

Cvičení 7.

Funkce exponenciální a logaritmické

Pojmy: Exponenciální a logaritmické funkce (funkční hodnoty, rovnice, nerovnice, grafy, vzorce, výrazy, hyperbolické a hyperbolometrické funkce). Vlastnosti funkcí.

1. Doplňte číslo na místo otazníku:

a) $\log_7 16 = -8$

b) $\log_7 \frac{1}{27} = -\frac{3}{4}$

c) $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{25} = ?$

d) $\log_{\frac{1}{4}} 32 = ?$

e) $\log_9 \frac{1}{3} = ?$

f) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} ? = -6$

g) $\log_{27} ? = \frac{2}{3}$

2. Jsou dány funkce:

- $y_1 = \ln \left| \frac{1}{x} \right|$,

- $y_2 = e^{\left| \frac{1}{x} \right|}$.

- Rozhodněte o sudosti resp. lichosti funkce.
- Určete definiční obor a obor hodnot funkce.
- Určete na kterých intervalech je funkce rostoucí resp. klesající.
- Nakreslete přibližně její graf.
- Na jaké (největší) intervaly je možné funkci omezit, aby byla prostá?
- Pro všechny možnosti z bodu (e) určete funkci inverzní.
- Určete definiční obory a obory hodnot funkcí z bodu (f).
- Rozhodněte, zda jsou funkce z bodu (f) rostoucí resp. klesající.
- Nakreslete přibližně grafy funkcí z bodu (f).

3. V \mathbf{R} řešte rovnice a nerovnice

- a) $\frac{5 \log x + 3}{3 \log x - 4} = \frac{\log x + 5}{3 \log x - 4} - 2$
 b) $4^x + 3^{x+3} = 4^{x+3} - 3^{x+2}$
 c) $0 \leq \frac{|\log x| - 1}{3} < 1$
 d) $\log x^{2 \log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$
 e) $8 \cdot 2^{x^2 + 4x} \leq 2^{2x + 6}$
 f) $\log\left(-\frac{36}{x^2} - \frac{6}{x} + 2\right) + 2 \log x \leq \log(x + 4) + \log(x - 4)$

4. Načrtněte grafy funkcí:

- a) $f : y = \log_x \log_x x$.
 b) $f : y = |\log_2(x + 2) - 1|$.

5. Nalezněte inverzní funkci k funkci

$$y = 10^{x-3}.$$

Nalezněte inverzní funkci hyperbolickému sinu, tj funkci:

$$y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

6. Určete definiční obor funkcí

- a) $y = \frac{\ln 1 - x^2}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$,
 b) $y = \ln \sin(x - 3) + \sqrt{16 + x^2}$
 c) $y = \sqrt{\ln \frac{5x - x^2}{4}}$
 d) $y = \frac{3}{4 - x^2} + \ln(x^3 - x)$