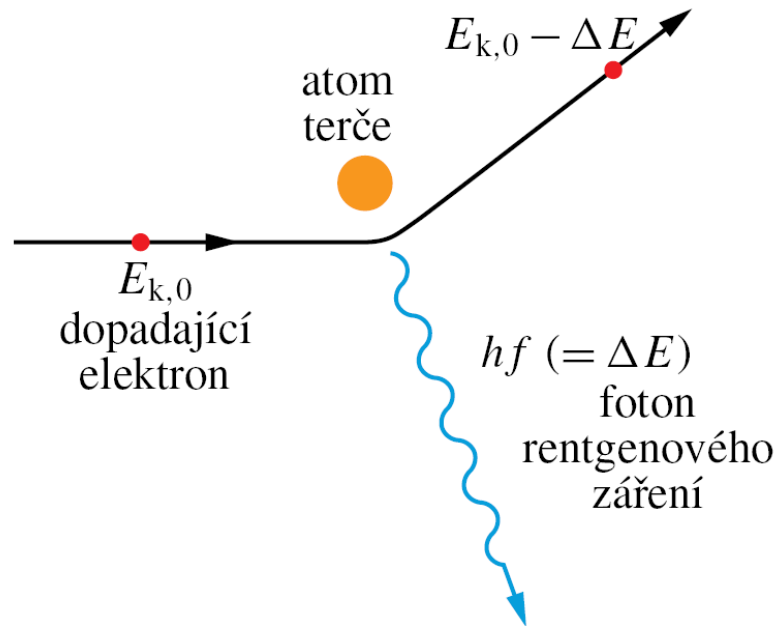


Rentgenové záření



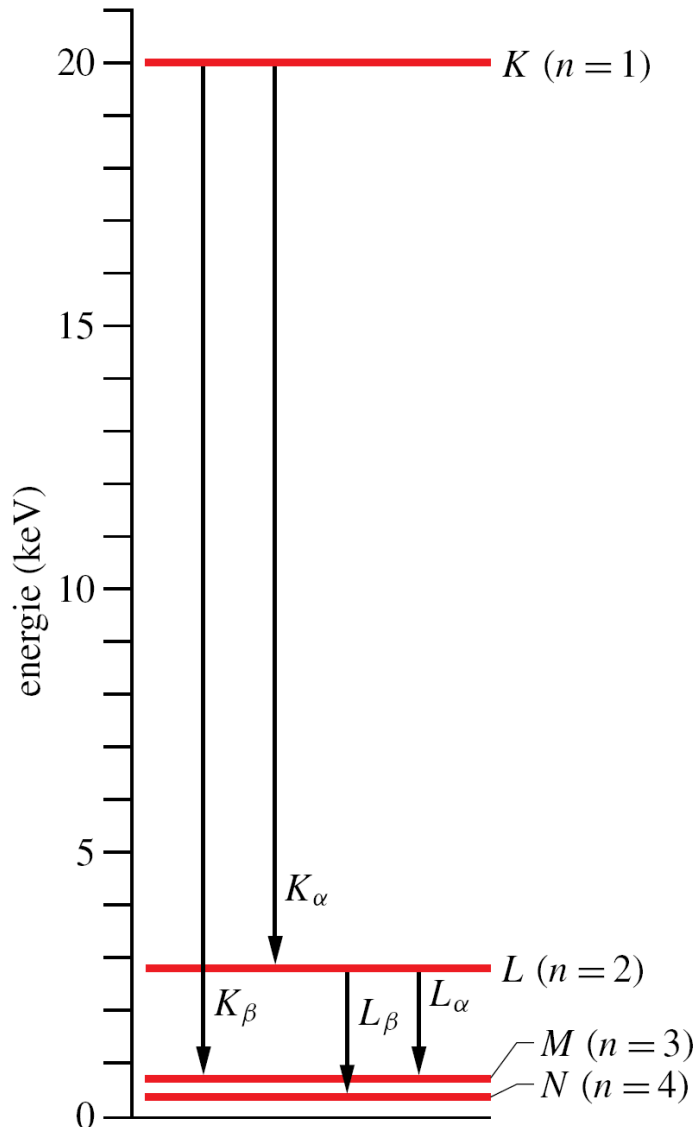
Závislost intenzity rentgenového záření na vlnové délce při dopadu elektronů s kinetickou energií $E_{k,0}=35$ keV na molybdenový terč.

Brzdné záření



Kratší vlnové délky, než je hodnota λ_{\min} , nejsou ve spojitém spektru zastoupeny. Hodnota λ_{\min} odpovídá jediné srážce elektronu s atomem terče, při které elektron ztratí veškerou svou počáteční kinetickou energii $E_{k,0}$.

Charakteristické záření



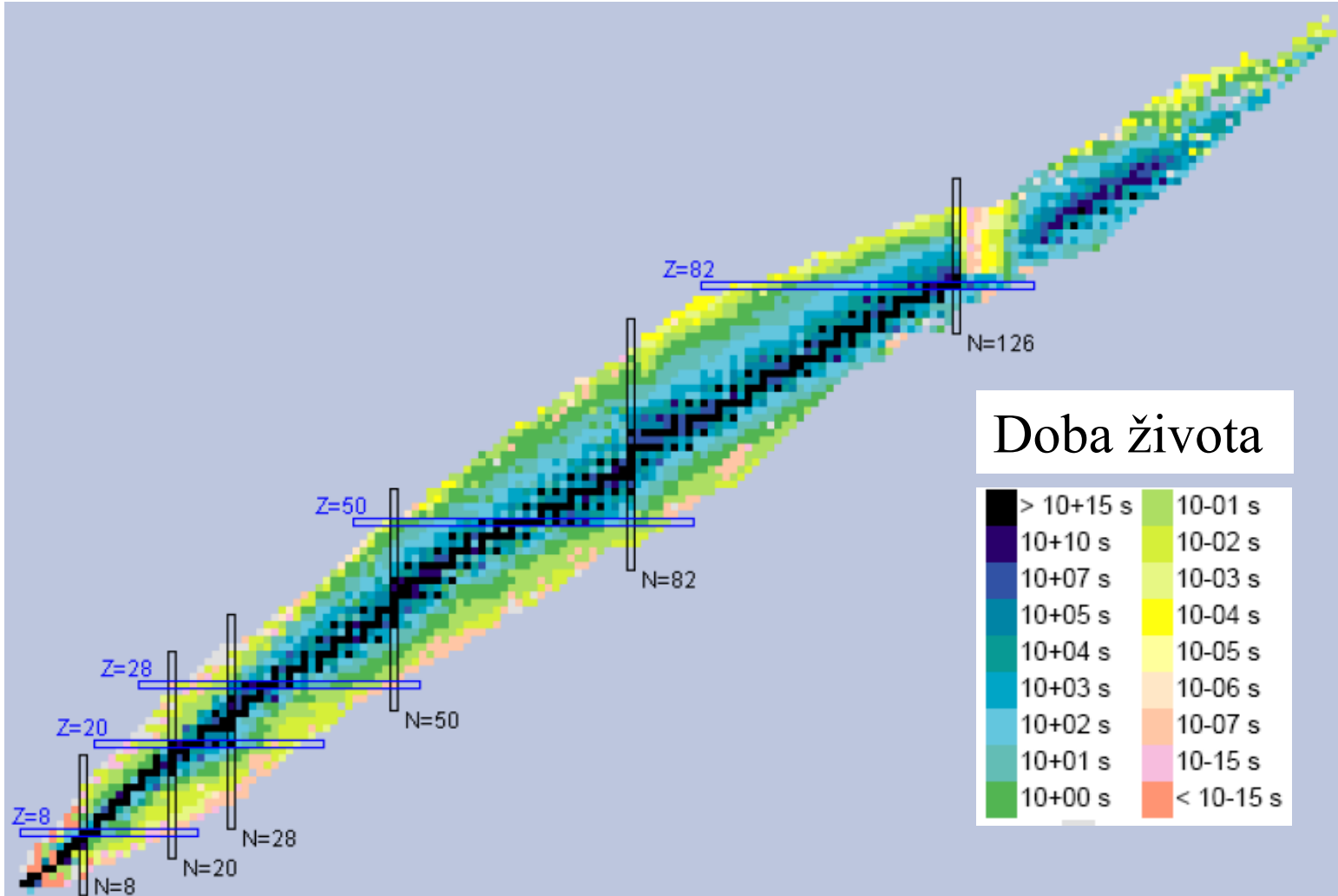
Zjednodušený diagram hladin energie atomu molybdenu znázorňuje přechody (děry, nikoli elektronů), odpovídající vzniku některé z charakteristických čar rentgenového spektra tohoto atomu. Každá z vodorovných čar odpovídá energii atomu s dírou (tj. scházejícím elektronem) v označené slupce.

