

Základy popisné statistiky



Anotace



- Realitu můžeme popisovat různými typy dat, každý z nich se specifickými vlastnostmi, výhodami, nevýhodami a vlastní sadou využitelných statistických metod - od binárních přes kategoriální, ordinální až po spojitá data roste míra informace v nich obsažené.
- Základním přístupem k popisné analýze dat je tvorba frekvenčních tabulek a jejich grafických reprezentací – histogramů.

Typy proměnných



Kvalitativní (kategoriální) proměnná

- Ize ji řadit do kategorií, ale nelze ji kvantifikovat
- Příklady: pohlaví, HIV status.....

Kvantitativní (numerická) proměnná

- můžeme ji přiřadit číselnou hodnotu
- Příklady: výška, počet hospitalizací....

Kvalitativní znaky



- **Binární znaky:** dvě kategorie, obvykle se kódují pomocí čísel 1 (přítomnost sledovaného znaku) a 0 (nepřítomnost sledovaného znaku)

Příklady: Diabetes (1-ano, 0-ne)

Pohlaví (1-muž, 0-žena)

- **Nominální znaky:** několik kategorií (A,B,C), které nelze uspořádat

Příklad: krevní skupiny (A/B/AB/0)

- **Ordinální znaky:** několik kategorií, které lze vzájemně seřadit, tedy můžeme se ptát, která je větší/menší ($1 < 2 < 3$)

Příklady: stupeň bolesti (mírná/střední/velká)

stadium maligního onemocnění (I/II/III/IV)

Kvantitativní znaky



- **Intervalové znaky:** interpretace rozdílu dvou hodnot (stejný interval mezi jednou a druhou dvojicí hodnot vyjadřuje i stejný rozdíl v intenzitě zkoumané vlastnosti). Společný znak intervalových znaků: nula byla stanovena uměle, tedy pouhou konvencí.

Příklad: teplota měřená ve stupních...

- **Poměrové znaky:** kromě rozdílu interpretujeme i podíl dvou hodnot

Příklady: výška v cm, váha v kg..

- *Někdy je výhodné **kvantitativní data agregovat do kategorií** (např. věk do 10ti -letých věkových skupin)- tímto krokem však ztrácíme část informace.*

Jak vznikají informace ?

– různé typy dat znamenají různou informaci

Data poměrová

Kolikrát ?



Data intervalová

O kolik ?



Data ordinální

Větší, menší ?



Data nominální

Rovná se ?

Spojité data

Diskrétní data

Kategoriální otázky

Otázky „Ano/Ne“

Podíl hodnot větší/menší než specifikovaná hodnota ?

Procenta odvozené hodnoty

Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí

Jak vznikají informace ?

– různé typy dat znamenají různou informaci

Statistika středu

Data poměrová



PRŮMĚR

Spojité data

Data intervalová



MEDIÁN

Data ordinální

Diskrétní data



Data nominální

MODUS

$Y = f$

X

Jak vznikají informace ?

- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

DISKRÉTNÍ DATA

Primární data

Počty epizod pro $n = 100$ hemofiliků

0
0
1
2
1
1
3
1
1
2
.
.
.
.
.
.
.
.
n = 100



Frekvenční sumarizace

N: 100 dětí (hemofiliků)

x: znak: počet krvácivých epizod za měsíc

x	n(x)	N(x)	p(x)	F(x)
0	20	20	0,2	0,2
1	10	30	0,1	0,3
2	30	60	0,3	0,6
3	40	100	0,4	1,0

n(x) – absolutní četnost x

N(x) – kumulativní četnost hodnot nepřevyšujících x;

