

# Cvičení 1.

**Základní pojmy:** Číselné obory, množiny, logika, teorie čísel

Pojmy: Přirozená čísla, celá čísla, racionální čísla, iracionální čísla (algebraická a transcendentní), reálná čísla. Operace s čísly, asociativní zákon, komutativní zákon, distributivní zákony, neutrální prvek, inverzní prvek, opačný prvek.

Největší společný dělitel, nejmenší společný násobek, dělitelnost v oboru celých čísel, rozklad na prvočísla.

Množina, průnik, sjednocení, rozdíl množin, doplněk, intervaly.

Výrok, negace, konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence, tautologie, kontradikce, obecný a existenční kvantifikátor. Logické vyplývání, opačné a ekvivalentní výroky.

1. Převeďte na zlomek:  $0,\overline{81}$ ,  $1,\overline{6}$ ,  $3,\overline{123}$ .

2. Dokažte indukci:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(1+n)}{2}$$

3. Dokažte sporem, že  $\sqrt{2}$  není racionální číslo.

4. Napište pravdivostní tabulky následujících výroků.

a)  $(p \Leftrightarrow (q \wedge p)) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$

b)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

c)  $(p \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge (r \wedge \sim p)$

d)  $\sim (p \vee \sim q)$

e)  $(p \vee \sim q) \Leftrightarrow r$

f)  $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

g)  $\sim (p \vee (q \wedge \sim p))$

5. Uveďte příklad pěti tautologií a pěti kontradikcí.

6. Rozhodněte, zda následující výroky jsou tautologie.

a)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

b)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

c)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

d)  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

e)  $\sim (p \Rightarrow \sim p)$

f)  $\sim (p \Leftrightarrow \sim p)$

g)  $\sim (p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

h)  $\sim (p \vee q) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

7. Určete opačný výrok k daným výrokům.

a)  $\forall x \in M : P(x)$

b)  $\exists x \in M : P(x)$

c)  $\forall x \in \mathbf{R} \exists y \in \mathbf{N} : [(y \leq x) \wedge (y + 1 > x)]$

d)  $(\sim p \wedge q) \Rightarrow r$

e)  $(p \vee \sim q) \Rightarrow r$

f)  $\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$