Možný:

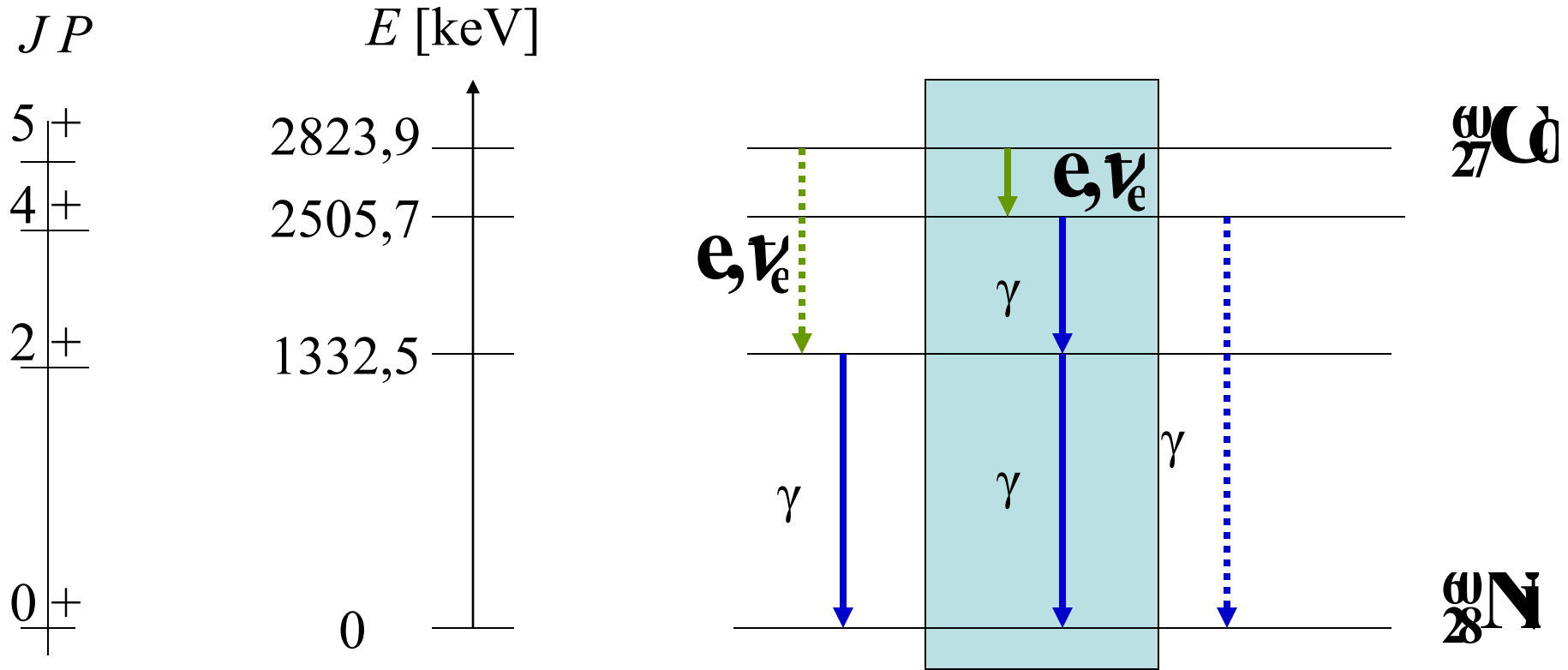
$$E_{K\alpha} = \frac{mc^2}{2} \frac{e^2}{\hbar} \frac{e^2 (Z-1)^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

