9. SEMINÁŘ

INDUKTIVNÍ STATISTIKA

2. TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

- **Statistická hypotéza** = **výrok o statistickém souboru**, např.:
  - že sledovaná veličina má normální rozdělení,
  - že dva náhodné výběry pocházejí z jednoho základního souboru,
  - že dvě veličiny jsou na sobě nezávislé apod.
- **Platnost statistických hypotéz ověřujeme** na základě údajů zjištěných ve výběrovém souboru - jde o **induktivní soud**.
- K ověření (testování) hypotézy se používá tzv. **testů významnosti**, které rozhodují mezi:
  - **nulovou (testovanou) hypotézou H_0**
  - **hypotézou alternativní (opačnou) H_A**

NULOVÁ HYPOTÉZA

Při testování hypotéz začínáme tím, že předpokládáme např. určitou hodnotu parametru základního souboru a potom učiníme závěr týkající se výběrového statistického ukazatele.

Statistická hypotéza – např.:

- Pravděpodobnost výskytu krevní skupiny 0 v české populaci je 38%.
- Dva výběrové průměry pocházejí z jednoho základního souboru.
- Veličiny nejsou lineárně závislé.

Nulová hypotéza H_0 - testovaná

Obvykle je formulována tak, že předpokládá nulový rozdíl (rozdíl blízký nule):

- $\pi = 0{,}38$; $\pi = p$; $\pi - p = 0$
- $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; $\mu_1 - \mu_2 = 0$
- $\rho = 0$

ALTERNATIVNÍ HYPOTÉZA

Alternativní hypotéza H_A - opačná

Předpokládá opak, obvykle tedy předpokládá nenulový rozdíl (rozdíl dostatečně vzdálený od nuly). Musí vždy obsahovat všechny zbývající možnosti, které nejsou obsaženy v hypotéze nulové:

- $\pi \neq 0,38$; $\pi \neq p$; $\pi - p \neq 0$
- $\mu_1 \neq \mu_2$; $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- $\rho \neq 0$

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

- **Věcná** (klinická) významnost
- **Statistická** významnost

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

Statistickou významnost lze odhadnout pomocí intervalů spolehlivosti:

1. Pokud se **intervaly spolehlivosti, které vytvoříme kolem bodových odhadů m_1 a m_2** překrývají, pak rozdíl mezi nimi není statisticky významný. Naopak, pokud se nepřekrývají, je rozdíl statisticky významný.

   $m_1 = 4{,}57$ **95% CI (4,37; 4,77)** $m_2 = 5{,}42$ **95% CI (5,18; 5,66)**

2. Pro řešení úlohy bychom mohli použít i **intervalový odhad rozdílu průměrů** – pokud CI neobsahuje nulu, je rozdíl statisticky významný.

   95% CI (0,56; 1,14)

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

Statistickou významnost lze objektivně určit testováním statistické hypotézy o rozdílu průměrů $m_1 – m_2$.

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. **Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu**
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Nulová hypotéza (testovaná)

- vždy předpokládá, že jde o dva náhodné výběry z jednoho základního souboru (není rozdíl mezi průměrnými hodnotami cholesterolu u mladších a starších mužů).

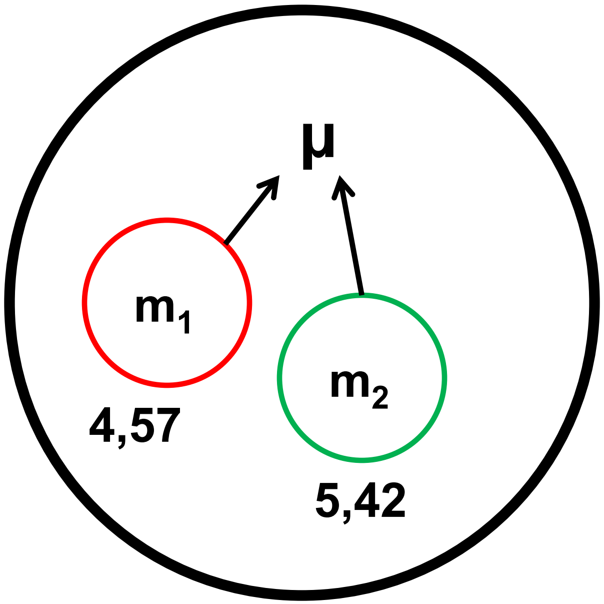
$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu$$

$$\mu_1 - \mu_2 = 0$$

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Nulová hypotéza (testovaná)

- vždy předpokládá, že jde o dva náhodné výběry z jednoho základního souboru (není rozdíl mezi průměrnými hodnotami cholesterolu u mladších a starších mužů).



