

## Cvičení 5.

### Funkce racionální, iracionální a funkce s absolutní hodnotou

Pojmy: Absolutní hodnota (rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou), racionální funkce (grafy, rovnice, nerovnice, výrazy, rozklad na parciální zlomky), funkce s odmocninami (grafy, rovnice, nerovnice). Vlastnosti funkcí.

1. Upravte následující výrazy:

$$\text{a) } \frac{\sqrt[3]{a^4} \sqrt{a}}{\sqrt{a} \sqrt[3]{aa^{-\frac{2}{3}}}}$$

$$\text{b) } \left( \frac{a-b}{2a+2b} - \frac{2b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{2a-2b} \right) \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

2. Určete definiční obor a nakreslete přibližně graf následujících funkcí, u prostých funkcí vypočtete inverzní funkce:

$$\text{a) } \frac{3x-1}{2x+4},$$

$$\text{b) } \frac{x-2}{2x+1},$$

$$\text{c) } |x+1|,$$

$$\text{d) } 2 - |x|,$$

$$\text{e) } |x-1| + |x+1|,$$

$$\text{f) } \sqrt{1-x^2},$$

$$\text{g) } \sqrt[3]{x}.$$

3. Řešte rovnice:

$$\text{a) } (x^2 + 3x - 1)(5x^2 + 6) = 0 \quad \left[ -\frac{3}{1} \pm \frac{1}{2}\sqrt{13} \right]$$

$$\text{b) } \frac{(2x^2+5x+3)(3x+2)}{x^2+2x+1} = 0 \quad \left[ -\frac{3}{2}, -\frac{2}{3} \right]$$

$$\text{c) } \sqrt{x^2 - 4x} = x - 3 \quad \left[ \frac{9}{2} \right]$$

$$\text{d) } 3\sqrt{x+5} - \frac{4x}{\sqrt{x+5}} = 1 \quad [11]$$

$$\text{e) } |x| - 1 = -|x-1| + 1 \quad \left[ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$$

$$\text{f) } \frac{t}{2\sqrt{x}} = -\frac{t}{\sqrt{x-1}}, t \text{ je parametr, [pro } t=0: x \in (1, \infty), \text{ pro } t \neq 0 \text{ nemá ř. ]}$$

4. Řešte nerovnice:

- a)  $|2x - 3| \geq |3x - 2|$
- b)  $|6x^2 - 5x| < 6$
- c)  $2x + 2 > \sqrt{2x - 8}$
- d)  $|x^2 - x - 6| = 2x^2 + 4x - 4$
- e)  $|x + 3| + 2x - 1 = |2x - 4| + x - 2$

5. Rozložte na parciální zlomky:

a)  $\frac{x^5 + 2x^4 + 2x^3 + x^2 - 1}{x^4 + x^3 + x^2},$

b)  $\frac{x^5 + 2x^4 + 2x^3 + x^2 - 1}{x^4 + x^3 + x^2}.$