$$= 10,2(Z-1)^2 \text{ eV}$$

Nuklidy



Schema přechodu ^{60}Co - ^{60}Ni

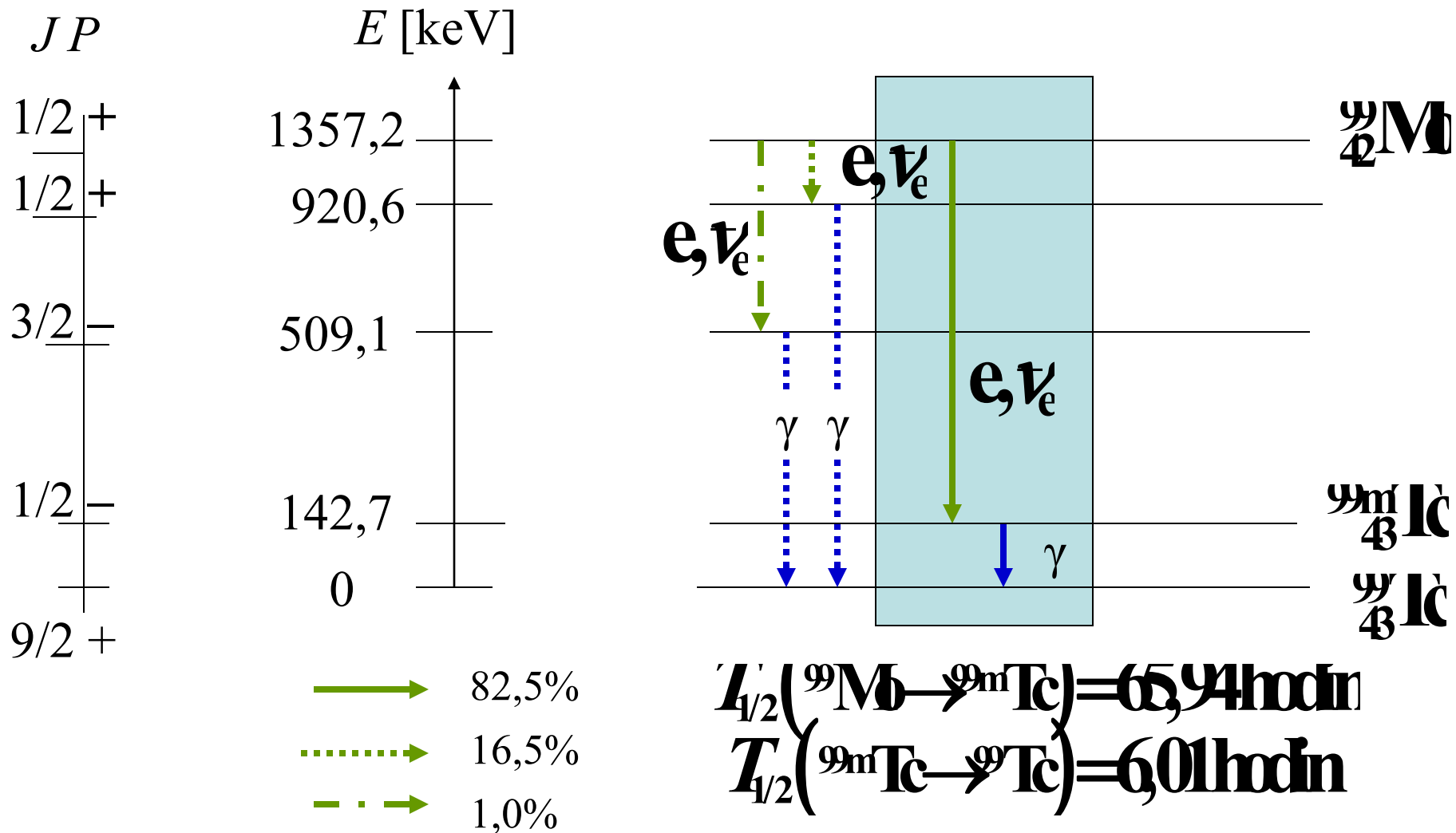


→ 99,88% → > 99,9%

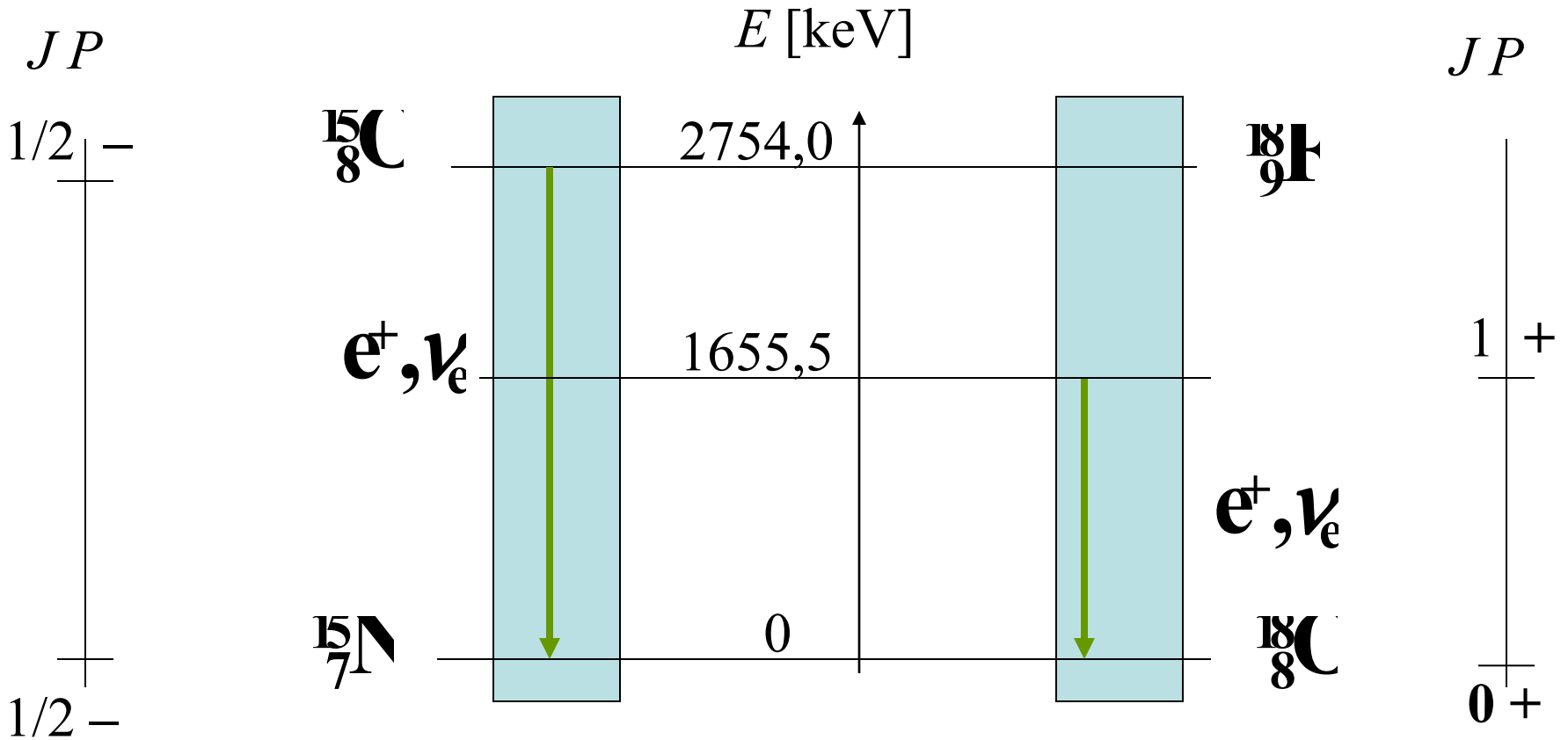
→ 0,12% → < 0,1%

$$T_{1/2}(^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni}) = 192,28 \text{ d}$$