$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu$$

$$\mu_1 - \mu_2 = 0$$

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Alternativní hypotéza (opačná)

- předpokládá opak, tj. že jde o dva výběry ze dvou různých základních souborů s rozdílnými průměry (rozdíl mezi průměry je statisticky významný)

$$H_A: \ \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

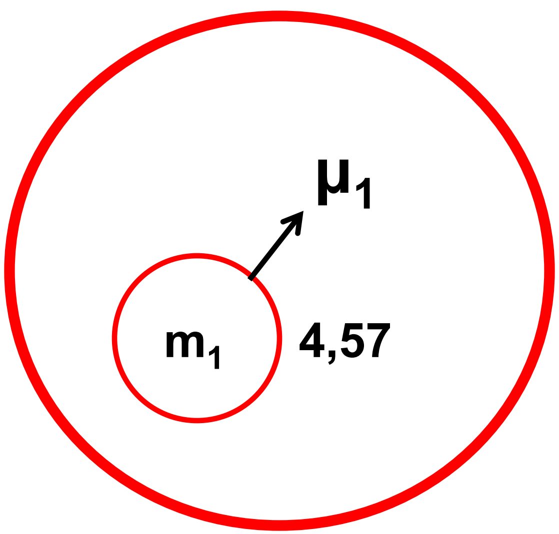
Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

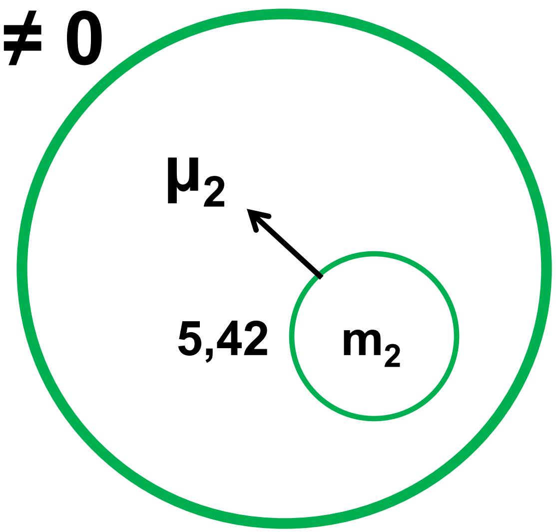
Alternativní hypotéza (opačná)

- předpokládá opak, tj. že jde o dva výběry ze dvou různých základních souborů s rozdílnými průměry (rozdíl mezi průměry je statisticky významný)

$$H_A: \ \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$$





Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

1. **Stanovení nulové a alternativní hypotézy**

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; $\mu_1 - \mu_2 = 0$

H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$; $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. **Zvolíme hladinu významnosti**
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

HLADINA VÝZNAMNOSTI

- Je-li pravděpodobnost nějakého jevu velmi malá, chováme se (většinou) tak, jako by nemohla vůbec nastat.
- Je-li malá pravděpodobnost, že H_0 platí, chováme se tak, jako by neplatila a zamítáme ji.
- Tato malá pravděpodobnost se nazývá **hladina významnosti**, obvykle **α** = 0,05 nebo 0,01. Vyjadřuje **riziko nesprávného zamítnutí H_0**, tzv. chyba 1. druhu
- **β** ozn. chybu 2. druhu, souvisí se silou statistického testu. Nastává, když **H_0 nezamítáme, přestože ve skutečnosti neplatí**.
- **Síla testu** = 1- β: schopnost zamítnout H_0, když neplatí.