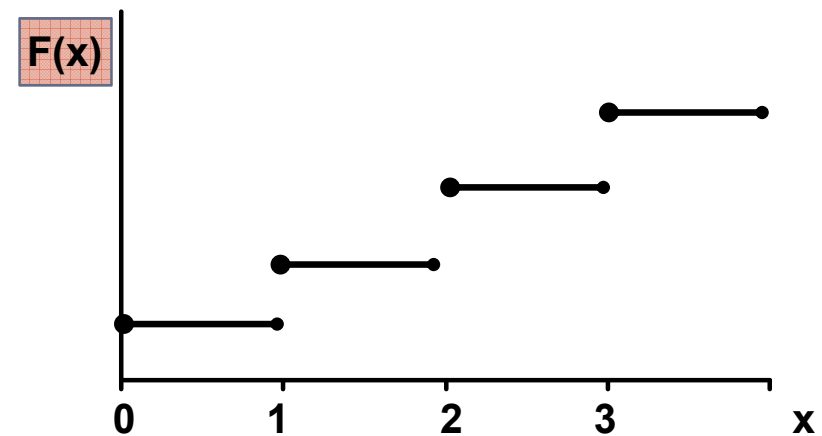
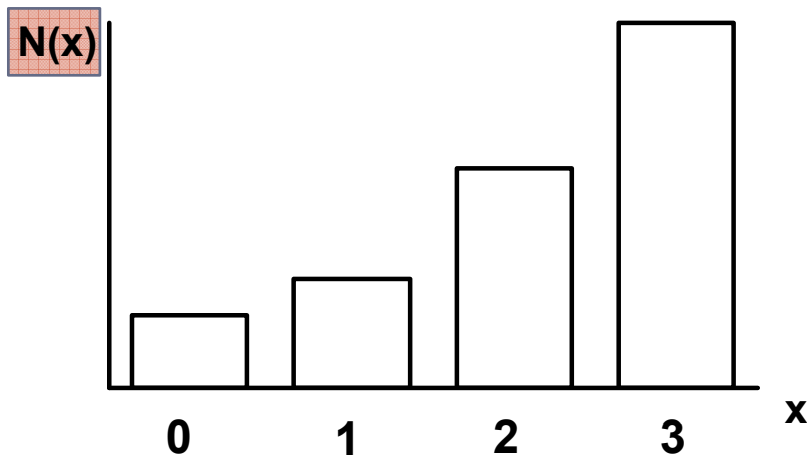
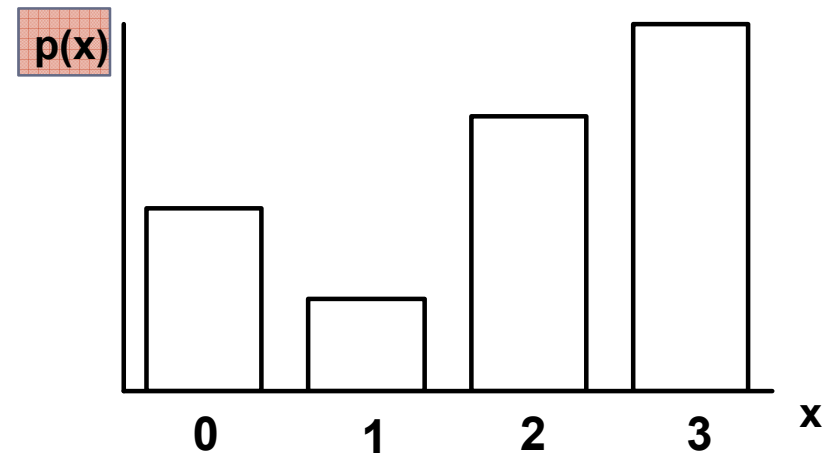
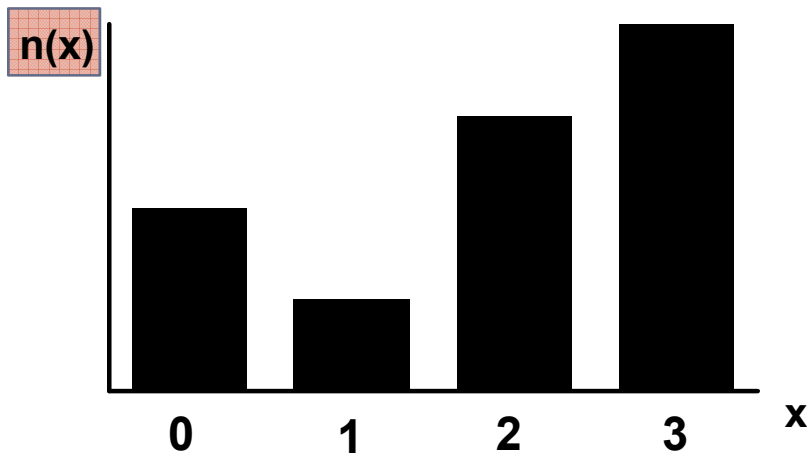
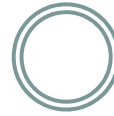
$$N(x) = \sum_{t \leq x} n(t)$$

p(x) – relativní četnost; $p(x) = n(x) / n$

F(x) – kumulativní relativní četnost hodnot nepřevyšujících x; $F(x) = N(x) / n$

Jak vznikají informace ?

Grafické výstupy z frekvenční tabulky



Jak vznikají informace ?

- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

SPOJITÁ DATA

Příklad: **x: koncentrace látky v krvi n = 100 pacientů**

Primární data

Hodnoty pro $n = 100$ osob

1,21
1,48
1,56
0,31
1,21
1,33
0,33
.
.
.
n = 100



Frekvenční sumarizace

$n = 100$ opakovaných měření (100 pacientů)
 x : koncentrace sledované látky v krvi (20 – 100 jednotek)

Interval*	$d(I)$	$n(I)$	$n(I)/n$	$N(x'')$	$F(x'')$
<20, 40)	20	20	0,2	20	0,2
<40, 60)	20	10	0,1	30	0,3
<60, 80)	20	40	0,4	70	0,7
<80, 100)	20	30	0,3	100	1,0

$d(I)$ – šířka intervalu

$n(I)$ – absolutní četnost

$n(I) / n$ – intervalová relativní četnost

$N(x'')$ – intervalová kumulativní četnost do horní hranice X''

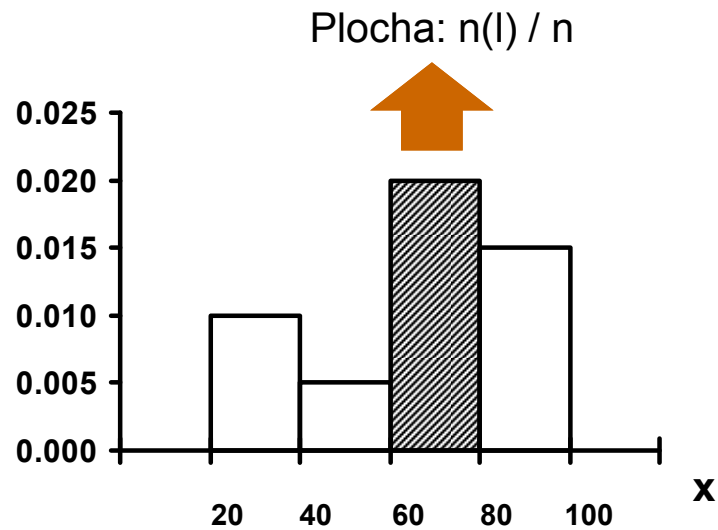
$F(x'')$ – intervalová relativní kumulativní četnost do horní hranice X''