Schema přechodu $^{99}\text{Mo} - ^{99}\text{Tc}$



Positronová emise



$$T_{1/2}({}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N}) = 122,24\text{s}$$

$$\langle E \rangle({}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N}) = 735,28\text{keV}$$

$$T_{1/2}({}^{18}\text{F} \rightarrow {}^{18}\text{O}) = 109,77\text{minut}$$

$$\langle E \rangle({}^{18}\text{F} \rightarrow {}^{18}\text{O}) = 249,8\text{keV}$$

Brzdné záření nabité částice I

Částice hmotnosti m a s nábojem e vyzařuje výkon

$$P = \frac{e^2 \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 m^2 c^3} \left[\left(\frac{d\vec{a}}{dt} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{dt} \right)^2 \right]$$

V tomto vztahu vystupuje hybnost, energie a Lorentzův faktor

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}, \quad E = \gamma mc^2, \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}$$

Pro částici na kruhové trajektorii v magnetickém poli indukce B

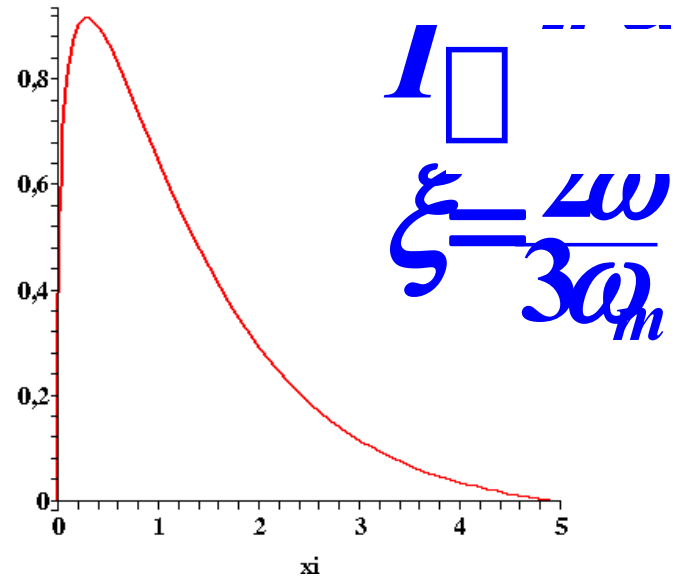
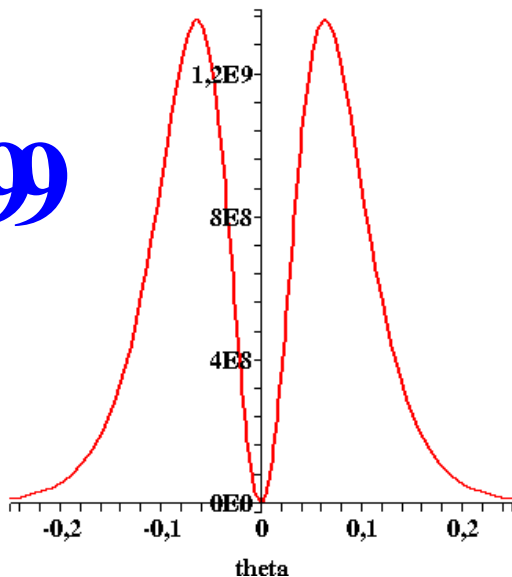
$$P = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{p}{mc} \right)^4, \quad R = \frac{p}{|eB|}$$

Brzdné záření nabité částice II

Pro rychlosti částice blízké rychlosti světla má záření výkon přibližně P , je soustředěno dopředu do malého kužele s vrcholovým úhlem $\Delta\theta$ a frekvencí s maximem kolem ω

$$P \approx \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{E}{\hbar\omega} \right)^4 \sin^2\theta \approx \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{E}{\hbar\omega} \right)^4 \sin^2\theta$$

$$\frac{v}{c} = 0,99$$



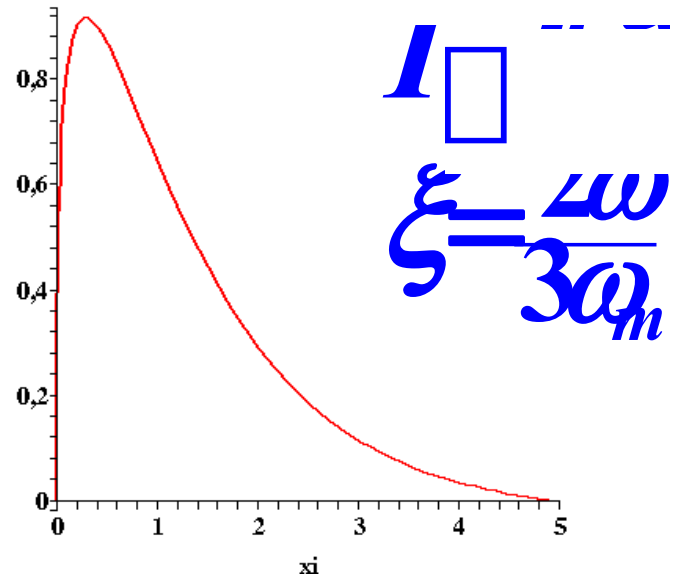
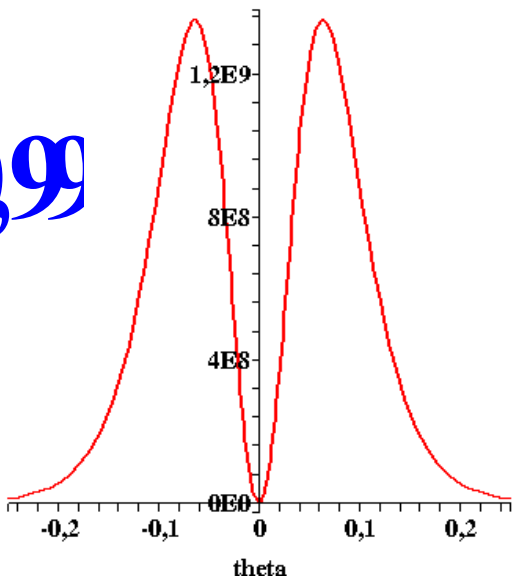
$$\xi = \frac{\omega}{\omega_m}$$

Brzdné záření nabité částice II

Pro rychlosti částice blízké rychlosti světla má záření výkon přibližně P , je soustředěno dopředu do malého kužele s vrcholovým úhlem $\Delta\theta$ a frekvencí s maximem kolem ω