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

2. Hladinu významnosti si zvolíme např. α = 0,05.

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. **Vybereme vhodný test**
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

TESTY VÝZNAMNOSTI

- Platnost statistických hypotéz prověřujeme pomocí tzv. **testů významnosti**:
  - **Testy pro hodnoty parametrů**
    (měříme vzdálenost pozorované statistiky od hypotézou stanovené hodnoty parametru)
  - **Srovnávání rozdílů parametrů**
    (např. test významnosti pro rozdíly středních hodnot či pravděpodobností)
  - **Zjišťování typu rozložení četností**
    (test dobré shody, test normality)
  - **Hodnocení závislostí**
    (testy závislosti)

TESTY VÝZNAMNOSTI

Parametrické testy

- Vycházejí ze srovnávání parametrů **μ, σ, π** (zastoupených při srovnávání výběrovými charakteristikami m, p, s).
- Musíme **znát typ rozložení** testované veličiny, **hypotézy se týkají parametrů** tohoto rozložení.
- Srovnáváme charakteristiky dvou **nezávislých** výběrů.

TESTY VÝZNAMNOSTI

Neparametrické testy (distribution-free)

- Velkou skupinu tvoří např. testy založené na pořadí
- Výhody: jsou početně jednodušší a **nepředpokládají znalost typu rozložení** a lze je použít pro **závislé** výběry a pro malé výběry (n<20)
- Nevýhody: mají menší sílu, tzn. mají menší schopnost zamítnout nulovou hypotézu, když ta skutečně neplatí.

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let:	$n_1 = 50$	$m_1 = 4,57$	$s_1 = 0,70$	$SE_1 = 0,10$
Muži 40-50 let:	$n_2 = 60$	$m_2 = 5,42$	$s_2 = 0,85$	$SE_2 = 0,11$

3. Pro srovnání průměrů zvolíme u-test

- Při dostatečně velkých souborech mají rozdíly výběrových průměrů normální rozdělení.
- **u-test (z-test):**
  - parametrický test
  - normální rozložení
  - Vypočítaná testovací charakteristika **u** (někdy ozn. z) se srovnává s kritickými hodnotami normálního rozložení.
- U malých souborů se pro srovnání průměrů používá t-test.

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. **Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu**
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

PODMÍNKY PRO POUŽITÍ TESTU

Podmínky pro použití u-testu pro srovnávání průměrů:

1. **$n_1 > 30$, $n_2 > 30$**
   – pro menší soubory Studentův t-test (vypočítáme testovací charakteristiku **t** a srovnáme ji s kritickými hodnotami Studentova rozdělení – viz skripta str. 41).
2. **nezávislé výběry** (hodnoty ve srovnávaných souborech se vzájemně neovlivňují)
   – testy pro párované hodnoty
3. **stejné rozptyly**
   – neliší se významně (F-test)

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

4. Ověření podmínek pro použití u-testu:

1. **50 > 30; 60 > 30**
2. **soubory jsou nezávislé**
3. **předpokládáme stejné rozptyly**

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. **Vypočítáme testovací charakteristiku**
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

TESTOVACÍ CHARAKTERISTIKA

- Testy významnosti rozhodují mezi $\mathbf{H_0}$ a $\mathbf{H_A}$, a to nejčastěji pomocí výpočtu tzv. **testovací charakteristiky**

- Vymezuje **obor hodnot pro zamítnutí a** obor hodnot pro **nezamítnutí $\mathbf{H_0}$**.

- Pro stanovení takových oborů hodnot je nezbytné, aby měla některé ze známých teoretických rozdělení – umožní to stanovení tzv. **kritických hodnot.**

- Kritické hodnoty vymezují **interval spolehlivosti**, jenž je mírou vzdálenosti od 0. Leží-li hodnota testovací charakteristiky mimo tento interval, zamítáme $H_{0.}$

VZDÁLENOST OD NULY

- Pokud je rozdíl srovnávaných průměrů **„rozumně blízko nule“**, pak můžeme říct, že rozdíl vznikl náhodou a **nezamítáme nulovou hypotézu.**