* Třídící interval

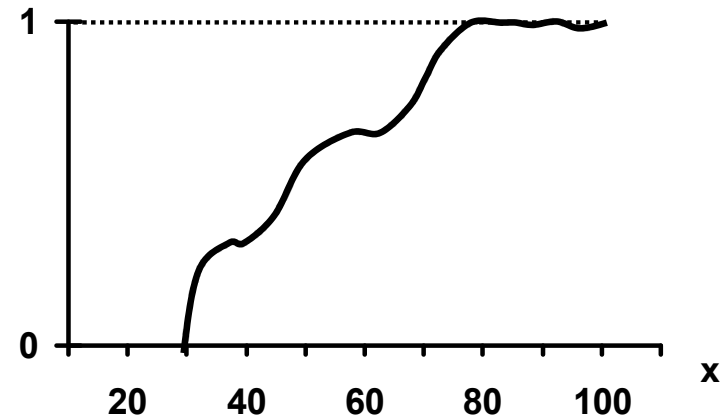
Jak vznikají informace ?

- frekvenční sumarizace spojitých dat

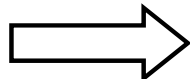
Histogram



Výběrová distribuční funkce

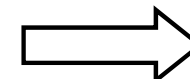


$$f(x) = \frac{n(l) / n}{d(l)}$$



Intervalová
hustota
četnosti

$F(x)$

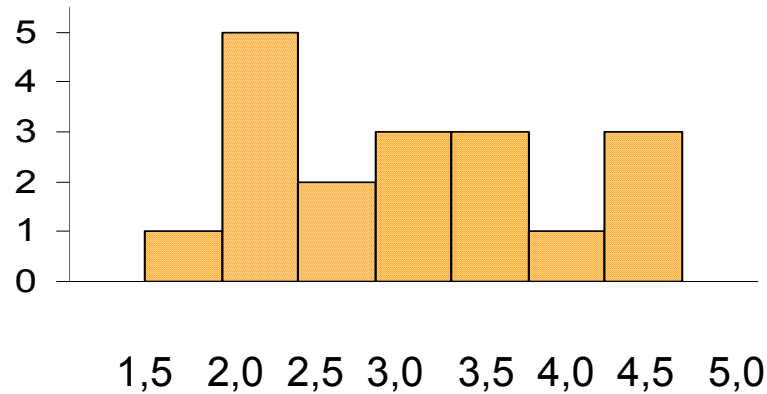


Intervalová
relativní
kumulativní
četnost

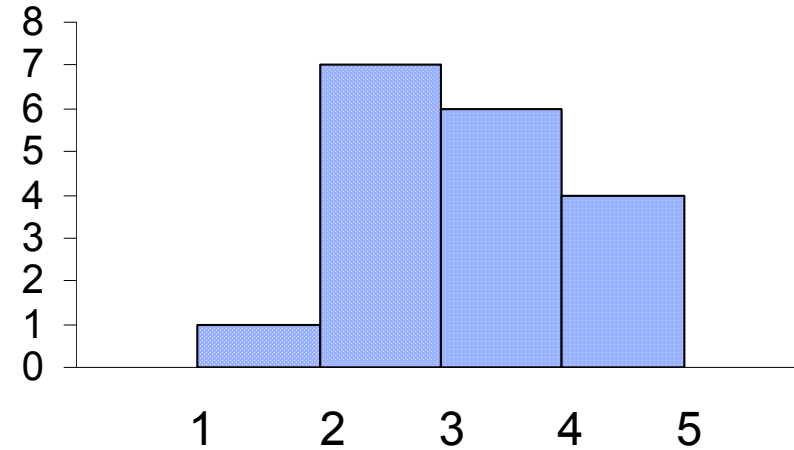
Počet zvolených tříd a velikost souboru určují kvalitu výstupů