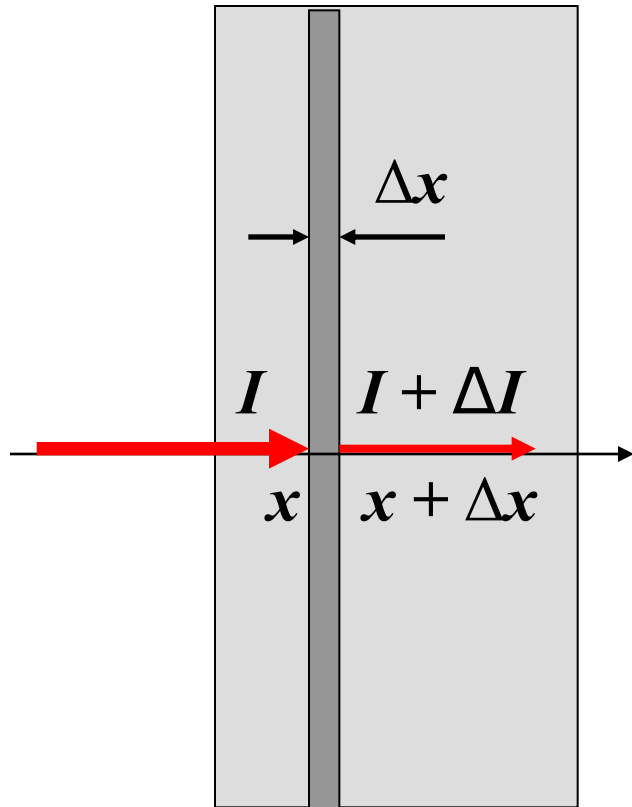
$$P \approx \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4 \gamma^2 \left(1 - \beta^2 \right)^2 \approx \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4 \gamma^2$$

$$\frac{v}{c} = 0,99$$



$$\xi = \frac{4\omega}{3\omega_m}$$

Absorpce záření



$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu I(x) \quad , \quad I(x) = I(0) \exp[-\mu x]$$

$$I(d_{1/2}) = \frac{1}{2} I(0) \quad , \quad d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$d_{1/2}$ je polotloušťka a $\mu = \mu(\hbar\omega, Z)$ je lineární koeficient útlumu. Zavádějí se také hmotový a atomový koeficient útlumu

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad , \quad \mu_a = \frac{m_{mol} \mu}{N_A \rho}$$

ρ je hustota, m_{mol} je molární hmotnost, N_A je Avogadrova konstanta

Další koeficienty útlumu

Foton předává energii nabitým částicím látky (elektronům, případně dvojici elektron – positron). Energie těchto částic je absorbována látkou nebo v části opět vyzářena. Zavedeme pro charakteristiku těchto jevů koeficient energiového útlumu a koeficient energiové absorpce

$$\mu_{tr} = \frac{\langle E_{tr} \rangle}{\hbar} \mu \quad , \quad \mu_{ab} = \frac{\langle E_{ab} \rangle}{\hbar} L$$

kde $\langle E_{tr} \rangle$ je průměrná hodnota energie předaná fotonem nabitým částicím a $\langle E_{ab} \rangle$ je průměrná energie, kterou uloží tyto částice v látce. S definicí koeficientu zpětného vyzáření g máme

$$g = 1 - \frac{\langle E_{ab} \rangle}{\langle E_{tr} \rangle} \Rightarrow \mu_{tb} = (1 - g) \mu_{tr}$$

Možné interakce fotonů s látkou

❖ Fotoelektrický jev

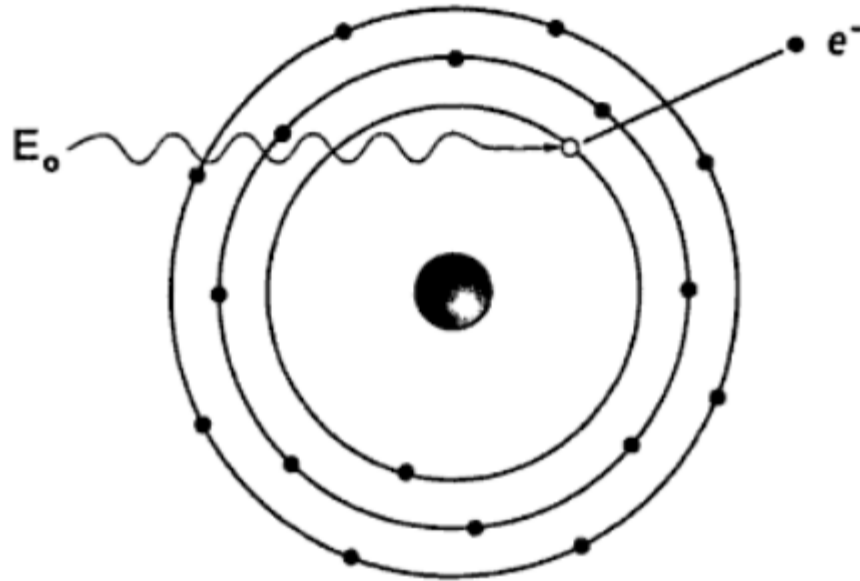
❖ Rayleigho rozptyl

❖ Comptonův jev

❖ Vytváření párů elektron - pozitron

Fotoelektrický jev

Dopadající foton je absorbován, jeho energie postačuje k uvolnění elektronu

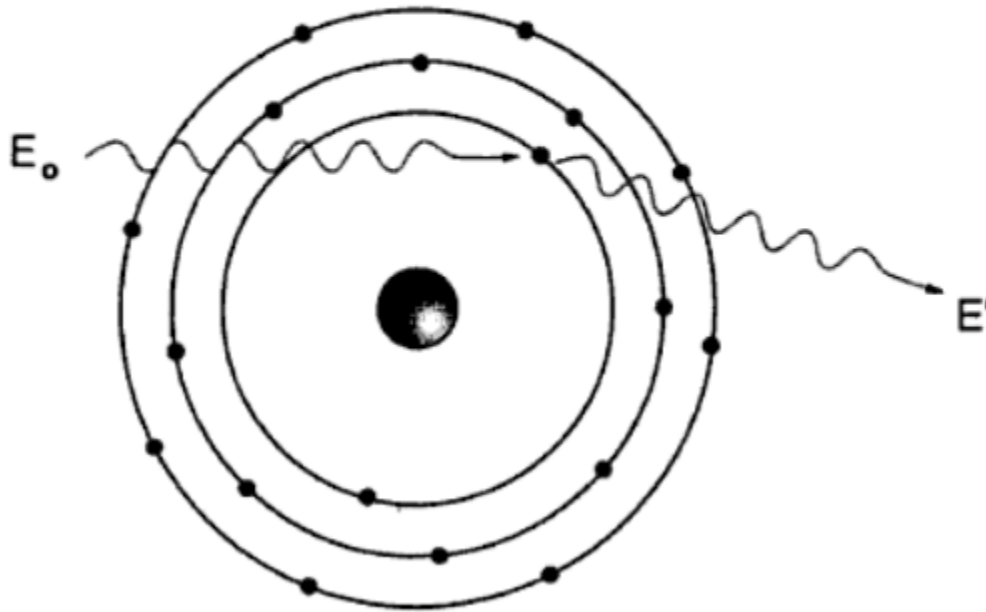


Fotoelektrický jev

Foton interaguje s	celým atomem
Co se stane s fotonem	zmizí
Závislost na energii	$\sim 1/(\hbar\omega)^3$
Práh jevu	není
Lineární koeficient útlumu	τ
Uvolněná částice	elektron
Závislost na Z	${}_a\tau \sim Z^4$, $\tau/\rho \sim Z^3$
Střední předaná energie	$\hbar\omega - P_K\omega_K E_B(K)$
Následný jev	charakteristické rtg záření nebo Augerův elektron
Významná oblast pro vodu	< 20 keV