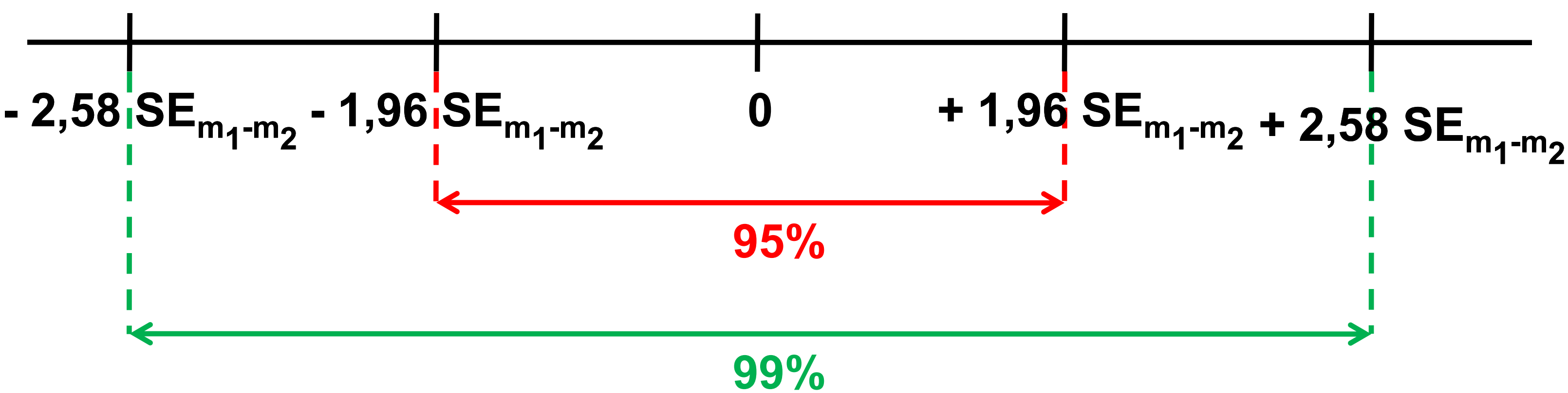
- Je-li rozdíl **„hodně vzdálen od nuly“**, dáváme přednost alternativní hypotéze, tj. **zamítáme nulovou hypotézu**.

VZDÁLENOST OD NULY

Chyba rozdílu průměrů

- Rozdíly průměrů mají normální rozdělení s parametry **μ** a **σ**; σ odhadujeme pomocí SE
- **$SE_{m_1\text{-}m_2}$** = chyba rozdílu průměrů ($m_1 - m_2$), přičemž pro nezávislé výběry platí:

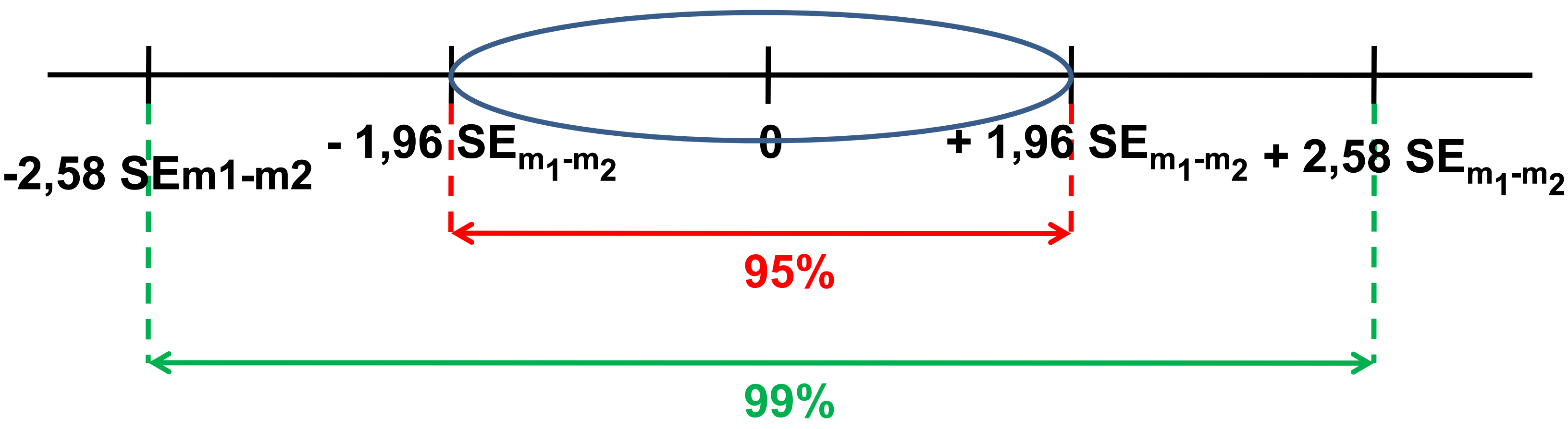
$$SE^2_{m_1-m_2} = SE^2_{m_1} + SE^2_{m_2}$$



VZDÁLENOST OD NULY

- Řeší se pomocí intervalu spolehlivosti pro rozdíl průměrů.