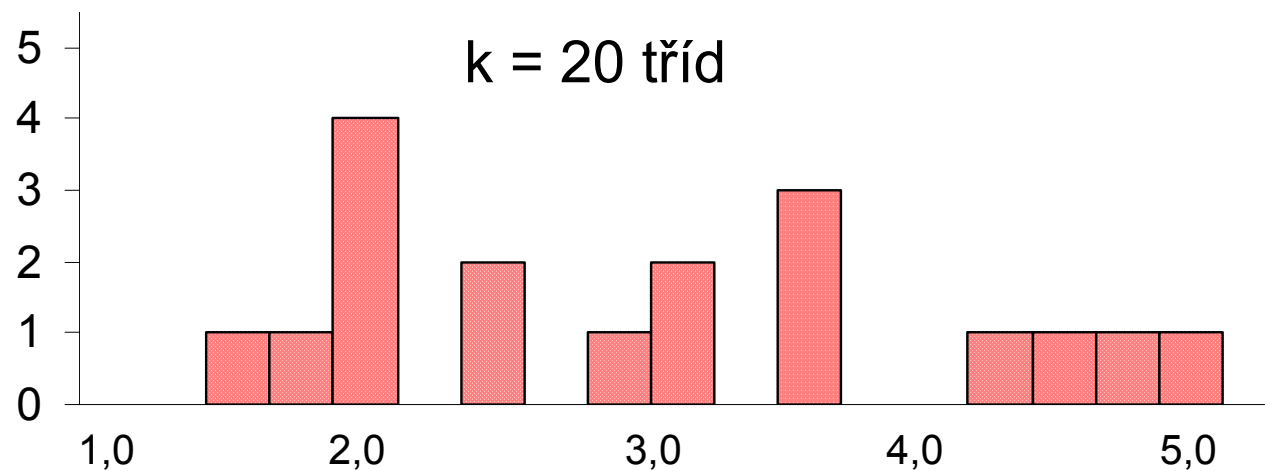
k = 10 tříd



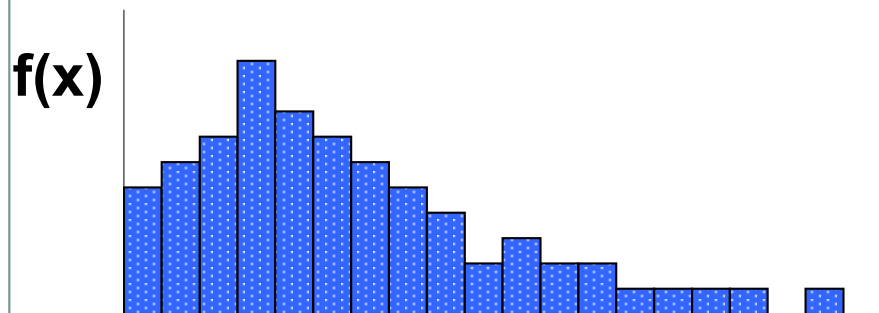
k = 5 tříd



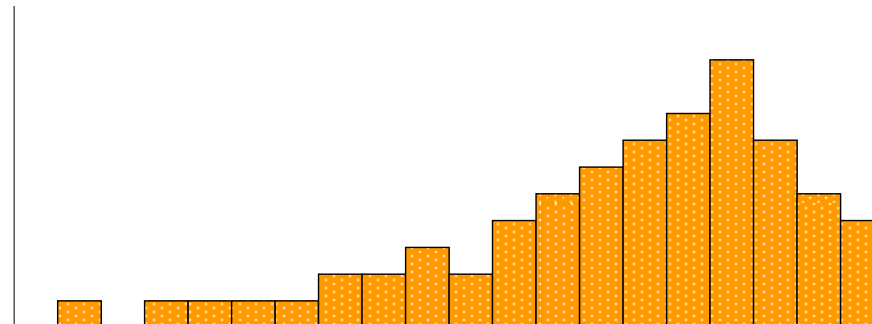
k = 20 tříd



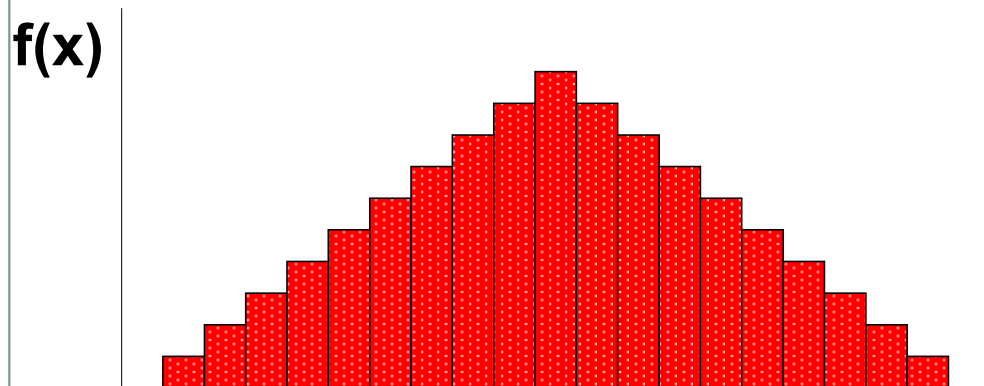
Histogram vyjadřuje tvar výběrového rozložení