Rayleigho rozptyl

Dopadající foton interaguje s některým z pevně v atomu vázaným elektronem

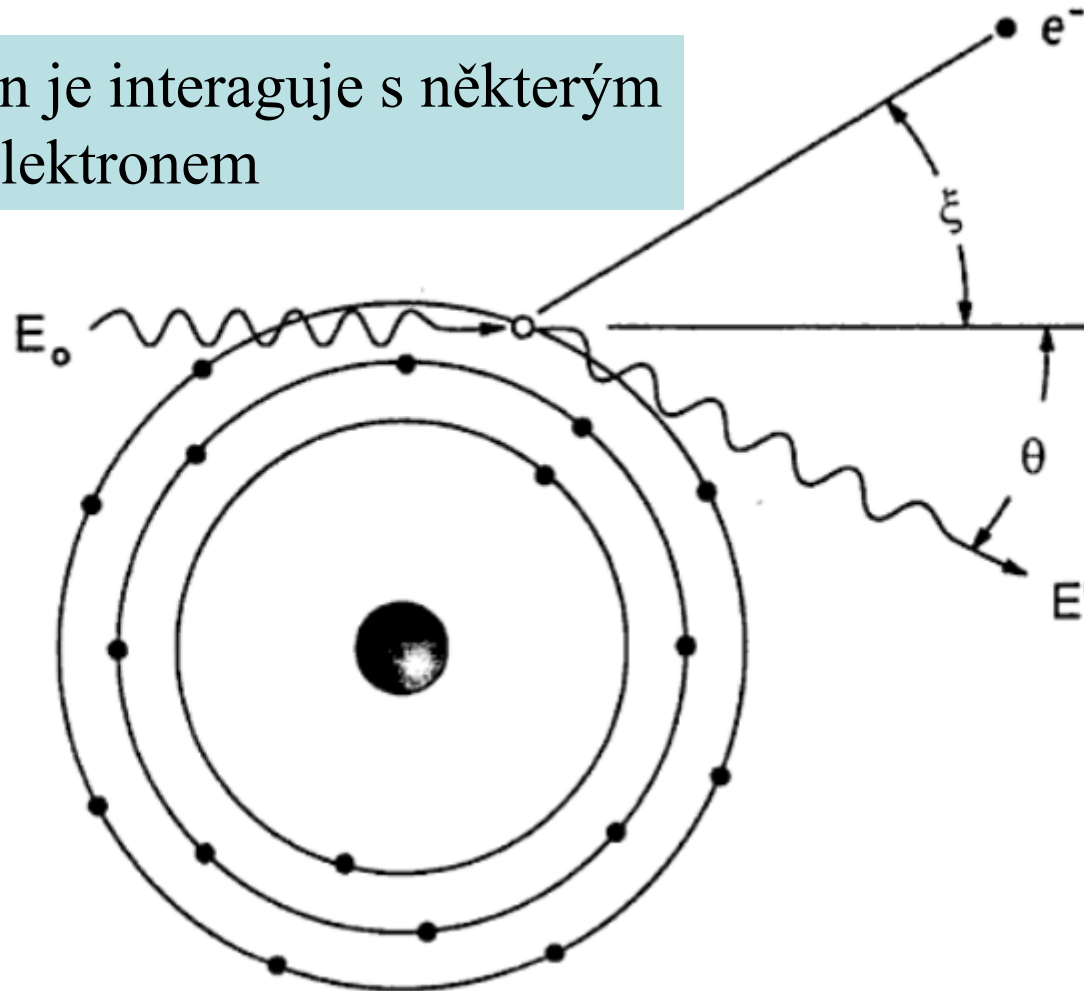


Rayleigho rozptyl

Foton interaguje s	vázaným elektronem atomu
Co se stane s fotonem	rozptýlí se
Závislost na energii	$\sim 1/(\hbar\omega)^2$
Práh jevu	není
Lineární koeficient útlumu	σ_R
Uvolněná částice	žádná
Závislost na Z	${}_a\sigma_R \sim Z^2$, $\sigma_R / \rho \sim Z$
Střední předaná energie	0
Následný jev	žádný
Významná oblast pro vodu	< 20 keV

Comptonův jev

Dopadající foton interaguje s některým téměř volným elektronem

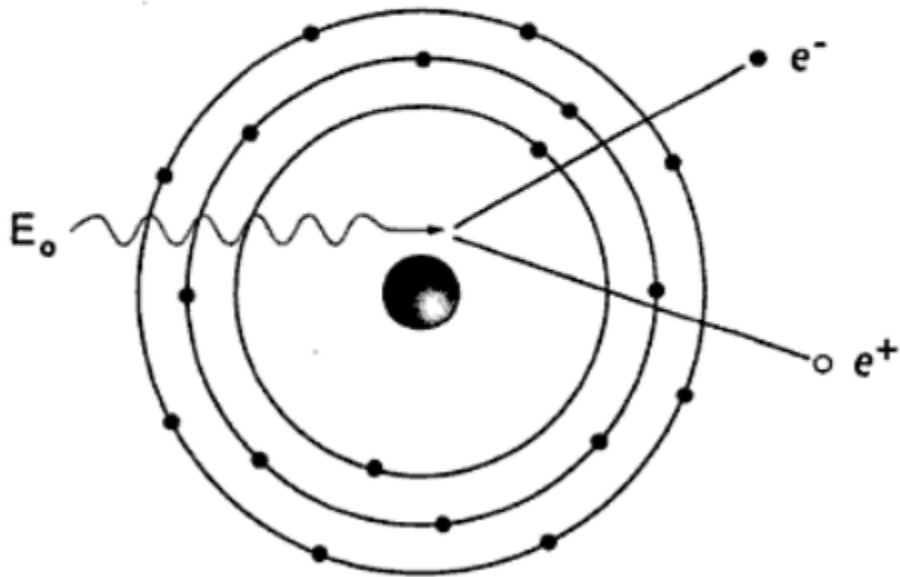


Comptonův jev

Foton interaguje s	volným elektronem
Co se stane s fotonem	rozptýlí se
Závislost na energii	s rostoucí energií klesá
Práh jevu	není
Lineární koeficient útlumu	σ_C
Uvolněná částice	Comptonův elektron
Závislost na Z	$a\sigma_C \sim Z$, $\sigma_C / \rho \sim 1$
Střední předaná energie	relativní část roste s energií
Následný jev	žádný
Významná oblast pro vodu	20 keV – 10 MeV