- Pokud **H_0** platí **($\mu_1 = \mu_2 = \mu$)**, pak s pravděpodobností 0,95 by se měl rozdíl $m_1 - m_2$ nacházet v 95% intervalu spolehlivosti.



ROZHODNUTÍ

Testovací charakteristika „u“

- Pokud leží rozdíl mimo interval spolehlivosti, pak **zamítáme** nulovou hypotézu.

$$|m_1 - m_2| \geq 1,96SE_{m_1-m_2} = \frac{|m_1 - m_2|}{SE_{m_1-m_2}} \geq 1,96$$

u

- Pokud leží rozdíl v intervalu spolehlivosti, pak nulovou hypotézu **nezamítáme**.

$$|m_1 - m_2| < 1,96SE_{m_1-m_2} = \frac{|m_1 - m_2|}{SE_{m_1-m_2}} < 1,96$$

Nezamítnutí nulové hypotézy neznamená její přijetí!!!

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let:	$n_1 = 50$	$m_1 = 4{,}57$	$s_1 = 0{,}70$	$SE_1 = 0{,}10$
Muži 40-50 let:	$n_2 = 60$	$m_2 = 5{,}42$	$s_2 = 0{,}85$	$SE_2 = 0{,}11$

5. Výpočet testovací charakteristiky u:

$m_1 – m_2 = 4{,}57 – 5{,}42 = -0{,}88$

$SE_{m_1-m_2}{}^2 = 0{,}10^2 + 0{,}11^2 = 0{,}0221$

$SE_{m_1-m_2} = 0{,}15$

$u = 0{,}88 : 0{,}15 = 5{,}66$

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. **Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami**
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. Výsledky interpretujeme

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4,57$ $s_1 = 0,70$ $SE_1 = 0,10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5,42$ $s_2 = 0,85$ $SE_2 = 0,11$

6. Srovnání testovací charakteristiky s kritickou hodnotou:

- **|5,66| >1,96**
- Testovací charakteristika je větší než kritická hodnota pro $\alpha = 0,05$, tzn. leží mimo 95% CI.
- **Malé soubory – t-test: kritické hodnoty Studentova t-rozdělení (skripta str. 41).** Stupně volnosti $f = (n_1 + n_2 - 2)$.

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. **Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu**
8. Výsledky interpretujeme

ZAMÍTNUTÍ A NEZAMÍTNUTÍ H_0

- **Nezamítnutí H_0**– rozdíly nepřesahují velikost rozdílů způsobených náhodou, **ale** mohla nastat tzv. chyba druhého typu.

- **Zamítnutí H_0**– pravděpodobnost, že rozdíl mezi průměry je způsoben pouze náhodou je tak malá, že tuto možnost zamítáme – a přijímáme alternativní hypotézu (**ale** s rizikem chyby prvního typu).

ZAMÍTNUTÍ A NEZAMÍNUTÍ H_0

	Skutečnost	
Naše rozhodnutí	H_0 neplatí	H_0 platí
Zamítáme H_0	Správné rozhodnutí	Chyba I. typu
Nezamítáme H_0	Chyba II. typu	Správné rozhodnutí

ZAMÍTNUTÍ A NEZAMÍNUTÍ H_0

P-value

- udává pravděpodobnost, že hodnocený rozdíl je způsoben náhodou
- pokud je menší než zvolená hladina významnosti, nulovou hypotézu zamítáme, pokud je větší nulovou hypotézu nezamítáme
- Např.: α = 5% (pravděpodobnost platnosti H_0)

  p-value = 0,00073, zamítáme H_0

  p-value = 0,07300, nezamítáme H_0

Příklad 1: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$
Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

7. Zamítnutí nebo nezamítnutí nulové hypotézy:

$|5{,}66| > 1{,}96$

Na 5% hladině významnosti **zamítáme nulovou hypotézu** a přijímáme hypotézu alternativní, tj. rozdíl mezi mladšími a staršími muži je statisticky významný.

TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu
2. Zvolíme hladinu významnosti
3. Vybereme vhodný test
4. Ověříme, zda jsou splněny podmínky pro použití testu
5. Vypočítáme testovací charakteristiku
6. Srovnáme ji s odpovídajícími kritickými hodnotami
7. Zamítneme nebo nezamítneme nulovou hypotézu
8. **Výsledky interpretujeme**

Příklad: SROVNÁVÁNÍ PRŮMĚRŮ

Jsou rozdíly v průměrné hladině cholesterolu v různých věkových skupinách tak velké, že je pro její hodnocení vhodné používat různé normy?

Muži 20-30 let: $n_1 = 50$ $m_1 = 4{,}57$ $s_1 = 0{,}70$ $SE_1 = 0{,}10$

Muži 40-50 let: $n_2 = 60$ $m_2 = 5{,}42$ $s_2 = 0{,}85$ $SE_2 = 0{,}11$

8. Interpretace výsledků:

Na 5% hladině významnosti jsme prokázali, že existuje statisticky významný rozdíl v průměrných hodnotách cholesterolu u dvou srovnávaných věkových skupin.

Tzn., že při zjištěné variabilitě znaku může být tak velký rozdíl jen zřídka způsoben pouze náhodou. Můžeme tak předpokládat vedle náhody i vliv jiných faktorů (např. věku).

SHRNUTÍ PŘÍKLADU

1. H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; $\mu_1 - \mu_2 = 0$
   H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$; $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$
2. $\alpha = 0{,}05$
3. u-test
4. $n_1 > 30$; $n_2 > 30$; nezávislé soubory; stejné rozptyly
5. $u = 5{,}66$
6. $5{,}66 > 1{,}96$
7. **Zamítáme nulovou hypotézu** a přijímáme hypotézu alternativní.
8. <u>Rozdíl</u> mezi průměrnými hodnotami cholesterolu je <u>statisticky významný</u>, tj. není způsoben náhodou a pro **různé věkové kategorie má smysl použít odlišné normy**

Příklad k samostatnému řešení

- SROVNÁNÍ PRŮMĚRŮ

Srovnejte výšku tříletých brněnských chlapců a děvčat na podkladě výběrového šetření náhodně vybraných dětí.

CH:	$n_1 = 80$	$m_1 = 97{,}4$	$s_1 = 3{,}8$
D:	$n_2 = 80$	$m_2 = 96{,}\ 3$	$s_2 = 3{,}7$

Řešení

Řešení:

1) $H_0 \equiv \mu_{CH} = \mu_D$ $H_A \equiv \mu_{CH} \neq \mu_D$

2) Zvolíme hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ eventuálně 0,01

3) Ověříme podmínky použitelnosti u-testu

   $n_1, n_2 > 30$

   výběry jsou nezávislé

Řešení

4) Vypočítáme testovací charakteristiku

$$u = \frac{97{,}4-96{,}3}{\sqrt{\frac{3{,}8^2}{79}+\frac{3{,}7^2}{79}}} = 1{,}84$$

5) Závěr: protože u = 1,84 **<** 1,96, **H0 nezamítáme.**

6) Interpretace: Nezamítnutí H0 neznamená její přijetí.

Správná formulace: **Rozdíl** v průměrných výškách tříletých chlapců a děvčat **nepovažujeme za statisticky významný**. Nebylo by správné tvrdit, že rozdíl neexistuje. (Na základě našeho výběrového šetření jsme neprokázali rozdíl ve výškách 3 l Ch a D – tzn., že rozdíl buď neexistuje –tedy platí Ho, nebo je rozdíl tak malý, že vyšetření uvedeného rozsahu jej neprokázalo).

Nezamítnutí H_0

Nezamítnutí H0 ($\mu1 = \mu2$) představuje rozhodnutí dvojznačné. Buď nulová hypotéza platí, nebo neplatí, avšak na základě zjištěných výsledků se ji nepodařilo zamítnout.