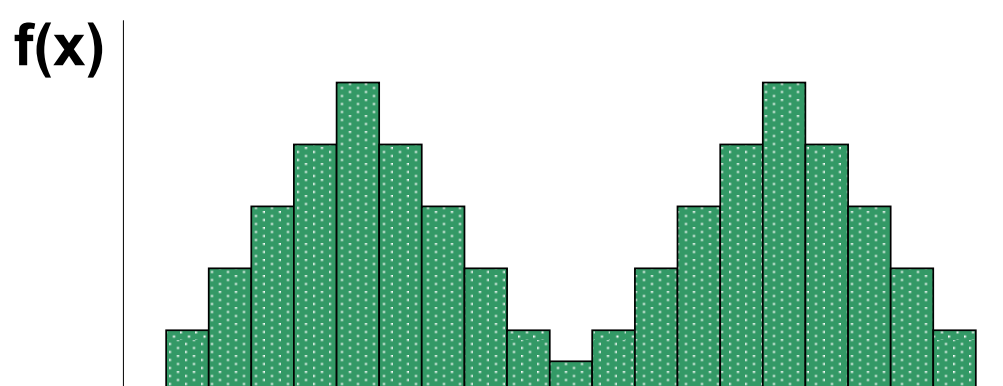
X



X

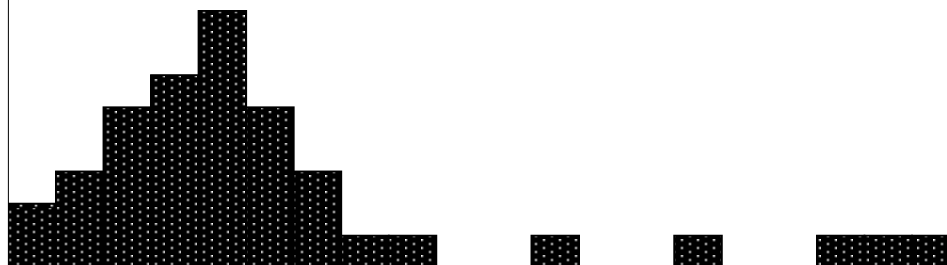


X



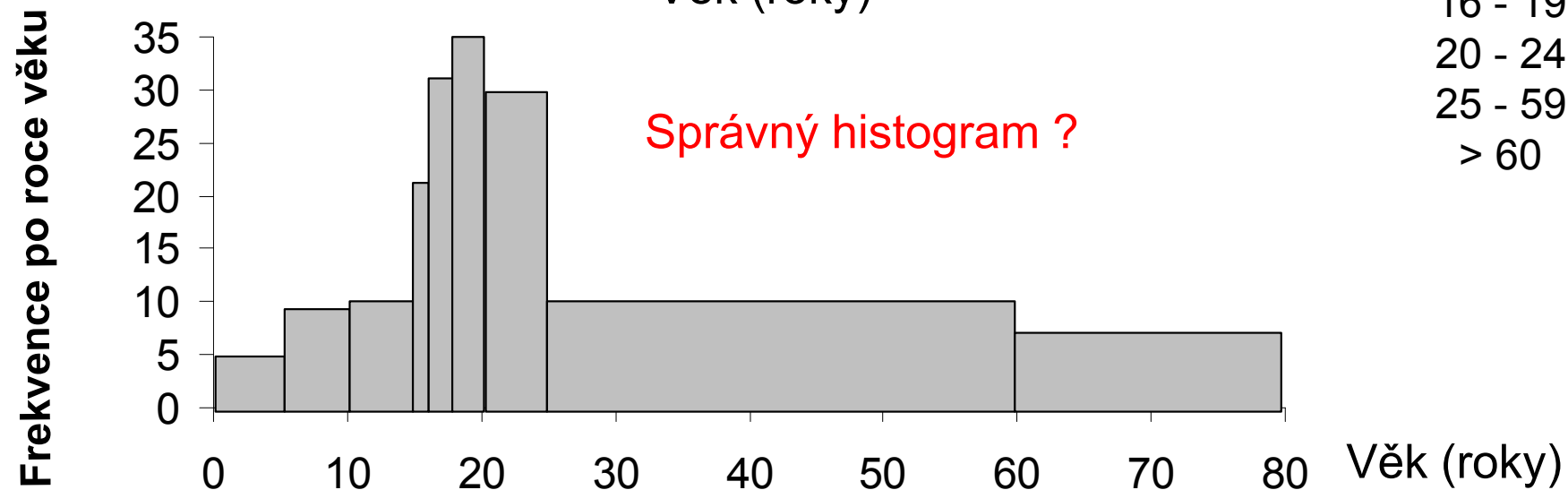
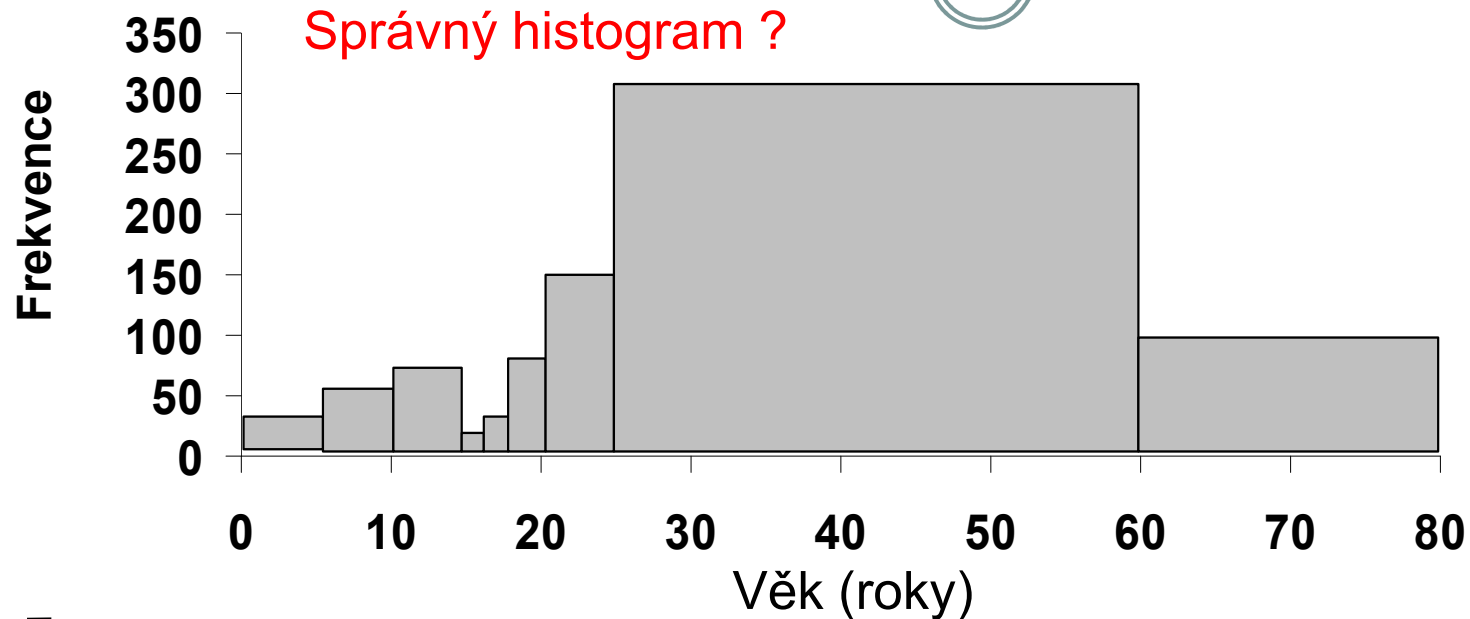
X

f(x)