Vytváření párů elektron - positron

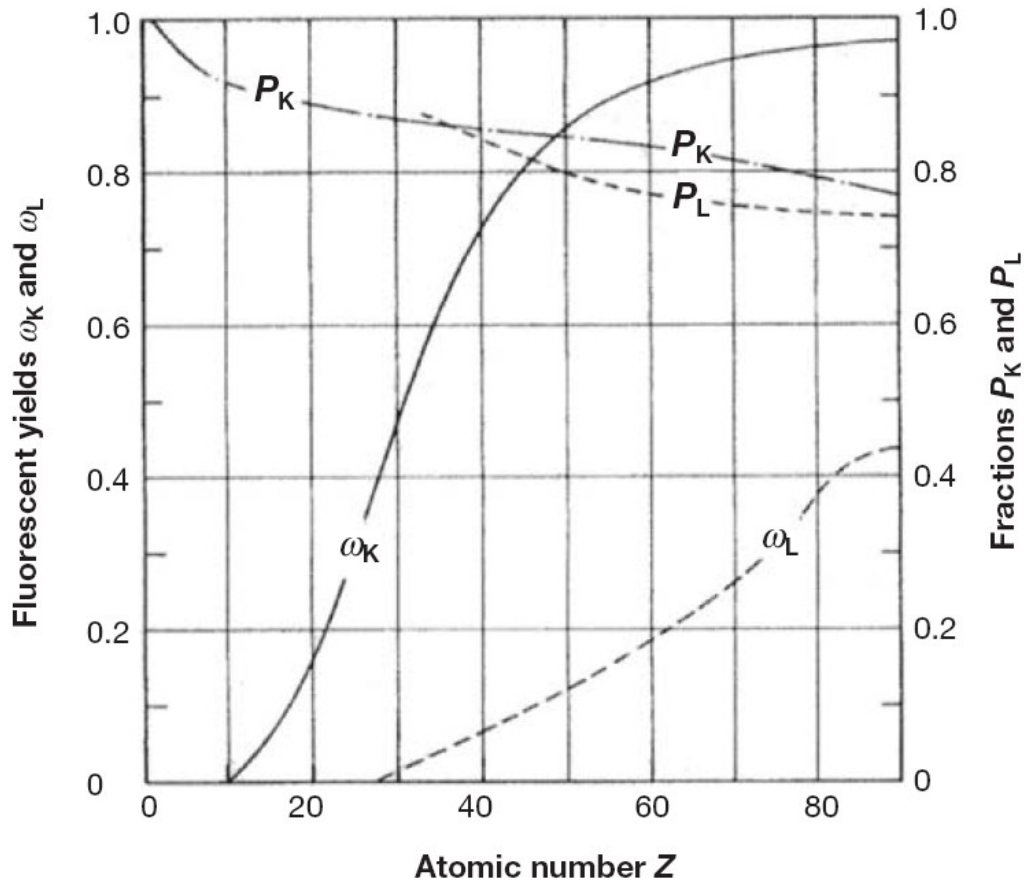
Dopadající foton při interakci s velmi silným polem jádra vytvoří dvojici elektron + positron



Vytváření párů elektron - positron

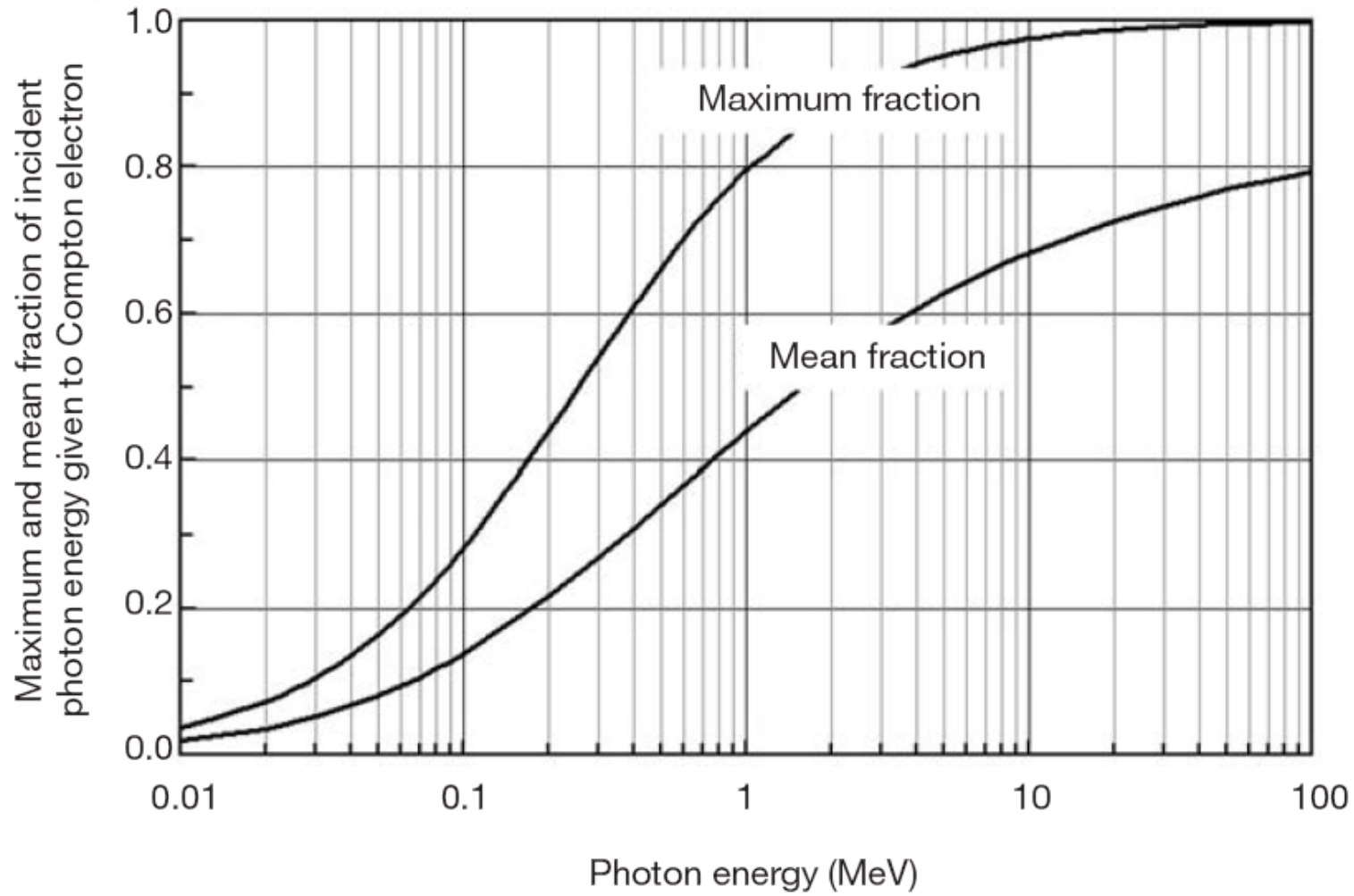
Foton interaguje s	Coulombovým polem jádra
Co se stane s fotonem	zmizí
Závislost na energii	s rostoucí energií roste
Práh jevu	$2m_e c^2$
Lineární koeficient útlumu	κ
Uvolněná částice	Pár elektron - positron
Závislost na Z	$\kappa \sim Z^2$, $\kappa / \rho \sim Z$
Střední předaná energie	$\hbar\omega - 2m_e c^2$
Následný jev	anihilační záření
Významná oblast pro vodu	> 10 MeV