Příklad: s výškou chlapců a děvčat (skripta str. 23),

u = 2,70, což vede k zamítnutí H_0 (n1 = 170, n2 = 172)

Rozdíl ve výškách chlapců a děvčat 1,1 cm se jako významný prokázal při **větším počtu změřených dětí.**

! Závěr: Prokázání ***relativně malého rozdílu*** v průměrech vyžaduje ***větší počet měření.***

Příklad :

SROVNÁNÍ PRAVDĚPODOBNOSTÍ

dvou náhodných jevů

Byl sledován výskyt alergií u studentů LF.

Muži: $n_1 = 105$ $k_1 = 21$ $p_1 = 0{,}20$ (20%)

Ženy: $n_2 = 195$ $k_2 = 19$ $p_2 = 0{,}097$ (9,7%)

Otázka: Je rozdíl ve výskytu alergie u mužů a u žen způsoben náhodou, anebo lze odvodit, že alergie postihují muže častěji?

Příklad :
SROVNÁNÍ PRAVDĚPODOBNOSTÍ

- **Podmínka pro použití u-testu:**

$$n_1 \cdot p_1 \cdot (1 - p_1) > 9$$

$$n_2 \cdot p_2 \cdot (1 - p_2) > 9$$

- **Standardní chyba rozdílu pravděpodobností**

$$SE^2 = SE_1^2 + SE_2^2 = \frac{p_1(1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1 - p_2)}{n_2}$$

- **Testovací charakteristika u;** $u = \dfrac{p_1 - p_2}{SE}$

Příklad : řešení

1. H_0: $\pi_1 = \pi_2 = \pi$; $\pi_1 - \pi_2 = 0$
   H_A: $\pi_1 \neq \pi_2$; $\pi_1 - \pi_2 \neq 0$
2. a) $\alpha = 0{,}05$
   b) $\alpha = 0{,}01$
3. u-test
4. velikost souboru: $n_1 > 30$; $n_2 > 30$
   platnost nerovnosti: 16,8 > 9; 17,1 > 9
   nezávislé soubory
5. **u** = (0,2- 0,097) / 0,044 = **2,34**
6. a) 2,34 > 1,96
   b) 2,34 < 2,58
7. a) Na 5% hladině významnosti nulovou hypotézu zamítáme
   a přijímáme hypotézu alternativní.

   b) Na 1% hladině významnosti **nulovou hypotézu nezamítáme**.
8. a) Ve výskytu alergií u mužů a žen je tak velký rozdíl, že jen zřídka by mohl být výsledkem působení pouhé náhody (riziko chyby 1.druhu).
   b) Na základě analyzovaných dat se nepodařilo prokázat, že by nalezený rozdíl ve výskytu alergií u mužů a žen byl tak velký, aby nemohl být způsoben náhodou (riziko chyby 2. druhu).

Příklad k samostatnému řešení
(srovnání pravděpodobností)

Zadání:

V souboru 200 náhodně vybraných studentů LF byla zjištěna zraková vada u 80 studentů ($p_1 = 80/200 = 0{,}40$, ev. 40%)

U 250 nestudujících stejného věku byla zraková vada zjištěna u 85 vyšetřovaných ($p_2 = 0{,}34$, ev. 34%)

Řešení: $H_0 \equiv \pi_1 = \pi_2$

$H_A \equiv \pi_1 \neq \pi_2$

<u>Podmínky použití u-testu</u>

- Nezávislé výběry
- Konvergence binomického rozdělení k normálnímu (n.p.(1-p) > 9)

  200 . 0,4 . (1-0,4) = 48 > 9, 250 . 0,34 . (1-0,34) = 56,1 > 9

$$u = \frac{0{,}40 - 0{,}34}{\sqrt{\frac{0{,}40(1-0{,}40)}{200} + \frac{0{,}34(1-0{,}34)}{250}}} = 1{,}31 < 1{,}96$$

Závěr: Nulovou hypotézu nezamítáme, nepodařilo se prokázat, že by nestudující mládež měla významně méně zrakových vad než studenti LF.

Děkuji za pozornost