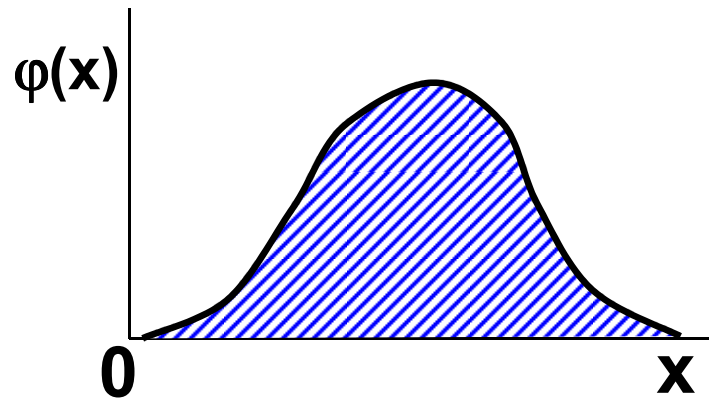


X

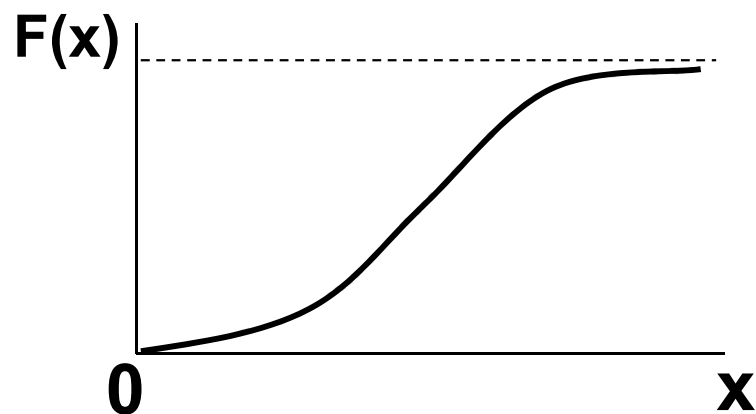
Příklad: věk účastníků vážných dopravních nehod



Pojem ROZLOŽENÍ - příklad spojitých dat



Rozložení

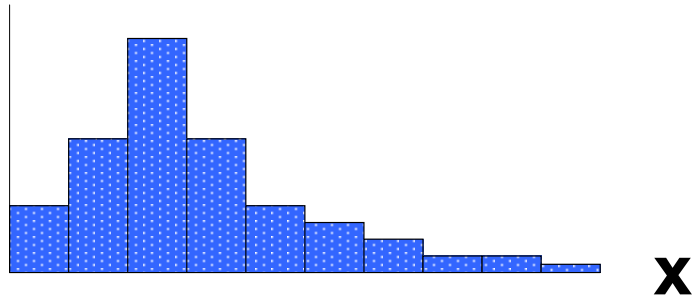


Distribuční funkce

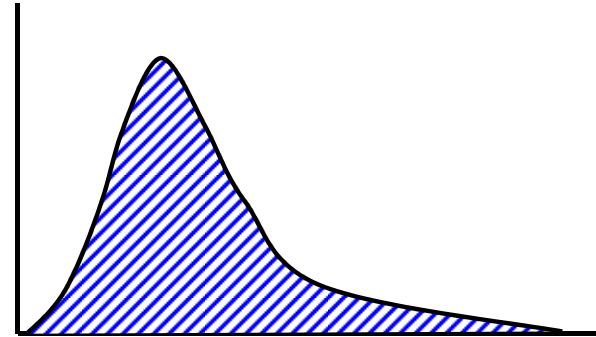
**Je - li dána
distribuční
funkce,
je dáno
rozložení**

Výběrové rozložení hodnot lze modelově popsat a definovat tak pravděpodobnost výskytu X