Detaily k fotoelektrickému jevu

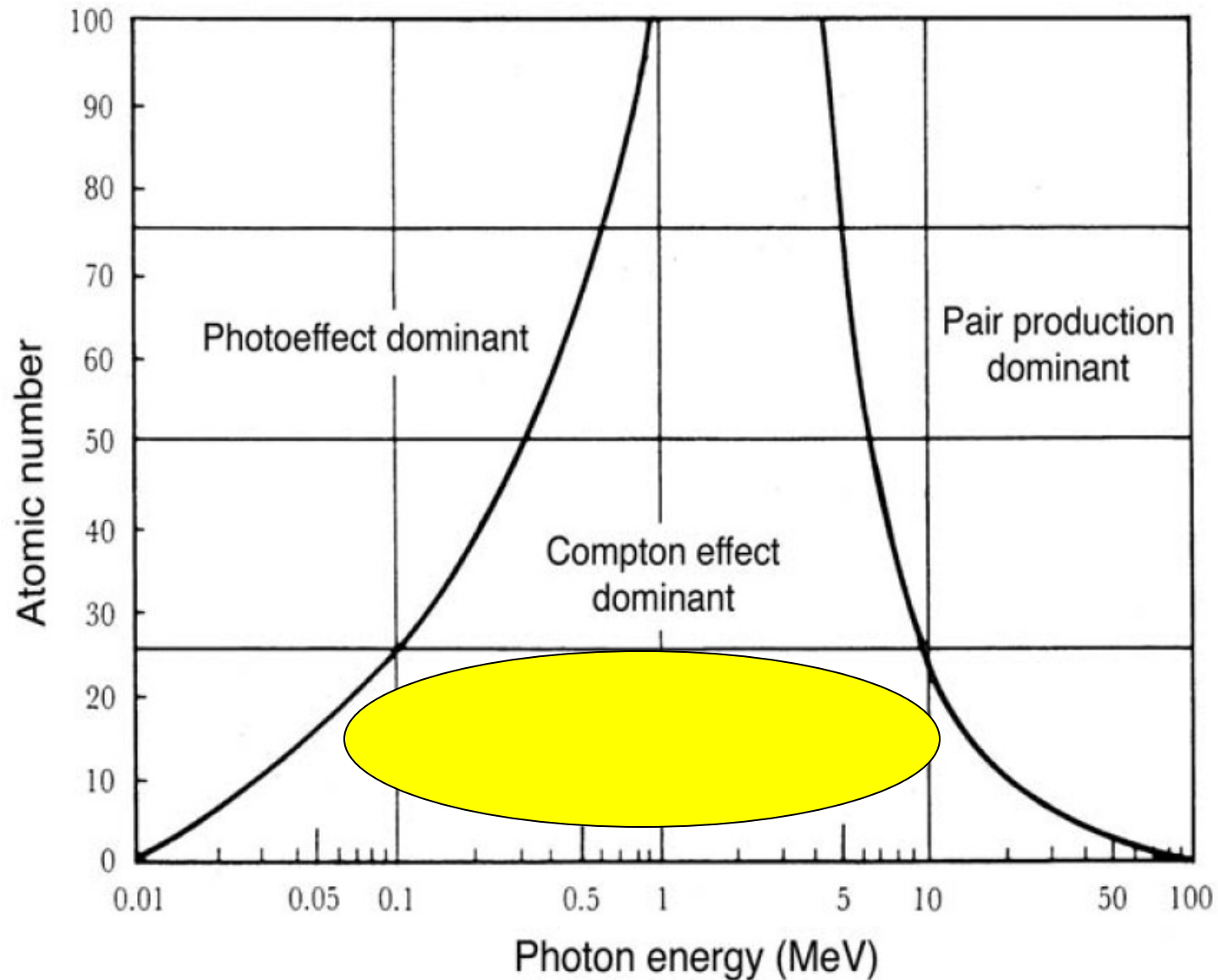


Fluorescenční výtěžek $\omega_{K(L)}$ udává podíl pravděpodobností emise fotonu a Augerova elektronů při zaplnění dané volné hladiny. Zlomek $P_{K(L)}$ pak určuje podíl dané hladiny na všech fotoelektrických jevech, a to P_K pro energii fotonu větší než vazebná energie na K – hladině, tj. $\hbar\omega > E_B(K)$, P_L pro $E_B(L) < \hbar\omega < E_B(K)$.

Detaily ke Comptonovu jevu



Dominance jednotlivých jevů



Přehled vztahů

Lineární koeficient útlumu a koeficient energiové absorpce

$$\begin{aligned} \mu &= \tau + \sigma_R + \sigma_C + K \\ \mu_{tr} &= \tau_{tr} + (\sigma_C)_{tr} + K_{tr} \\ &= \tau \frac{\langle E \rangle_{tr}^{IE}}{\hbar} + \sigma \frac{\langle E \rangle_{tr}^{CE}}{\hbar} + K \frac{\langle E \rangle_{tr}^{PP}}{\hbar} \end{aligned}$$

Střední hodnota předané energie pro fotoelektrický jev a tvorbu párů elektron - positron

$$\begin{aligned} \langle E \rangle_{tr}^{IE} &= \hbar \omega \approx \alpha_K E_B(K) \\ \langle E \rangle_{tr}^{PP} &= \hbar \omega \approx 2mc^2 \end{aligned}$$

Střední hodnota předané energie pro Comptonův jev nezávisí na látce, její hodnotu můžeme odečíst z universálního grafu.