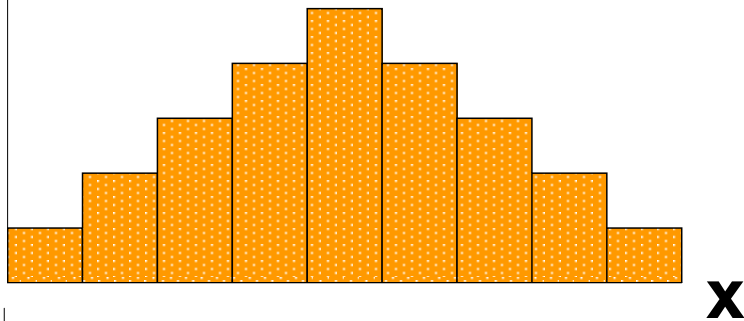
$f(x)$



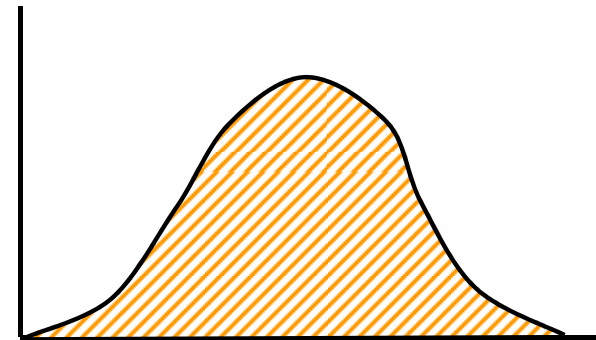
$\varphi(x)$



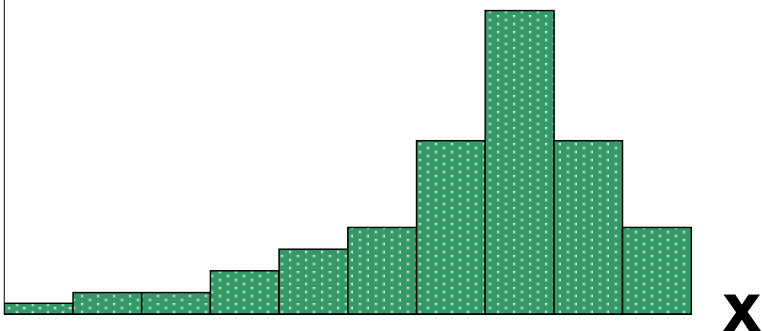
$f(x)$



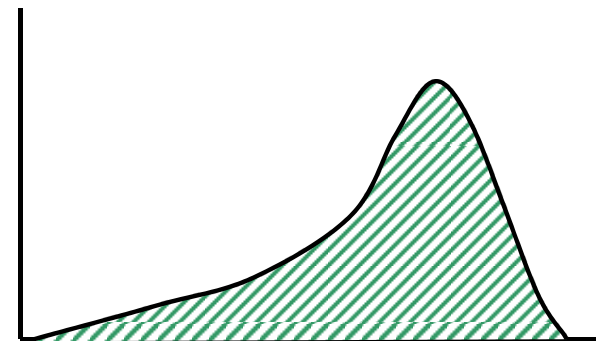
$\varphi(x)$



$f(x)$



$\varphi(x)$



Popisné statistiky



Charakteristiky polohy (míry střední hodnoty, míry centrální tendence)

- Udávají, kolem jaké hodnoty se data centrují, resp. které hodnoty jsou nejčastější
- **Aritmetický průměr, medián, modus, geometrický průměr**

Charakteristiky variability (proměnlivosti)

- Zachycují rozptýlení hodnot v souboru (proměnlivost dat)
- **Variační rozpětí, rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient, střední chyba průměru**

Nominální znaky



Charakteristika polohy

- **Modus**: nejčastěji se vyskytující hodnota proměnné v souboru (hodnota s největší četností). V tabulce rozdělení četností se modus určí jednoduše z hodnoty znaku s největší četností.

Ordinální znaky



Charakteristika polohy

- **α -kvantil**: je-li $\alpha \in (0,1)$, pak α -kvantil x_α je číslo, které rozděluje uspořádaný datový soubor na dolní úsek, obsahující aspoň podíl α všech dat a na horní úsek obsahující aspoň podíl $1-\alpha$ všech dat.
- Pro speciálně zvolená α užíváme názvů:
 $x_{0,50}$ - **medián**, $x_{0,25}$ - **dolní kvartil**, $x_{0,75}$ - **horní kvartil**, $x_{0,1}, \dots, x_{0,9}$ - **decily**
- **Medián** znamená hodnotu, jež dělí řadu podle velikosti seřazených výsledků na dvě stejně početné poloviny. Jestliže n je sudé číslo, pak $\tilde{x} = 0,5(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$
Jestliže n je liché číslo, pak $\tilde{x} = x_{(n+1)/2}$

Charakteristika variability

- **Kvartilové rozpětí (odchylka)**: $q = x_{0,75} - x_{0,25}$

Intervalové a poměrové znaky I



Charakteristika polohy

- **Aritmetický průměr**: je definován jako součet všech naměřených údajů vydělený jejich počtem,

$$E(x) = \bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad \text{kde } x_i \text{ jsou jednotlivé hodnoty a } n \text{ jejich počet}$$

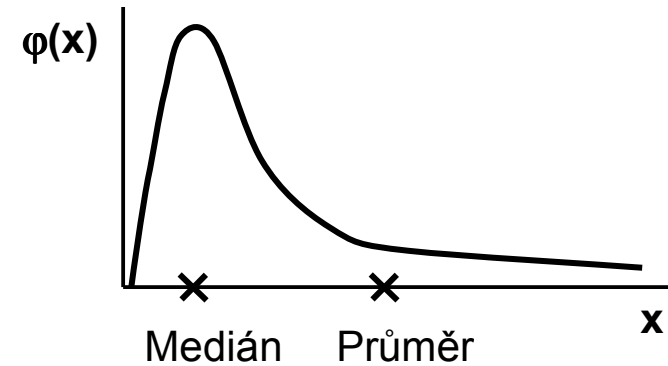
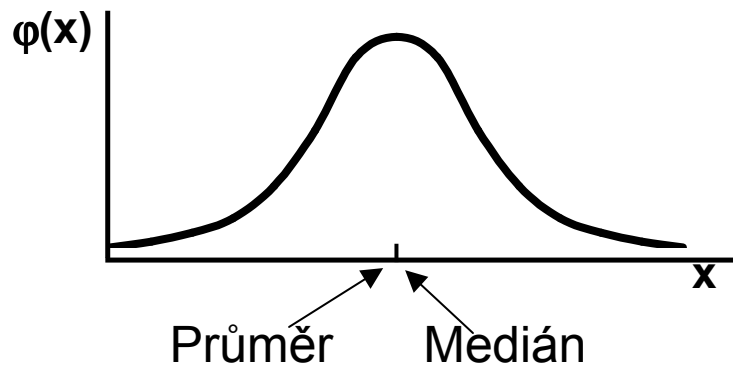
- **Geometrický průměr**: n kladných hodnot x_i , $\sqrt[n]{x_1 * \dots * x_n}$, má smysl všude, kde má nějaký informační smysl součin hodnot proměnné. Z praktického hlediska platí, že logaritmus geometrického průměru je roven aritmetickému průměru logaritmovaných hodnot souboru.

Průměr vs medián



PAMATUJ:

- Průměr je silně ovlivněn extrémními hodnotami (tzv. odlehlá pozorování), medián není ovlivněn vybočujícími pozorováními
- Průměr je vhodný ukazatel středu u normálního/symetrického rozložení, medián je vhodnou charakteristikou středu souboru i v případě veličin s neznámým rozdělením
- V případě symetrického rozložení jsou jejich hodnoty v podstatě shodné, v případě asymetrického rozložení však nikoliv!



Intervalové a poměrové znaky II



Charakteristiky variability

- **Rozptyl (variance)** je ukazatelem šířky rozložení získaný na základě odchylky jednotlivých hodnot od průměru

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

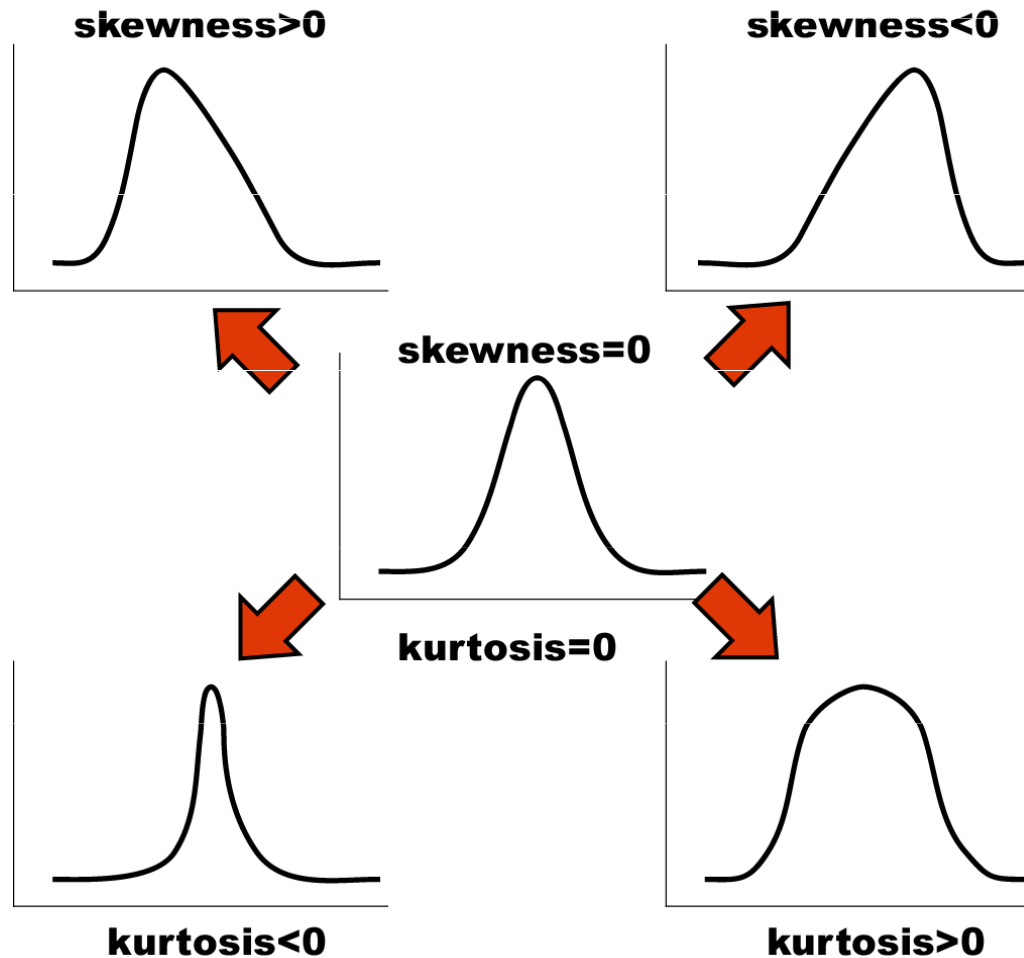
Obdobně jako u průměru je jeho vypovídací schopnost nejvyšší v případě symetrického/normálního rozložení

- **Směrodatná odchylka (SD-standard deviation)** je druhá odmocnina z rozptylu
- **Koeficient variance** - podíl SD ku průměru, u poměrových znaků, umožňuje porovnat variabilitu několika znaků (často se vyjadřuje v procentech-potom udává z kolika procent se podílí směrodatná odchylka na aritmetickém průměru)

Ukazatele tvaru rozložení



- **Skewness** – ukazatel „šikmosti“ rozložení, asymetrie rozložení
- **Kurtosis** – ukazatel „špičatosti/plochosti“ rozložení



Další parametry rozložení



- **Počet hodnot** – důležitý ukazatel, znamená jak moc lze na data spoléhat
- **Suma hodnot**
- **Minimum, maximum**
- **Variační rozpětí** – rozdíl mezi největší a nejmenší hodnotou řady
- **Střední chyba průměru (SE)** - měří rozptýlenost vypočítaného aritmetického průměru v různých výběrových souborech vybraných z jednoho základního souboru.